

# Seizmička analiza i procjena stabilnosti konstrukcije Protiron u Splitu

---

Deur, Luciana

Master's thesis / Diplomski rad

2024

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:*

**University of Split, Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy / Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:123:561647>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-19**



*Repository / Repozitorij:*

[FCEAG Repository - Repository of the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy, University of Split](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

# **DIPLOMSKI RAD**

**Luciana Deur**

**Split, 2024.**

**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

**Luciana Deur**

**Seizmička analiza i procjena stabilnosti konstrukcije  
Protiron u Splitu**

**Diplomski rad**

**Split, 2024.**

**SVEUČILIŠTE U SPLITU  
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

Split, Matice hrvatske 15

STUDIJ: **SVEUČILIŠNI DIPLOMSKI STUDIJI GRAĐEVINARSTVA**

KANDIDAT: **Luciana Deur**

MATIČNI BROJ (JMBAG): **0083224982**

KATEDRA: **Katedra za teoriju konstrukcija**

PREDMET: **Dinamika konstrukcija i potresno inženjerstvo**

**ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD**

**Tema:**

Seizmička analiza i procjena stabilnosti konstrukcije Protiron u Splitu

**Opis zadatka:**

Za konstrukciju Protiron na Peristilu u Splitu, potrebno je izraditi model i provesti seizmičku analizu u računalnom programu „Y“, koji je baziran na kombiniranoj metodi konačno diskretnih elemenata. Za seizmičko opterećenje koristiti zapise tri potresa: Petrovac, Campano Lucano i South Iceland. Provesti inkrementalnu dinamičku analizu te detaljno analizirati dobivene rezultate i donijeti zaključke o ponašanju i otpornosti konstrukcije izložene seizmičkom opterećenju.

U Splitu, ožujak 2024.

Mentor:

izv. prof. dr. sc. Nikolina Živaljić

Komentor:

izv. prof. dr. sc. Hrvoje Smoljanović

Predsjednik Povjerenstva za završne  
i diplomske ispite studija Građevinarstvo:

izv. prof. dr. sc. Ivan Balić



SVEUČILIŠTE U SPLITU  
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA,  
ARHITEKTURE I GEODEZIJE

UNIVERSITY OF SPLIT  
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING,  
ARCHITECTURE AND GEODESY

## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

kojom ja, Luciana Deur, JMBAG: 0083224982, studentica Fakulteta građevinarstva, arhitekture i geodezije Sveučilišta u Splitu, kao autorica ovog diplomskog rada izjavljujem da sam ga izradila samostalno pod mentorstvom izv. prof. dr. sc. Nikolina Živaljić / komentorstvom izv.prof. dr. sc. Hrvoje Smoljanović.

U radu sam primijenila metodologiju znanstvenoistraživačkog rada i koristila literaturu koja je navedena na kraju rada. Tuđe spoznaje, zaključke, teorije, formulacije i grafičke prikaze koje sam izravno ili parafrazirajući navela u radu citirala sam i povezala s korištenim bibliografskim jedinicama.

---

(vlastoručni potpis studentice)

# **Seizmička analiza i procjena stabilnosti konstrukcije Protiron u Splitu**

## ***Sažetak:***

Rad prikazuje seizmičku analizu konstrukcije Protiron koja se nalazi u Splitu. Analiza je izvršena pomoću kombinirane metode konačno–diskretnih elemenata, koristeći računalni program Y-2D. Konstrukcija je opterećena potresnim djelovanjem pri čemu su korišteni zapisi izmjerenih oscilacija tla za tri potresa: Petrovac (Crna Gora, 1979.), Campano Lucano (Italija, 1980.) i South Iceland (Island, 2000.). Rezultat proračuna opterećene konstrukcije je dat u obliku dijagrama pomaka konstrukcije u vremenu za pojedino opterećenje te vizualni prikaz oštećenja za svaki vremenski korak. Dobiveni rezultati su omogućili procjenu ponašanja konstrukcije pri pojedinom opterećenju, usporedbu ponašanja za različite vrste potresa te mehanizam loma.

## ***Ključne riječi:***

Kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata, Protiron, diskretni element, konačni element, opterećenje potresom, pukotina

# **Seismic analysis and stability assessment of construction Protiron**

## ***Abstract:***

This paper shows seismic analysis of construction Protiron located in Split, Croatia. The Analysis is executed with combined finite-discrete element method computer program “Y“. Structure s loaded with dynamic load of three earthquakes: Petrovac (Crna Gora, 1979.), Campano Lucano (Italy, 1980.) and South Iceland (Island, 2000.). Results of calculation are time/displacement diagrams for every load individually and simulation of the collapse sequence with the time intervals for each sequence. These results provide insight into behavior of the structure impacted with dynamic load, behavior comparison for each load, fracture process and time necessary for the collapse of the structure.

## ***Keywords:***

The combined finite-discrete element method, Protiron, discrete element, finite element, earthquake load, crack

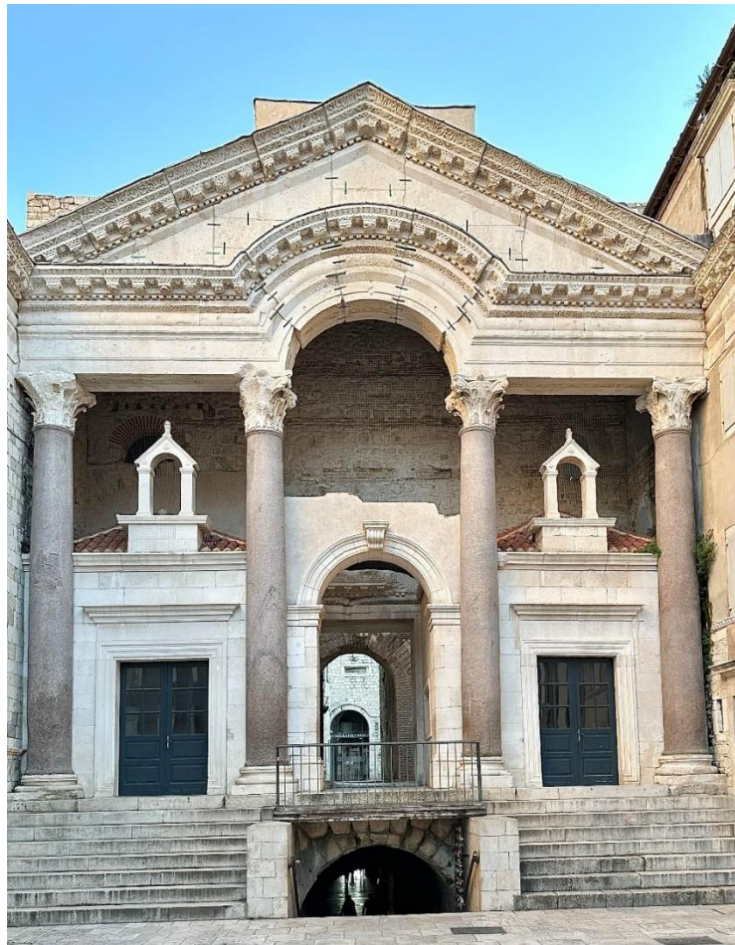
## Sadržaj

1. UVOD.....	1
1.1. Protiron na Peristilu u Splitu .....	1
1.2. Zidane konstrukcije kroz povijest .....	3
2. OSVRT NA METODE MODELIRANJA ZIDANIH KONSTRUKCIJA PRI SEIZMIČKOM OPTEREĆENJU .....	4
2.1. Mikro i makro modeliranje .....	5
2.2. Numeričke metode .....	6
2.2.1. Metoda konačnih elemenata .....	6
2.2.2. Metoda diskretnih elemenata.....	6
3. METODA KONAČNO–DISKRETNIH ELEMENATA .....	7
3.1. Interakcija i detekcija kontakta diskretnih elemenata .....	8
3.2. Implementacija diskretizirane kontaktne sile u 2D .....	9
3.3. Prijelaz iz kontinuma u diskontinuum.....	12
3.4. Primjena kombinirane metode konačno–diskretnih elemenata na razmatranoj konstrukciji – Protiron.....	13
3.5. Geometrijske karakteristike i diskretizacija modela mrežom konačnih elemenata .....	14
3.6. Opterećenje sustava konstrukcije .....	15
4. REZULTATI NUMERIČKIH ANALIZA.....	16
4.1. Rezultati analiza za potres Petrovac.....	16
4.2. Rezultati analiza za potres South Iceland.....	19
4.3. Rezultati analiza za potres Campano Lucano .....	24
5. ANALIZA NUMERIČKIH REZULTATA.....	30
5.1. Usporedba numeričkih rezultata seizmičke analize na konstrukciji Protiron bez ispuna i s ispunama za potres Petrovac.....	32
6. ZAKLJUČAK.....	35
7. LITERATURA .....	36

## 1. UVOD

### 1.1. Protiron na Peristilu u Splitu

Protiron, odnosno pročelje samog Peristila nalazi se s južne strane građevine te je kroz svoju prošlost značajno pridonio važnosti samog Peristila, upravo iz razloga jer se car Dioklecijan s toga mjesta obraćao stanovnicima koji su boravili na drugoj strani palače. Pročelje je predstavljalo prostor u Dioklecijanovoj palači koji je funkcionirao kao veza između sjevernog dijela, namijenjenog slugama, vojsci i slično, te južnog dijela gdje je boravio i sam car, istovremeno spajajući i odvajajući južni od sjevernog dijela palače. Protiron, promatran kroz dijelove građevine možemo podijeliti na široki zabat koji se odlikuje nizom jednostavnih profila sa arhivoltom u samoj sredini, a sam zabat nose četiri masivna stupa izrađena od crvenog granita. Na stupovima se nalaze i kapiteli koji pripadaju dorskom stilu antičke arhitekture a imaju ulogu u nosivosti zabata s lučnim nadvojem u sredini.



*Slika 1. Pročelje Protiron na Peristilu (Split)*





*Slika 2. Lučni nadvoj u sredini*



*Slika 3. Stupovi od crvenog granita*

## 1.2. Zidane konstrukcije kroz povijest

Zidanje je prastari, ali još uvijek aktualni način građenja slaganjem, po izvjesnim pravilima pojedinačnih komad, od prirodnog ili umjetnog kamena (opeke, blokova i slično), međusobno povezanih odgovarajućim veznim sredstvom (mortom) u jednu cjelinu. U pravilu je takva konstrukcija vrlo trajna. [1]

Kroz povijest, arheolozi su prepoznali tri glavne faze u kulturnoj evoluciji čovjeka, poznate kao kameno, brončano i željezno doba. Čovjek je također sukcesivno prolazio kroz faze u načinu stjecanja samih sredstava za život. Prava civilizacija dosegla je svoj vrhunac tek kada su društveni i ekonomski razvoj dovoljno uznapredovali da je omogućena gradnja velikih i malih gradova, u kojima se dio stanovništva mogao baviti trgovinom, industrijom i ostalim poslovima. Prije desetak tisuća godina, s najranijom civilizacijom započinje povijest arhitekture, a ujedno nastaje i zidarstvo kao tehnika gradnje.



a)



b)



c)

Slika 4. Povijesne zidane građevine: a) Džoserova piramida (Egipat), b) Machu Picchu – izgubljeni grad Inka, c) Göltzchtalbrücke (najveći most od opeke)

Osim kamena, kao zidarski materijal počela se koristiti i opeka od blata. Pojavi opeke sušene na suncu svjedočila su naseljena područja antičkoga doba. Razvoj opeke potaknut je potražnjom za građevinskim materijalom, kombiniran s obiljem gline, potrebnom toplom i suhom klimom za očvršćivanje opeke, te nedostatkom drva i građevinskog kamena koji nije zahtijevao rezanje. Razlozi korištenja opeke kao građevinskog materijala bili su dobro poznati. Opeka je proizvod koji se mogao lako proizvesti, bio je lakši od kamena i lako ga je oblikovati a tvorio je zide koje je bilo otporno na vatru i odlikovano trajnošću. Upravo iz navedenih razloga na području Egipta od preddinastičkih vremena (5000 pr. Kr.) do rimske okupacije glavni materijal za gradnju kuća bila je opeka sušena na suncu.

Zidarstvo je doživjelo velik preokret zbog proširenja industrijske djelatnosti na način da su postupci ručnih radova zamijenjeni strojevima. Hoffmanova peć krenula je s radom 1858. godine a omogućila je istovremenu i kontinuiranu proizvodnju različitih faza pečenja. Od tada, kontinuirana istraživanja i razvoj dovode do stvaranja učinkovite industrije proizvodnje opeke. Danas se u građevinskoj industriji upotrebljavaju elementi različitih materijala i oblika.

Veći dio zidanih konstrukcija nalazi se u seizmički aktivnim područjima gdje potresi često budu ishod velikih i razmjernih šteta samih konstrukcija. Kako bi se smanjio broj oštećenja konstrukcija potrebno je detaljno proučiti i razumjeti ponašanje zidanih konstrukcija pri seizmičkom djelovanju.

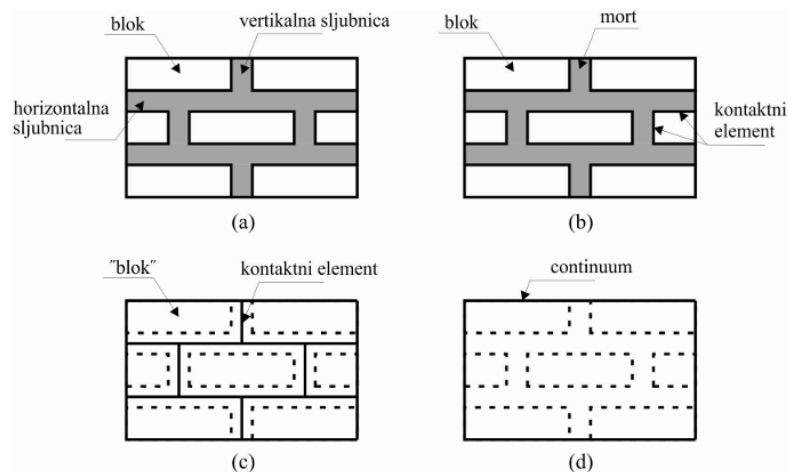
## **2. OSVRT NA METODE MODELIRANJA ZIDANIH KONSTRUKCIJA PRI SEIZMIČKOM OPTEREĆENJU**

Metode seizmičke analize zidanih konstrukcija dijelimo na linearne, kao što je pojednostavljena ekvivalentna statička analiza, te nelinearne, koje uključuju statičku metodu postupnog guranja i metodu analize odgovora u vremenu. Jedna od često korištenih numeričkih metoda u današnjoj analizi je dinamička analitička metoda, a ona ima za cilj predvidjeti odgovor konstrukcije na dinamičku pobudu ili odrediti koja je minimalna vrijednost horizontalnog ubrzanja podloge koja dovodi do sloma konstrukcije.

## 2.1. Mikro i makro modeliranje

Za dinamičke i statičke analize zidanih konstrukcija najčešće se koriste dva numerička modela a to su mikro i makro model. Zidni element pokazuje različita svojstva zbog mortnih spojeva koji djeluju kao ravnine slabosti [5]. U ovisnosti o jednostavnosti i razini točnosti koju želimo postići, razlikujemo sljedeće strategije modeliranja:

- Detaljno mikro-modeliranje – blok i mort su modelirani i diskretizirani pomoću konačnih elemenata, dok je njihova veza prikazana uz pomoć kontaktnih elemenata.
- Pojednostavljeno mikro-modeliranje – koristeći konačne elemente, modelira se prošireni blok, dok je interakcija između bloka i morta opisana korištenjem kontaktnih elemenata. U ovom modelu, ključna pažnja treba biti usmjerena na definiranje odgovarajućih fizikalno-mehaničkih parametara zamjenjujućeg idealiziranog gradiva zida. To gradivo obuhvaća svojstva zidnih blokova, morta u horizontalnim i vertikalnim spojevima, te karakteristike veze između morta i zidnih elemenata.
- Makro – modeliranje – svojstva bloka i morta su jednoliko raspoređena po konstruktivnom elementu kojeg smatramo homogenim anizotropnim kontinuumom. Makro modeliranje je široko primijenjeno za analizu seizmičkog ponašanja složenih konstrukcija poput povijesnih građevina ili mostova. Međutim, nedostatak ovakvog pristupa leži u nemogućnosti simuliranja diskontinuiteta koji se pojavljuje između blokova ili dijela zidanih konstrukcija.



