Numerički model za nelinearnu analizu štapnih sustava

Sikirić, Benjamin

Master's thesis / Diplomski rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:
University of Split, Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy / Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:123:867004

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-19**

Repository / Repozitorij:

FCEAG Repository - Repository of the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy, University of Split

SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA ARHITEKTURE I GEODEZIJE

DIPLOMSKI RAD

Benjamin Sikirić

Split, 2018.

SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA ARHITEKTURE I GEODEZIJE

Benjamin Sikirić

Numerički model za nelinearnu analizu štapnih sustava

Diplomski rad

Split, 2018.

Numerički model za nelinearnu analizu štapnih sustava

Sažetak:

U ovom diplomskom radu napravljen je numerički model s kojim se analiziraju različita djelovanja na štapne sustave, te se provodi kontrola svih dobivenih rezultata s analitičkim rješenjima i eksperimentalnim rezultatima.

Ključne riječi:

Numerički model, materijalna nelinearnost, geometrijska nelinearnost, štapni sustavi

Numerical model for nonlinear analysis of rod systems

Abstract:

In this thesis, a numerical model was developed to analyze different effects on the beam structures, and control of all the results obtained with analytical solutions and experimental results, was performed.

Keywords:

Numerical model, material nonlinearity, geometry nonlinearity, beam structures

SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE

STUDIJ:	**DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ GRAĐEVINARSTVA**
KANDIDAT:	Benjamin Sikirić
BROJ INDEKSA:	619.
KATEDRA:	**Katedra za teoriju konstrukcija**
PREDMET:	Građevna statika II

ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD

Tema: Numerički model za nelinearnu analizu štapnih sustava

Opis zadatka:
Razviti numerički model za ravninsku analizu štapnih sustava koji uključuje materijalnu nelinearnost.

U Splitu, 15.02.2018.

Voditelj Diplomskog rada:

Doc. dr. sc. Hrvoje Smoljanović
Doc. dr. sc. Nikolina Živaljić

Predsjednik Povjerenstva
za završne i diplomske ispite:

Doc. dr. sc. Veljko Srzić

SADRŽAJ:

1. UVOD 1

1.1 OPĆENITO 1

1.2 NUMERIČKI MODELI U SVIJETU 6

1.3 CILJ RADA I OSNOVNE ZNAČAJKE MODELA 6

2. NUMERIČKI MODEL 7

2.1 Diskretizacija konstrukcije 7

2.2 Proračun čvornih sila uslijed savojnog i uzdužnog deformiranja 7

2.3 Integracija vremena jednadžbe pomaka 10

3. PRIMJERI ZADATAKA 11

3.1 Konzola izložena djelovanju momenta savijanja na slobodnom kraju 11

3.2 Prosta greda pod vlastitom težinom 14

3.3 Armiranobetonske grede izložene djelovanju sile (Bangash) 16

3.4 Štap velike zakrivljenosti 20

4. KOD 25

5. IZVORI 32

5.1 Slike 32

5.2 Literatura 32

1. UVOD

1.1 OPĆENITO

Štapovima definiramo elemente čija je duljina znatno veća od njihove širine i visine. Štapovi i štapni elementi okružuju našu okolinu, jedan su od sastavnih elemenata većine konstrukcija koje nas okružuju, te su kao takvi neizostavan dio građevinske struke. Njihova primjena je vrlo poželjna prilikom izgradnje kosntrukcije, omogućuje brzu izgradnju i smanjuje potrebu za većom količinom građevinskih materijala. Primjenjuju se u izgradnji stambenih objekata, gospodarskih objekata, mostova, hala, indstrijskih postrojenja, kod pomorskih konstrukcija, rešetkastih nosača i sl. Svakodnevno se takvi sustavi usavršavaju, poznavanjem građevne mehanike i statike, mehanike materijala i samih svojstava materijala od kojih se izvode čime se danas došlo do nekih impozantnih konstrukcija.

Slika 1.1.1. The Gherkin -London

Kad govorimo o vrsti štapova jedna od glavnih podjela je na vrstu materijala izrade istih.

Poznajemo:

1. Metalne štapove – mogu biti od čelika ili aluminija, te njihovih legura. Nalaze primjenu u izradi mostova, zgrada, konstrukcija industrijskih postrojenja (kranovi, transporteri i sl.).
2. Drvene štapove – mogu bit od bjelogoričnog ili crnogoričnog drveća. Nalaze primjenu u izradi privremenih cestovnih i željezničkih mostova, izradi dijelova objekta(krovišta, okvira i sl.), izrade privremenih gradilišnih pomoćnih konstrukcija (skele- nosive i nenosive).
3. Armirano betonskih štapova – sastavljeni su od čelične armature zadane debljine šipki i vrste čelika, te betona odgovarajuće klase za zadani štap. Primjenjuju se za izvedbu zgrada, mostova, za izradu pilota, konstrukcija industrijskih postrojenja, gotovo vezani uz svaku armirano betonsku konstrukciju.
4. Kompozitni štapovi – sastavljeni su od dva ili više materijala, koji zajedničkim djelovanjem daju najbolja mehanička svojstva štapu. Izrađuju se ciljano te se primjenjuju u skladu za potrebnu konstrukciju. Jedan od najpoznatijih i najrasprostranjenijih kompozita jest i sam armirani beton.

Slika 1.1.2. Chaotianmen Yangtze River Bridge

Sama izvedba štapnih konstrukcija omogućuje ne nužno samo monlitno građenje vezano uz gradilište, već i montažno građenje uz već predgotovoljene štapne elemente. Montažno izvođenje konstrukcije omogućuje brzu izvedbu, smanjuje trošak gradilišta (manje vremena potrebno za izgradnju, manja količina radnika), manju potrošnju materijala, osigurava ugradnju elemenata koji su kontorlirani prilikom i nakon izrade. Kao i sve, montažne i polumontažne konstrukcije imaju svoje prednosti i nedostatke.

Glavne prednosti su:

1. Moguća potpuna tvornička izrada u kontroliranim uvijetima
2. Montaža gotovih dijelova
3. Laka prilagodba novoj funkciji
4. Mogućnost demontaže i ponovne ugradnje
5. Mogućnost kombiniranja različitih materijala

Glavni nedostaci:

1. Potrebno održavanje zaštite kod korozije (metalne konstr. i AB konstr.)
2. Posebni premazi za zaštitu od vlage (drvene konstr. i AB konstr. u posebnim uvjetima)
3. Protupožarni premazi (posebno se odnosi na metalne i drvene konst.)

Slika 1.1.3. Montažna izvedba čelične hale

Slika 1.1.4. drveni rešetkasti nosači

Jednostavnost ili složenost izvođenja konstrukcija sastavljenih od štapnih elemenata prvenstveno ovisi o namjeni objekta. Kao već navedeno oni imaju široku primjenu u građevinarstvu, te time se javlja potreba za kvaltitetnim numeričkim modelom koji će opisati ponašanje štapnih elemenata pod utjecajem vanjskih i unutarnjih djelovanja. Iako su danas na tržištu prisutni brojni komercijalni računski paketi, za dokaz uporabljivosti i nosivosti konstrukcije, svi oni se oslanjaju na iste osnovne sustave diferencijalnih jednadžbi. Postoje takve tri jednadžbe:

1. **Diferencijalna jednadžba ravnoteže –** opisuje vezu vanjskih djelovanja i unutarnjih sila
2. **Diferencijalana jednažba kompatibilnosti –** opisuje vezu pomaka i deformacija
3. **Zakon ponašanja materijala –** uključuje vezu naprezanja i deformacija

Proračun konstrukcija može biti linearni i nelinearni, gdje pojam krutosti opisuje razliku između ove dvije analize. Krutost predstavlja otpornost na deformaciju prouzrokovanu vanjskim ili unutarnjim djelovanjem.

Na veličinu krutosti utječu i sljedeći faktori:

1. Materijal koji se koristi
2. Poprečni presijek
3. Rubni uvijeti

Utjecajem vanjskih djelovanja konstrukcija se deformira time i sama krutost se mijenja zbog jednog ili više navedenih faktora. Kada materijal dosegne granično stanje, njegova svojstva se mijenjaju, te se ovakav pristup korisit prilikom proračuna primjenom nelinearne analize konstrukcija. Ukoliko je promjena krutosti dovoljno mala, pretpostavlja se da svojstva materijala i oblik konstruktivnog elementa ne mijenja tokom procesa deformacije. Ova pretpostavka predstavlja osnovni princip linearne analize.

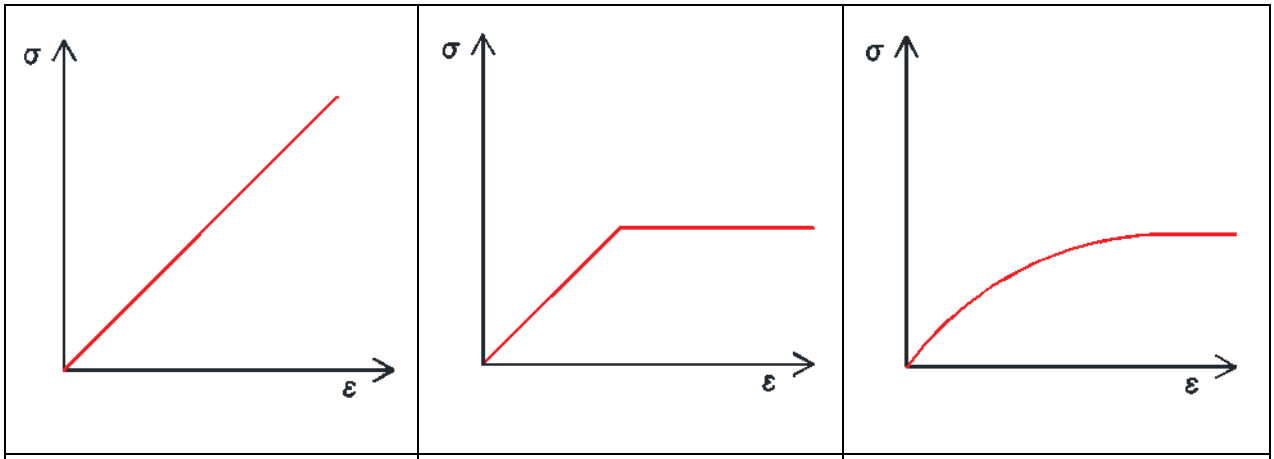
Odnos između djelujuće sile i deformacije je konstantan i ne mijenja se, deformacija se proporcionalno povećava s povećanjem sile koja je primjenjena na statički sustav. Statički sustavi kod linearne analize i linearnog proračuna zadržavaju početnu krutost bez obzira na veličinu djelovanja zadanog opterećenja, sile ili momenta i deformacije koja se javlja usred tih djelovanja. Matrična jednadžba opisuje ponašanje analize modela konačnih elemenata, ona ima vrlo velik broj linearnih algebarskih jednadžbi ovisno o veličini modela. Matrica krutosti **K** ovisi o geometriji, svojstvima materijala i rubnim uvijetima, kod linearne analize je nepromijenjiva te se stoga jednadžbe riješavaju u jednom koraku.

