

# Matematički model nestacionarnog strujanja u Zaljevu Raša

---

Ćaleta, Ante

Master's thesis / Diplomski rad

2018

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:*

**University of Split, Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy / Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:123:798591>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-14**



*Repository / Repozitorij:*

[FCEAG Repository - Repository of the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy, University of Split](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

# **DIPLOMSKI RAD**

**Ante Čaleta**

**Split, 2018.**

**SVEUČILIŠTE U SPLITU  
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

**Ante Čaleta**

**Matematički model nestacionarnog strujanja u  
Zaljevu Raša**

**Diplomski rad**

**Split, 2018.**

**SVEUČILIŠTE U SPLITU**

**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

STUDIJ: **DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ GRAĐEVINARSTVA**

KANDIDAT: **Ante Čaleta**

BROJ INDEKSA: **653**

KATEDRA: **Katedra za hidromehaniku i hidrauliku**

PREDMET: **Hidraulika**

### **ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD**

Tema:

Matematički model nestacionarnog strujanja sa sporim promjenama u otvorenim koritima

Opis zadatka:

U okviru diplomskog rada potrebno je postaviti matematički model nestacionarnog tečenja u otvorenim koritima. Zadatak riješiti metodom konačnih elemenata izradom vlastitog programa u Fortran-u. Za primjer obraditi kretanje plimnog vala u Zaljevu Raša za varijantu postojećeg stanja i za varijantu eventualne izgradnje luke na početnom dijelu kanala. U svim varijantama uzeti u obzir dotok iz rijeke Raše.

U Splitu, 08.ožujka, 2018.

Voditelj Diplomskog rada:

Doc. dr. sc. Davor Bojanić

Predsjednik Povjerenstva

za završne i diplomske ispite:

Doc. dr. sc. Veljko Srzić

# **Matematički model nestacionarnog strujanja u Zaljevu Raša**

## *Sažetak:*

U ovom diplomskom radu izvršena je analiza nestacionarnog strujanja u Zaljevu Raša i dana je odgovarajuća interpretacija rezultata. Izrađen je matematički model strujanja u programskom jeziku FORTRAN95 na temelju jednadžbi nestacionarnog strujanja. Provedena je trodnevna analiza dinamike piezometarskih stanja, protoka i brzina strujanja za zaljev u postojećem stanju, i u slučaju izgradnje luke na lokaciji Rt Trget.

## *Ključne riječi:*

Matematički model, nestacionarno strujanje, piezometarska stanja, protok, zaljev Raša

# **Mathematical model of non-steady flow in Raša bay**

## *Abstract:*

In this graduate thesis a non-stationary flow analysis was performed in Raša Bay and an appropriate interpretation of the results was given. A mathematical model of flow in the FORTRAN95 programming language was developed based on the nonstationary flow equations. A three-day analysis was conducted of dynamics of piezometric states, discharge and flow velocity in the bay in its natural state, and in the case of construction of the harbor at the Rt Trget site.

## *Keywords:*

Mathematical model, non-stationary flow, piezometric states, discharge, bay Raša

## Sadržaj:

<b>1. UVOD</b> .....	<b>1</b>
1.1. Općenito o području Zaljeva Raša.....	1
1.2. Cilj diplomskog rada .....	3
<b>2. TEORIJSKE OSNOVE MATEMATIČKOG MODELA</b> .....	<b>4</b>
2.1. Stacionarno strujanje u blagim otvorenim koritima .....	4
2.1.1. Specifična energija blago nagnutog korita.....	4
2.1.2. Srednja brzina tečenja u blago nagnutom koritu .....	6
2.1.3. Provodljivost poprečnog presjeka.....	7
2.2. Nestacionarno strujanje u otvorenim koritima.....	8
2.2.1. Jednadžba kontinuiteta.....	8
2.2.2. Dinamička jednadžba tečenja.....	10
2.2.3. Zakon očuvanja količine gibanja.....	12
<b>3. MATEMATIČKI MODEL TEČENJA U OTVORENOM KORITU</b> .....	<b>15</b>
3.1. Uvod .....	15
3.2. Opis modela .....	15
3.3. Formulacija matematičkog modela .....	16
3.3.1. Jednadžbe tečenja za konačni element.....	16
3.3.2. Integracija diferencijalnih jednadžbi.....	22
3.4. Globalni sustav jednadžbi.....	27
3.4.1. Newton-Raphson metoda rješavanja sustava nelinearnih jednadžbi....	27
3.4.2. Slaganje globalnog sustava jednadžbi .....	28
3.4.3. Uvrštavanje rubnih uvjeta .....	34
<b>4. PRORAČUN</b> .....	<b>36</b>
4.1. Ulazni podatci .....	36
4.1.1. Geometrijske karakteristike korita.....	36
4.1.2. Rubni uvjeti.....	41
4.1.3. Formiranje ulaznog file-a .....	43
4.2. Grafički prikaz rješenja proračuna .....	46
4.2.1. Piezometarske kote čvorova 1,8,23,40 i 57 – varijanta 1 – zaljev bez luke s utjecajem plime i oseke .....	46
4.2.2. Piezometarske kote čvorova 1,8,23,40 i 57 – varijanta 2 – zaljev bez luke s utjecajem plime i oseke, te plimnog vala .....	49
4.2.3. Piezometarske kote čvorova 1,8,23,40 i 57 – varijanta 3 – zaljev s izgrađenom lukom s utjecajem plime i oseke .....	52