Slika 5. Prikaz metodologije modeliranja zidanih konstrukcija: a) elementi zidane konstrukcije, b) detaljno mikro – modeliranje, c) pojednostavljeno mikro – modeliranje, d) makro – modeliranje [5]

## 2.2. Numeričke metode

### 2.2.1. Metoda konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata pripada skupini najnaprednijih i najčešće korištenih metoda za modeliranje mehanike kontinuuma, a svoju primjenu pronalazi i u samoj analizi zidanih konstrukcija. U metodi konačnih elemenata, kontinuum se dijeli zamišljenim linijama ili plohamo na manje, proporcionalno pravilne dijelove koji se ne preklapaju a nazivamo ih konačnim elementima. Po rubovima, elementi su povezani konačnim brojem točaka koje se nazivaju čvorne točke ili čvorovi. Postupak podjele kontinuuma naziva se diskretizacija na konačne elemente. U usporedbi sa stvarnim ponašanjem konstrukcije, postoje dvije vrste pogrešaka: pogreška modela i pogreška diskretizacije. Pogrešku modela možemo umanjiti korištenjem preciznijeg modela konstrukcije koji će bolje opisati stvarno ponašanje konstrukcije, dok pogrešku diskretizacije možemo smanjiti primjenom kvalitetnije, finije mreže konačnih elemenata ili povećavanjem stupnjeva slobode konačnih elemenata za opis polja pomaka.

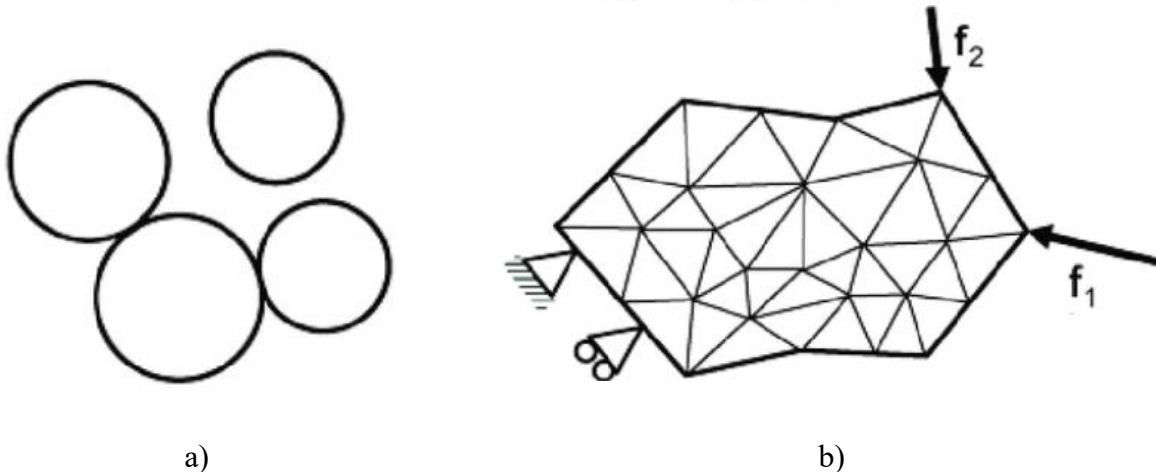
### 2.2.2. Metoda diskretnih elemenata

Metoda diskretnih elemenata je grupa metoda koje su Cundall i Hart [2] definirali kao računalni pristup koji omogućava konačne pomake i rotacije diskretnih elemenata tijela uključujući njihovo potpuno djelovanje [3]. Cundall je začetnik ove grupe metoda, poznate kao Discrete Element Method (DEM).

Metoda diskretnih elemenata omogućila je analizu zidanih konstrukcija zahvaljujući svojoj ključnoj karakteristici – modeliranju konstrukcija kao skupa odvojenih blokova koji su uzajamno povezani kontaktnim elementima. Upravo iz tog razloga metoda diskretnih elemenata može se primijeniti za modeliranje zidane konstrukcije na različitim mikroskopskim razinama. Na pojednostavljenoj mikrorazini, blokovi su predstavljeni pomoću diskretnih elemenata koji su međusobno povezani kontaktnim elementima.

Prisutnost mort simulira se putem kontaktnih elemenata. Na pravoj mikrorazini, kako bi se preciznije modelirala struktura, i mort i blokovi se diskretiziraju u niz manjih elemenata. Kontaktnim elementima unutar bloka dodjeljuju se svojstva koja odgovaraju bloku, isto vrijedi i za kontaktne elemente u mortu, dok su kontaktnim elementima bloka i morta dodijeljena svojstva koja odgovaraju njihovoj interakciji.

Metoda diskretnih elemenata ima ograničenje u tome što nije u mogućnosti detaljno opisati stanje naprezanja i deformacija u samom sklopu pojedinog diskretnog elementa, što je ključno za analizu pojave i progresiju pukotina.



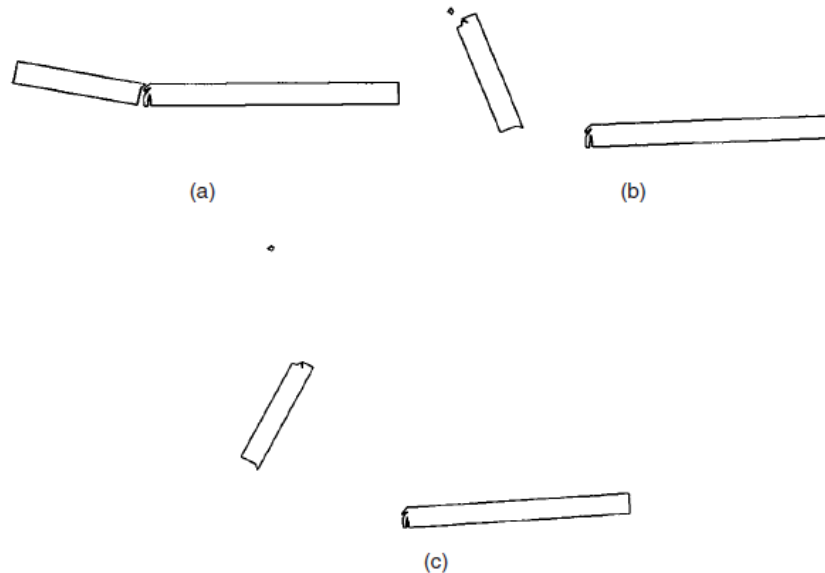
Slika 6. Modeliranje materijala preko: a) Metode diskretnih elemenata b) Metode konačnih elemenata [4]

### 3. METODA KONAČNO–DISKRETNIH ELEMENATA

Metoda konačno-diskretnih elemenata (FEM/DEM) je numerička metoda koja kombinira karakteristike metode konačnih elemenata (FEM) i metode diskretnih elemenata (DEM). Glavna ideja iza FEM/DEM-a je simulirati interakciju između diskretnih elemenata (kao što su čestice, tijela ili materijali) koristeći pristup diskretnih elemenata, pri čemu se svaki od tih diskretnih elemenata modelira pomoću mreže konačnih elemenata. Kombinirana metoda konačno–diskretnih elemenata usmjerena je na probleme koji uključuju prijelaznu dinamiku sustava koji se sastoje od velikog broja deformabilnih tijela koja međusobno djeluju i koja se općenito mogu slomiti i fragmentirati, čime se ukupan broj diskretnih dodatno povećava [6].

Na slici 7 prikazana je tipična kombinirana simulacija konačno-diskretnih elemenata. Desni oslonac jednostavno poduprte grede naglo je oslobođen, što uzrokuje njen okret oko lijevog nosača i lom pod utjecajem inercijskih sila, što je detaljno prikazano na slici. Inercijske sile igraju ključnu ulogu u procesu loma grede, koja se lomi na mjestu najvećeg momenta savijanja pod

kombinacijom vlastite težine i inercije. Nakon toga, lijevi dio grede se odvaja od desnog nosača, rezultirajući slobodnim padom oba dijela grede, što se jasno vidi na slici [6].

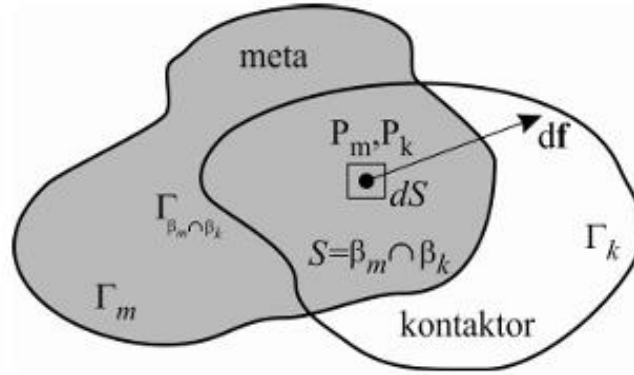


Slika 7. a) lom, b) naknadno oštećenje, c) slomljena greda [6]

### 3.1. Interakcija i detekcija kontakta diskretnih elemenata

Kako se metoda konačno diskretnih elemenata temelji na simulaciji konstrukcije s velikim brojem elemenata, pri čemu je svaki element modeliran kao diskretni element. Svaki diskretni element međusobno djeluje s bliskim elementima, koristeći vlastitu mrežu konačnih elemenata za omogućavanje deformabilnosti. Kontaktni silama dolazi do izražaja kada dva diskretna elementa dođu u dodir, pri čemu razlikujemo dva aspekta za kontakt u navedenoj metodi a to su: detekcija i interakcija kontakta.

Detekcija kontakta ima za cilj identificirati parove diskretnih elemenata koji se nalaze u neposrednoj blizini, istovremeno isključujući one parove koji su predaleko da bi mogli biti u kontaktu. Drugim riječima, detekcija kontakta ima svrhu izbjeći obradu kontaktne interakcije u slučajevima kada kontakt zapravo ne postoji. Na taj način, detekcija kontakta ima za cilj optimizirati zahtjeve obrade, odnosno smanjiti vrijeme potrebno za procesiranje.



Slika 8. Kontaktna diferencijalna sila u okolini točaka  $P_m$  i  $P_k$  [6]

Kada se kontaktor i meta dotaknu, njihova kontaktna površina  $S$  koja ujedno predstavlja površinu preko koje se preklapaju omeđena je vanjskim rubom  $\Gamma_{\beta_m \cap \beta_k}$ , sukladno napisanom ukupnu kontaktnu diferencijalnu silu možemo napisati u sljedećem obliku

$$df_k = [\text{grad}\varphi_k(P_m) - \text{grad}\varphi_m(P_k)]dS \quad (1)$$

Točke  $P_m$  i  $P_k$  označavaju mjesta gdje se meta i kontaktor preklapaju, dok  $\varphi$  predstavlja odgovarajuću potencijalnu funkciju. Integracijom preko cijele površine preklapanja  $S$  dobije se ukupna kontaktna sila.

$$f_k = \int_{S=\beta_m \cap \beta_k}^o [\text{grad}\varphi_k - \text{grad}\varphi_m]dS \quad (2)$$

Iz prethodnog izlaganja se vidi da je polje kontaktnih sila, u smislu prodora kontaktora u metu i mete u kontaktor, konzervativno polje budući su sile dobivene kao gradijent potencijalne funkcije [7].

### 3.2. Implementacija diskretizirane kontaktne sile u 2D

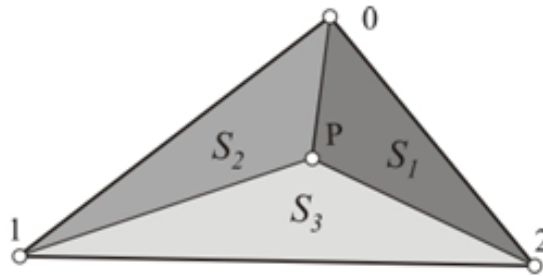
Svako tijelo se modelira s jednim diskretnim elementom, koji je dalje podijeljen na jedan ili više konačnih elemenata. U skladu s tim, procjena kontaktnih sila u svakom vremenskom koraku može obuhvatiti veliki broj kontaktnih parova između diskretnih elemenata [6]. Da bi se ubrzao proračun kontaktnih sila i sila nastalih kao posljedica deformacija, treba odabrati najjednostavniji ravninski konačni element, trokutni tročvorni konačni element [3]. Bridovi trokutastog konačnog elementa su ravni, a njegova geometrija je jednoznačno određena koordinatama njegovih čvorova.



Vrijednost potencijala  $\varphi$  je konstantna duž rubova diskretnih elemenata. Ovaj uvjet se može ispuniti ako pretpostavimo da je vrijednost potencijala  $\varphi$  također konstantna duž rubova konačnih elemenata. Shodno tome, pretpostavljena vrijednost potencijala  $\varphi$  u bilo kojoj točki P unutar trokutnog konačnog elementa je:

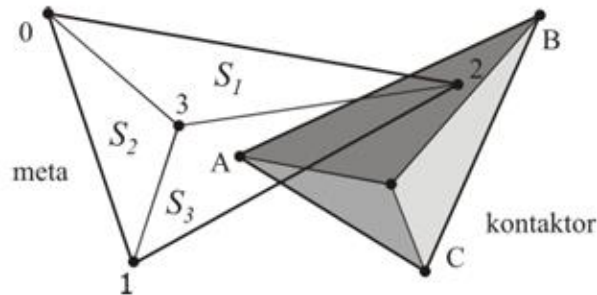
$$\varphi(P) = \min\{3S_1/S, 3S_2/S, 3S_3/S\} \quad (3)$$

gdje  $S_i (i = 1,2,3)$  predstavlja površinu podtrokutnog elementa kako je i prikazano na slici 9. [3]



Slika 9. Potencijal  $\varphi$  u točki P konačnog elementa [6]

U skladu s izrazom (2), određivanje kontaktnih sila između dva trokutna konačna elementa može se svesti na interakciju kontaktora s rubovima mete i mete s rubovima kontaktora [7].

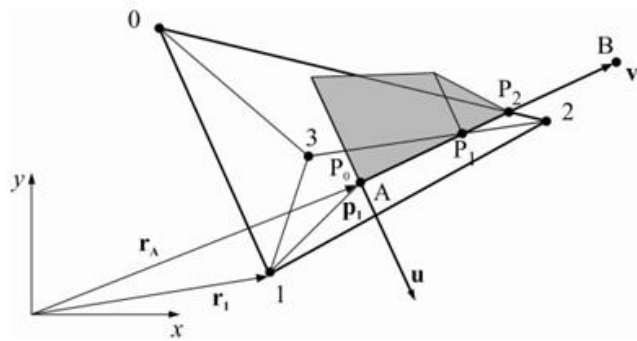


Slika 10. Kontakt trokuta kontaktora i mete i kontakt ruba kontaktora s metom [6]

Na slici 10 prikazani su trokutni elementi u kontaktu, s naglašenim bridom AB na kojem se računa kontaktna sila. Kako bi pojednostavili proračun, na brid AB uvodimo lokalni koordinatni sustav  $uv$  i transformiramo koordinate vrhova mete u taj sustav. Stoga vrijedi:

$$p_i = ((r_i - r_A) \cdot u, (r_i - r_A) \cdot v) \quad (4)$$

Za određivanje ukupne kontaktna sile na kontaktoru na bridu AB (slika 11), prvo je potrebno identificirati karakteristične točke ( $P_0$ ,  $P_1$  i  $P_2$ ). U tim točkama određuje se vrijednost potencijala interpolacijom između središnjeg čvora 3, gdje je potencijal jednak 1, i rubnih čvorova 0, 1, 2, gdje je potencijal jednak 0.



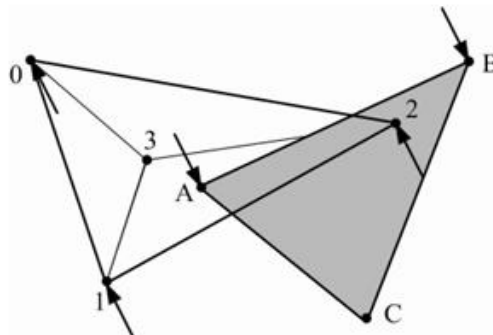
Slika 11. distribucija kontaktne sile između trokuta mete i ruba trokuta kontaktora [6]

Iznos ukupne kontaktne sile na rubu AB predstavlja površina dijagrama potencijala  $\varphi$  sa slike 11., sve navedeno predočeno izrazom glasi:

$$f_{k,AB} = \frac{1}{u^2} \cdot u \int_0^L p_0 \varphi(v) dv \quad (5)$$

gdje je  $p_0$  penalty koeficijent, dok se  $u^2$  uključuje u izraz ako vektori  $u$  i  $v$  nisu jedinični [7].

Ukupna kontaktna sila prikazana je kao ekvivalentne čvorne sile u točkama A i B, zajedno s odgovarajućim čvornim silama u čvorovima mete, kako je i ilustrirano na slici 12.