Kod nelinearne analize vrijedi pretpostavka da se krutost konstantno mijenja, time i matrica krutosti, kako odnos između deformacija i pomaka nije konstantno linearnan. Matrica krutosti u nelinearnoj analizi zahtijeva stalno nadopunjavanje, zato se koristi iterativni postupak riješavanja matrične jednadžbe. Broj iteracija ovisi o vremenu potrebnom da se postignu ispravni rezultati i matematičkoj numeričkoj metodi proračuna pogreške. Neke od matematičkih metoda koje se koriste su : Newtonova metoda, Newton-Rapsonova metoda, metoda bisekcije i slično.

Kada govorimo o nelinearnosti razlikujemo :

Geometrijska nelinearnost – promjenom oblika dolazi do promjene krutosti, nelinearno ponašanje je definirano kao geometrijska nelinearnost. Uzima se u obzir kada je deformacija elementa veća od 1/20 veće dimenzije elementa.

Materijalna nelinearnosti – promjenom krutosti zbog promjene svojstava materijala pod djelovanjem opterećenja, nelinearno ponašanje uzimamo kao materijalnu nelinearost. Postoje dvije vrste deformacija konstruktivnih elemenata : privremene (elastične) i trajne (plastične) deformacije.



(a)linearni model	*(b) linearno-plastični model*	*(c) nelinearni model*

Slika 1.1.5. Prikaz radnih dijagrama za različite modele materijala

Linearna analiza korisiti linearni model koji predstavlja proporcionalnu vezu između naprezanja i deformacija. Što znači da povećanjem naprezanja vrijednost deformacije također raste, uklanjanjem naprezanja deformacije više nema te se element vraća u svoj prvobitni oblik. Ovakav model ne vrijedi za nelinearnu analizu, jer kod nelinearne analize uzimamo u obzir određen stupanj trajnih deformacija konstruktivnog elementa. Model koji koristimo kod nelinearne analize nazivamo elastični idealno-plastični model materijala, jer se pri određenoj vrijednosti naprezanja pojavljuju nepovratne ili plastične deformacije.

1.2 NUMERIČKI MODELI U SVIJETU

Štapne konstrukcije ili još poznate kao i linijske konstrukcije jedne su od prvih, kod kojih se razvilo numeričko modeliranje geometrijske i materijalne nelinearnosti. Numeričko modeliranje ostvaruje svoj brzi napredak na području građevinskih konstrukcija 70-tih i 80-tih godina prošlog stoljeća. Ostvarena su numerička modeliranja koja su uvažavla vezu nelinearnih naprezanja i deformacija u analizi armirano-betonskih elemenata, stupova i greda, pri djelovanju momenta savijanja i uzdužne sile [1.]. Nelinearne analitičke i numeričke metode su korištene u određivanju dijagrama nosivosti armirano-betonskih presjeka, u interakciji jednog momenta savijanja i uzdužne sile [2.]. Nelinearnim numeričkim modelima ostvaruje se znatni pomak 80-tih godina na području teorije malih pomaka [3.]. Razvojem računala ostvaruje se mogućnost brzog procesuiranja podatka te ubrzan razvoj i primjena metode konačnih elemenata (MKE) [6.].

Osnovna ideja MKE jest da promatrana domena, kao kontinuum s beskonačnim brojem stupnjeva slobode, se zamjenjuje diskretnim modelom međusobno povezanih konačnih elemenata, s konačnim brojem stupnjeva slobode. Numerička rješenja nalaze se u čvorovima tj. čvornim točkama rješavanjem sustava algebarskih jednadžbi. Konačni element je definiran po principu minimuma energije gdje pri svakom zadanom virtualnom pomaku konačnog elementa, prirast rada avanjskih sila na zadanim pomacima čvorova jednak je prirastu rada unutarnjih sila na odgovarajućim deformacijama.

Zahvaljujući MKE razvijeni su različiti programski paketi, istina komercijalni, koji se danas koriste u svim granama inžinjerstva pa tako i u građevini. Neki od najučestalijih paketa kao ABQUS- koji se koristi za nelinarnu analizu konačnih elemnata našao je svoju primjenu i u ovom diplomskom radu.

Pored metode konačnih elemenata, u novije vrijeme razvijeni su i numerički modeli za analizu štapnih konstrukcija koji se baziraju na kombiniranoj metodi konačnih i diskretnih elemenata. Jedan od njih je numerički model razvijen od Uzelac [4.] namijenjen za analizu linearno elastičnih konstrukcija, drugi je razvijen od Bangash [5.] koji se zasniva slično kao i metoda konačnih elemenata na rješavanju sustava jednažbi.

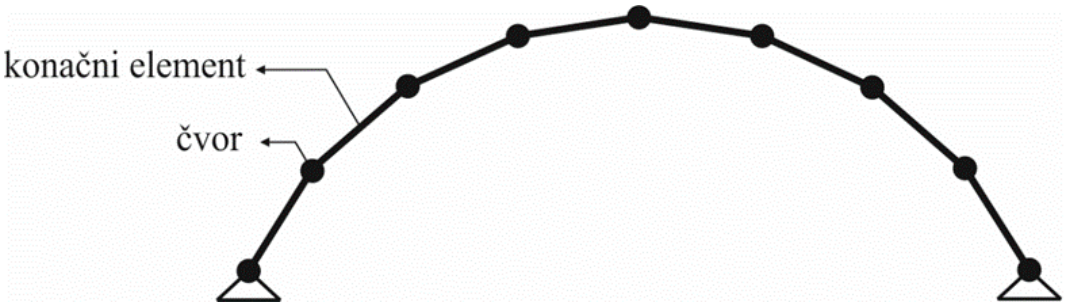
1.3 CILJ RADA I OSNOVNE ZNAČAJKE MODELA

Cilj ovog rada je razvoj novog numeričkog modela za analizu štapnih sustava koji između ostalog uzima u obzir materijalnu nelinearnost. Model se bazira na kombiniranoj metodi konačno-diskretnih elemenat Munjiza [6.], odlikuje svojom jednostavnošću formulacija, a namijenjen je za statičku, dinamičku i analizu stabilnosti štapnih konstrukcija.

2. NUMERIČKI MODEL

2.1 Diskretizacija konstrukcije

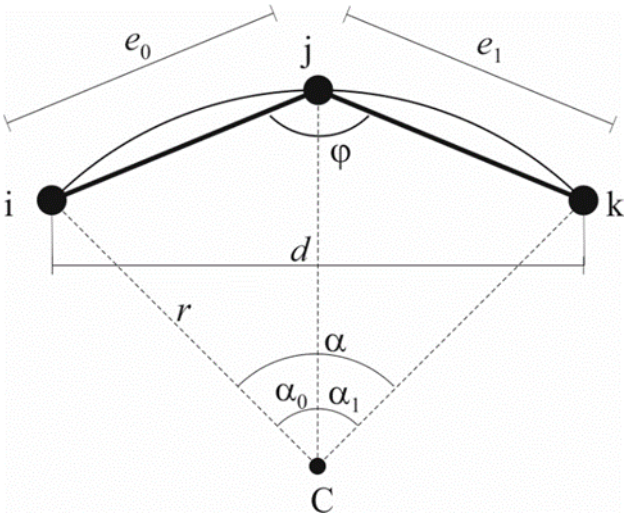
U sklopu ovog numeričkog modela, konstrukcija je modelirana sa dvočvornim linijskim konačnim elementima. Masa konstrukcije koncentrirana je u čvorove konačnih elemenata kao što je prikazano na slici (slika 2.1.1)



Slika 2.1.1 Diskretizacija konstrukcije

2.2 Proračun čvornih sila uslijed savojnog i uzdužnog deformiranja

Za potrebe proračuna uzdužnog i savojnog deformiranja i proračuna čvornih sila, čvor konačnog elementa se promatra zajedno sa svoja dva susjedna čvora kao što je prikazano na slika (slika 2.2.1)

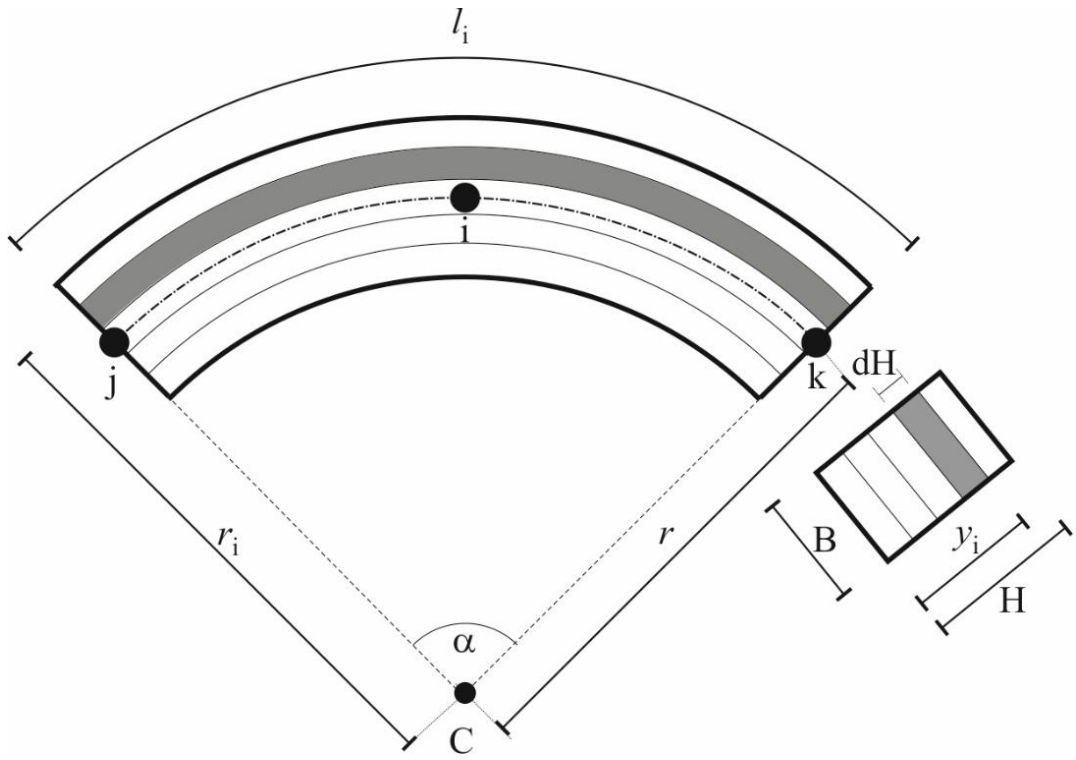


Slika 2.2.1 promatrani čvor sa susjednim čvorovima

Na temelju poznatih koordinata čvorova u bilo kojem vremenskom trenutku, moguće je izračunati radijus zakrivljenosti kružnice koja prolazi kroz čvorove *i, j* i *k* prema izrazu

$$r = \frac{d}{2\sin\varphi}$$

gdje su d i ϕ redom duljina između susjednih čvorova i kut među konačnim elementima u čvoru *i*