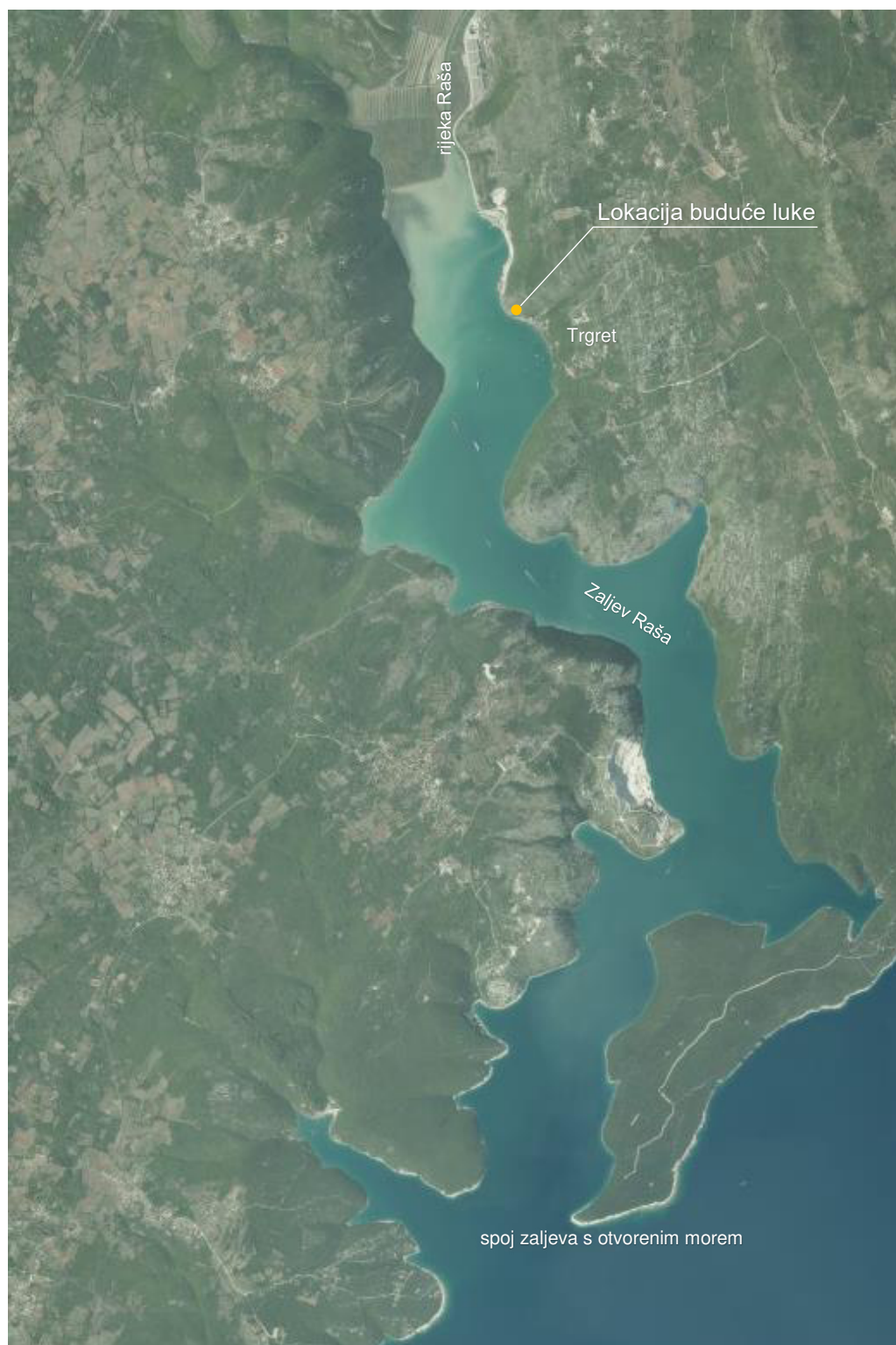
4.2.4.	Piezometarske kote čvorova 1,8,23,40 i 57 – varijanta 4 – zaljev s izgrađenom lukom s utjecajem plime i oseke, te plimnog vala .....	55
4.2.5.	Protok i brzina strujanja na elementima 1,8,23,40 i 57 – varijanta 1 – zaljev bez luke s utjecajem plime i oseke .....	58
4.2.6.	Protok i brzina strujanja na elementima 1,8,23,40 i 57 – varijanta 2 – zaljev bez luke s utjecajem plime i oseke, te plimnog vala .....	63
4.2.7.	Protok i brzina strujanja na elementima 1,8,23,40 i 57 – varijanta 3 – zaljev s izgrađenom lukom s utjecajem plime i oseke .....	68
4.2.8.	Protok i brzina strujanja na elementima 1,8,23,40 i 57 – varijanta 4 – zaljev s izgrađenom lukom s utjecajem plime i oseke, te plimnog vala .....	73
4.2.9.	Piezometarske kote u čvoru na lokaciji luke – usporedba varijanti .....	78
4.2.10.	Protok na elementu na lokaciji luke – usporedba varijanti .....	84
4.2.11.	Piezometarske kote u čvoru uzvodno od luke – usporedba varijanti .....	90
4.2.12.	Protok na elementu uzvodno od luke – usporedba varijanti .....	96
4.2.13.	Piezometarske kote uzduž zaljeva – varijanta 1 – zaljev bez luke s utjecajem plime i oseke .....	102
4.2.14.	Piezometarske kote uzduž zaljeva – varijanta 2 – zaljev bez luke s utjecajem plime i oseke, te plimnog vala .....	103
4.2.15.	Piezometarske kote uzduž zaljeva – varijanta 3 – zaljev s izgrađenom lukom s utjecajem plime i oseke .....	104
4.2.16.	Piezometarske kote uzduž zaljeva – varijanta 4 – zaljev s izgrađenom lukom s utjecajem plime i oseke, te plimnog vala .....	105
<b>5.</b>	<b>FORTAN 95 PROGRAMSKO RJEŠENJE .....</b>	<b>106</b>
5.1.	Program „PROVODLJIVOST_VOLUMETRIJA.f95“ .....	106
5.2.	Program „STRUJANJE.f95“ .....	110
5.2.1.	Glavni dio programa .....	110
5.2.2.	Subrutina „OTVORI“ .....	112
5.2.3.	Subrutina „CITANJE“ .....	113
5.2.4.	Subrutina „POCSTANJE“ .....	113
5.2.5.	Subrutina „SIM“ .....	114
5.2.6.	Subroutine „INTP“ i „INTP2“ .....	118
5.2.7.	Subrutina „SOLVER“ .....	119
<b>6.</b>	<b>ZAKLJUČAK .....</b>	<b>120</b>
<b>7.</b>	<b>LITERATURA .....</b>	<b>122</b>
<b>8.</b>	<b>PRILOZI .....</b>	<b>123</b>
8.1.	Prilog 1 – Situacija s označenim elementima i čvorovima .....	124
8.2.	Prilog 2 – Situacija s označenim područjem koje sudjeluje u provodljivosti elemenata .....	125

8.3.	Prilog 3 – Poprečni profil 1-1 - element 8.....	126
8.4.	Prilog 4 – Poprečni profil 2-2 - element 23.....	127
8.5.	Prilog 5 – Poprečni profil 3-3 - element 40.....	128
8.6.	Prilog 6 – Poprečni profil 4-4 - element 57.....	129



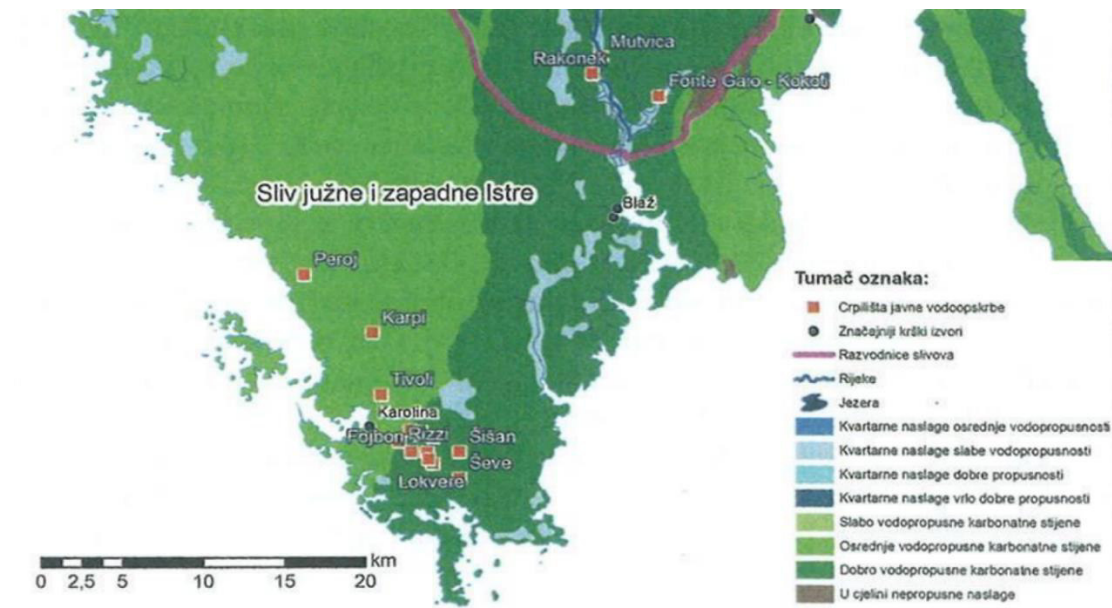
## 1. UVOD

### 1.1. Općenito o području Zaljeva Raša



**Slika 1.1** Orto-foto snimak Zaljeva Raša

Raški zaljev je duboki zaljev lociran na istočnoj obali Istre jugozapadno od Labina. Nekada je bio dio donje doline rijeke Raše, koji je potopljen postglacijalnim izdizanjem morske razine. Dug je približno 12 km i proteže se od ušća rijeke Raše kroz dio krškog karbonatnog kompleksa južne Istre, do otvorenog mora. Prosječne je širine oko 1 km, a dubina mu varira od 44 m na ulazu zaljeva u more do 10 m na lokaciji luke Bršica, te završava s dubinama manjim od 1 m na ušću rijeke Raše.