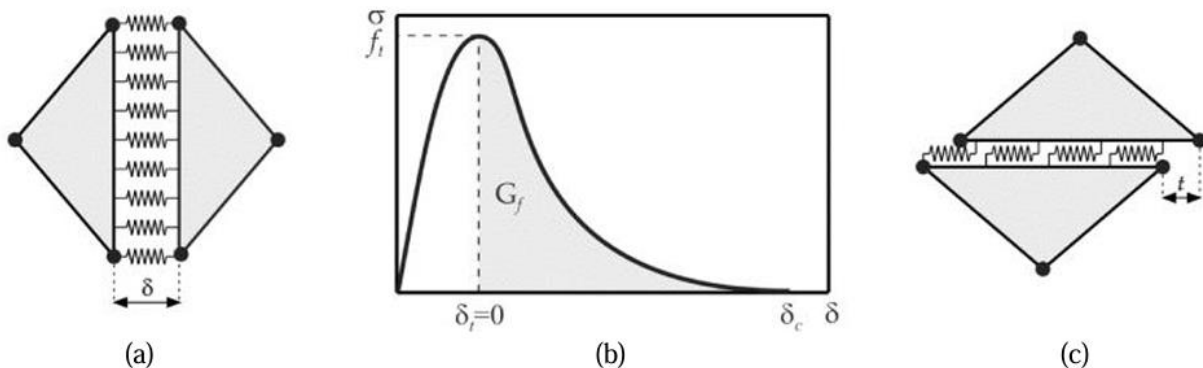
Slika 12. Ekvivalentne čvorne sile [6]

Nakon što se postupak završi za sve bridove kontaktora, isti proces se primjenjuje na bridovima mete [7].

### 3.3. Prijelaz iz kontinuuma u diskontinuum

Sam prijelaz iz kontinuuma u diskontinuum u kombiniranoj metodi konačno-diskretnih elemenata događa se zbog pojave procesa loma i fragmacije. Ova metoda simulira lom masivnih sustava koji može početi s malim brojem elemenata, a na kraju završiti s većim brojem diskretnih elemenata. Pukotine nastaju uslijed oštećenja, loma ili popuštanja mikrostrukture materijala. Kako bi se ovaj složeni model, koji zavisi od svojstava materijala, adekvatno objasnio, važno je da se u obzir uzmu promjene u polju opterećenja i naprezanja uzrokovane mikrostrukturnim oštećenjima i koncentracijama opterećenja.

U kombiniranoj metodi konačno-diskretnih elemenata formuliran je model pukotine koji simulira njezino nastajanje i širenje u materijalu pod vlakom i posmikom. Ovo je omogućeno korištenjem modela opruga na rubu konačnog elementa, što se ilustrira na slikama 13 a) i 13 c).



Slika 13. a) model normalne opruge, b) model materijala, c) model posmične opruge [8]

Integracija jednadžbe gibanja za svaki čvor u vremenu izvedena je eksplicitnom metodom uz primjenu metode konačnih razlika. Ova metoda je uvjetno stabilna, a njezina stabilnost i točnost ovise o odabiru vremenskog koraka unutar primijenjene sheme konačnih razlika.

$$v_{i,t+\Delta t/2} = v_{i,t-\Delta t/2} + \Delta t f_{i,t}/m_i \quad (6)$$

$$x_{i,t+\Delta t} = x_{i,t} + \Delta t v_{i,t+\Delta t/2} \quad (7)$$

Gdje  $x_i$ ,  $v_i$ ,  $f_i$ ,  $m_i$  predstavljaju redom vektor položaja, vektor brzine, vektor ukupne sile i masu pojedinog čvora, a  $\Delta t$  vremenski korak.

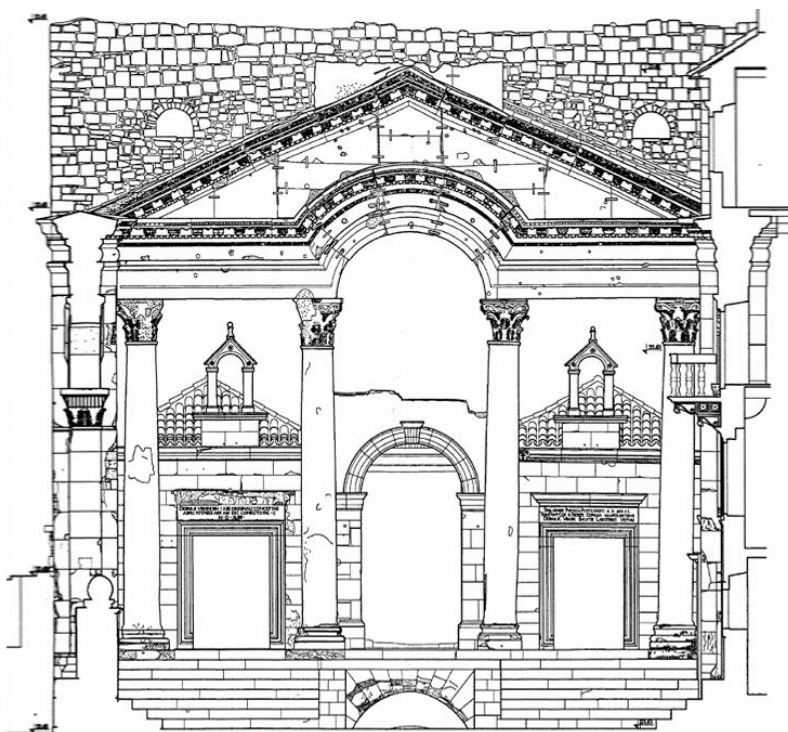
### 3.4. Primjena kombinirane metode konačno – diskretnih elemenata na razmatranoj konstrukciji – Protiron

Provedena je seizmička analiza Protirona, odnosno pročelja Peristila koje je detaljno opisano u samom uvodu rada. Protiron je izgrađen od kamenih blokova, dok stupove krasi crveni granit. Karakteristike spomenutih materijala prikazane su u tablici 1.

Modul elastičnosti	Gustoća	Statički koeficijent trenja	Dinamički koeficijent trenja	Koeficijent prigušenja
$E$ (MPa)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\mu_{st}$	$\mu_{din}$	$\bar{\mu}$
48400	2700	0.6	0.64	$4.5 \cdot 10^6$

Tablica 1. Mehaničke karakteristike materijala

Kao podlogu za daljnji tijek provedbe analize je korišten arhitektonski snimak Peristila prikazan na slici 14. Kapiteli i ostali ukrasni elementi nisu uključeni u analizu konstrukcije.

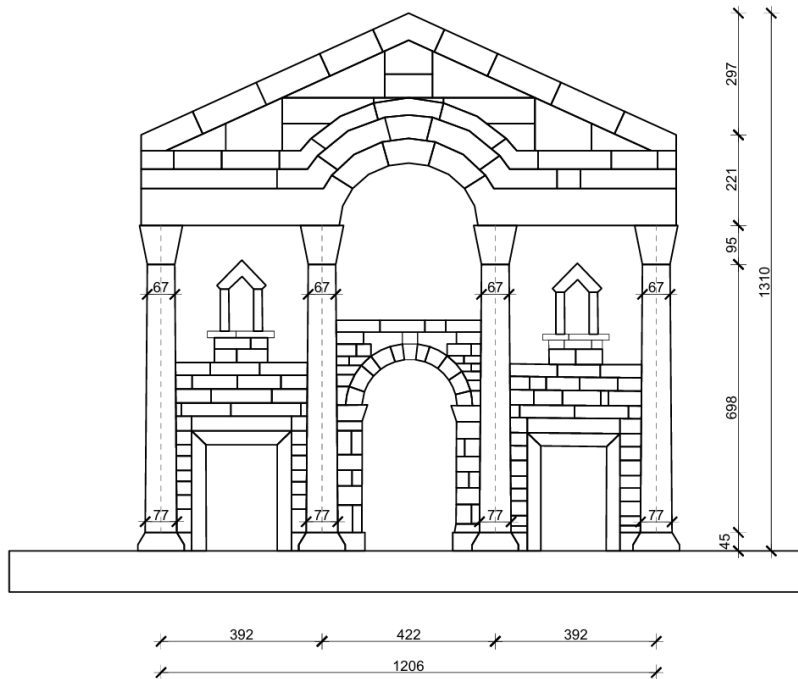


Slika 14. Arhitektonski snimak Protirona – Chalke Dioklecijanove palače u Splitu (Geodeta d.o.o. Split) [9]

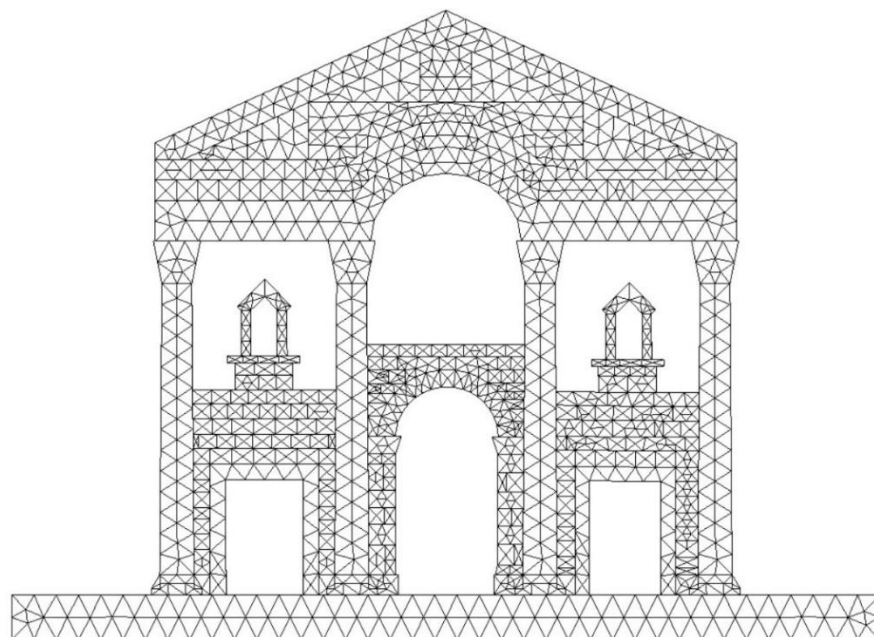
Proračun je proveden u računalnom programu FEMDEM koji je razvijen kao dio knjige "The Combined Finite Discrete Element Method" autora dr. sc. Antonija Munjize.

### 3.5. Geometrijske karakteristike i diskretizacija modela mrežom konačnih elemenata

Diskretizacija je izvršena koristeći generator mreže konačnih elemenata “Gmsh”, pri čemu su odabrani konačni elementi trokutnog oblika.



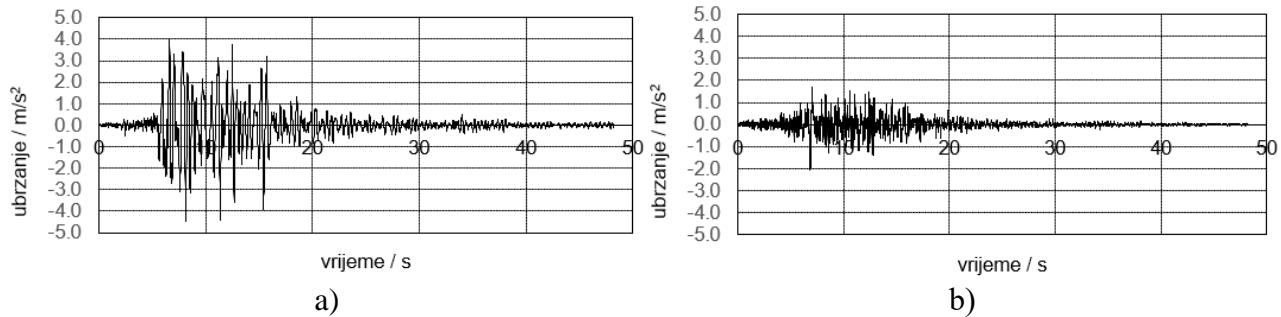
Slika 15. Geometrija konstrukcije



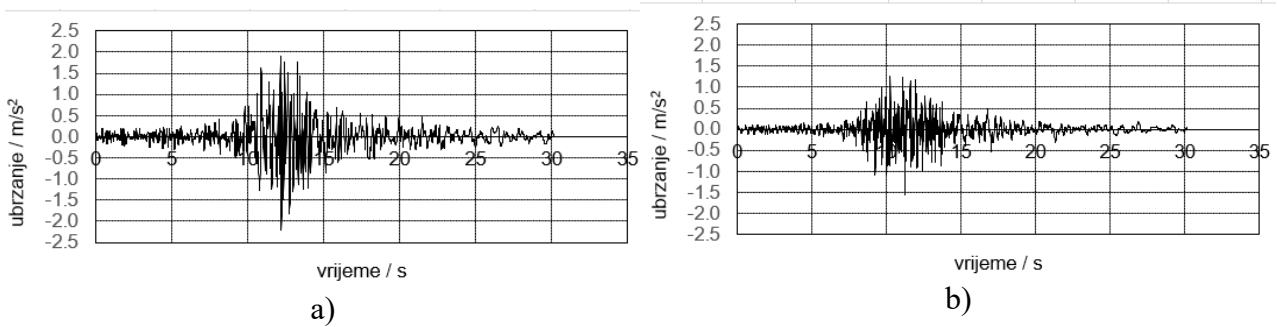
Slika 16. Diskretizacija elementa mrežom konačnih elemenata

### 3.6. Opterećenje sustava konstrukcije

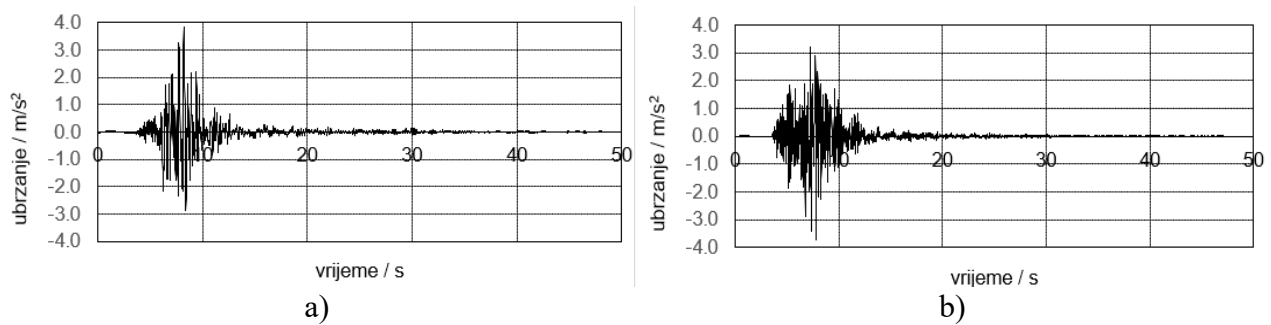
Konstrukcija je podložna seizmičkim opterećenjima, za što su korišteni zapisi ubrzanja tla iz tri različita potresa: Petrovac (Crna Gora, 1979.), Campano Lucano (Italija, 1980.), i South Iceland (Island 2000.). Dijagrami priloženi u nastavku prikazuju vremenske zapise horizontalne i vertikalne komponente ubrzanja za spomenute potrese, kojima je konstrukcija opterećena.