Slika 2.2.2 Uslojeni presjek

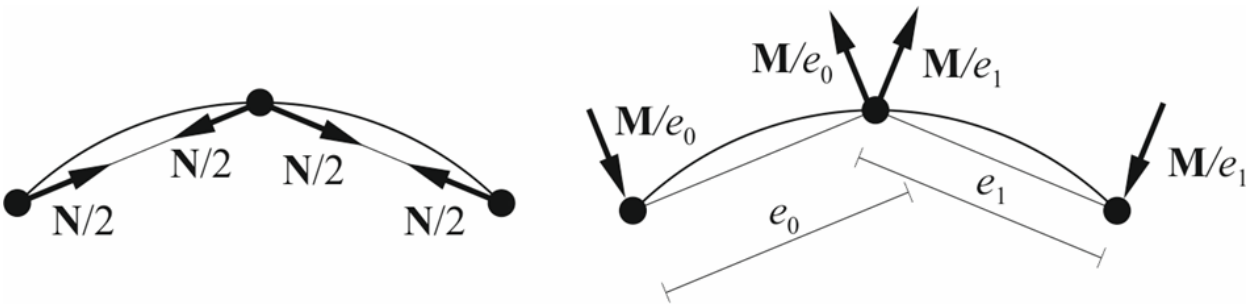
Iz poznatih radijusa zakrivljenosti kružnice i razmaka između susjednih čvorova, moguće je izračunati kutove α0 , α1 i α u bilo kojem vremenskom trenutku prema izrazima

$$\alpha_0 = acos\left(\frac{1 - e_0^2}{2r^2}\right)$$

$$\alpha_1 = acos\left(\frac{1 - e_1^2}{2r^2}\right)$$

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

U sklopu ovog numeričkog algoritma, poprečni presjek je uslojen kao što je to prikazano na slici (slika 2.2.3)



Slika 2.2.3 Diskretizacija luka

Za svaki sloj moguće je izračunati njegovu duljinu l_i u bilo kojem vremenskom trenutku sukladno izrazu

$$l_i = r_i \alpha$$

Iz razlika duljina sloja u trenutnoj konfiguraciji $l_{i,t}$ i početnoj konfiguraciji $l_{i,p}$, moguće je izračunati deformaciju sloja

$$\varepsilon_i = \frac{l_{i,t} - l_{i,p}}{l_{i,p}}$$

iz koje, na temelju usvojenog zakona ponašanja materijala zadanog vezom između naprezanja i deformacija, slijedi naprezanje σi u težištu sloja.

Diferencijalna sila koja djeluje u težištu sloja može se dobiti sukladno izrazu

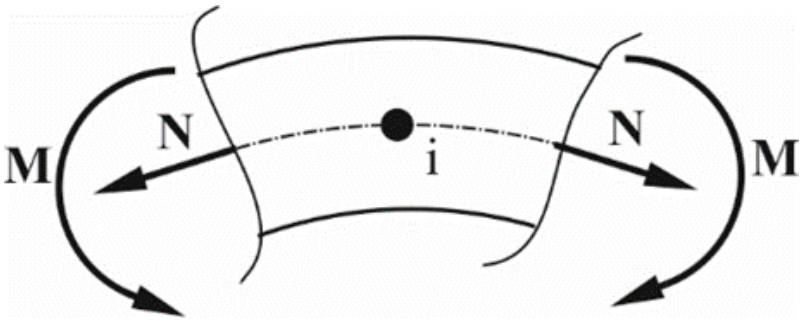
$$dN_i = B\ dH\ \sigma_i$$

Ukupna uzdužna sila koja djeluje u težištu presjeka u čvoru *i* slika (slika 2.2.4) može se dobiti sukladno izrazu

$$N = \sum_{i=1}^{n} dN_i$$

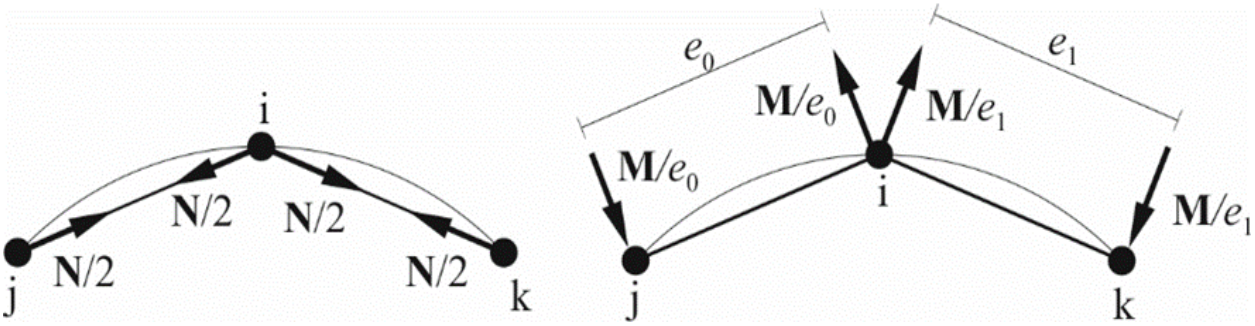
dok se ukupan moment na težište presjeka dobije iz izraza

$$M = \sum_{i=1}^{n} dN_i \left(y_i - \frac{H}{2} \right)$$



Slika 2.2.4 Moment i uzdužna sila u čvoru

Moment I uzdužna sila se u obliku ekvivalentnih čvornih sila prenose u čvorove konačnih elemenata na način kako je to prikazano na slici (slika 2.2.5).



Slika 2.2.5 Ekvivalentne čvorne sile

Prethodni postupak se ponavlja za svaki čvor.

2.3 Integracija vremena jednadžbe pomaka

Oblik grede ili luka i njihovog položaja u prostoru u bilo kojem trenutku u vremenu dan je trenutnim koordinatama konačnog elementa čvora x_i , gdje i predstavlja broj stupnjeva slobode. Polje brzine i polje ubrzanja definirano je točkastim brzinama v_i , i točkastim ubrzanjima a_i.

U kontekstu metode diskretnih konačnih elemenata, shema vremenske integracije u eksplicitnom obliku primjenjena je na svaki čvor i svaki stupanj slobode. Sile u čvorovima od aksijalnog nosivog mehanizma, mehanizma savijanja, vanjskog opterećenja i sile prigušenja se zbrajaju i dobije se ukupna sila u čvoru f_i povezana s svakim stupnjem slobode. Stoga je dinamička ravnoteža svakog stupnja slobode dana izrazom

$$m_i a_i = f_i$$

gdje m_i predstavljamasu povezanu sa svakim stupnjem slobode.

Za integraciju gore navedene jednadžbe, upotrijebljena je središnja shema integracije vremenskih razlika temeljena na eksplicitnoj integraciji upravljačke jednadžbe za svaki stupanj slobode. Shema se može formulirati na sljedeći način

$$v_{i,t+\Delta t/2} = v_{i,t+\Delta t/2} + \Delta t f_{i,t}/m_i$$

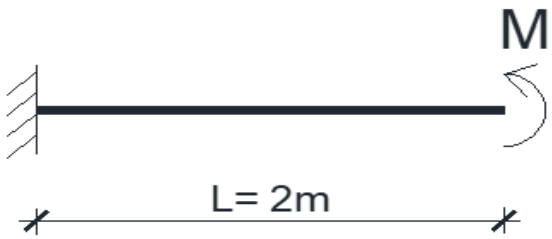
$$x_{i,t+\Delta t} = x_{i,t} + \Delta t\, v_{i,t+\Delta t/2}$$

gdje je Δt vremenski korak.

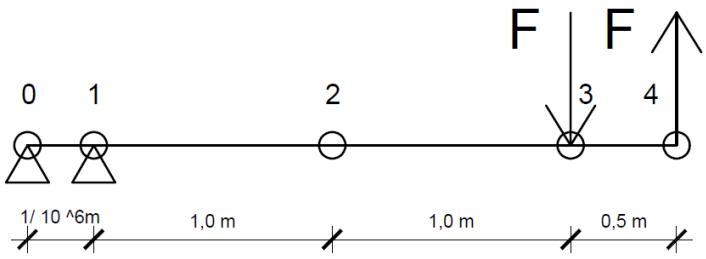
3. PRIMJERI ZADATAKA

3.1 Konzola izložena djelovanju momenta savijanja na slobodnom kraju

Konzola izložena djelovanju momenata savijanja na slobodnom kraju, kako je prikazano na crtežu (slika 3.1.1), odabrana je u cilju analize veze između pogreške u analitičkom riješenju u odnosu na broj podjela po visini presjeka. Konzola ima dani modul elastičnosti od E=210 GPa, širina poprečnog presjeka iznosi 1.0 m, visina poprečnog presjeka iznosi 100 mm.



Slika 3.1.1 Prikaz konzole (modela)



Slika 3.1.2 Prikaz simulacije upetog ležaja i sile momenta na modelu

Analitičko riješenje dano je izrazom:

$$K = \frac{M}{\frac{1}{R}} = EI = 17500\ [\frac{N}{m}]$$

Gdje je K-krutost, M-moment, R-radijus, a odnos 1/R predstavlja zakrivljenost grede. Moment je simuliran na gredi kao spreg sila F.

$$F = \frac{M}{0.005}\ [N]$$

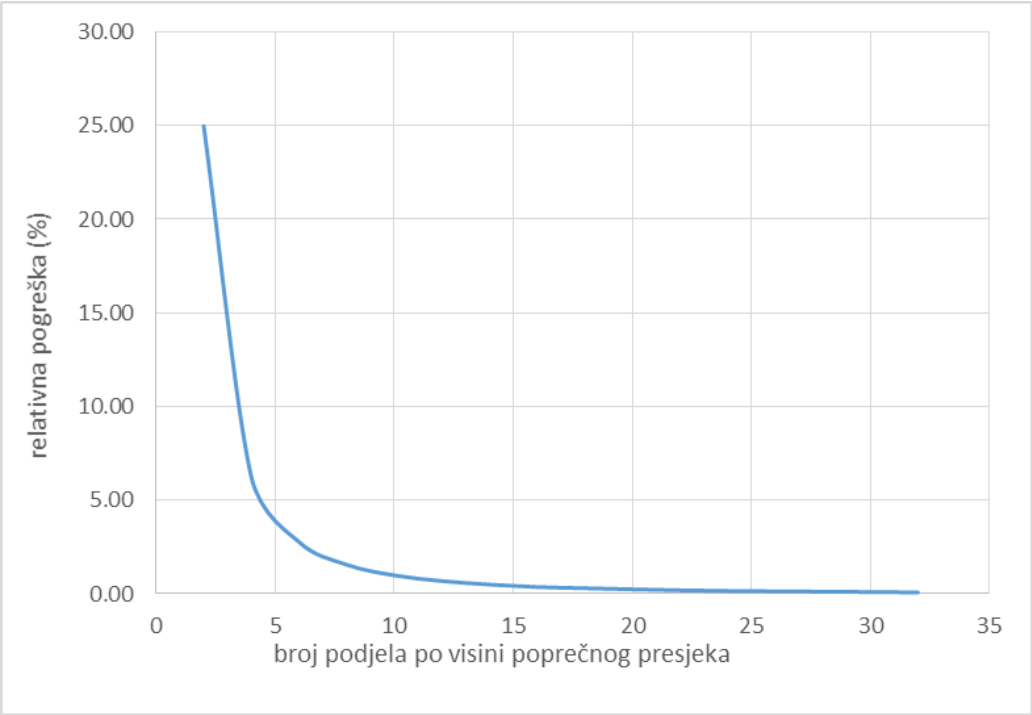
Diskretizacija konzole nije provedena po duljini iste, već samo po visini poprečnog presjeka. U ovisnosti o broju podjela po visini poprečnog presjeka proračunata je greška između analitičkog i numeričkog riješenja, u tablici (tablica 3.1.1) je prikazano smanjivanje pogreške s povećanjem broja podjela.