**Slika 1.2** Hidrogeološki prikaz Istarskog poluotoka

Zaljev se u cijelosti nalazi u području kvartarnih naslaga dobre propusnosti, tj. krškog karbonatnog kompleksa koji je omeđen hidrogeološkom barijerom koju čini masiv Učka i struktura Labin – Koromačno sa istočne strane zaljeva, te slabo propusne karbonatne stijene koja se nalazi na južnoj i zapadnoj strani Istre. Zbog dobro propusnih stijena u okolici zaljeva te nizvodnom dijelu rijeke Raše, postoji niz podzemnih tokova koji izviru u blizini zaljeva. Najznačajniji je priobalni izvor Blaž koji izvire u blizini uvale Blaž, 3 km udaljene od ušća Raše. Strane zaljeva su strme i nepristupačne, te su obrasle oskudnom vegetacijom. [1]

U povijesnom smislu, prije 3000 g. zaljev i rijeka Raša su služili kao granica između Histra i Liburna, a u doba Rimskog carstva bili su granično područje između Italije i Ilirika. Važnost zaljeva raste u 19. st., kada se gradi utovarna luka za ugljen Bršica, koja je nakon 1945. g. proširena izgradnjom terminala za drvo i stoku. [2]

## 1.2. Cilj diplomskog rada

Cilj rada je izrada matematičkog modela kojim će se opisati nestacionarno strujanje u Zaljevu Raša. Model će prikazati dinamiku promjene razine mora u zaljevu, te dinamiku protoka i brzina u zaljevu.

Analiza je napravljena za četiri varijante. Dvije varijante su napravljene za zaljev u prirodnom postojećem stanju, i to za normalne oscilacije plime i oseke na mjestu spoja zaljeva s otvorenim morem, te za eventualnu pojavu seša. Seš je zapravo plimni val koji se u Jadranu javlja često i predstavlja naguravanje mora uslijed dugotrajnog puhanja juga popraćeno padanjem tlaka zraka. U tom periodu se javljaju ekstremno visoke morske razine.

Dvije varijante oscilacija morske razine analizirane su i u slučaju izgradnje luke u zaljevu, smještene pokraj Rta Trget.

Naime, iako je Zaljev Raša relativno širok i spojen na otvoreno more, zbog konfiguracije zaljeva razina mora u zaljevu se neće ponašati kao i razina na spoju s otvorenim morem. Očekuje se da će poremećaj osciliranja morske razine propagirati zaljevom brže nego što se propagiraju plima i oseka.

Zbog toga, uz pomoć modela, treba provjeriti kako se razine mora ponašaju u prirodnom stanju zaljeva, kao i u slučaju izgradnje luke. Ponašanje morskih razina je bitno kod projektiranja lukobrana i definiranja kote lukobrana, te se u slučaju zaljeva Raša ne može se uzeti u obzir samo oscilacija plime i oseke.



Pod blago nagnuta korita smatramo ona korita čiji je kut  $\beta \approx 0$ , tj.  $\cos\beta \cong 1$ . U tom slučaju longitudinalnu varijablu  $l$  možemo zamjeniti horizontalnom udaljenošću  $x$ . Također se, za slučaj blago nagnutog korita, može reći da su poprečni presjeci postavljeni vertikalno i da je brzina tečenja horizontalna.

Piezometarska linija, koja se poklapa sa linijom vodnog lica, je jednaka:

$$h = z_T + \frac{p_T}{\rho g} = z_T + y_T \quad (1)$$

$$z_T + y_T = z_0 + y \quad (2)$$

Specifična energija u blago nagnutom koritu je jednaka:

$$H = z_0 + y + \frac{\alpha \bar{v}^2}{2g} = h + \frac{\alpha \bar{v}^2}{2g} \quad (3)$$

Promatra se strujanje realne tekućine, što znači da postoji disipacija energije u smjeru tečenja i specifična energija se smanjuje duž toka. Gubitak energije se može zapisati kao:

$$\frac{dH}{dl} + \frac{\tau_0}{\rho g R} = \frac{dH}{dl} + J_e = 0 \quad (4)$$

gdje  $J_e$  označava gradijent energije duž osi  $l$ .

Bitno je razlikovati gradijent linije energije  $J_e = dH/dl$  i nagib linije energije  $I_e = dH/dx$ . Gradijent linije energije je mjera smanjenja energije duž osi  $l$ , dok nagib linije energije predstavlja tangens kuta između osi tečenja i horizontalne osi  $x$  (Slika 2.1). Kod strmih korita te dvije vrijednosti nisu jednake, međutim kod blago nagnutih korita, zbog male vrijednosti kuta  $\beta \approx 0$ , nagib i gradijent su približno jednaki.

$$dx = dl \cdot \cos\beta; \cos\beta \cong 1 \quad (5)$$

$$\frac{dH}{dl} = \frac{dH}{dx} \cdot \frac{dx}{dl} = \cos\beta \cdot \frac{dH}{dx} \quad (6)$$

Iz jednakosti (5) vidimo da je  $J_e = I_e \cdot \cos\beta = I_e$ , pa jednadžbu za energiju blago nagnutih korita možemo zapisati kao:

$$\frac{dH}{dx} + I_e = 0 \quad (7)$$

Nagib linije energije definiran je srednjim koeficijentom trenja duž omočenog dijela poprečnog presjeka:

$$I_e = \frac{\tau_0}{\rho g R} \quad (8)$$

$$\frac{dH}{dx} + \frac{\tau_0}{\rho g R} = 0 \quad (9)$$

### 2.1.2. Srednja brzina tečenja u blago nagnutom koritu

Trenje u omočenom dijelu poprečnog presjeka, uz pretpostavku potpuno razvijenog graničnog sloja, definiramo kao:

$$\tau_0 = c_f \cdot \frac{1}{2} \rho \bar{v}^2 \quad (10)$$

$\bar{v}$  predstavlja srednju brzinu razvijenog profila brzina, a  $c_f$  srednji koeficijent trenja duž omočene površine korita s razvijenim graničnim slojem.

Nagib linije energije  $I_e$  se sada može zapisati kao:

$$I_e = \frac{c_f \cdot \bar{v}^2}{R \cdot 2g} \quad (11)$$

Iz prethodnog izraza možemo zapisati izraz za srednju brzinu tečenja u otvorenom koritu:

$$\bar{v} = \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{c_f}} \cdot \sqrt{R \cdot I_e} \quad (12)$$

Ovako napisan izraz za brzinu zove se Chezy-eva formula, gdje se prvi član  $\sqrt{2g}/\sqrt{c_f}$  naziva se Chezy-ev koeficijent  $C$ . Pokazalo se da  $C$  nije konstantan za svaki poprečni presjek kako se u početku smatralo. [3]

Najčešće korišten izraz za računanje brzine otvorenog korita je Manning-ova formula.

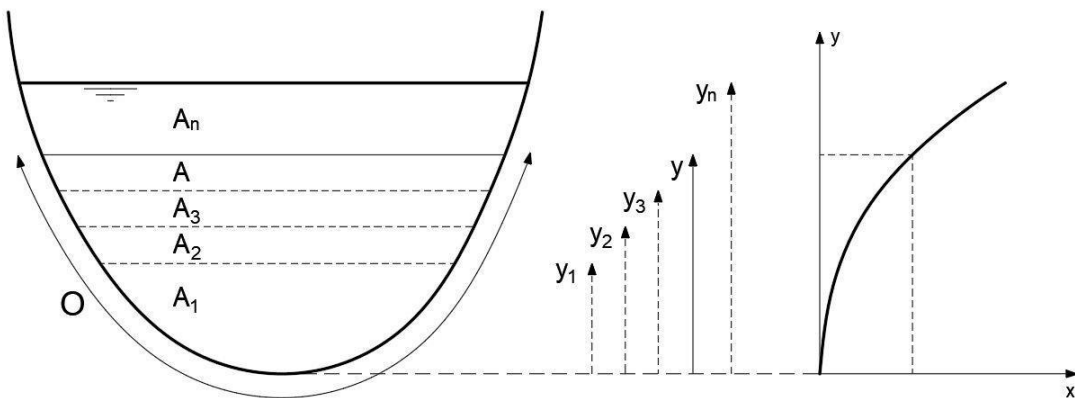
$$v = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{I_e} \quad (13)$$

Zbog jednostavnosti formule i obilja podataka o hrapavosti  $n$  korita od različitih materijala, danas se najčešće koristi u proračunima.