Slika 17. Akcelelogram potresa Petrovac: a) horizontalna komponenta; b) vertikalna komponenta



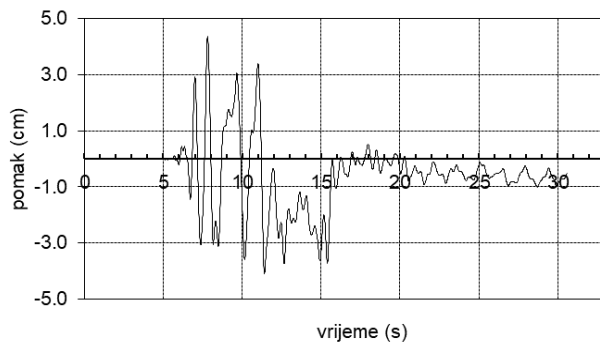
Slika 18. Akcelelogram potresa Campano Lucano: a) horizontalna komponenta; b) vertikalna komponenta



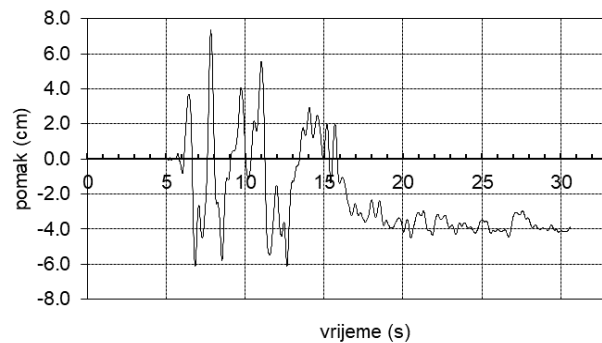
Slika 19. Akcelelogram potresa South Iceland: a) horizontalna komponenta; b) vertikalna komponenta

## 4. REZULTATI NUMERIČKIH ANALIZA

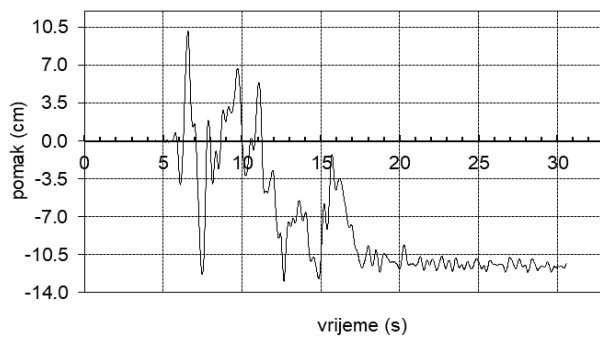
### 4.1. Rezultati analiza za potres Petrovac



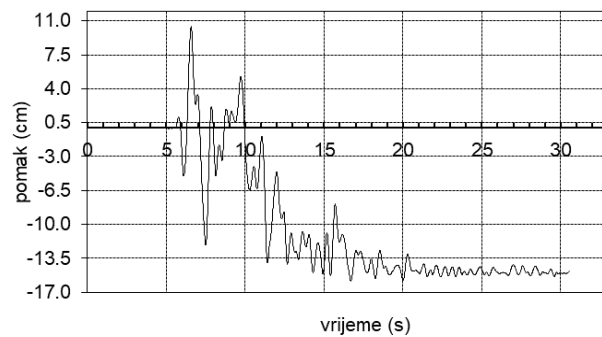
1) vršno ubrzanje 0.22 g



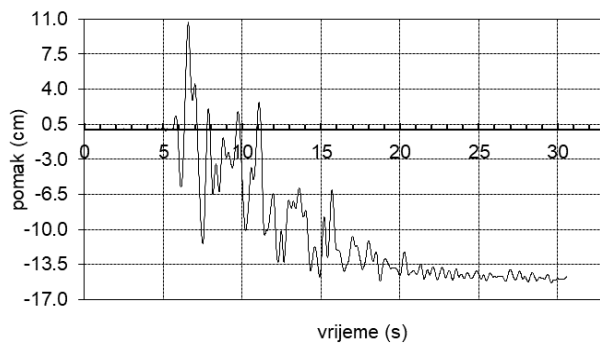
2) vršno ubrzanje 0.35 g



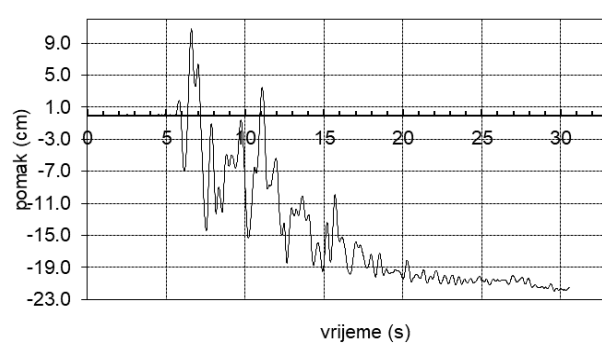
3) vršno ubrzanje 0.5 g



4) vršno ubrzanje 0.55 g



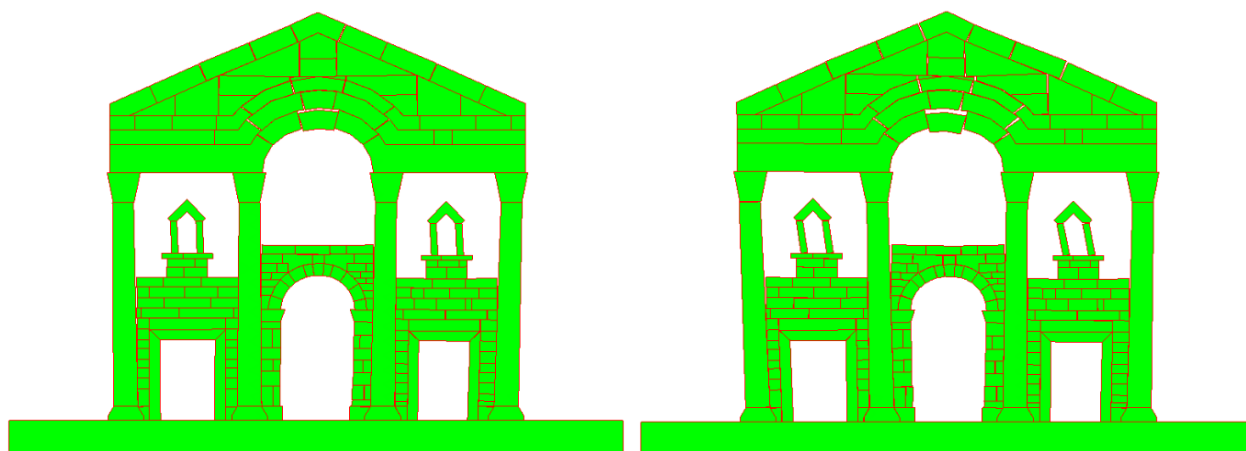
5) vršno ubrzanje 0.6 g



6) vršno ubrzanje 0.7 g

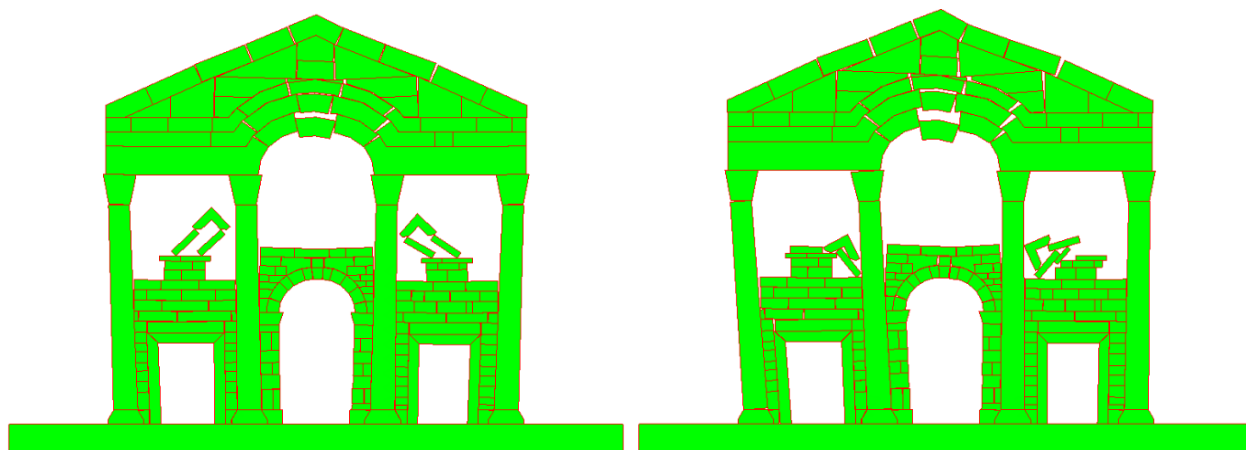
Slika 20. Zapisu pomaka tla uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla

Konstrukcija se srušila pri vršnom ubrzanju od 0.75 g.



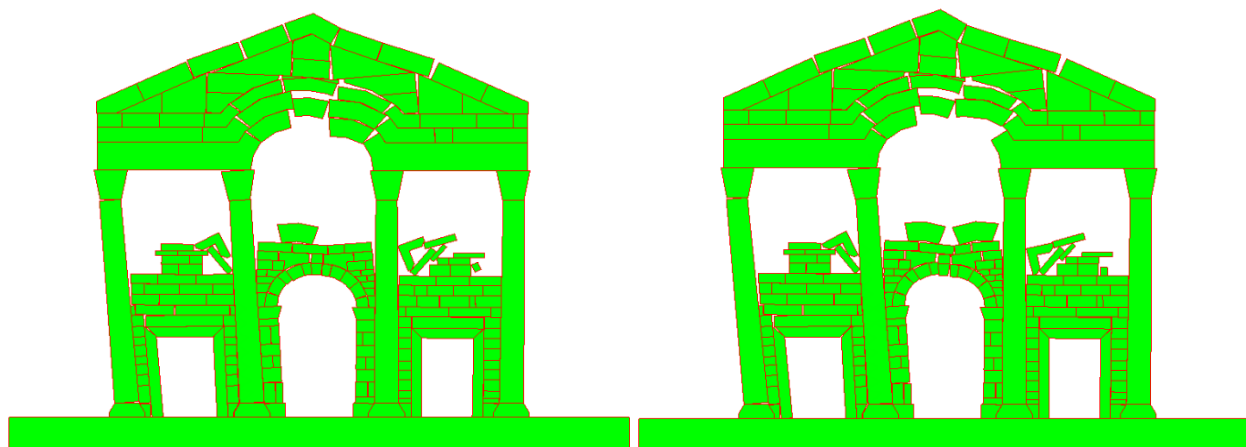
1)  $t = 6.95 \text{ s}$

2)  $t = 8.75 \text{ s}$



3)  $t = 10.95 \text{ s}$

4)  $t = 18.50 \text{ s}$

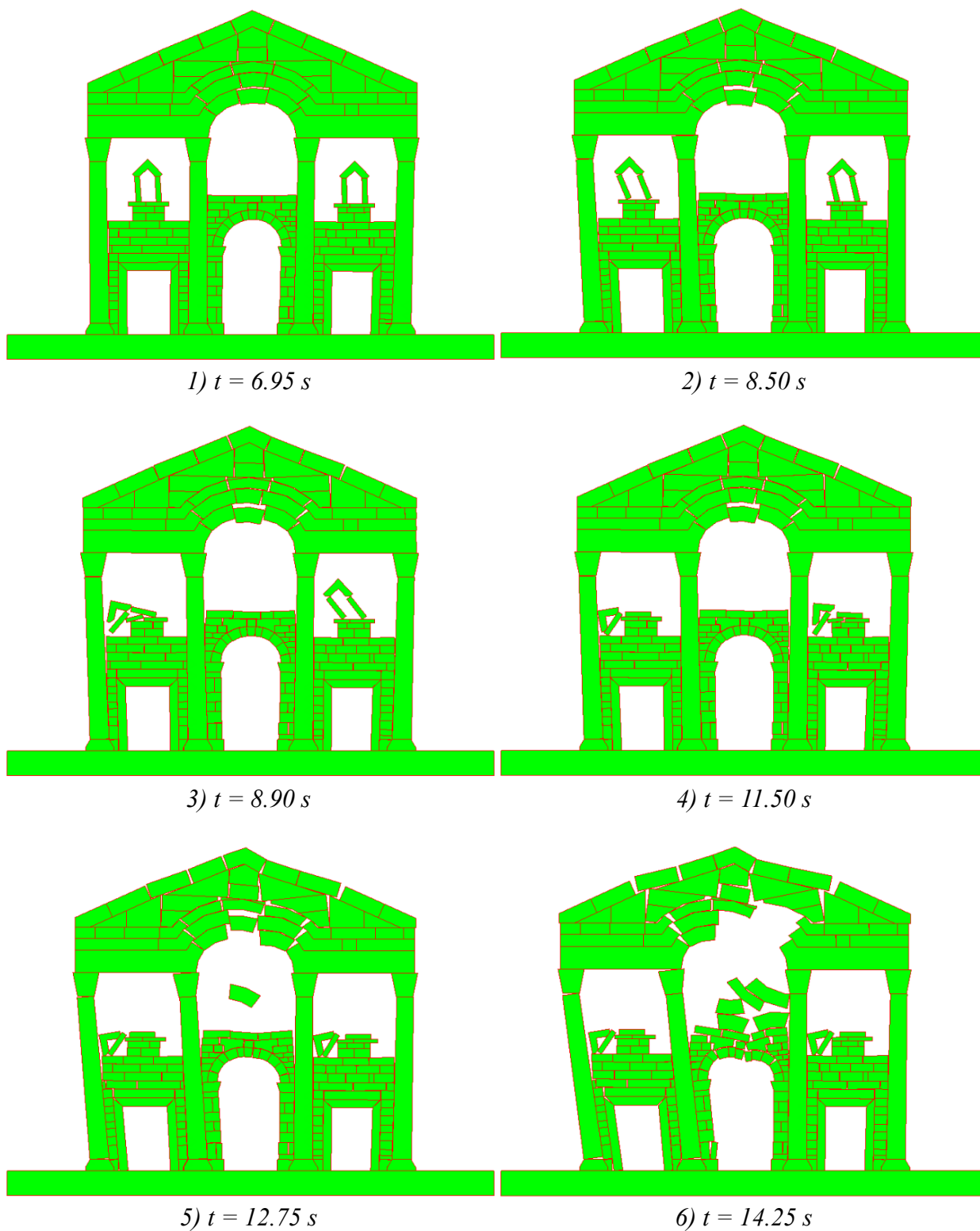


5)  $t = 25.75 \text{ s}$

6)  $t = 48.20 \text{ s}$

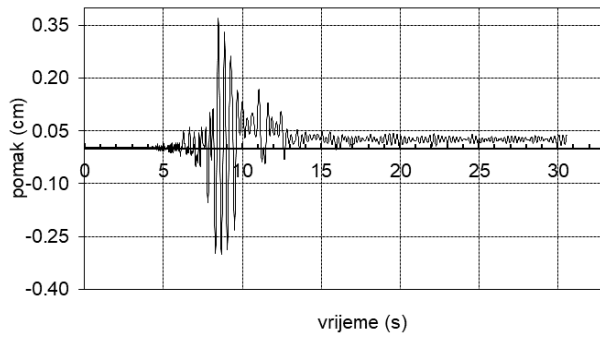
Slika 21. Prikaz pomicanja blokova pri vršnom ubrzanju tla 0.70 g



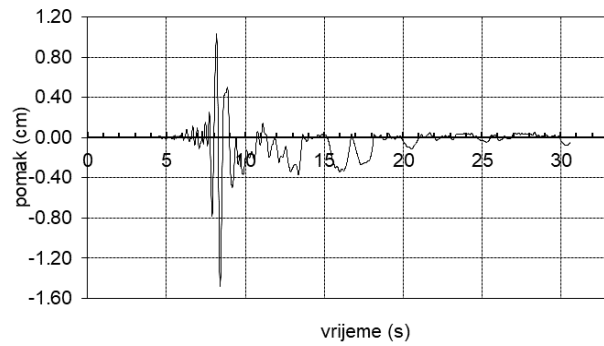


Slika 22. Prikaz pomicanja blokova pri vršnom ubrzanju tla 0.75 g

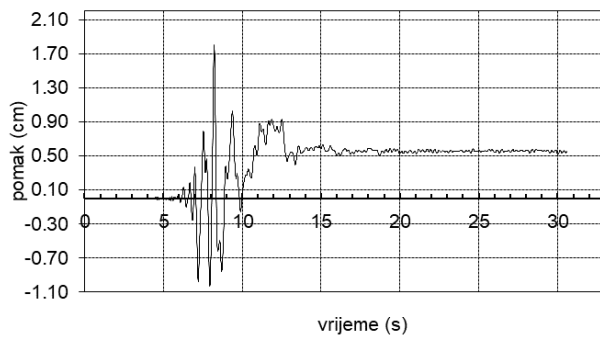
## 4.2. Rezultati analiza za potres South Iceland