U ovisnosti o broju podjela po visini poprečnog presjeka proračunata je greška između analitičkog i numeričkog riješenja, u tablici (tablica 3.1.1) je prikazano smanjivanje pogreške s povećanjem broja podjela.

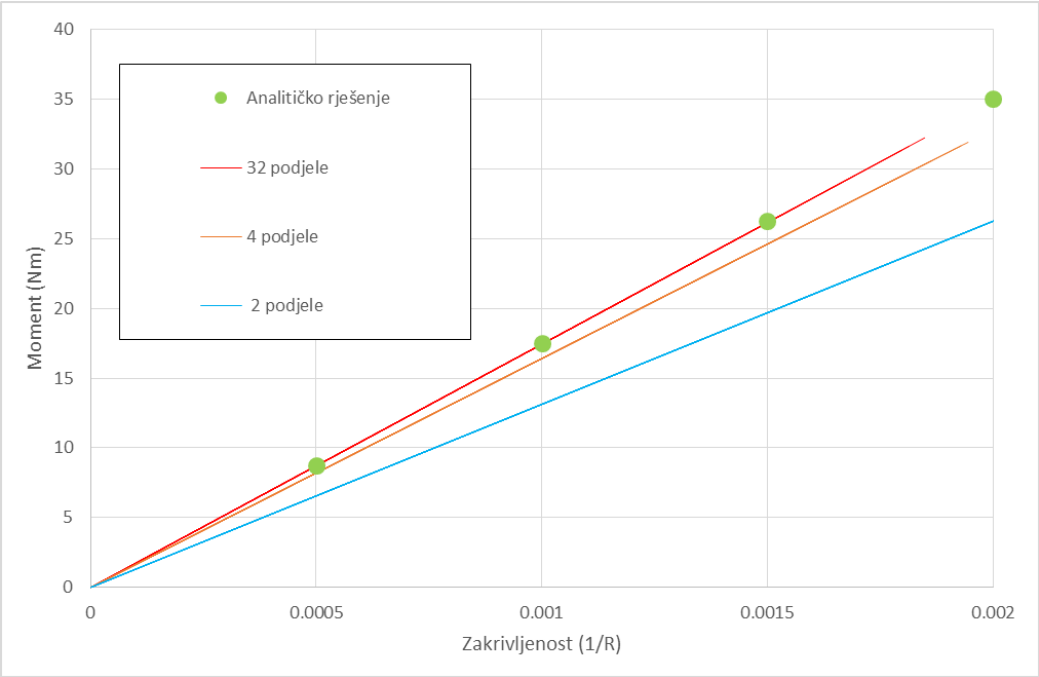
n-broj podjela po visini presjeka	K-krutost [N/m]	Relativna pogreška (%)
2	13128	24.98
4	16405	6.26
6	17013	2.78
8	17226	1.56
10	17326	0.99
12	17379	0.69
14	17412	0.50
16	17435	0.37
18	17447	0.30
20	17457	0.25
22	17466	0.19
24	17472	0.16
26	17476	0.14
28	17479	0.12
30	17482	0.10
32	17486	0.08

Tablica 3.1.1 Tablica diskretizacije, krutosti i pogreške za zadani model

Iz dobivenog proračuna te i priloženog dijagrama (slika 3.1.3 i slika 3.1.4) vidi se da su numerička riješenja prihvatljiva, odnosno kako je predloženi model sposoban pravilno proračunati krutost konstrukcije za zadana djelovanja.



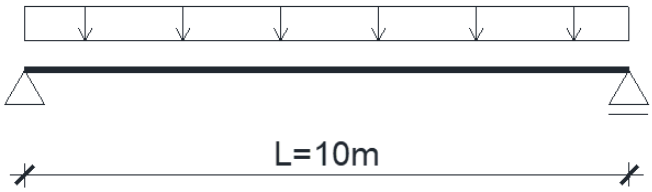
Slika 3.1.3 Dijagram ovisnosti broja podijele i greške za zadani model



Slika 3.1.4 Dijagram krivulje momenta i zakrivljenosti

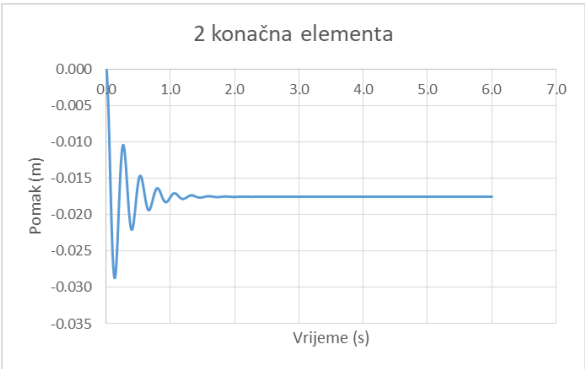
3.2 Prosta greda pod vlastitom težinom

Prosta greda pod opterećenjem od vlastite težine odabrana je u cilju analize veze između pogreške u analitičkom riješenju u odnosu na broj podjela po duljini grede (slika 3.2.1). Greda se nalazi u idealno ravnoj geometriji u početnom položaju i uslijed vlastite težine podliježe oscilacijama. Greda ima modul elastičnosti E=210 GPa, gustoća je ρ=7850 kg/m^3, gravitacijska konstanta je usvojena kao g=10 m/s^2. Visina poprečnog presjeka je 200mm, dok mu je širina 1m.

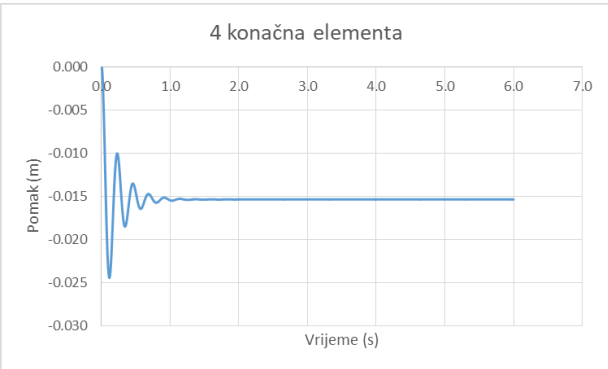


Slika 3.2.1 Prikaz proste grede (modela)

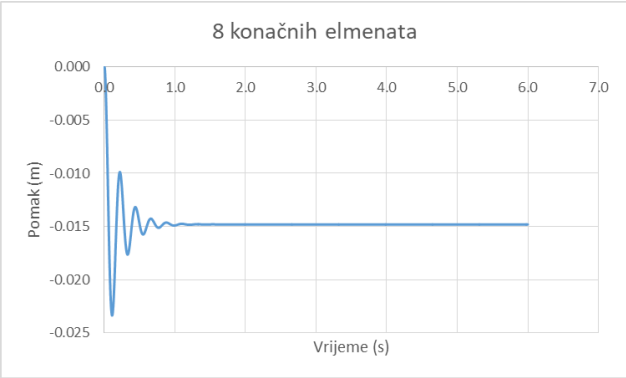
Diskretizacija grede je izvšena koristeći 2, 4, 8, i 16 konačna elmenta, samim time i duljina konačnog elementa l je iznosila L/2, L/4, L/8 i L/16. Ravnotežni položaj za pojedinu diskretizaciju moguće je dobiti uvođenjem koeficijenta prigušenja, uslijed čega osciliranjem greda u konačnici zauzima ravnotežni položaj (slika 3.2.2)



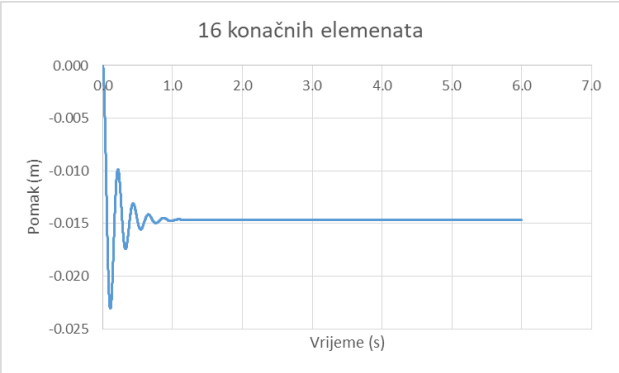
(a)



(b)



(c)



(d)

Slika 3.2.2 Dijagrami prigušenja za različite vrijednosti konačnih elmenata

Ravnotežni progib na sredini grede, dobiven predloženim numeričkim modelom uspoređen je sa numeričkim rješenjem dobivenim programskim paketom ABAQUS (S10), kako je prikazano u tablici (tablica 3.2.1). Numeričko rješenje iz ABAQUS-a dobiveno je upotrebom 100 tročvornih grednih elemenata.

Podjela po elmentima	Progib (mm)	Pogreška (%)
MKDE($l=l/2$	17.520	19.99
MKDE($l=l/4$)	15.347	5.11
MKDE($l=l/8$)	14.799	1.35
MKDE($l=l/16$)	14.662	0.42
MKDE($l=l/32$)	14.628	0.18
ABAQUS nelinearno	14.601	0

Tablica 3.2.1 Tablica vrijednosti dobivenih progiba i pogrešaka

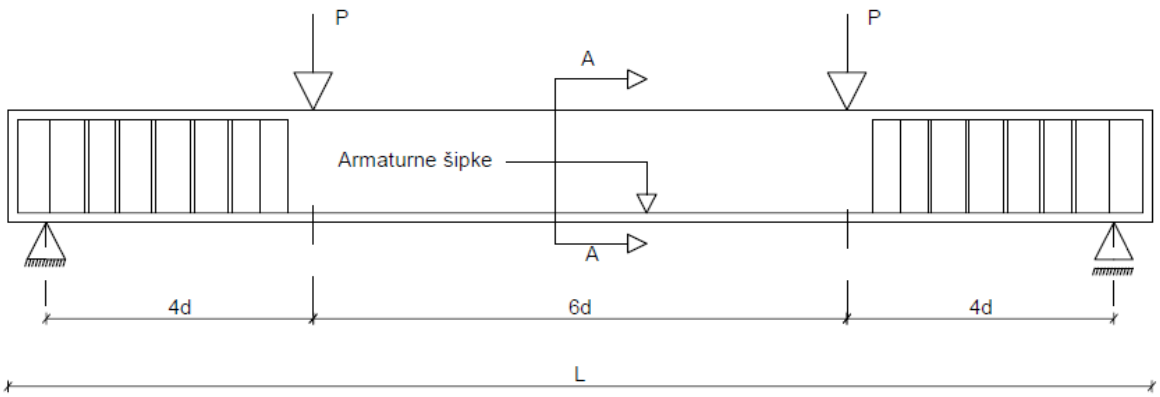
Relativna pogreška numeričkog rezultata dobivena predloženim MKDE modelom, u usporedbi sa geometrijskim nelinearnim rješenjem dobivenim ABAQUS-om , prikazana je u tablici (tablici 3.2.1). Vidljivo je kako povećanjem broja konačnih elmenata numeričko riješenje konvergira ka rješenju dobivenim ABAQUS-om, te da se pogreška smanjuje sa l^2. Također je vidljivo da je utjecaj debljine grede na pogreški zanemariv, što pokazuje kako numerički model ne pati od problema blokiranja.