U modelu je korištena Manning-Strickler-ova formula, koja za razliku od Manning-ove ovisi o glatkosti korita. Glatkost je izražena kao recipročna vrijednost hrapavosti kao  $K = 1/n$ .

$$v = K \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{I_e} \quad (14)$$

### 2.1.3. Provodljivost poprečnog presjeka



**Slika 2.2** Krivulja protoka

Za predodređenu dubinu  $y$ , može se odrediti omočena površina poprečnog presjeka  $A$  i omočeni opseg  $O$ , što daje vrijednost hidrauličkog radijusa poprečnog presjeka (Slika 2.2). Uz poznat Strickler-ov koeficijent  $K$  i hidraulički radijus  $R$ , iz Manning-Stricklerove formule za brzinu računa se provodljivost korita  $C(y)$ .

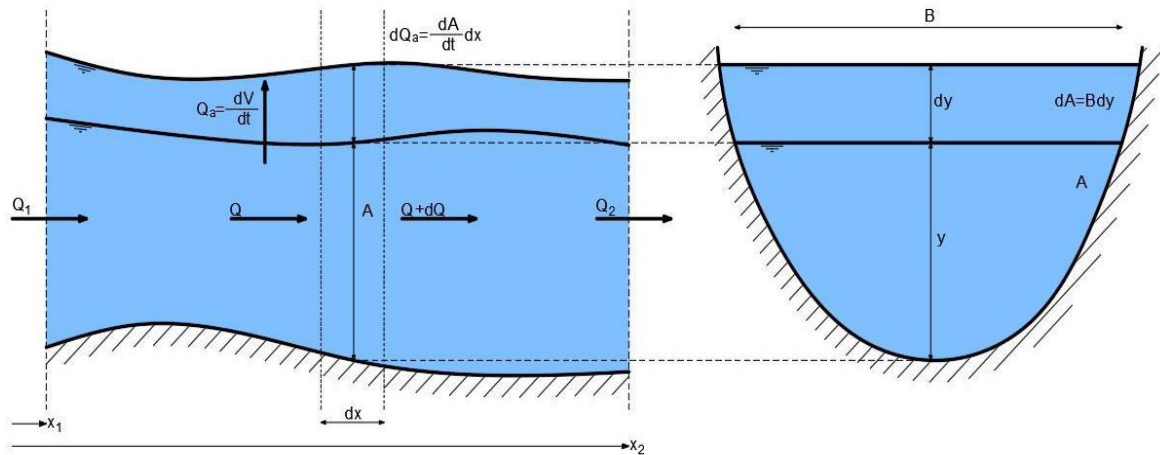
$$Q(y) = C(y) \cdot \sqrt{I_e} \quad (15)$$

$$C(y) = K \cdot \frac{A^{\frac{5}{3}}}{O^{\frac{2}{3}}} \quad (16)$$

Provodljivost  $C\left(\frac{m^3}{s}\right)$  predstavlja protok za jedinični nagib linije energije, te je funkcija geometrijskih karakteristika i otpora korita.

## 2.2. Nestacionarno strujanje u otvorenim koritima

### 2.2.1. Jednadžba kontinuiteta



**Slika 2.3** Zakon očuvanja mase

Između dvije proizvoljno odabrane stacionaže (Slika 2.3) može se postaviti zakon očuvanja u obliku masenog protoka  $\dot{M} = \rho \cdot Q$ .

$$\dot{M}_a + \dot{M}_2 - \dot{M}_1 = 0 \quad (17)$$

$\dot{M}_1$  predstavlja protok mase koji ulazi u kontrolni volumen,  $\dot{M}_2$  protok mase koji izlazi iz kontrolnog volumena, a  $\dot{M}_a$  prihranjivanje protoka mase unutar volumena. Ako se pretpostavi da je tekućina nestišljiva, zakon očuvanja se može napisati u obliku volumnog protoka:

$$Q_a + Q_1 - Q_2 = 0 \quad (18)$$

Prihranjivanje tj. akumulaciju protoka  $Q_a$  koji se očituje u vremenu kao podizanje ili spužtanje razine vode definirano je kao:

$$Q_a = \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \cdot \int_{x_1}^{x_2} A dx \quad (19)$$

Uvrštavanjem izraza (19) u zakon očuvanja dobije se integralni oblik zakona očuvanja masa:



$$\frac{\partial V}{\partial t} + Q_1 - Q_2 = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \int_{x_1}^{x_2} A dx + Q_1 - Q_2 = 0 \quad (21)$$

### Diferencijalni zapis zakona očuvanja mase

Koristeći osnovne operacije s integralima jednačba (21) se može zapisati kao:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial A}{\partial t} dx + \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial Q}{\partial x} dx = \int_{x_1}^{x_2} \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} \right) dx = 0 \quad (22)$$

Zakon očuvanja mora biti valjan za bilo koje odabrane presjeke  $x_1$  i  $x_2$ , stoga podintegralna funkcija mora biti jednaka nuli:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (23)$$

Ovako zapisana jednačba predstavlja diferencijalni oblik jednačbe kontinuiteta za nestacionarno tečenje u otvorenim koritima. Predstavlja zakon očuvanja mase na elementarnom volumenu diferencijalno male duljine  $dx$  (Slika 2.3).

### Specijalni oblik jednačbe kontinuiteta

Prvi član diferencijalne jednačbe kontinuiteta koji predstavlja akumuliranje volumena možemo raspisati u lančani oblik derivacija:

$$\frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (24)$$

Ako je poznato da je  $dA = B \cdot dh$  pa je diferencijalna jednačba:

$$B \cdot \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (25)$$

Prvi član se može zapisati uz dodatak izraza za elementarnu brzinu vala  $c = \sqrt{g \frac{A}{B}}$

$$\frac{gA}{gA} B \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{gA}{c^2} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (26)$$