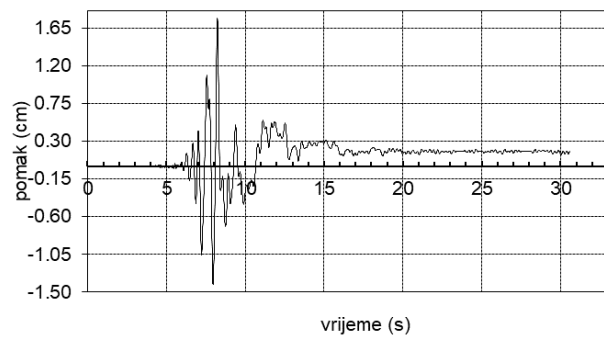
1) vršno ubrzanje 0.22 g



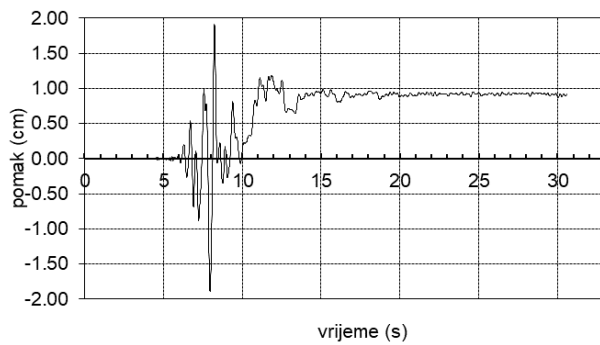
2) vršno ubrzanje 0.35 g



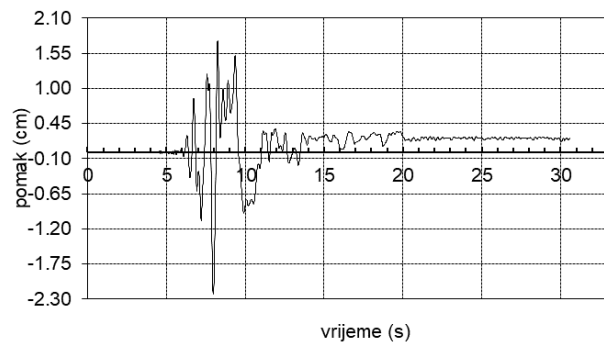
3) vršno ubrzanje 0.5 g



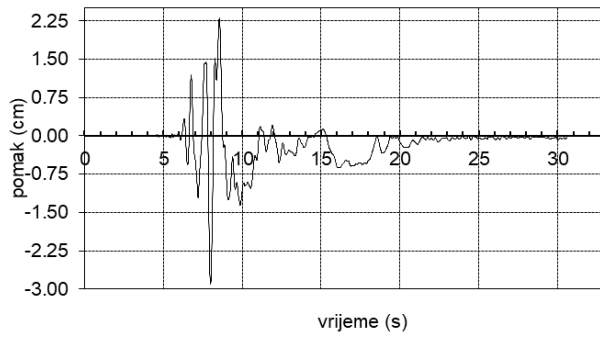
4) vršno ubrzanje 0.55 g



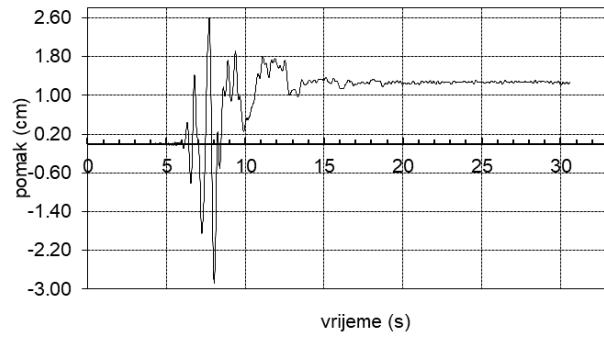
5) vršno ubrzanje 0.6 g



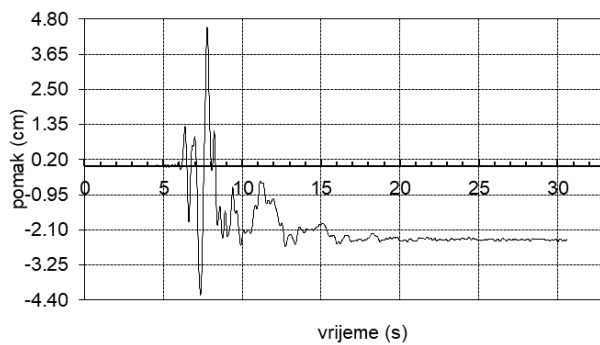
6) vršno ubrzanje 0.65 g



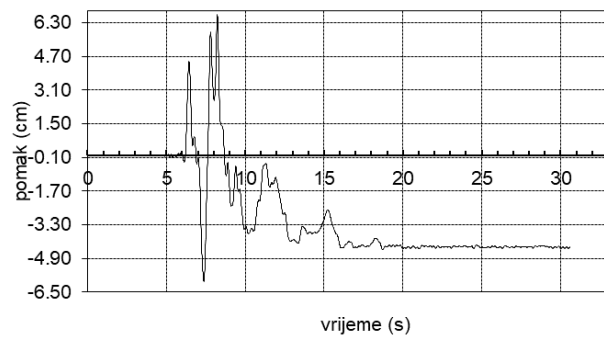
7) vršno ubrzanje 0.7 g



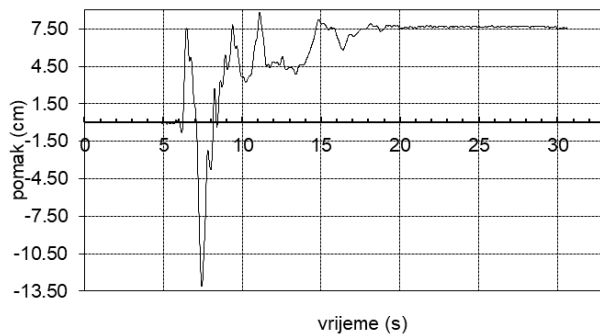
8) vršno ubrzanje 0.75 g



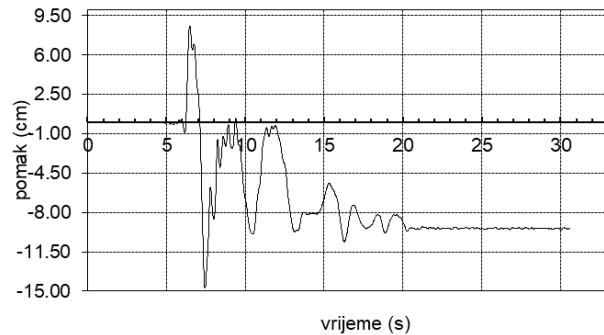
9) vršno ubrzanje 1.0 g



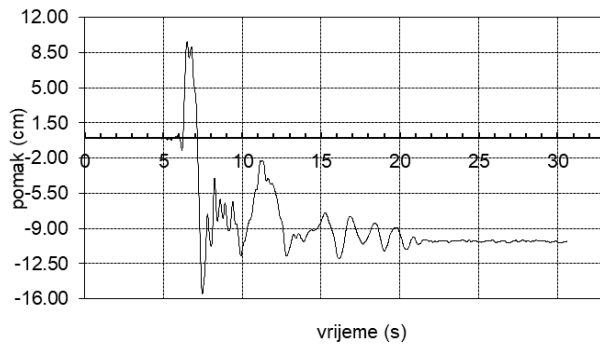
10) vršno ubrzanje 1.5 g



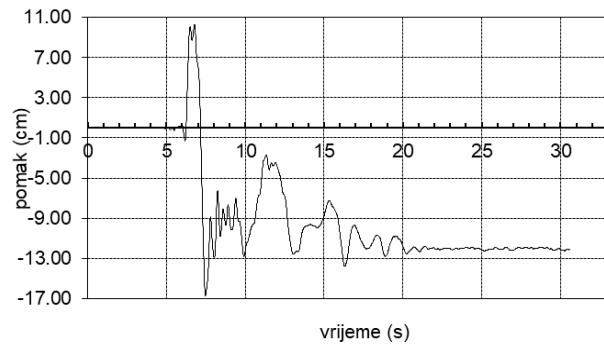
11) vršno ubrzanje 2.0 g



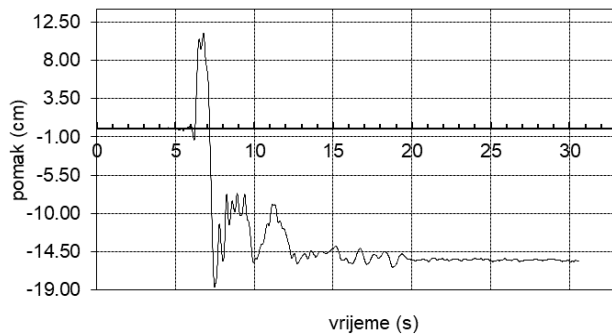
12) vršno ubrzanje 2.2 g



13) vršno ubrzanje 2.4 g



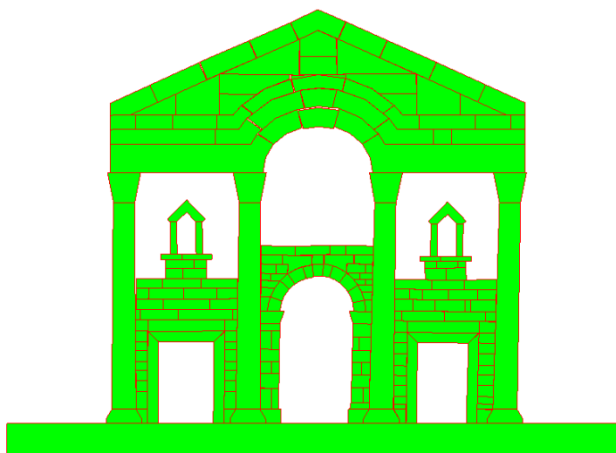
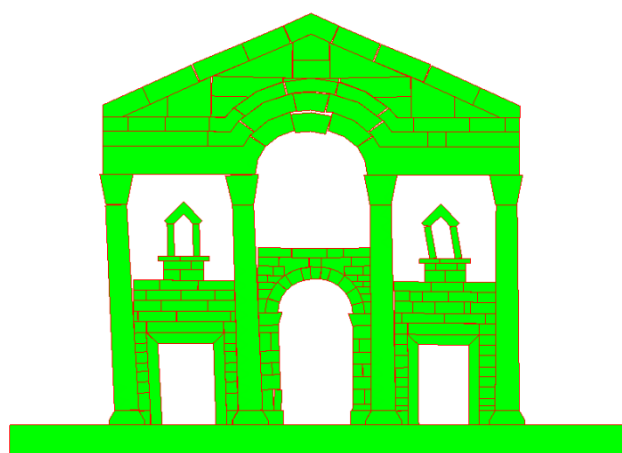
14) vršno ubrzanje 2.5 g

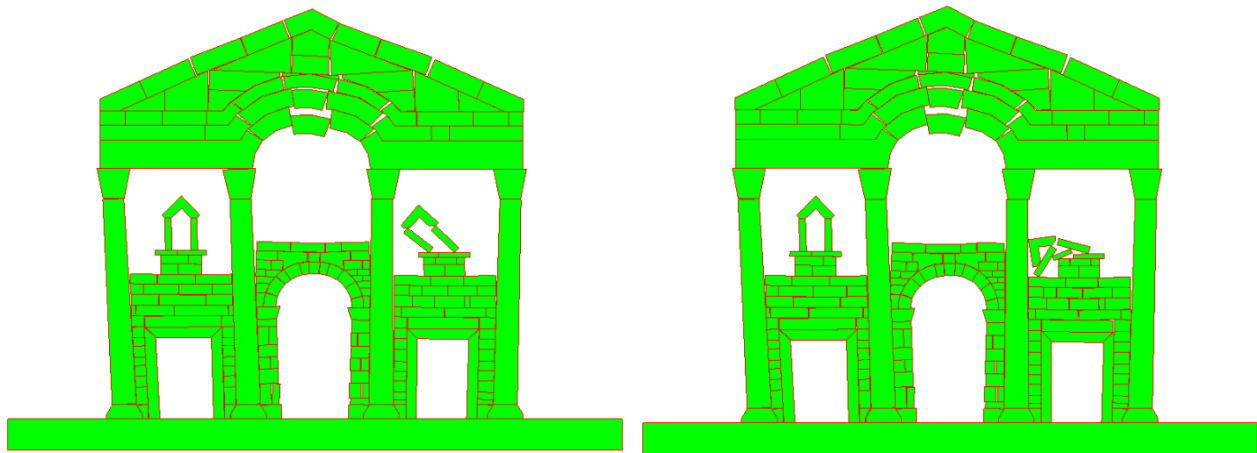


15) vršno ubrzanje 2.6 g

Slika 23. Zapisu pomaka tla uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla

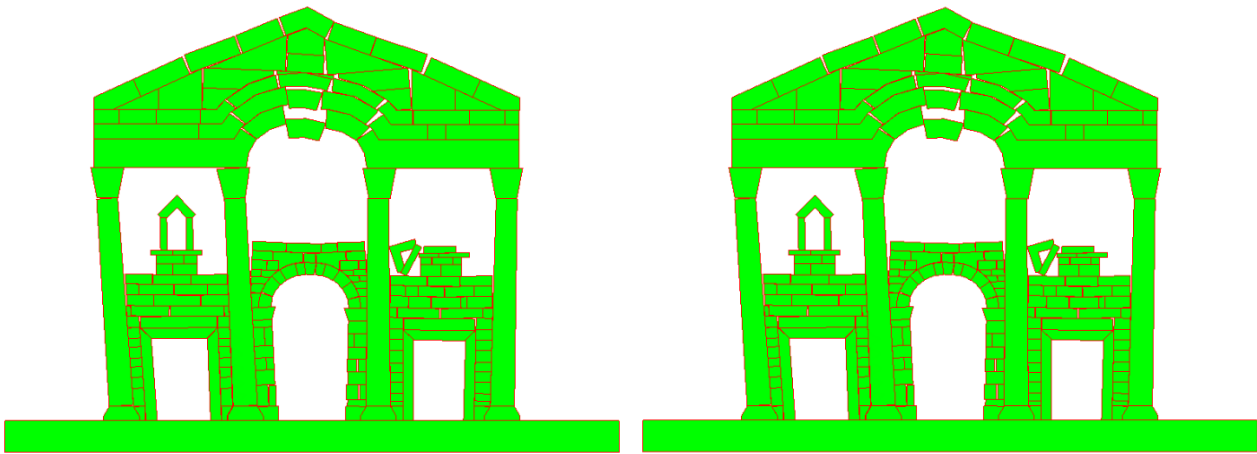
Konstrukcija se srušila pri vršnom ubrzanju od 2.7 g.

1)  $t = 6.75 \text{ s}$ 2)  $t = 7.5 \text{ s}$



3)  $t = 8.5$  s

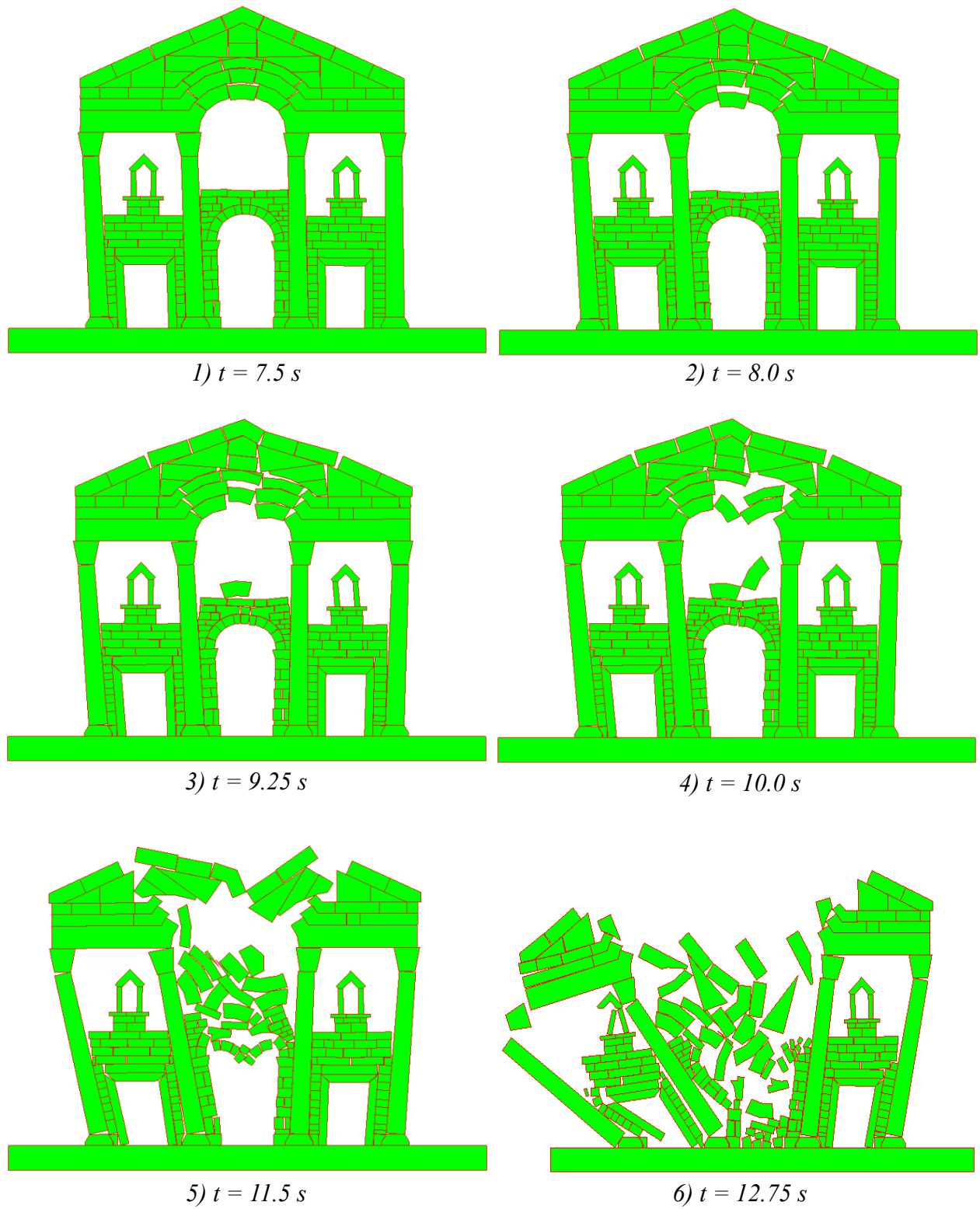
4)  $t = 9.0$  s



5)  $t = 35.0$  s

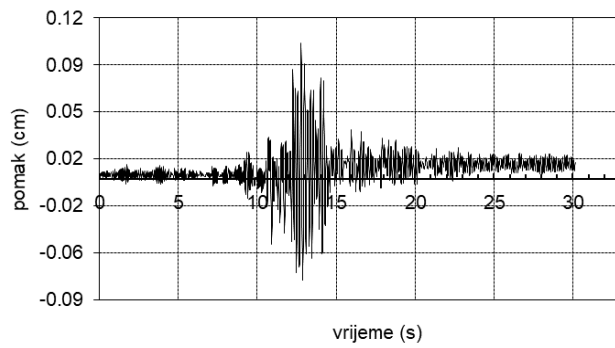
6)  $t = 51.35$  s

Slika 24. Prikaz pomicanja blokova pri vršnom ubrzanju tla 2.6 g

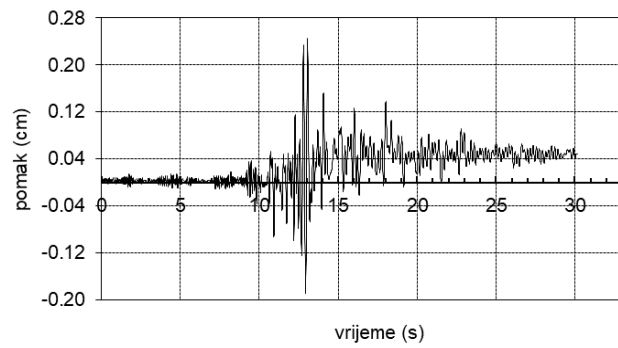


Slika 25. Prikaz pomicanja blokova pri vršnom ubrzanju tla 2.7 g

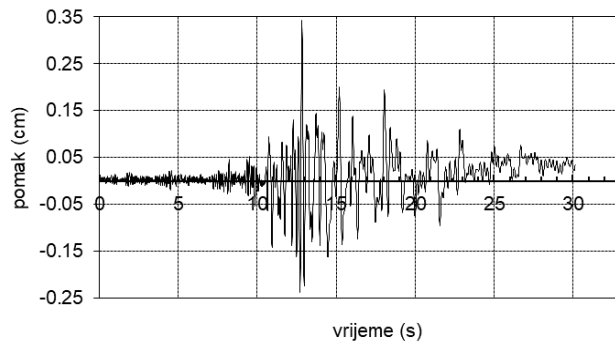
### 4.3. Rezultati analiza za potres Campano Lucano