3.3 Armiranobetonske grede izložene djelovanju sile (Bangash)

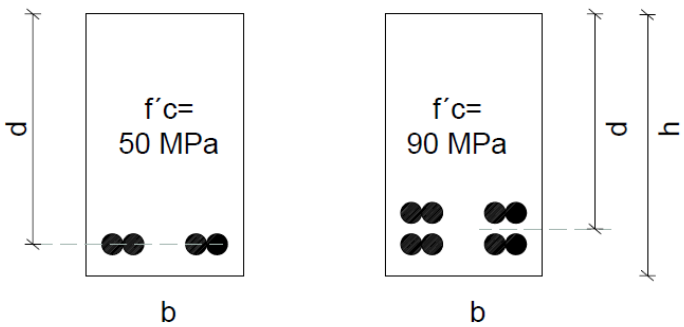
Na temelju eksperimenta predstavljenog od Alca [7.] koji uključuje 12 armoranobetonskih greda betona velike čvrstoće, izloženih djelovanju točkastog opterećenja na dvije lokacije na gredi (slika 3.3.1), provedena je analiza ovim kodom te je izvršena usporedba rezultata s analitičim rješenjima. Detalje ovog pokusa može se naći u članku Alca [7.], dok je suma ukupnih rezultata experimenta dana u nastavku ovog teksta.

Korištene su tri različite debljine greda, nazvane 230 (mala greda), 360 (srednja greda) i 515mm (velika greda). One su kombinirane s dvije klase betona: beton niže čvrstoće (čvrstoća cilindra od 50 MPa) i beton veće čvrstoće (čvrstoće cilindra of 90 Mpa).

U ovom radu korištene su samo četiri grede, nazvane SL1, SH1, LL1 i LH1, a njihova svojstva dana su u (tablica 3.3.1).



Slika 3.3.1 Prikaz armiranobetonske grede (modela), s opterećenjem i armaturom



Slika 3.3.2 Poprečni presjeci grede

Greda	Ø(mm)	b(mm)	d(mm)	h(mm)	L(mm)
SL1	16	150	230	282	3740
SH1	16	150	230	302	3740
LL1	35.7	335	515	630	8380
LH1	35.7	335	515	630	8380

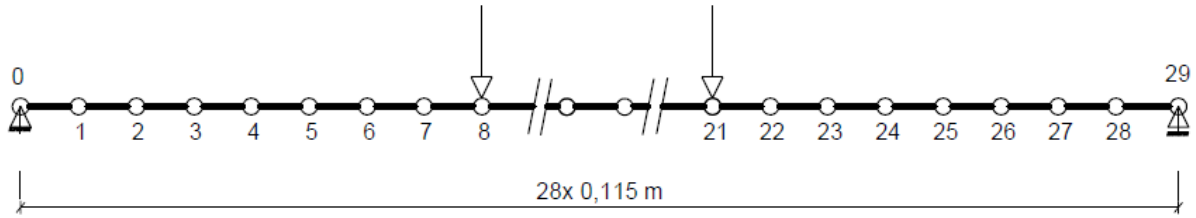
Tablica 3.3.1 Geometrija greda

Greda	f's(Mpa)	fy(Mpa)	ρ(%)
SL1	51.1	410	2.32
SH1	54.2	409	2.32
LL1	90.1	410	4.64
LH1	90.3	406	4.64

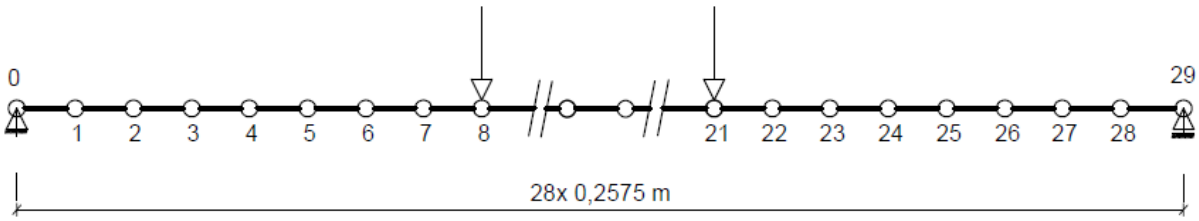
Tablica 3.3.2 Materijalna svojstva greda

Slova i broj određuju svaku gredu. Prvo slovo S ili L odnosi se na malu ili veliku gredu. Drugo slovo L ili H odnosi se na beton niske ili visoke čvrstoće. Alca [7.] je testirala dvije grede svakog tipa do otakazivanja istih (broj 1 ili 2). Svojstva materijala za prvi set greda dana su u (tablici 3.3.2).

Gore naveden grede su modelirane metodom konačnih/diskretnih elemenata. Grede, kao i u experimentu, opterećene su s dva koncentrirana opterećenja. modelirane od oslonca. Diskretizacija konačnim elementima za malene grede je prikazana (slika 3.3.3), dok je za velike grede prikazana (slika 3.3.4).



Slika 3.3.3 Diskretizacija konačnim elementima malih greda



Slika 3.3.4 Diskretizacija konačnim elementima velikih greda

Za sve grede usvojena je sljedeća aproksimacija za krivulju naprezanja-deformacija betona

$$\sigma(\varepsilon) = E\varepsilon - \frac{E^2}{4f_s}\,\varepsilon^2\,\emptyset$$

Gdje f_s prestavlja čvrstoću betona na savijanje.

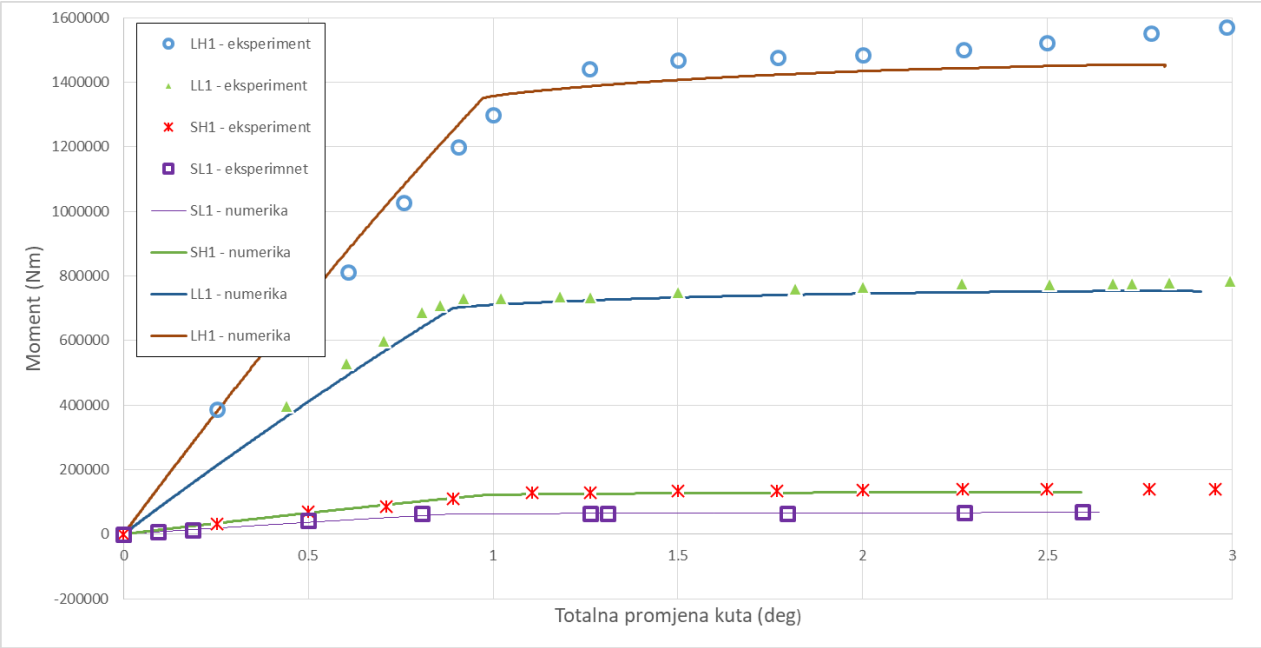
Za grede niže čvrstoće betona, f_s je izračunat koristeći prosječnu čvrstoću cilindra :

f_s = 0.85(51.1 +54.2 + 52.7)/3 = 44.77 Mpa

-faktor 0.85 omogućuje razliku između čvrstoće savijanja i čvrstoću otkazivanja cilindra.

Za grede veće čvrstoće betona, f_s je izračunat koristeći prosječnu čvrstoću cilindra :

f_s = 0.85(90.1+90.3 + 90.3)/3 = 76.70 Mpa

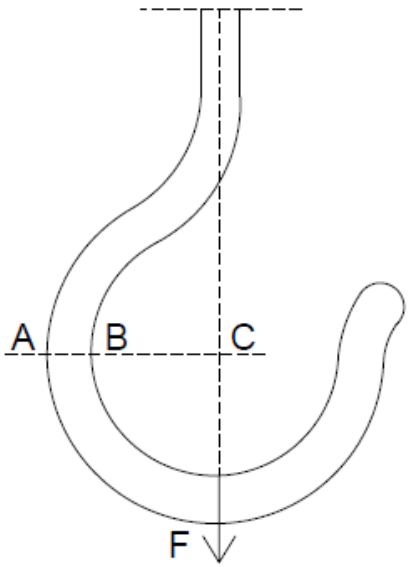


Slika 3.3.5 Usporedba eksperimentalne i numeričke krivulje moment-kut rotacije

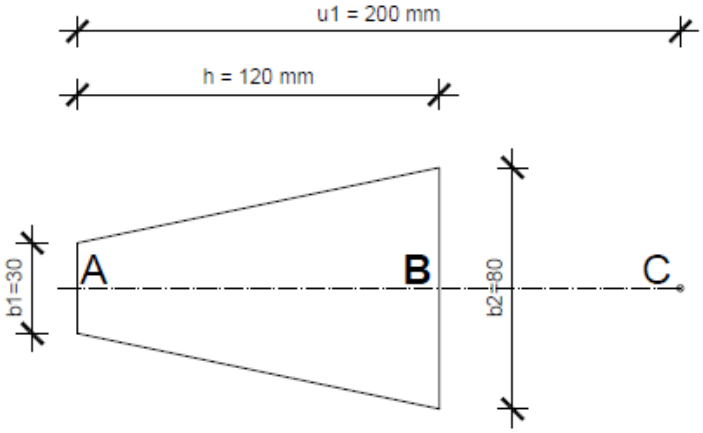
Usporedba rezultata eksperimentalnih-numeričkih krivulja momenata totalne promjene kuta prikazana je na (slika 3.3.5). Totalna promjena kuta mjerena je na duljini 3.7d. Dobiveni rezultati se dosta dobro preklapaju s eksperimentalnim rezultatima što pokazuje točnost izračuna, samim time i dobar odnos između dva seta rezultata. To vrijedi za moment savijanja i krajnje rotacije.