$$\frac{gA}{c^2} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (27)$$

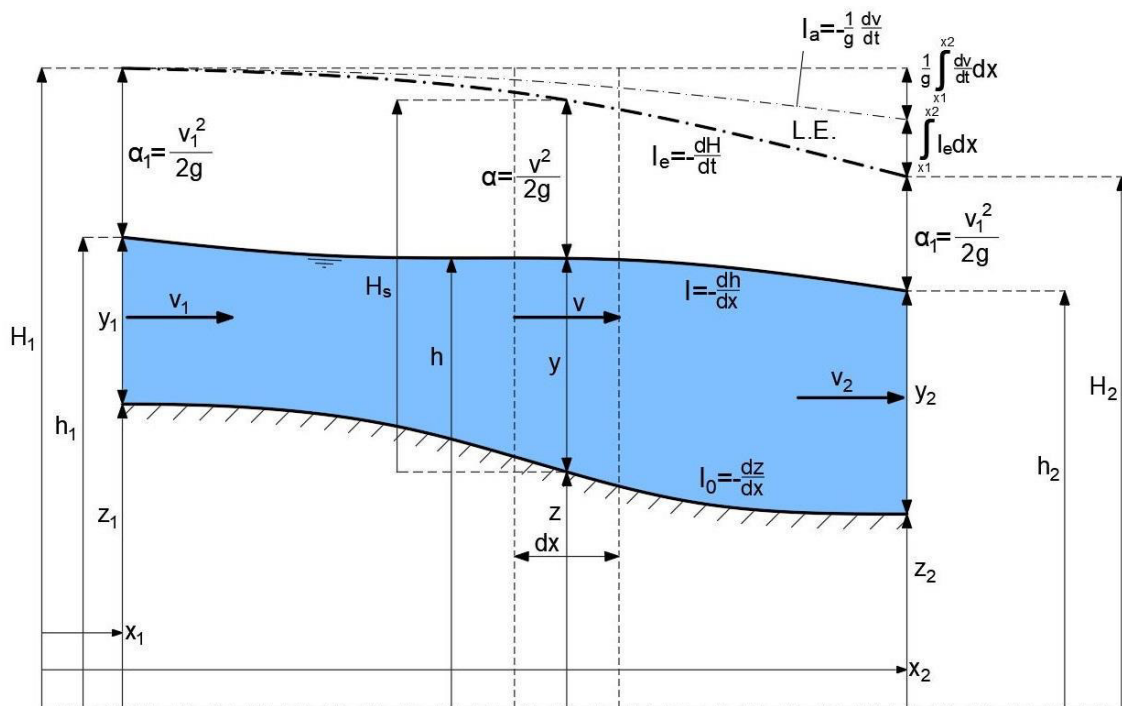
Jednadžba kontinuiteta se sad može integrirati između dvije pozicije  $x_1$  i  $x_2$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{gA}{c^2} \frac{\partial h}{\partial t} dx + Q_2 - Q_1 = 0 \quad (28)$$

gdje integral predstavlja drukčiji zapis za akumuliranje protoka unutar volumena

$$Q_a = \frac{\partial V}{\partial t} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{gA}{c^2} \frac{\partial h}{\partial t} dx \quad (29)$$

### 2.2.2. Dinamička jednadžba tečenja



**Slika 2.4** Odnos tlakova i energije kod nestacionarnog tečenja

Slika 2.4 prikazuje relativne odnose članova dinamičke jednadžbe tečenja na elementu konačne duljine  $x_2 - x_1$ , kao i na elementu diferencijalno male duljine  $dx$ .

Dinamička jednadžba se temelji na zakonu očuvanja energije između dva presjeka. Energija u nizvodnom presjeku  $x_2$  je jednaka energiji u presjeku  $x_1$  umanjenoj za dio energije koji se potroši zbog trenja, te energije koja je potrebna za ubrzavanje vode. [4]

Dinamička jednadžba se može zapisati za element duljine  $dx$  u visinskom obliku:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + I_e = 0 \quad (30)$$

gdje je:

$\frac{\partial H}{\partial x}$  – promjena ukupne energije u presjeku

$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t}$  – energija potrebna za ubrzanje vode

$I_e$  – gradijent linije energije

$$H = z + y + \alpha \frac{v^2}{2g} = z + H_s = h + \alpha \frac{v^2}{2g} \quad (31)$$

Nagib linije energije izražen preko vodljivosti presjeka  $K$

$$I_e = \frac{\tau_0}{\rho g R} = \frac{c_f}{2gR} |v|v = \frac{|Q|Q}{C(y)} \quad (32)$$

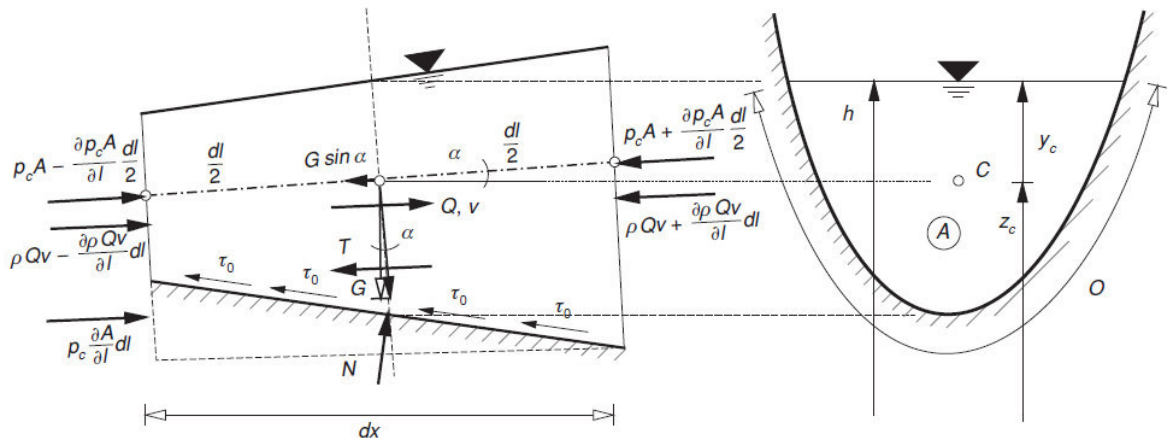
Diferencijalni oblik dinamičke jednadžbe

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} + g(I_e - I_0) = 0 \quad (33)$$

Ako se jednadžba integrira između dva proizvoljno odabrana profila  $x_1$  i  $x_2$  dobije se integralni oblik dinamičke jednadžbe

$$H_2 - H_1 + \int_{x_1}^{x_2} I_e dx + \frac{1}{g} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial v}{\partial t} dx = 0 \quad (34)$$

## 2.2.3. Zakon očuvanja količine gibanja



Slika 2.5 Sile koje se javljaju u elementu [5]

Polazi se od drugog Newton-ovog zakona, koji se odnosi na dinamičku ravnotežu između promjene količine gibanja i djelujuće sile

$$\frac{d}{dt} m \vec{v} = \sum \vec{F} \quad (35)$$

Zakon očuvanja količine gibanja se postavlja na diferencijalnom elementu (Slika 2.5). Pretpostavlja se da je tečenje jednodimenzionalno duž osi tečenja, da su poprečni presjeci okomiti na os tečenja, da je raspodjela tlaka u poprečnom presjeku hidrostatička, te da je protok količine gibanja jednolik.

Najprije treba promotriti dinamičku ravnotežu sila u smjeru tečenja. Ukupna promjena količine gibanja u kontrolnom volumenu, koja se sastoji od promjene količine gibanja unutar volumena i razlike zbog količine gibanja kroz presjeke, može se zapisati kao:

$$\frac{d}{dt} m v = \frac{\partial \rho A v}{\partial t} + \left( \rho Q v + \frac{\partial \rho Q v}{\partial l} \frac{dl}{2} \right) - \left( \rho Q v - \frac{\partial \rho Q v}{\partial l} \frac{dl}{2} \right) \quad (36)$$

gdje je  $v$  srednja brzina u presjeku.

Nakon sređivanja prethodnog izraza dobije se brzina promjene količine gibanja kontrolnog volumena

$$\frac{d}{dt}mv = \rho \left( \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Qv}{\partial l} \right) dl \quad (37)$$

Težina volumena projicirana na os u smjeru toka

$$-G \sin \alpha = -\rho g A \frac{\partial z_c}{\partial l} dl \quad (38)$$

Normalna tlačna sila sastoji se od sile u poprečnom presjeku  $dN_a$  i normalne tlačne sile  $dN_b$  koja djeluje na omočenu površinu volumena, projicirane na os toka

$$dN_a = \left( p_c A - \frac{\partial p_c A}{\partial l} dl \right) - \left( p_c A + \frac{\partial p_c A}{\partial l} dl \right) = -\frac{\partial p_c A}{\partial l} dl \quad (39)$$

$$dN_b = p_c \frac{\partial A}{\partial l} dl \quad (40)$$

Ukupna normalna tlačna sila se dobije zbrajanjem dvaju prethodnih izraza

$$dN = dN_a + dN_b = -\frac{\partial p_c A}{\partial l} dl + p_c \frac{\partial A}{\partial l} dl \quad (41)$$

$$dN = -A \frac{\partial p_c}{\partial l} dl \quad (42)$$

Projekcija sile trenja na omočenu površinu kontrolnog volumena je u smjeru toka, zbog pretpostavke da su strujnice paralelne s osi tečenja, približno jednaka sljedećem izrazu:

$$-T = -\tau_0 O dl \quad (43)$$

Ukupna sila je jednaka:

$$\sum F = dN - G \sin \alpha - T \quad (44)$$

te je nakon uvođenja jednadžbi (42),(38) i (43) u jednadžbu (44) dobiven izraz:

$$\sum F = -\rho g A \left( \frac{\partial p_c}{\partial l} + \frac{\partial z_c}{\partial l} + \frac{\tau_0}{\rho g R} \right) dl \quad (45)$$