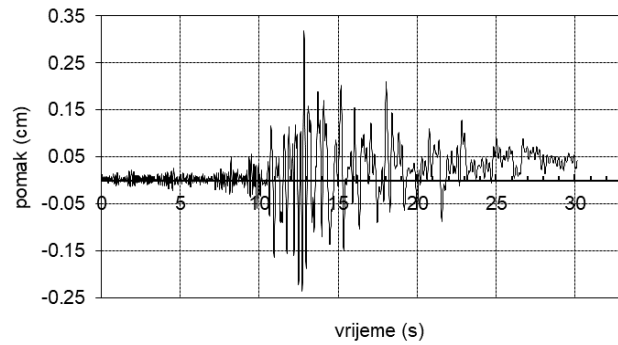
1) vršno ubrzanje 0.22 g



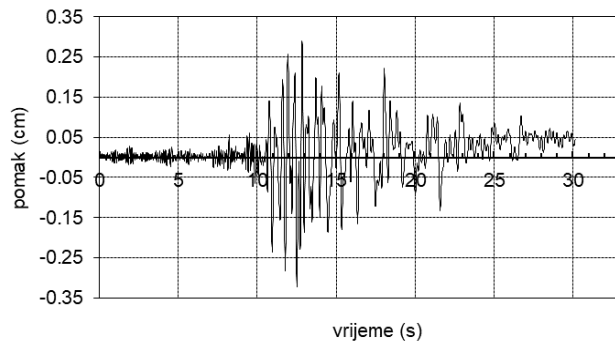
2) vršno ubrzanje 0.35 g



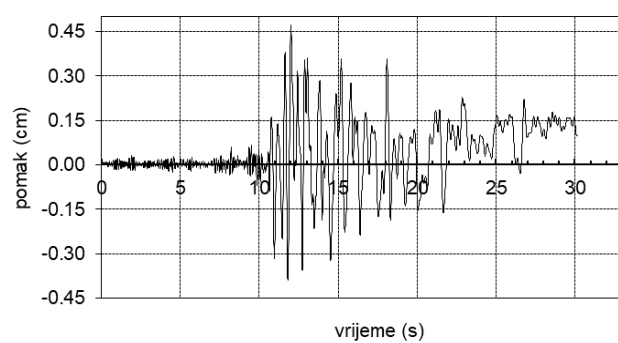
3) vršno ubrzanje 0.5 g



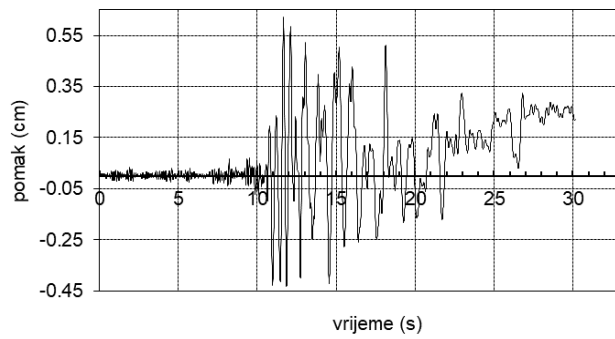
4) vršno ubrzanje 0.55 g



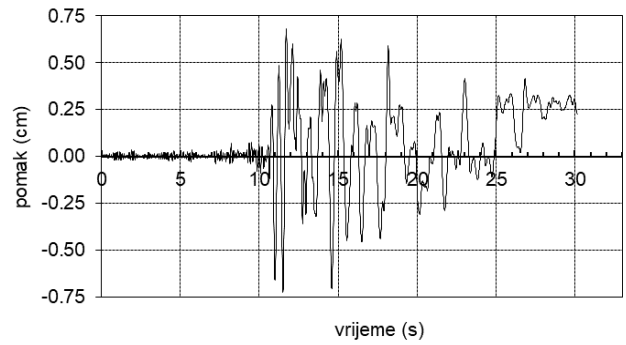
5) vršno ubrzanje 0.6 g



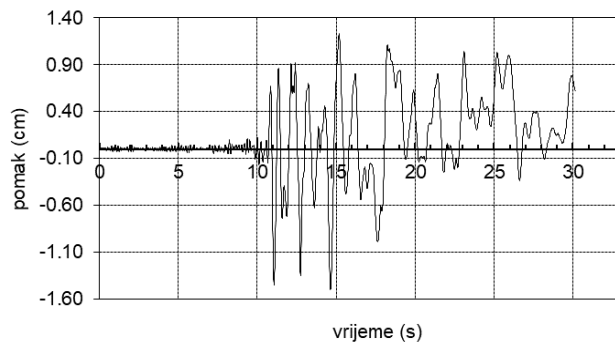
6) vršno ubrzanje 0.65 g



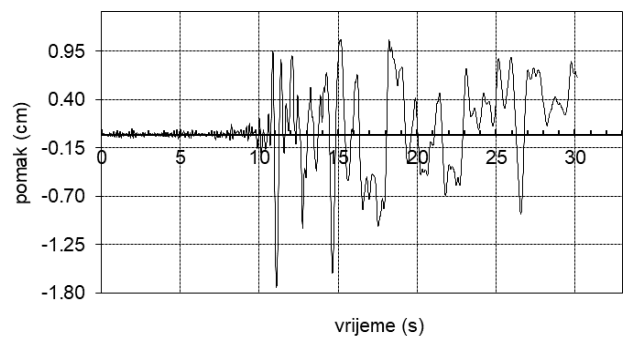
7) vršno ubrzanje 0.7 g



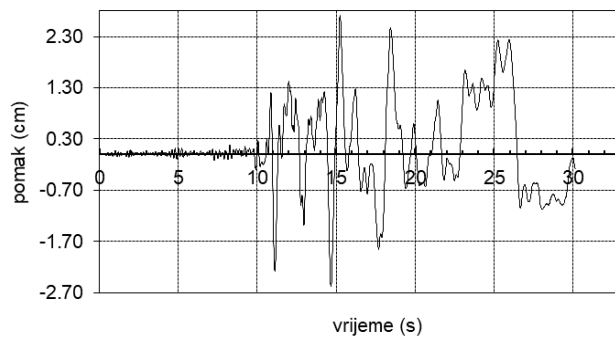
8) vršno ubrzanje 0.75 g



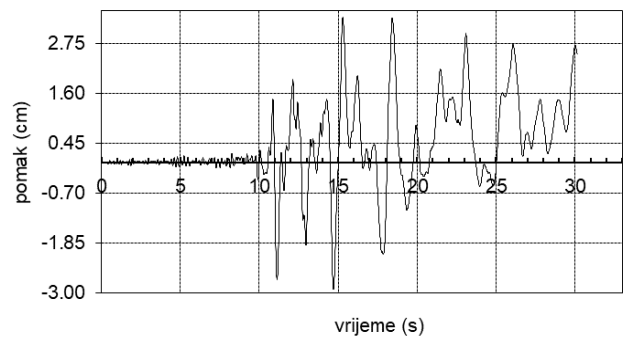
9) vršno ubrzanje 1.0 g



10) vršno ubrzanje 1.2 g

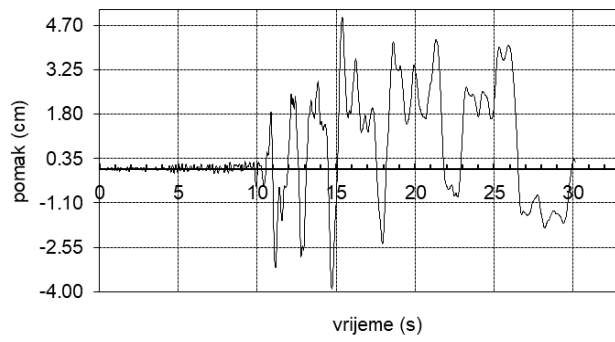


11) vršno ubrzanje 1.5 g

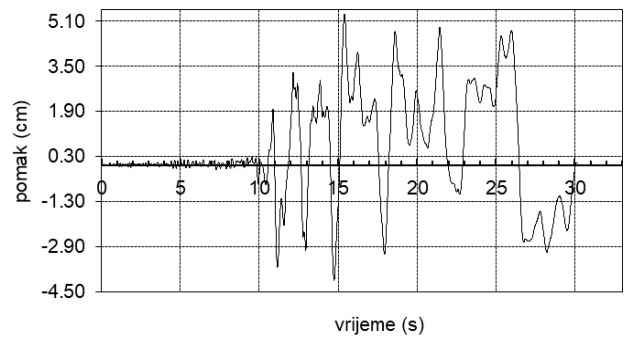


12) vršno ubrzanje 1.7 g

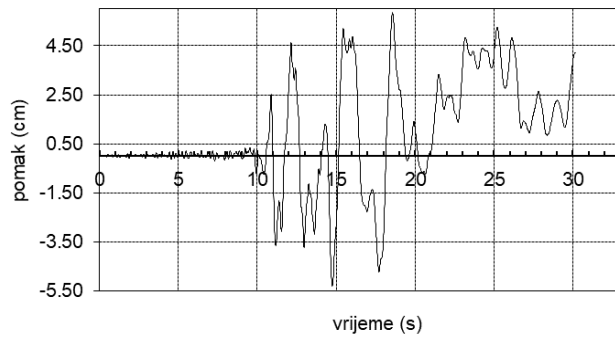




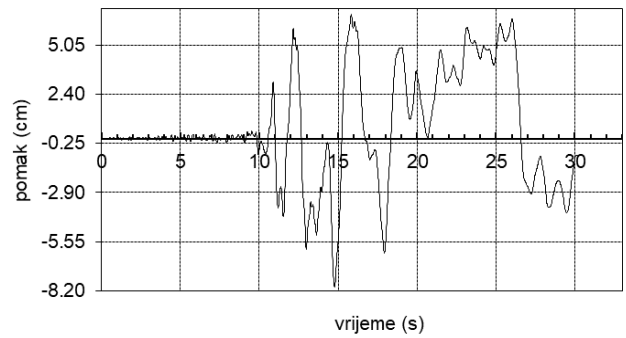
13) vršno ubrzanje 2.0 g



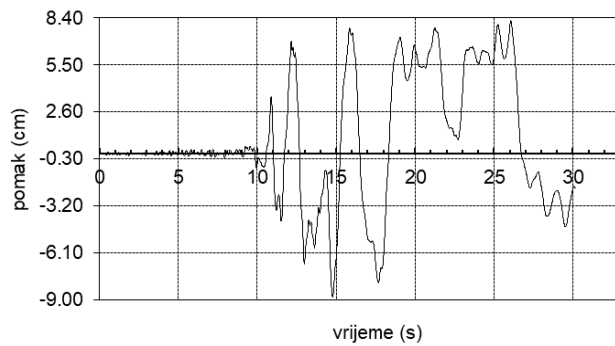
14) vršno ubrzanje 2.2 g



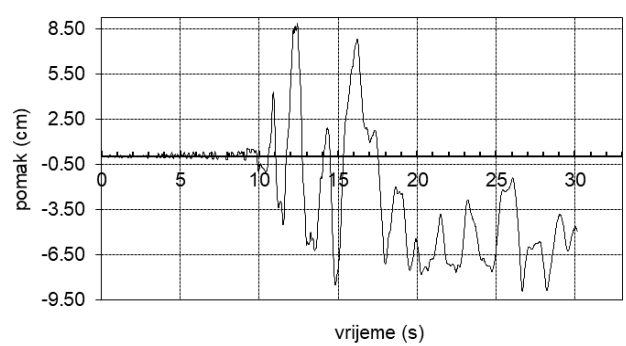
15) vršno ubrzanje 2.4 g



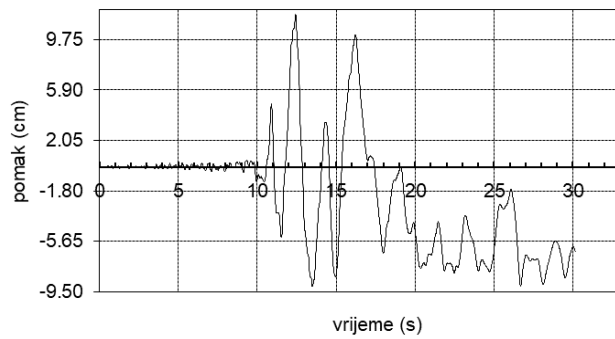
16) vršno ubrzanje 2.6 g



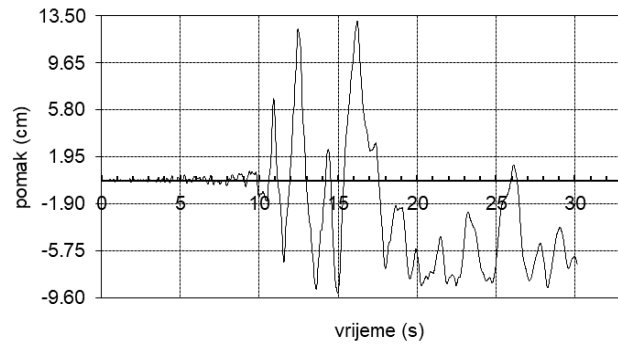
17) vršno ubrzanje 2.8 g



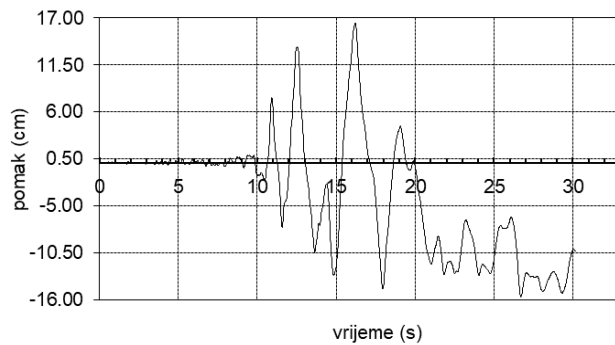
18) vršno ubrzanje 3.0 g



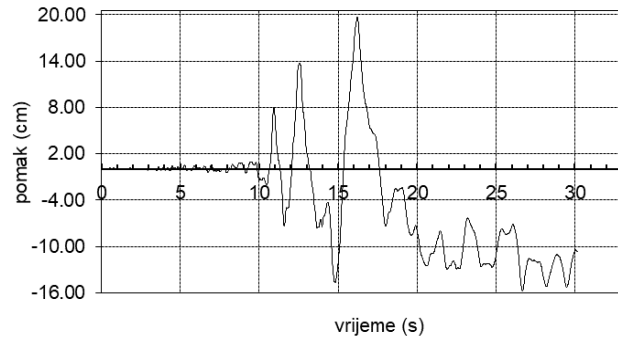
19) vršno ubrzanje 3.2 g



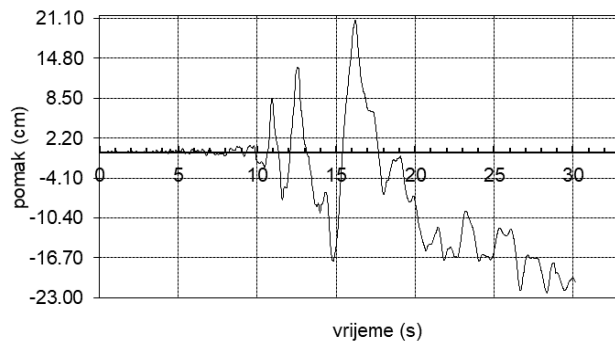
20) vršno ubrzanje 3.4 g



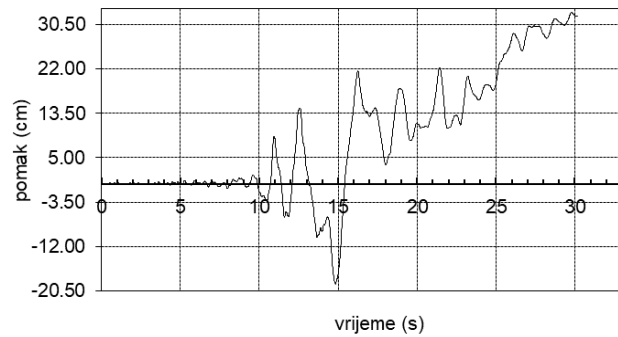
21) vršno ubrzanje 3.6 g



22) vršno ubrzanje 3.8 g



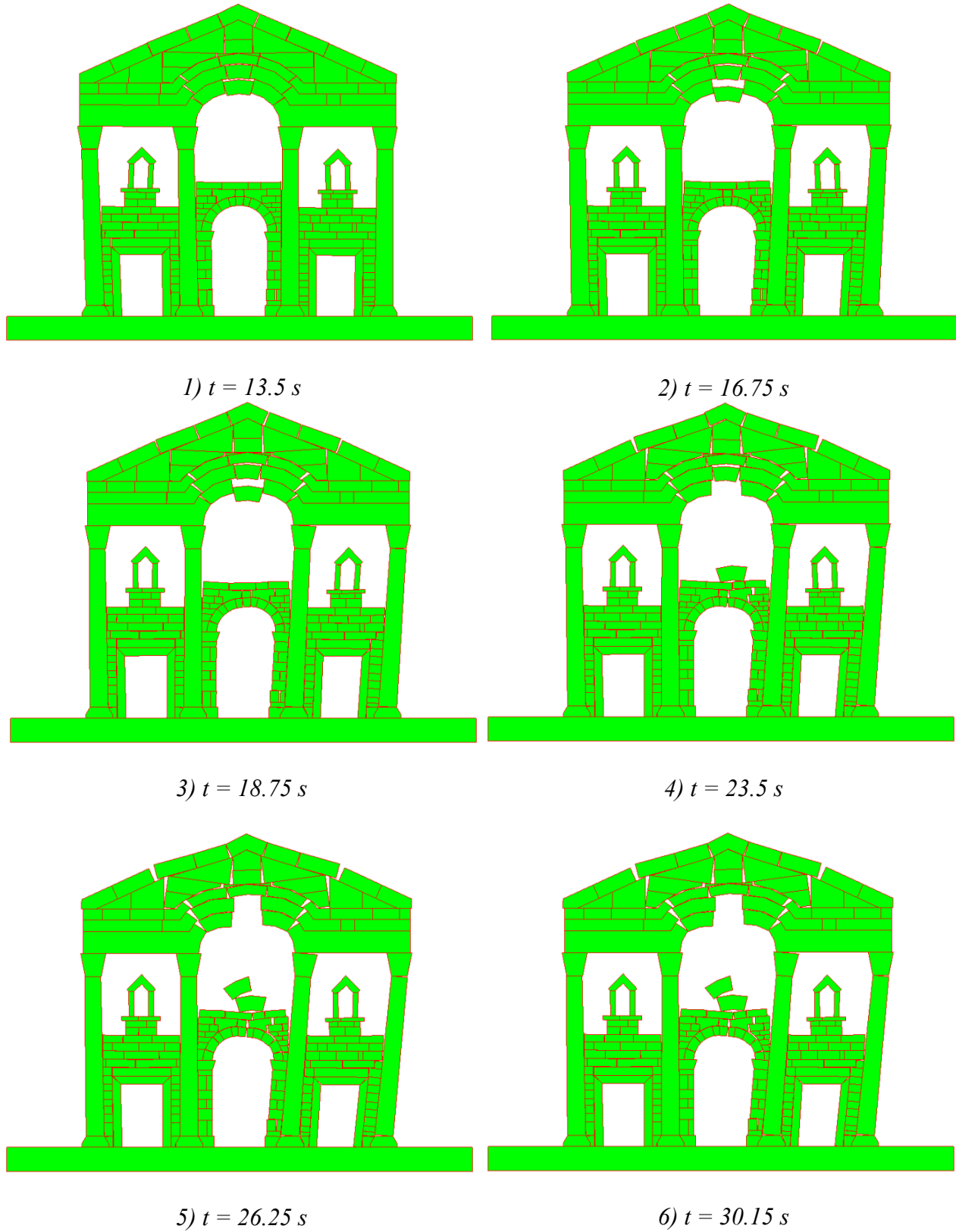
23) vršno ubrzanje 4.0 g



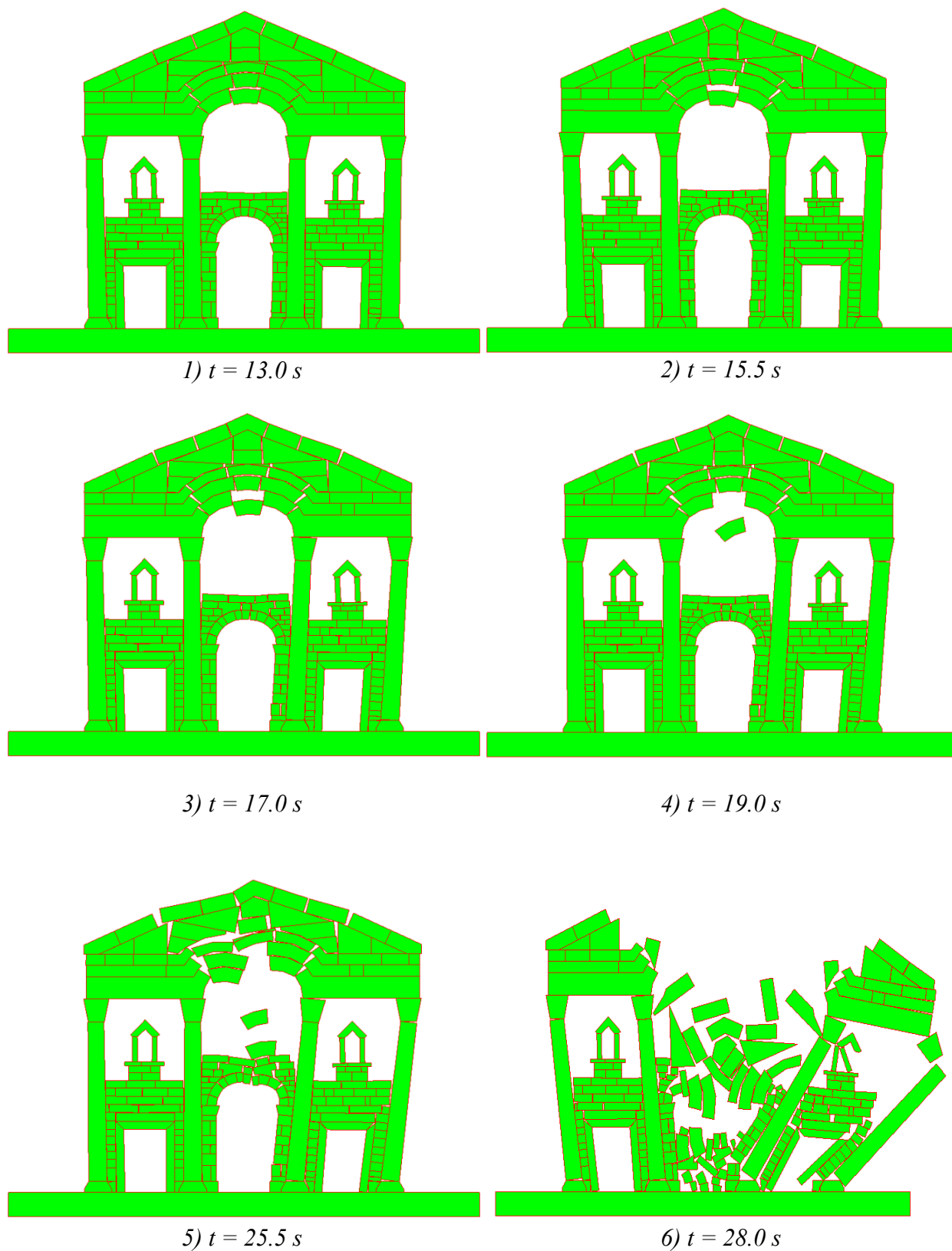
24) vršno ubrzanje 4.2 g

Slika 26. Zapisi pomaka tla uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla

Konstrukcija se srušila pri vršnom ubrzanju od 4.3 g.

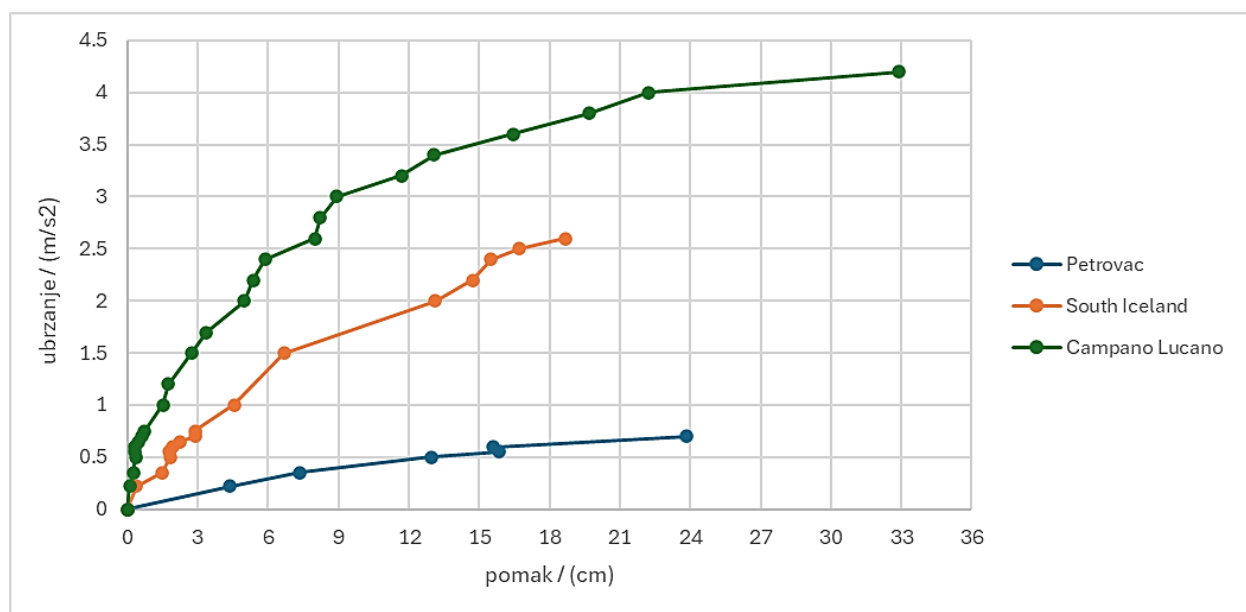


Slika 27. Prikaz pomicanja blokova pri vršnom ubrzanju tla 4.2 g



Slika 28. Prikaz pomicanja blokova pri vršnom ubrzanju tla 4.3 g

## 5. ANALIZA NUMERIČKIH REZULTATA



Slika 29. Grafički prikaz pomak – ubrzanje uslijed djelovanja različitih potresa

Petrovac		South Iceland		Campano Lucano	