3.4 Štap velike zakrivljenosti

Zadana je kuka (slika 3.4.1) trapeznog poprečnog presjeka (slika 3.4.2) Šimić [9.]. Potrebno je odrediti naprezanja u opasnom presjeku kuke A-B. Kuka ima modul elastičnosti E = 210 GPa, polumjer iste je R = 200mm, a sila koja djeluje na kuku iznosi F = 10 kN. U nastavku je prikazano analitičko rješenje.



Slika 3.4.1 Kuka



Slika 3.4.2 Poprečni presjek kuke

Površina presjeka je:

$$A = \frac{8+3}{2} * 12 = 66\ cm^2$$

Udaljenost težišta trapeza od njegove osnovice:

$$e_0 = \frac{h}{3} * \frac{2b_1 + b_2}{b_1 + b_2} = \frac{12}{3} * \frac{2*3+8}{3+8} = 5{,}09\ cm$$

Polumjer zakrivljenosti osi štapa:

$$r = u_2 + e_0 = 8 + 5{,}09 = 13{,}09\ cm$$

$$\frac{r}{h} = \frac{13{,}09}{12} = 1{,}09\ < 5$$

Štap je velike zakrivljenosti, stoga polumjer zakrivljenostu neutralnog sloja određujemo izrazom:

$$\rho = \frac{h(b_1 + b_2)}{2\left[\frac{b_2 * u_1 - b_1 * u_2}{h} * ln\frac{u_1}{u_2} - (b_2 - b_1)\right]} = \frac{12(3+8)}{2\left[\frac{8*20-3*8}{12} * ln\frac{20}{8} - (8-3)\right]}$$

$$= 12{,}26\ cm$$

Udaljenost neutralne osi od težišta presjeka:

$$\gamma = r - \rho = 13{,}09 - 12{,}26 = 0{,}83\ cm$$

Statički moment površine poprečnog presjeka s obzirom na neutralnu os:

$$S_y = A * \gamma = 66 * 0{,}83 = 54{,}78\ cm^2$$

Udaljenost krajnjih vlakana od neutralne osi:

$$h_1 = u_1 - \rho = 20 - 12{,}26 = 7{,}74\ cm$$

$$h_2 = -(\rho * u_2) = -(12{,}26 - 8) = -4{,}26\ cm$$

Presjek A-B opasni je presjek jer u tom presjeku moment savijanja M i uzdužna sila N dostižu najveću vrijednost.

$$M = -F * r = -10 * 0{,}1309 = -1{,}309\ kNm$$

$$N = F = 100\ kN$$

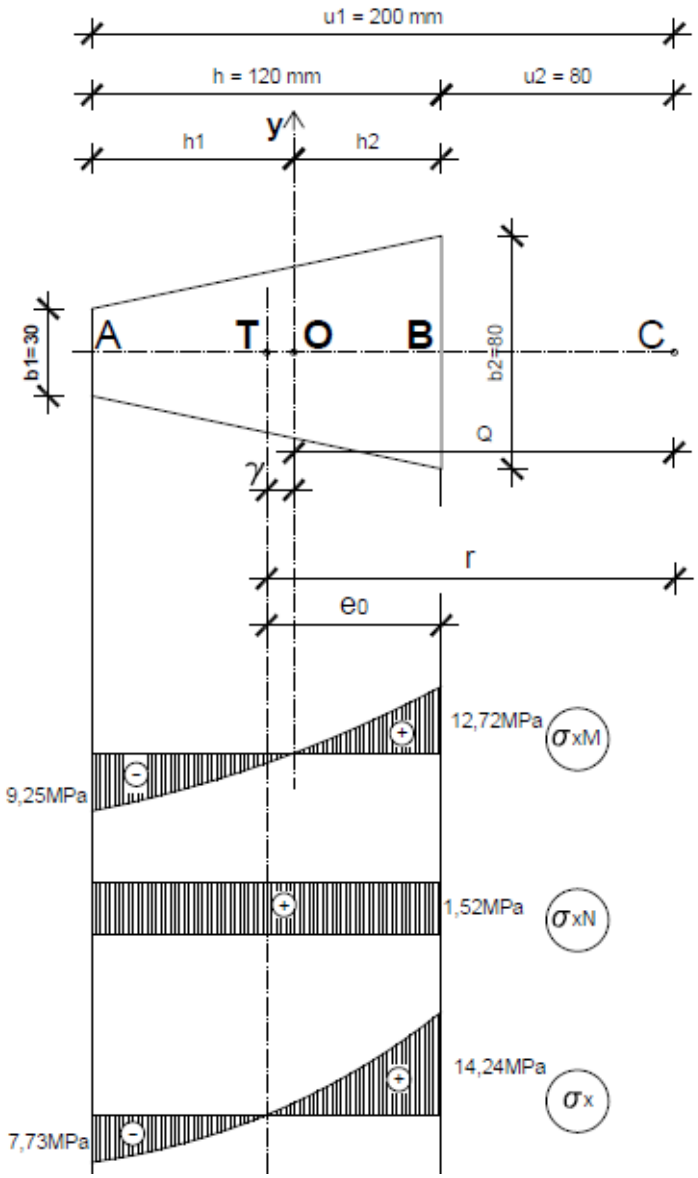
Ekstremene vrijednosti naprezanja iznose :

$$\sigma_{xA} = \frac{N}{A} + \frac{M}{S_y} * \frac{h_1}{u_1} = \frac{10^4}{66 * 10^{-4}} + \frac{-1{,}309 * 10^3 * 7{,}74 * 10^{-2}}{54{,}78 * 10^{-6} * 20 * 10^{-2}} = 1{,}52 - 9{,}25$$

$$= -7{,}73\ MPa$$

$$\sigma_{xB} = \frac{N}{A} + \frac{M}{S_y} * \frac{h_2}{u_2} = \frac{10^4}{66 * 10^{-4}} + \frac{-1{,}309 * 10^3 * (-4{,}26) * 10^{-2}}{54{,}78 * 10^{-6} * 8 * 10^{-2}} = 1{,}52 + 12{,}72$$

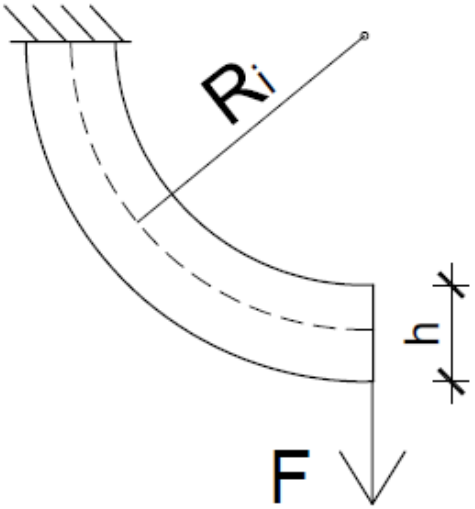
$$= 14{,}24\ MPa$$



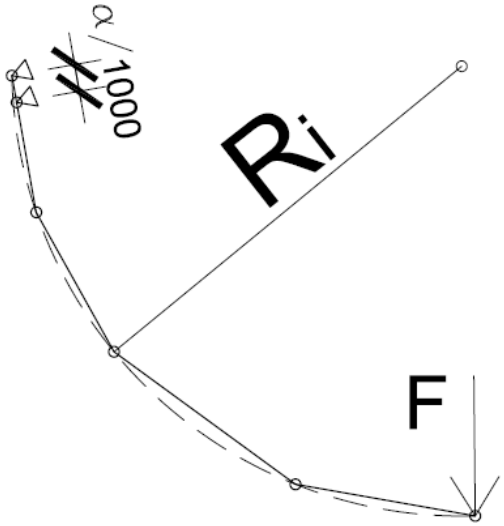
Slika 3.4.3 Dijagrami naprezanja

Dijagrami normalnih naprzanja σ_{xN}, σ_{xM} i $\sigma_x = \sigma_{xN} + \sigma_{xM}$ prikazani su na (slika 3.4.3). Budući da opterećenje djeluje u središtu zakrivljenosti, u dijagramu i $\sigma_x = \sigma_{xN} + \sigma_{xM}$ neutralna os prolazi težištem poprečnog presjeka.

Za numeričko riješenje korišten je sljedeći model kuke (slika 3.4.4) te je simuliran kao model prikazan (slika 3.4.5).



Slika 3.4.4 Numerički model



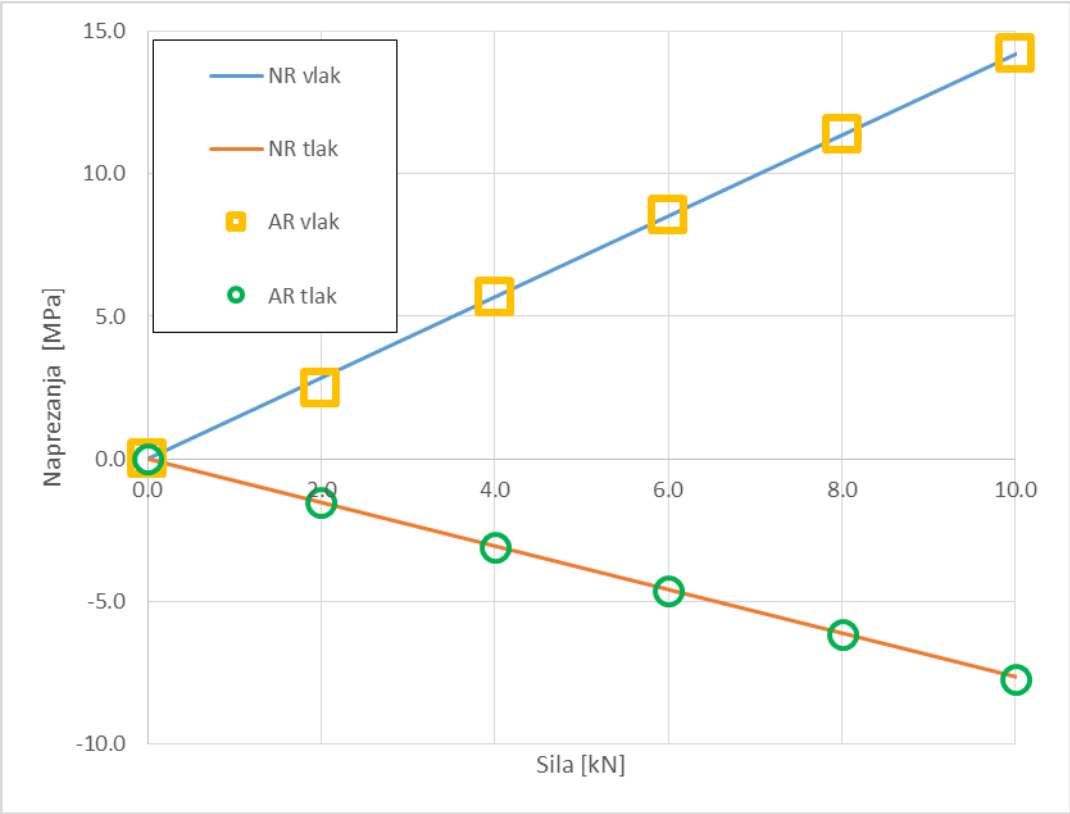
Slika 3.4.5 Diskretizacija sa 4 elementa

Diskretizacija je provedena po duljini kuke, te su dobiveni rezultati u krajnjim točkama opasnog presjeka A-B. U tablici (tablica 3.4.1) je napravljena usporedba riješenja u odnosu na broj diskretizacije te je izačunata relativna pogreška dobivenih rezultata u odnosu na analitičko riješenje.