Kad uvrstimo poznate izraze za  $h = z_c + \frac{p_c}{\rho g} = z_0 + y$  i  $I_e = \frac{\tau_0}{\rho g R}$  možemo pisati:

$$\sum F = -\rho g A \left( \frac{\partial h}{\partial l} + I_e \right) dl \quad (46)$$

Konačan izraz zakona očuvanja količine gibanja u kontrolnom volumenu glasi:

$$\rho \left( \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Qv}{\partial l} \right) dl + \rho g A \left( \frac{\partial h}{\partial l} + I_e \right) dl = 0 \quad (47)$$

iz kojeg se izvodi diferencijalni oblik

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Qv}{\partial l} + gA \left( \frac{\partial h}{\partial l} + I_e \right) = 0 \quad (48)$$

Budući da se radi o blago nagnutom koritu gradijent energije možemo zamijeniti izrazom za nagib linije energije:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Qv}{\partial l} + gA \left( \frac{\partial h}{\partial l} + I_e \right) = 0 \quad (49)$$

### 3. MATEMATIČKI MODEL TEČENJA U OTVORENOM KORITU

#### 3.1. Uvod

Za proračun tečenja u Raškom zaljevu razvijen je matematički model tečenja u otvorenom koritu koristeći metodu konačnih elemenata. Ovakva metoda je najpopularnija i najčešće korištena numerička metoda za rješavanje parcijalnih diferencijalnih jednačbi. Podjela domene na konačne elemente i zapisivanje jednačbi strujanja za svaki element nam, uz korištenje računala, pruža efektivan način rješavanja piezometarskih stanja i protoka na elementima, a time i na cijeloj domeni proračuna.

#### 3.2. Opis modela

Matematički model je zamišljen kao jednodimenzionalni model. Postavlja se os duž domene proračuna i dijeli se na konačne elemente. Pri analizi problema zanemarena je razlika u gustoći vode i mora tj. problem je monofazan.

Kod jednodimenzionalnih modela postoji jasno izražen dominantan smjer strujanja gdje su brzine znatno veće od poprečnih. Kod analize strujanja u izduženim kanalima dovoljno je promatrati problem kao jednodimenzionalan jer se zapravo druga dimenzija, u vidu površina poprečnog presjeka kanala i volumetrije koja je pridružena svakom čvoru, uzima u obzir u formulaciji dinamičkih jednačbi strujanja i jednačbi kontinuiteta koje se postavljaju za elemente i čvorove.

Hidrauličko ponašanje sustava otvorenog kanala opisano je jednačbama oscilacija nestišljive tekućine tj. dinamičkom jednačbom tečenja i jednačbom kontinuiteta. Numeričkom proračunu pristupa se direktno iz ta dva zakona, koji izražavaju održanje volumnog protoka i energije u Bernouli-evoj jednačbi u visinskom obliku. [4]

Jednačbe su u svrhu integracije transformirane tako da se problem svodi na rješavanje diferencijalnih jednačbi drugog reda za poznate početne i rubne uvjete. Sustav je u svakom stanju i na svakom konačnom elementu opisan s protokom  $Q$  na elementu i piezometarskim visinama  $h$  na uzvodnom i nizvodnom

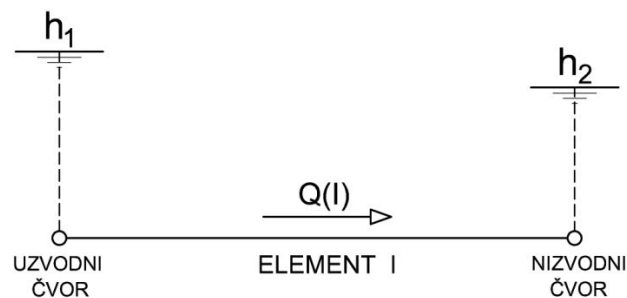
čvoru elementa tj. opisan je sustavom sa tri jednačbe s tri nepoznanice. Konačan sustav svih elemenata sadrži  $n$  jednačbi sa  $n$  nepoznanica.

Sustav se rješava Newton-Raphson metodom, pri čemu se dijelovi nelinearnih diferencijalnih jednačbi, koji se ne mogu direktno integrirati, rješavaju su primjenom numeričkih metoda integracije nelinearnih funkcija, u ovom slučaju implicitno-eksplicitnim postupkom integracije (opisano detaljnije u poglavlju - 3.3 Formulacija matematičkog modela).

### 3.3. Formulacija matematičkog modela

#### 3.3.1. Jednačbe tečenja za konačni element

##### Dinamička jednačba elementa I



**Slika 3.1** Konačni element kao dio modela

Konačan element je opisan dinamičkom jednačbom:

$$h_1 = h_2 \pm \Delta H_e + \frac{L}{g} \cdot \frac{dv}{dt} \quad (50)$$

Gubitak energije  $\Delta H_e$  za stacionarno tečenje određen je iz člana Manning-Strickler-ove formule za brzinu koji predstavlja nagib linije energije [3]:

$$v = K \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{I_e} \quad (51)$$



gdje je:

$v$  – brzina strujanja u koritu ( $\frac{m}{s}$ )

$K$  – Strickler-ov koeficijent kao mjera glatkosti korita

$R$  – Hidraulički radijus korita – omjer omočene površine poprečnog presjeka i omočenog opsega ( $m$ )

$I_e$  – nagib linije energije

$$I_e = \frac{\Delta H_e}{L} \quad (52)$$

Kad se Manning-Strickler-ova formula uvrsti u formulu za protok dobije se:

$$Q = v \cdot A = K \cdot \frac{A^{\frac{5}{3}}}{O^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta H_e}{L}} \quad (53)$$

$$Q = K \cdot \frac{A^{\frac{5}{3}}}{O^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{L}} \cdot \sqrt{\Delta H_e} \quad (54)$$

Strickler-ov koeficijent glatkosti, hidraulički radijus i duljina konačnog elementa zajedno opisuju provodljivost konačnog elementa. Kako koeficijent glatkosti ovisi o površini samog korita, a omočeni opseg i omočena površina poprečnog presjeka ovise o piezometarskoj visini, može se reći da je provodljivost u funkciji visine.

$$C(h) = K \cdot \frac{A(h)^{\frac{5}{3}}}{O(h)^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{L}} \quad (55)$$

Provodljivost u sebi sadrži geometrijske karakteristike konačnog elementa, i sadržana je u formulaciji dinamičke jednadžbe. To je jedan od razloga zbog kojeg model možemo promatrati kao jednodimenzionalan.