Ubrzanje ay	Pomak (cm)	Ubrzanje ay	Pomak (cm)	Ubrzanje ay	Pomak (cm)
0.22	4.37	0.22	0.37	0.22	0.10
0.35	7.35	0.35	1.47	0.35	0.25
0.5	12.94	0.5	1.81	0.5	0.34
0.55	15.82	0.55	1.77	0.55	0.318
0.6	15.58	0.6	1.91	0.6	0.32
0.7	23.83	0.65	2.22	0.65	0.47
		0.7	2.91	0.7	0.62
		0.75	2.87	0.75	0.73
		1.0	4.54	1	1.51
		1.5	6.67	1.2	1.74
		2	13.12	1.5	2.72
		2.2	14.73	1.7	3.36
		2.4	15.50	2.0	4.97
		2.5	16.68	2.2	5.35
		2.6	18.66	2.4	5.86
				2.6	7.99
				2.8	8.22
				3.0	8.93
				3.2	11.69
				3.4	13.07
				3.6	16.43
				3.8	19.68
				4.0	22.23
				4.2	32.92

Tablica 2. Tablični prikaz pomak–ubrzanje uslijed djelovanja različitih potresa

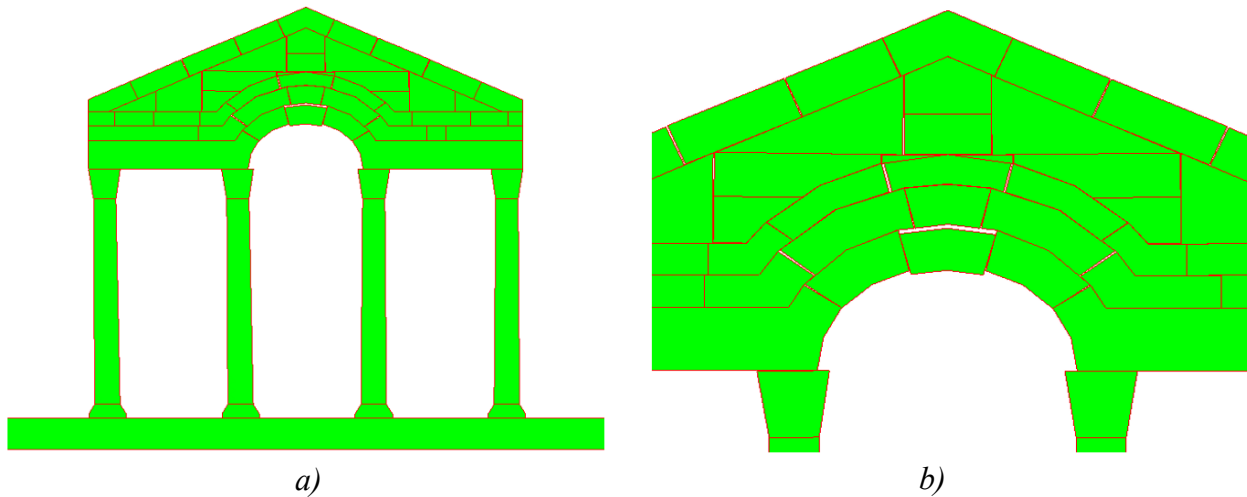
Iz priloženog grafičkog prikaza odnosa pomaka i ubrzanja (*slika 29*) može se uočiti značajna razlika rezultata u ovisnosti o vrsti potresa. Provedena je detaljna analiza efekata vršnih ubrzanja triju različitih potresa za konstrukciju Protiron, uz prikaz pomaka konstrukcije pri ubrzanjima tla koja dovode do njenog rušenja.

Ustanovljeno je da konstrukcija tijekom cijelog trajanja potresa oscilira oko početnog položaja pri manjim vršnim ubrzanjima. Povećanjem vršnog ubrzanja, položaj osciliranja se pomiče. Najveća odstupanja od prosječne vrijednosti, odnosno amplitude, mijenjanju se ovisno o vrsti potresa. S akcelelograma potresnog djelovanja u Petrovcu (*slika 17*), primjećuje se da su najveća ubrzanja zabilježena između pete i dvadesete sekunde. Potres u Campano Lucanu (*slika 18*) najveća ubrzanja postiže između desete i petnaeste sekunde, dok za potres South Iceland (*slika 19*) maksimalna vrijednost ubrzanja bilježi između pete i petnaeste sekunde. Rezultati seizmičke analize pokazuju da konstrukcija Protiron trpi najveće pomake tijekom potresa Campano Lucano, pri čemu maksimalno vršno ubrzanje koje konstrukcija može izdržati prije sloma iznosi 4.2 g, a pomak pri tom ubrzanju iznosi 32.92 cm. Pri analizi potresa Petrovac, najveći pomak koji konstrukcija može podnijeti iznosi 23.83 cm, pri vršnom ubrzanju od 0.7 g. Za potres South Iceland najveći pomak koji konstrukcija može podnijeti iznosi 18.86 cm, pri vršnom ubrzanju od 2.6 g.