	Normalno naprezanje (Mpa)			Relativna pogreška (%)	
Točka	4 elementa	32 elementa	Analitičko riješenje	4 elementa	32 elementa
A	-7.24	-7.65	7.73	6.34	1.03
B	14.33	14.21	14.24	0.63	0.21

Tablica 3.4.1 Usporedba dobivenih rezultata naprezanja za različite diskretizacije sustava

Iz dobivenog proračuna te i priloženog dijagrama (slika 3.4.) vidi se da su numerička riješenja prihvatljiva, odnosno kako je predloženi model sposoban pravilno proračunati naprezanja kuke za zadana djelovanja. Na dijagramu NR označava numeričko riješenje za 32 elementa , dok AR označava dobivena analitička riješenja.



Slika 3.4.6 Usporedba analitičkih i numeričkih rješenja s 32 elementa

4. KOD

```
/* File   Yfd.c */
#include "Yproto.h"
/**************** 3D ******************************************/
static void Yfd3BEAM_NONL( /* bending in nonlinear beam element  */
            nelem, iprop, dcstec,
            dpeks, dpela, dpemu, dpero,
            d1nccx, d1nccy, d1nccz,
            d1ncix, d1nciy, d1nciz,
            d1nfcx, d1nfcy, d1nfcz,
            d1nmct,
            d1nvcx, d1nvcy, d1nvcz,
            i1elpr, i2elto, area,
            i2nocon, d1ncuri, d2nalfai,d2nleni,
            nnopo, ncstep
)
  INT    nelem; INT    iprop; DBL dcstec;
  DBL    dpeks; DBL   dpela; DBL    dpemu; DBL   dpero;
  DBL *d1nccx; DBL  *d1nccy; DBL  *d1nccz;
  DBL *d1ncix; DBL  *d1nciy; DBL  *d1nciz;
  DBL *d1nfcx; DBL *d1nfcy;  DBL *d1nfcz;
  DBL  *d1nmct;
  DBL *d1nvcx; DBL  *d1nvcy; DBL  *d1nvcz;
  INT *i1elpr; INT **i2elto; DBL area;
  INT **i2nocon; DBL *d1ncuri;  DBL **d2nalfai; DBL **d2nleni;
  INT nnopo; INT; INT ncstep;
{ INT inopo, i;
  DBL e0x, e0y, e0z, e1x, e1y, e1z;
  DBL e0, e1;
  DBL rc, ri;
  DBL calfa0c, calfa1c, alfa0c, alfa1c, alfac, alfa0i, alfa1i, alfai;
  DBL dNfor0, dNfor1, dNfor, Nfor0, Nfor1, Nfor, Mom;
  DBL epsi0, epsi1, epsi, sigmai0, sigmai1, sigmai;
  DBL yi, ric, rii, lic0, lic1, lic, lii0, lii1, lii, leni0, leni1, leni;
  DBL e0xi, e0yi, e0zi, e1xi, e1yi, e1zi;
  DBL nx, ny, nz, n0x, n0y, n0z, n1x, n1y, n1z;
  DBL rx, ry, rz, rxc, ryc, rzc, rxi, ryi, rzi;
  DBL s, drc, dri, x;
  DBL ve0, ve1, ve0x, ve0y, ve0z, ve1x, ve1y, ve1z, vne0x, vne0y, vne0z, vne1x, vne1y, vne1z;
  INT n0, n1;
  DBL f0, f1;
  DBL dist, c, ang, dcurc,dcuri;

  DBL dumpax=600000.0;
  DBL dumpnor=2000.0;

  DBL abar=0.00080425;
  DBL ybar=0.23;
  DBL dyoungbar=200000000000;
  DBL fs=44770000;
  DBL dyoung = 21000000000;



  DBL B = 0.15;   //cross section width
  DBL H = 0.282;   //cross section height
  INT n = 33;    //division number by section height
  DBL dH = H / n; //division section height
```

```
static FILE *contrc=FILENULL; //brisi
if (contrc==FILENULL) //brisi
contrc=fopen("output_con.dat","w"); //brisi



for (inopo = 0; inopo<nnopo; inopo++)
{ n0 = i2nocon[0][inopo];
  n1 = i2nocon[1][inopo];
  if (n0 != (-1) && n1 != (-1))
  { e0x = d1nccx[n0] - d1nccx[inopo];
            e0y = d1nccy[n0] - d1nccy[inopo];
            e0z = d1nccz[n0] - d1nccz[inopo];

    e1x = d1nccx[n1] - d1nccx[inopo];
            e1y = d1nccy[n1] - d1nccy[inopo];
            e1z = d1nccz[n1] - d1nccz[inopo];


            /*Current curvature in beam nodes*/
            V3DLen(dist, e1x - e0x, e1y - e0y, e1z - e0z);
            V3DNor(e0, e0x, e0y, e0z);
            V3DNor(e1, e1x, e1y, e1z);

            V3DDot(c, e0x, e0y, e0z, e1x, e1y, e1z);
            if (c<-1.0)
            { c=-1.0;
            }
            if (c>1.0)
            { c=1.0;
            }
            ang = ACOS(c);

            dcurc = 2 * SIN(ang) / dist;                    //current curvature
            dcuri = d1ncuri[inopo];                         //initial curvature

            if (dcurc<EPSILON)
            { alfac=0.0;
            }
            else
            { rc = 1.0 / dcurc;
                      calfa0c= 1-(e0*e0) / (2*(rc*rc));
              alfa0c = ACOS(calfa0c);
              calfa1c= 1-(e1*e1) / (2*(rc*rc));
              alfa1c= ACOS(calfa1c);
              alfac=alfa0c+alfa1c;
            }

            alfa0i=d2nalfai[0][inopo];
            alfa1i=d2nalfai[1][inopo];
            alfai=alfa0i+alfa1i;
            leni0=d2nleni[0][inopo];
            leni1=d2nleni[1][inopo];
            leni=leni0+leni1;

            /*Axial force and moment in node*/
            Nfor = 0.0;
```

```
Nfor0 = 0.0;
Nfor1 = 0.0;
Mom = 0.0;
for (i = 0; i < n; i++)
{ yi = 0.5*dH + i*dH;
        if (dcurc<EPSILON)
 { lic0=e0;
          lic1=e1;
          lic=e0+e1;
 }
 else
        { ric = rc -0.5*H+yi;
          lic0=ric*alfa0c;
          lic1=ric*alfa1c;
  lic =ric*alfac;
 }

 if (dcuri<EPSILON)
 { lii0=leni0;
          lii1=leni1;
          lii=leni;
 }
 else
        { ri = 1.0 / dcuri;
          rii = ri -0.5*H + yi;
          lii0 = rii*alfa0i;
          lii1 = rii*alfa1i;
  lii = rii*alfai;
 }
        epsi0 = (lic0 - lii0) / lii0;
        epsi1 = (lic1 - lii1) / lii1;
 epsi = (lic - lii) / lii;


        if (epsi<0.0)
        { sigmai = -(-dyoung*epsi-dyoung*dyoung/(4*fs)*epsi*epsi);
        }
        else
        { sigmai = 0.0;
        }


        if (epsi0<0.0)
        { sigmai0 = -(-dyoung*epsi0-dyoung*dyoung/(4*fs)*epsi0*epsi0);
        }
        else
        { sigmai0 = 0.0;
        }


        if (epsi1<0.0)
        { sigmai1 = -(-dyoung*epsi1-dyoung*dyoung/(4*fs)*epsi1*epsi1);
        }
        else
        { sigmai1 = 0.0;
        }

        dNfor0 = sigmai0*B*dH;
        dNfor1 = sigmai1*B*dH;
 dNfor = sigmai*B*dH;
```

```
            Nfor0 = Nfor0 + dNfor0;
                    Nfor1 = Nfor1 + dNfor1;
                    Nfor = Nfor+dNfor;
            Mom = Mom + dNfor*(0.5*H - yi);



   if ((ncstep % 15000 == 0) && (inopo==11) && (i==16) ) //HS //brisi
            { DBLw(contrc,lic/ric*3.7*(lic/lii)*180/MYPI,13);  CHRw(contrc,CHRSPACE);
DBLw(contrc,d1nfcy[8]*0.92,13); CHRw(contrc,CHRSPACE)
            }

   if ((ncstep % 15000 == 0) && (inopo==13) && (i==16) ) //HS //brisi
            { DBLw(contrc,lic/ric*3.7*(lic/lii)*180/MYPI,13);  CHRw(contrc,CHRSPACE);
DBLw(contrc,d1nfcy[8]*0.92,13); CHRw(contrc,CHRSPACE)
            }

            if ((ncstep % 15000 == 0) && (inopo==15) && (i==16) ) //HS //brisi
            { DBLw(contrc,lic/ric*3.7*(lic/lii)*180/MYPI,13);  CHRw(contrc,CHRSPACE);
DBLw(contrc,d1nfcy[8]*0.92,13); CHRw(contrc,CHRRETURN);
            }



     }

            //   ARMATURA
            { if (((e0x*e1y)-(e0y*e1x))<0.0)
                      yi = ybar;
            else
        yi=H-ybar;

                    if (dcurc<EPSILON)
            { lic0=e0;
                      lic1=e1;
                      lic=e0+e1;
            }
            else
                    { ric = rc -0.5*H+yi;
                      lic0=ric*alfa0c;
                      lic1=ric*alfa1c;
              lic =ric*alfac;
            }

            if (dcuri<EPSILON)
            { lii0=leni0;
                      lii1=leni1;
                      lii=leni;
            }
            else
                    { ri = 1.0 / dcuri;
                      rii = ri -0.5*H + yi;
                      lii0 = rii*alfa0i;
                      lii1 = rii*alfa1i;
              lii = rii*alfai;
            }
                    epsi0 = (lic0 - lii0) / lii0;
                    epsi1 = (lic1 - lii1) / lii1;
            epsi = (lic - lii) / lii;
```

```
                sigmai0 = dyoungbar*epsi0;
                if (sigmai0>410000000)
                {   sigmai0=410000000;
                }
                sigmai1 = dyoungbar*epsi1;
                if (sigmai1>410000000)
                {   sigmai1=410000000;
                }
        sigmai = dyoungbar*epsi;
                if (sigmai>410000000)
                {   sigmai=410000000;
                }

                dNfor0 = sigmai0*abar;
                dNfor1 = sigmai1*abar;
        dNfor = sigmai*abar;
        Nfor0 = Nfor0 + dNfor0;
        Nfor1 = Nfor1 + dNfor1;
                Nfor = Nfor+dNfor;
        Mom = Mom + dNfor*(0.5*H - yi);
      }


      Mom=ABS(Mom);



    //if ((ncstep % 15000 == 0) && (inopo==13)) //HS //brisi
    //{ DBLw(contrc,Mom,13);  CHRw(contrc,CHRSPACE);     DBLw(contrc,d1nfcy[8]*2.06,13);
CHRw(contrc,CHRRETURN);  //HS //brisi
    //}

  /*Update nodal forces due to normal force and dumping*/
      ve0=d1nvcx[inopo]*e0x+d1nvcy[inopo]*e0y+d1nvcz[inopo]*e0z;
      ve1=d1nvcx[inopo]*e1x+d1nvcy[inopo]*e1y+d1nvcz[inopo]*e1z;

      ve0x=ve0*e0x;
      ve0y=ve0*e0y;
      ve0z=ve0*e0z;

      ve1x=ve1*e1x;
      ve1y=ve1*e1y;
      ve1z=ve1*e1z;

      vne0x=d1nvcx[inopo]-ve0x;
      vne0y=d1nvcy[inopo]-ve0y;
      vne0z=d1nvcz[inopo]-ve0z;

      vne1x=d1nvcx[inopo]-ve1x;
      vne1y=d1nvcy[inopo]-ve1y;
      vne1z=d1nvcz[inopo]-ve1z;


      d1nfcx[inopo] = d1nfcx[inopo] + 0.5*Nfor*e0x - 0.5*e0*(dumpax*ve0x+dumpnor*vne0x);
      d1nfcx[inopo] = d1nfcx[inopo] + 0.5*Nfor*e1x - 0.5*e1*(dumpax*ve1x+dumpnor*vne1x);
      d1nfcy[inopo] = d1nfcy[inopo] + 0.5*Nfor*e0y - 0.5*e0*(dumpax*ve0y+dumpnor*vne0y);
      d1nfcy[inopo] = d1nfcy[inopo] + 0.5*Nfor*e1y - 0.5*e1*(dumpax*ve1y+dumpnor*vne1y);
      d1nfcz[inopo] = d1nfcz[inopo] + 0.5*Nfor*e0z - 0.5*e0*(dumpax*ve0z+dumpnor*vne0z);
      d1nfcz[inopo] = d1nfcz[inopo] + 0.5*Nfor*e1z - 0.5*e1*(dumpax*ve1z+dumpnor*vne1z);
```

```
        if (i2nocon[0][n0]==-1 || i2nocon[1][n0]==-1)
        { d1nfcx[n0] = d1nfcx[n0] - Nfor*e0x - 0.5*e0*(dumpax*ve0x+dumpnor*vne0x);
          d1nfcy[n0] = d1nfcy[n0] - Nfor*e0y - 0.5*e0*(dumpax*ve0y+dumpnor*vne0y);
          d1nfcz[n0] = d1nfcz[n0] - Nfor*e0z - 0.5*e0*(dumpax*ve0z+dumpnor*vne0z);
                d1nfcx[inopo] = d1nfcx[inopo] + 0.5*Nfor*e0x;
                d1nfcy[inopo] = d1nfcy[inopo] + 0.5*Nfor*e0y;
                d1nfcz[inopo] = d1nfcz[inopo] + 0.5*Nfor*e0z;
        }
        else
        { d1nfcx[n0] = d1nfcx[n0] - 0.5*Nfor*e0x;
          d1nfcy[n0] = d1nfcy[n0] - 0.5*Nfor*e0y;
          d1nfcz[n0] = d1nfcz[n0] - 0.5*Nfor*e0z;
        }
        if (i2nocon[0][n1]==-1 || i2nocon[1][n1]==-1)
        { d1nfcx[n1] = d1nfcx[n1] - Nfor*e1x - 0.5*e1*(dumpax*ve1x+dumpnor*vne1x);
          d1nfcy[n1] = d1nfcy[n1] - Nfor*e1y - 0.5*e1*(dumpax*ve1y+dumpnor*vne1y);
          d1nfcz[n1] = d1nfcz[n1] - Nfor*e1z - 0.5*e1*(dumpax*ve1z+dumpnor*vne1z);
                d1nfcx[inopo] = d1nfcx[inopo] + 0.5*Nfor*e1x;
                d1nfcy[inopo] = d1nfcy[inopo] + 0.5*Nfor*e1y;
                d1nfcz[inopo] = d1nfcz[inopo] + 0.5*Nfor*e1z;
        }
        else
        { d1nfcx[n1] = d1nfcx[n1] - 0.5*Nfor*e1x;
          d1nfcy[n1] = d1nfcy[n1] - 0.5*Nfor*e1y;
          d1nfcz[n1] = d1nfcz[n1] - 0.5*Nfor*e1z;
        }

        /*Direction of forces due tu moment in node*/
V3DCro(nx,ny,nz,e0x,e0y,e0z,e1x,e1y,e1z);
        V3DNor(x,nx,ny,nz);

        V3DCro(n0x,n0y,n0z,nx,ny,nz,e0x,e0y,e0z);
        V3DNor(s,n0x,n0y,n0z);

        V3DCro(n1x,n1y,n1z,nx,ny,nz,e1x,e1y,e1z);
        V3DNor(s,n1x,n1y,n1z);

        V3DAdd(rxc,ryc,rzc,e0x,e0y,e0z,e1x,e1y,e1z);
V3DNor(drc,rxc,ryc,rzc);

        e0xi=d1ncix[n0]-d1ncix[inopo];
e0yi=d1nciy[n0]-d1nciy[inopo];
        e0zi=d1nciz[n0]-d1nciz[inopo];

        e1xi=d1ncix[n1]-d1ncix[inopo];
e1yi=d1nciy[n1]-d1nciy[inopo];
        e1zi=d1nciz[n1]-d1nciz[inopo];

        V3DNor(s,e0xi,e0yi,e0zi);
        V3DNor(s,e1xi,e1yi,e1zi);
        V3DAdd(rxi,ryi,rzi,e0xi,e0yi,e0zi,e1xi,e1yi,e1zi);
V3DLen(dri,rxi,ryi,rzi);

        V3DAss(rx,ry,rz,rxc,ryc,rzc);
        V3DSca(rx,ry,rz,(drc-dri));

        V3DDot(s,rx,ry,rz,n0x,n0y,n0z);
        if(s>R0)
        { n0x=-n0x; n0y=-n0y; n0z=-n0z;
        }
```

```
            else
            { n1x=-n1x; n1y=-n1y; n1z=-n1z;
            }


            /*Update nodal forces due to moment*/
            f0 =Mom/e0;
            f1 =Mom/e1;
            d1nfcx[n0]=d1nfcx[n0]+f0*n0x;
            d1nfcy[n0]=d1nfcy[n0]+f0*n0y;
            d1nfcz[n0]=d1nfcz[n0]+f0*n0z;
            d1nfcx[n1]=d1nfcx[n1]+f1*n1x;
            d1nfcy[n1]=d1nfcy[n1]+f1*n1y;
            d1nfcz[n1]=d1nfcz[n1]+f1*n1z;
            d1nfcx[inopo]=d1nfcx[inopo]-f0*n0x-f1*n1x;
            d1nfcy[inopo]=d1nfcy[inopo]-f0*n0y-f1*n1y;
            d1nfcz[inopo]=d1nfcz[inopo]-f0*n0z-f1*n1z;

    }
  }
}


/*********************PUBLIC*************************************/
void Yfd(   ydc,  yde,  ydn, ydpe, ydpn    /***  nodal forces  ***/
        )
  YDC ydc; YDE yde; YDN ydn; YDPE ydpe; YDPN ydpn;
{ INT iprop,inopo;

  /* zero nodal forces and mases */
  for(inopo=0;inopo<ydn->nnopo;inopo++)
  { if(ydn->nnodim>0)
    { ydn->d2nft[0][inopo]=R0;
    }
    if(ydn->nnodim>1)
    { ydn->d2nft[1][inopo]=R0;
    }
    if(ydn->nnodim>2)
    { ydn->d2nft[2][inopo]=R0;
    }
  }

  for(iprop=0;iprop<ydpe->nprop;iprop++)
  { Yfd3BEAM_NONL(   /* bending in nonlinear beam  */
                    yde->nelem, iprop, ydc->dcstec,
                    ydpe->d1peks[iprop], ydpe->d1pela[iprop], ydpe->d1pemu[iprop], ydpe->d1pero[iprop],
                    ydn->d2ncc[0], ydn->d2ncc[1], ydn->d2ncc[2],
                    ydn->d2nci[0], ydn->d2nci[1], ydn->d2nci[2],
                    ydn->d2nft[0], ydn->d2nft[1], ydn->d2nft[2],
                    ydn->d1nmct,
                    ydn->d2nvc[0], ydn->d2nvc[1], ydn->d2nvc[2],
                    yde->i1elpr, yde->i2elto, ydpe->d1pea[iprop],
                    ydn->i2nocon, ydn->d1ncuri, ydn->d2nalfai, ydn->d2nleni,
                    ydn->nnopo, ydc->ncstep
            );
  }
}
```