Konačno se dobije izraz koji definira gubitak energije  $\Delta H_e$  na elementu I:

$$\Delta H_e = \frac{Q^2}{C(h)^2} \quad (56)$$

Uvođenjem izraza za gubitak energije u dinamičku jednadžbu dobije se:

$$h_1 = h_2 \pm \frac{Q^2}{C^2} + \frac{L}{g} \cdot \frac{dv}{dt} \quad (57)$$

Predznak disipacije energije je pozitivan u smjeru pozitivnog protoka, a negativan u suprotnom smjeru. Gubitak negativnog predznaka je spriječen množenjem stvarne i apsolutne vrijednosti protoka. [4]

$$h_1 = h_2 + \frac{|Q| \cdot Q}{C^2} + \frac{L}{g} \cdot \frac{dv}{dt} \quad (58)$$

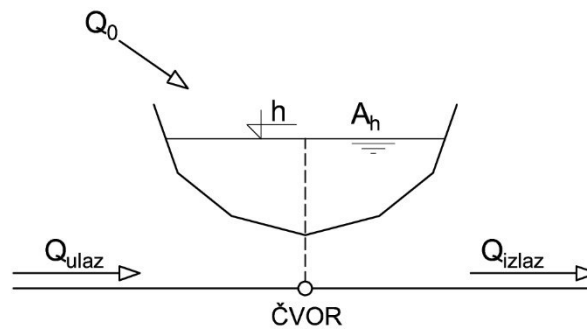
Ako je poznato da je  $v = Q/A$ , dinamička jednadžba se može zapisati kao:

$$h_1 = h_2 + \frac{|Q| \cdot Q}{C^2} + \frac{L}{g \cdot A_{el}} \cdot \frac{dQ}{dt} \quad (59)$$

Kad se derivacija protoka  $dQ/dt$  prebaci na lijevu stranu, a ostatak jednadžbe na desnu dobije se diferencijalna jednadžba protoka na elementu I:

$$\frac{dQ}{dt} = \left( h_1 - h_2 - \frac{|Q| \cdot Q}{C^2} \right) \cdot \frac{g \cdot A_{el}}{L_{el}} \quad (60)$$

### Jednadžba kontinuiteta čvora



**Slika 3.2** Čvor kao dio modela

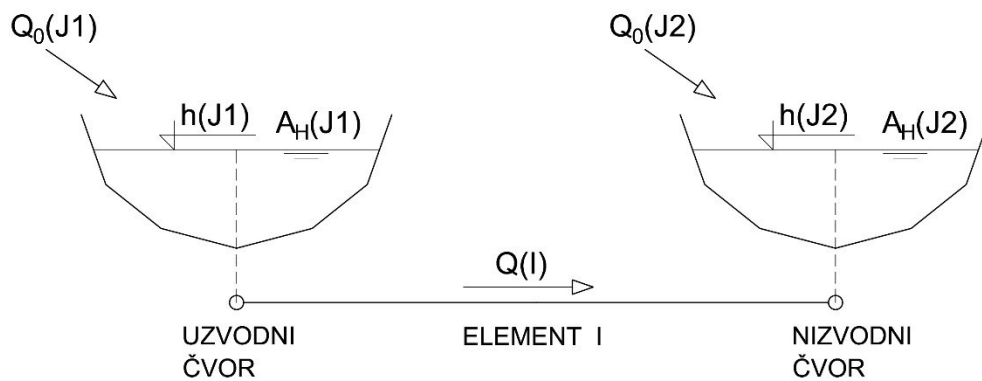
Podizanje ili spuštanje razine vodnog lica tj. piezometarsko stanje u rezervoaru računa se preko jednadžbe kontinuiteta, što je zapravo zakon očuvanja mase zapisan preko volumetrijskog protoka. Zakon očuvanja kaže da je ukupna promjena volumena vode u jedinici vremena, unutar rezervoara, jednaka volumenu vode koji uđe u rezervoar minus volumen koji izađe (Slika 3.2).

Generalni oblik jednadžbe kontinuiteta za rezervoar određenog volumena glasi:

$$\frac{dh}{dt} \cdot A_h = Q_{ulaz} - Q_{izlaz} \pm Q_0 \quad (61)$$

gdje je lijeva strana jednadžbe zapravo  $v \cdot A_{horizontalno}$ , što predstavlja akumuliranje volumena u jedinici vremena unutar rezervoara.

Model je zamišljen na način da se umjesto pisanja cijele jednadžbe kontinuiteta za svaki čvor, uz dinamičke jednadžbe elemenata najprije zapisuje samo dio jednadžbe kontinuiteta koji sadrži protok u elementu, i to za uzvodni i nizvodni čvor elementa I (Slika 3.3). Nakon toga se za svaki čvor zapisuje dio jednadžbe kontinuiteta koji sadrži vanjsko prihranjivanje.



**Slika 3.3** Uzvodni i nizvodni čvor elementa *I*

Takav način rješavanja sustava omogućava da se lokalno za svaki element izračunaju količine protoka koje ulaze u nizvodni čvor i izlaze iz uzvodnog čvora. Na taj se način mogu direktno modelirati sustavi koji u jednom čvoru imaju više od dva elementa. U protivnom, ako se u model ide sa cijelom jednadžbom kontinuiteta, prethodno je potrebno definirati tablicu veza svih čvorova i elemenata.

Pišu se jednadžbe kontinuiteta za uzvodni i nizvodni čvor:

$$\frac{dh(J1)}{dt} \cdot A_h(J1) = -Q(I) \pm Q_0(J1) \quad (62)$$

$$\frac{dh(J2)}{dt} \cdot A_h(J2) = Q(I) \pm Q_0(J2) \quad (63)$$

Jednadžbe se razdijele na dio s doprinosima i dio vanjskih prihranjivanja gdje je doprinos elementa *I* uzvodnom čvoru

$$DOPRINOS^- = \frac{dh(J1)}{dt} \cdot A_h(J1) = -Q(I) \quad (64)$$

a doprinos elementa *I* nizvodnom elementu

$$DOPRINOS^+ = \frac{dh(J1)}{dt} \cdot A_h(J1) = Q(I) \quad (65)$$

Dio jednadžbi koji predstavlja prihranjivanje na uzvodni i nizvodni čvor je jednak. U nastavku će se prihranjivanje pisati kao pozitivno, U slučaju negativnog prihranjivanja tj. crpljenja protok će se uvrstiti kao negativan (zakon mijenjanja protoka prihranjivanja  $Q_0$  je zadan u svakom vremenskom koraku i nije nepoznanica).

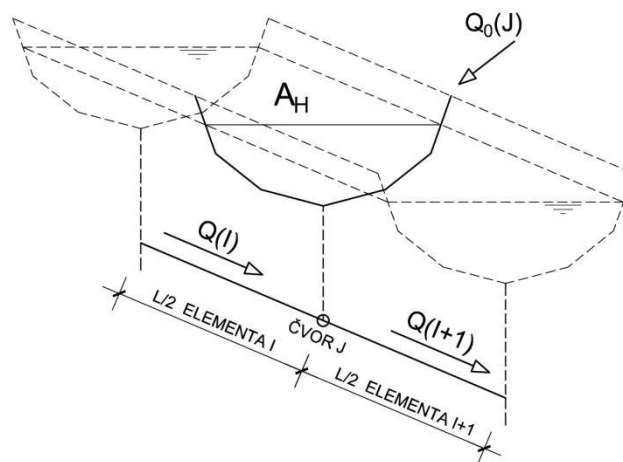
$$\frac{dh(J1)}{dt} \cdot A_h(J1) = Q_0(J1) \quad (66)$$

$$\frac{dh(J2)}{dt} \cdot A_h(J2) = Q_0(J2) \quad (67)$$

Konačan oblik diferencijalnih jednadžbi za uzvodni i nizvodni čvor

$$\frac{dh(J1)}{dt} = \frac{-Q(I) \pm Q_0(J1)}{A_h(J1)} \quad (68)$$

$$\frac{dh(J2)}{dt} = \frac{-Q(I) \pm Q_0(J2)}{A_h(J2)} \quad (69)$$



**Slika 3.4** Raspodjela volumena elemenata na čvor

Iz skice (Slika 3.4) se može vidjeti da je čvor točka, a ne rezervoar nekog volumena. Čvoru se dodijeli volumen sa konačnih elemenata, i to pola volumena sa uzvodnog elementa te pola volumena sa nizvodnog elementa. Na taj je način za svaki čvor definirana volumetrija i samim time horizontalna površina vodnog lica.