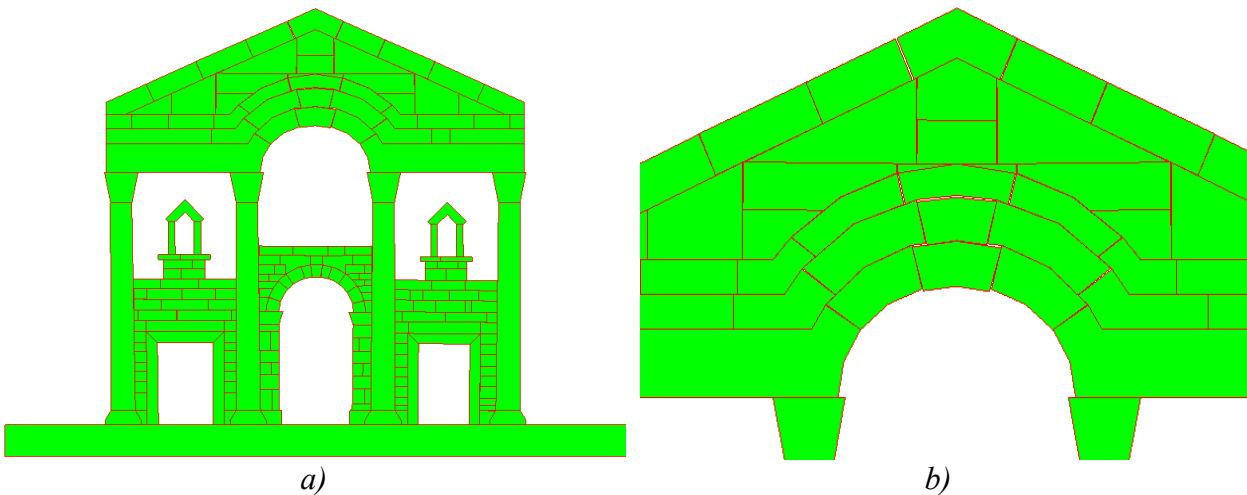
Temeljem navedenog zaključujemo da konstrukcija bolje podnosi potrese Campano Lucano i South Iceland od potresa Petrovac, te da je intezitet potresa u Petrovcu najveći, zbog čega se upravo ovaj potres smatra najrelevantnijim za analizu konstrukcije Protiron.

### 5.1. Usporedba numeričkih rezultata seizmičke analize na konstrukciji Protiron bez ispuna i s ispunama za potres Petrovac

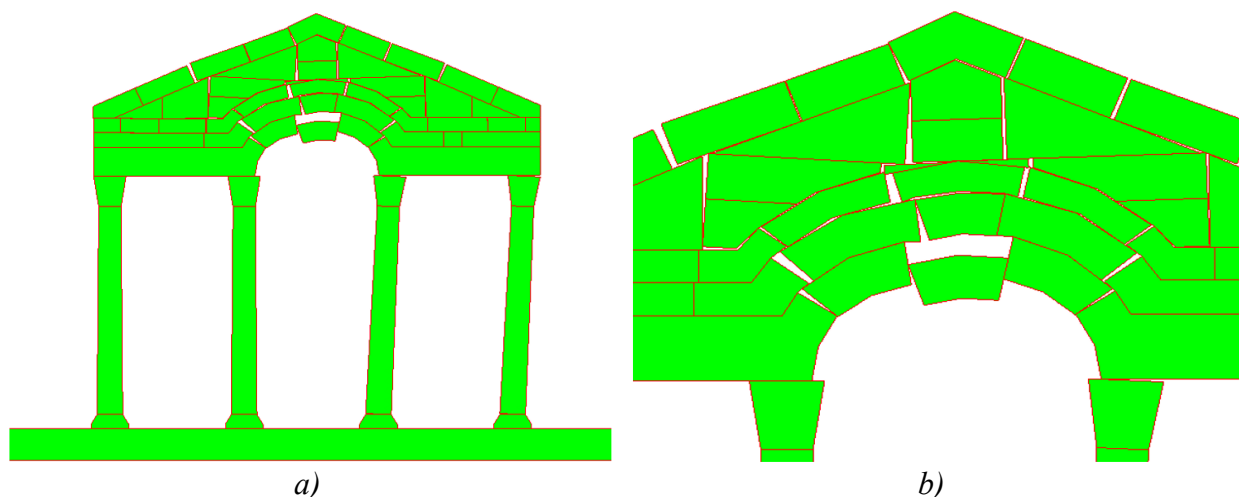
U literaturi postoje rezultati numeričkih analiza u kojima je konstrukcija Protiron analizirana bez ispune [3]. Ti rezultati uspoređeni su s rezultatima numeričkih analiza iz ovog Diplomskog rada u kojemu je uzeta u obzir i ispuna konstrukcije.



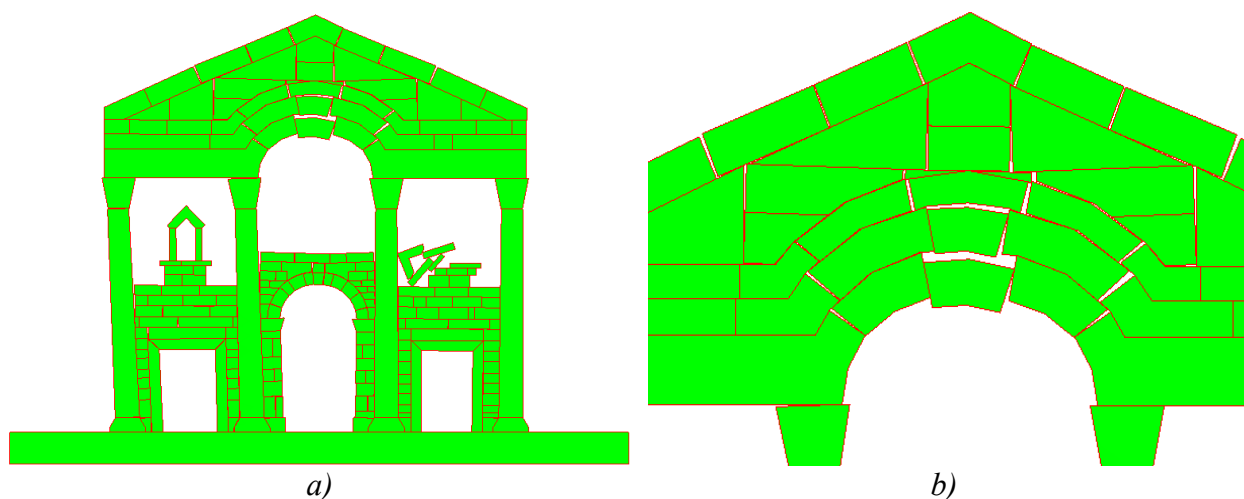
Slika 30. Prikaz pomicanja blokova pri vršnom ubrzanju tla 0.22 g bez ispune: a) prikaz cijele konstrukcije, b) prikaz uvećanog središnjeg dijela konstrukcije [3]



Slika 31. Prikaz pomicanja blokova pri vršnom ubrzanju tla 0.22 g s ispunom: a) prikaz cijele konstrukcije, b) prikaz uvećanog središnjeg dijela konstrukcije



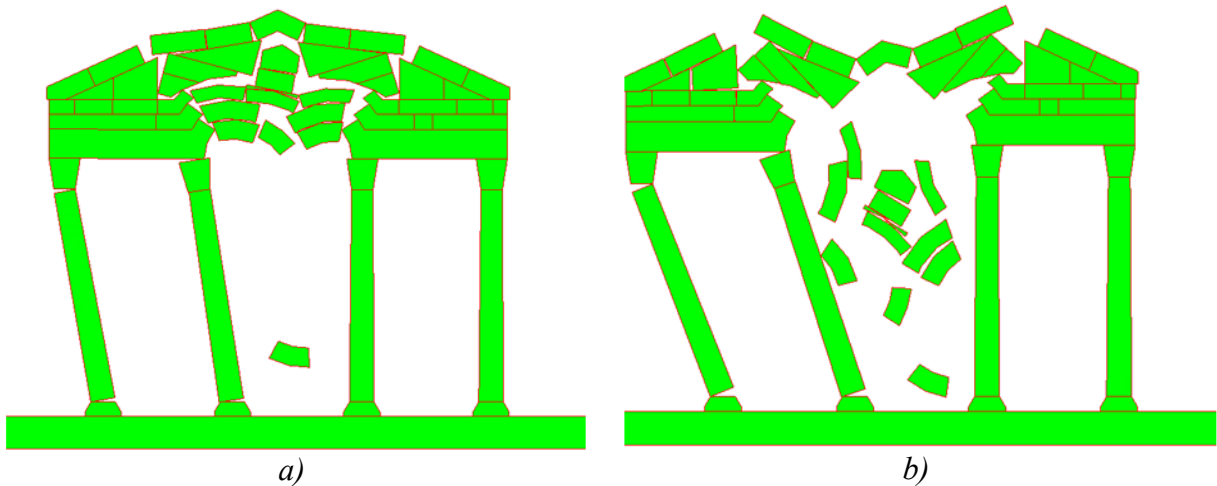
Slika 32. Prikaz pomicanja blokova pri vršnom ubrzanju tla 0.5 g bez ispune: a) prikaz cijele konstrukcije, b) prikaz uvećanog središnjeg dijela konstrukcije [3]



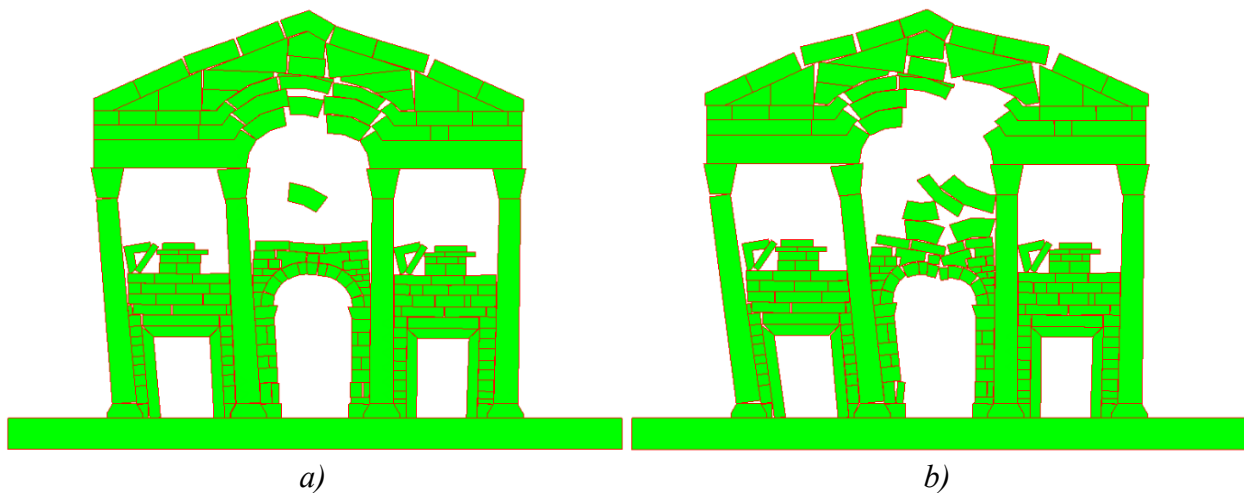
Slika 33. Prikaz pomicanja blokova pri vršnom ubrzanju tla 0.5 g s ispunom: a) prikaz cijele konstrukcije, b) prikaz uvećanog središnjeg dijela konstrukcije

Priložene slike prikazuju pomicanje blokova pri različitim vrijednostima vršnog ubrzanja tla. Za vršno ubrzanje od 0.22 g (slika 30), vidljivo je da kod konstrukcije Protiron bez ispune dolazi do značajnih pomaka kamenih blokova, dok je kod konstrukcije s ispunom (slika 31) pomicanje značajno manje. Pri vršnom ubrzanju od 0.5 g (slika 32) dolazi do još većih pomaka, uključujući razmicanje središnjih stupova. Konstrukcija s ispunom pri vršnom ubrzanju od 0.5 g (slika 33) također pokazuje velika oštećenja, s vidljivim pomacima kamenih blokova i urušavanjem arkadnog otvora na građevini. Međutim, ovi pomaci su značajno manji u usporedbi s konstrukcijom bez ispune, što ukazuje na bolju otpornost konstrukcije s ispunom.





Slika 34. Prikaz pomicanja blokova pri vršnom ubrzanju tla 0.6 g bez ispunje:  
a)  $t = 17.86$  b)  $18.54$  [3]



Slika 35. Prikaz pomicanja blokova pri vršnom ubrzanju tla 0.75 g s ispunom:  
a)  $t = 12.75$  b)  $14.25$

Na temelju prikazanih rezultata, može se zaključiti da je konstrukcija Protiron značajno bolje podnijela potres s ispunom nego bez nje. Slika 34. i slika 35. prikazuju pomicanje blokova pri različitim vrijednostima vršnog ubrzanja tla koje dovodi do potpunog sloma konstrukcije. Kada je konstrukcija izložena potresu s vršnim ubrzanjem tla od 0.6 g bez ispunje, došlo je do znatnog pomicanja i urušavanja blokova. S druge strane, pri većem vršnom ubrzanju tla od 0.75 g, ali s ispunom, konstrukcija je pokazala bolju stabilnost i manju razinu oštećenja. Također, provedena usporedba numeričkih rezultata s onima dobivenima bez ispunje jasno ukazuje na značajnu ulogu ispunje u povećanju potresne otpornosti konstrukcije. Konstrukcija s ispunom pretrpjela je potpuni slom pri vršnom ubrzanju od 0.75 g, dok je konstrukcija bez ispunje pretrpjela potpuni slom pri znatno manjem vršnom ubrzanju od 0.6 g.

## 6. ZAKLJUČAK

Provedena seizmička analiza konstrukcije Protiron na Peristilu, korištenjem kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata, pokazala je ključnu važnost ovakvih studija za očuvanje i zaštitu kulturnih spomenika. Konstrukcija se nalazi u seizmički aktivnom području grada Splita, s vršnom vrijednošću ubrzanja tla ( $a_g$ ) od  $0.22 \text{ m/s}^2$  za povratni period od 475 godina. Na temelju ove vršne vrijednosti ubrzanja, provedene su detaljne seizmičke analize koje su uključivale tri različite vrste potresa. Rezultati analiza pokazali su da je konstrukcija iznimno otporna na seizmičke utjecaje, s obzirom na to da nije pretrpjela nikakva oštećenja tijekom simuliranih potresa za vršno ubrzanje od  $0.22 \text{ m/s}^2$ . Također, na osnovu provedene usporedbe numeričkih rezultata s onima dobivenima bez ispune, jasno se ističe ključna uloga ispune u poboljšanju potresne otpornosti konstrukcije.

Ovi rezultati analize su ključni za zaštitu ne samo fizičke strukture, već i povijesne vrijednosti koju Protiron predstavlja. Kao integralni dio Peristila i Dioklecijanove palače, Protiron simbolizira bogatu povijest i kulturnu baštinu Splita i Hrvatske. Seizmička analiza omogućava bolje razumijevanje kako se povijesne građevine ponašaju pod djelovanjem potresa, što je ključno za implementaciju učinkovitih zaštitnih mjera. Primjena suvremenih metoda analize, kao što je kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata omogućava preciznije i detaljnije razumijevanje strukturnih karakteristika i dinamike spomenika pod seizmičkim opterećenjem.

Provedena seizmička analiza Protirona na Peristilu potvrđuje njegovu otpornost na potrese i naglašava ključnu ulogu ovakvih analiza u očuvanju kulturne baštine. Rezultati analize pružaju vrijedne podatke za buduće restauracijske radove i osiguravaju da ovaj neprocjenjivi kulturni spomenik ostane zaštićen i očuvan za buduće generacije. Kroz ovakav pristup, čuvamo ne samo fizičke strukture, već i povijesni identitet i kulturnu baštinu koja nas povezuje s prošlošću.

## 7. LITERATURA

- [1] Radić J. i suradnici, *Zidane konstrukcije 1*, Hrvatska sveučilišna naklada, Zagreb, 2007.
- [2] Cundall P.A. and Hart R.D., Numerical modelling of discontinua, *Engineering Computations*, Vol. 9(2), pp. 101-113, 1994.
- [3] Smoljanović H., Seizmička analiza zidanih konstrukcija metodom konačno-diskretnih elemenata, Disertacija, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Sveučilište u Splitu, 2013.
- [4] Proceedings of the Workshop on the Structural Cracking of the Cupola of Santa Maria del Fiore - Scientific Figure on ResearchGate. Available from:  
[https://www.researchgate.net/figure/Main-features-of-the-combined-finite-discrete-element-method\\_fig12\\_265959088](https://www.researchgate.net/figure/Main-features-of-the-combined-finite-discrete-element-method_fig12_265959088) [accessed 19 Jun, 2024]
- [5] Lourenço P.B., Computational strategies for masonry structures, Ph.D. Dissertation, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 1996.
- [6] Munjiza A., *The combined finite-discrete element method*, John Wiley & Sons, 2004.
- [7] Živaljić N., Metoda konačno-diskretnih elemenata za seizmičku 2D analizu AB konstrukcija, Disertacija, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Sveučilište u Splitu, 2012.
- [8] Balić, I; Smoljanović, H; Trogrlić, B; Munjiza, A, Seismic Analysis of the Bell Tower of the Church of St. Francis of Assisi on Kaptol in Zagreb by Combined Finite-Discrete Element Method // *Buildings*, 11 (2021), 8; 373, 17 doi:10.3390/buildings11080373
- [9] Geodeta d.o.o. Split, Arhitektonski snimak Protirona – Chalke Dioklecijanove palače u Splitu. [Arhitektonski crtež]. Split: Geodeta d.o.o. Split.