5. IZVORI

5.1 Slike

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Chaotianmen_Yangtze_River_Bridge.JPG

https://www.commerciallistings.cbre.co.uk/en-GB/listings/property/details/GB-Plus-434311/the-gherkin-30-st-mary-axe-ec3a-8et?view=isLetting

http://www.buterin.hr/gredelj.html

http://www.mali-g.com/konstrukcije/

http://eur-lex.europa.eu/legal-content/HR/TXT/?uri=CELEX%3A42016X0218%2801%29

5.2 Literatura

1. Ngo D. And Scordelis A.C., FINITE ELEMENT ANALYSIS OF REINFROCED CONCRETE BEAMS, Journal of American Concrete Institute, Vol. 64, No.3, pp 152-63, 1967.
2. Devivo L. and Rosati L., ULTIMATE STRENGHT ANALYSIS OF RENINFORCED COCRETE SECTIONS SUBJECT TI AXIAL FORCE AND BIAXIAL BENDING, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.166, No.3-4, pp 261-287, 1998.
3. Fafitis A., INTERACTION SURFACES OF REINFORCED CONCRETE SECTIONS IN BIAXIAL BENDIDNG BY GREEN'S THEOREM, Computing in Civil and Builiding Engineering, Vol.1, pp. 90-97, 2000.
4. I. Uzelac, Metoda konačno-diskretnih elemenata ua statičku i dinamičku analizu tankih lukova i ljusaka, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije Sveučilišta u Splitu, Split,2015.
5. Munjiza A., T.Bangash, N.W.M John The combined finite-discrete element method for structural failure and collapse, Queen Mary and Westfield college, Universitiy of London, UK, 2002.
6. Munjiza A., THE COMBINED FINITE DISCRETE ELEMENT METHOD, Queen Mary, Universitiy of London, UK, Vol.1, 2004.
7. Alca N., Scott DBA, MacGregor JG. Effect of size on flexural behaviour of high strenght concrete beams. ACI Struct J. 1997;59-67.
8. Munjiza A, Andrewa KRF, White JR: Discretized contact solutionfor combined finite-discrete method. In: 5th ACME Conference, London UK, 1997.p. 96-100.
9. V. Šimić, Otpornost materijala II, I. Izdanje, Školska knjiga, Zagreb, 1995.