### 3.3.2. Integracija diferencijalnih jednadžbi

Sustav jednadžbi se integrira u nekom konačnom vremenskom intervalu  $[t^k, t^{k+1}]$ . Cjelovito stanje sustava je poznato na početku intervala  $t = t^k$ , a na kraju intervala kad je  $t = t^{k+1}$  se proračunava novo stanje sustava. Oznake  $k$  i  $k + 1$ , gdje  $k = 1, 2, 3, \dots, n$  označavaju stanje sustava u pojedinom trenutku.

Integralni oblik sustava jednadžbi:

- dinamička jednadžba elementa  $I$

$$\int_k^{k+1} dQ = \frac{g \cdot A_{el}}{L_{el}} \cdot \int_k^{k+1} \left( h(J1) - h(J2) - \frac{|Q| \cdot Q}{C^2} \right) \cdot dt \quad (70)$$

- jednadžbe kontinuiteta uzvodnog i nizvodnog čvora elementa  $I$

$$\int_k^{k+1} dh(J1) = \int_k^{k+1} \left( \frac{-Q(I) \pm Q_0(J1)}{A_h(J1)} \right) dt \quad (71)$$

$$\int_k^{k+1} dh(J2) = \int_k^{k+1} \left( \frac{Q(I) \pm Q_0(J2)}{A_h(J2)} \right) dt \quad (72)$$

Nakon integracija lijeva strane jednadžbi dobije se

$$Q^{k+1} = Q^k + \frac{g \cdot A_{el}}{L_{el}} \cdot \int_k^{k+1} \left( h_{uzv} - h_{niz} - \frac{|Q| \cdot Q}{C^2} \right) \cdot dt \quad (73)$$

$$h(J1)^{k+1} = h(J1)^k + \int_k^{k+1} \left( \frac{-Q(I) \pm Q_0(J1)}{A_h(J1)} \right) dt \quad (74)$$

$$h(J2)^{k+1} = h(J2)^k + \int_k^{k+1} \left( \frac{-Q(I) \pm Q_0(J2)}{A_h(J2)} \right) dt \quad (75)$$

Desna strana jednadžbi se ne može direktno integrirati zbog složenih pod-integralnih funkcija. Za kraće vremenske intervale možemo primijeniti neke od metoda numeričke integracije i dovoljno dobro izračunati integrale.

U ovoj formulaciji je korišten implicitno-eksplicitan postupak tj. mješoviti postupak.

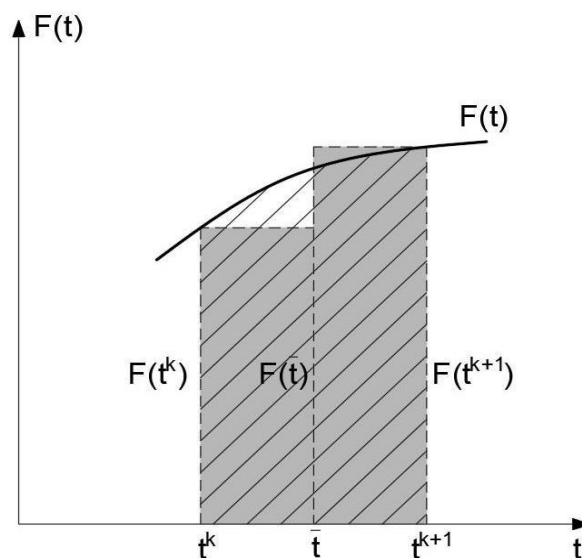
## Mješovita numerička integracija

Korištenje mješovitog postupka objasniti će se na primjeru jednadžbe:

$$\frac{dy}{dt} = F(t) \quad (76)$$

Ako separiramo varijable i integriramo funkciju u vremenskom intervalu  $[t^k, t^{k+1}]$  dobit ćemo jednadžbu:

$$y^{k+1} = y^k + \int_k^{k+1} F(t) dt \quad (77)$$



**Slika 3.5** Numerička aproksimacija integrala funkcije  $F(t)$

Integral funkcije  $F(t)$  predstavlja površinu ispod krivulje u intervalu  $[t^k, t^{k+1}]$ , te se aproksimira pravokutnim površinama (Slika 3.5).

Po teoremu o srednjoj vrijednosti integrala može se napisati da je:

$$y^{k+1} - y^k = F(\tilde{t}) \cdot (t^{k+1} - t^k) \quad (78)$$

gdje srednji vremenski interval uzima vrijednost  $t^k \leq \tilde{t} \leq t^{k+1}$ .

Funkcijska vrijednost  $F(\tilde{t})$  je nepoznata, ali se može aproksimirati s površinama dvaju pravokutnika, pa je konačna aproksimacija integrala:

$$y^{k+1} - y^k = (1 - \theta) \cdot F(t^k) \cdot (t^{k+1} - t^k) + \theta \cdot F(t^{k+1}) \cdot (t^{k+1} - t^k) \quad (79)$$

Vrijednost člana jednadžbe  $F(t^k) \cdot (t^{k+1} - t^k)$  je eksplicitni dio aproksimacije, jer se aproksimira na temelju poznatog stanja na početku vremenskog intervala, a vrijednost  $F(t^{k+1}) \cdot (t^{k+1} - t^k)$  je implicitni dio jer se aproksimira na temelju nepoznatog stanja na kraju vremenskog intervala.

Parametar parcijalne integracije  $\theta$  zapravo ima funkciju raspodjele eksplicitne i implicitne vrijednosti.  $\theta$  uzima vrijednost  $0 \leq \theta \leq 1$ , i eksperimentalno se pokazalo da se najbolji rezultati dobiju s vrijednosti  $\theta = 0,55$ .

Nakon primjene mješovite metode na sustav jednadžbi dobije se konačan oblik jednadžbi na konačnom elementu i za konačan vremenski period.

- dinamička jednadžba za  $I$ -ti element:

$$Q(I)^{k+1} = Q(I)^k + (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \left( h(J1)^k - h(J2)^k - \frac{|Q(I)^k| \cdot Q(I)^k}{C_k^2} \right) \cdot \frac{g \cdot A_{el}^k}{L_{el}} + \theta \cdot \Delta t \cdot \left( h(J1)^{k+1} - h(J2)^{k+1} - \frac{|Q(I)^{k+1}| \cdot Q(I)^{k+1}}{C_{k+1}^2} \right) \cdot \frac{g \cdot A_{el}^{k+1}}{L_{el}} \quad (80)$$

gdje je:

$Q(I)^k$  – protok na elementu  $I$  u trenutku  $k$   $\left(\frac{m^3}{s}\right)$

$Q(I)^{k+1}$  – protok na elementu  $I$  u trenutku  $k + 1$   $\left(\frac{m^3}{s}\right)$

$h(J1)^k$  – piezometarsko stanje u uzvodnom čvoru u trenutku  $k$  ( $m \ n. \ m.$ )

$h(J1)^{k+1}$  – piezometarsko stanje u uzvodnom čvoru u trenutku  $k + 1$  ( $m \ n. \ m.$ )

$h(J2)^k$  – piezometarsko stanje u nizvodnom čvoru u trenutku  $k$  ( $m \ n. \ m.$ )

$h(J2)^{k+1}$  – piezometarsko stanje u nizvodnom čvoru u trenutku  $k + 1$  ( $m \ n. \ m.$ )



- $C_k$  – provodljivost elementa za srednje piezometarsko stanje na elementu u trenutku  $k$   
 $C_{k+1}$  – provodljivost elementa za srednje piezometarsko stanje na elementu u trenutku  $k + 1$   
 $A_{el}^k$  – površina poprečnog presjeka elementa u trenutku  $k$  ( $m^2$ )  
 $A_{el}^{k+1}$  – površina poprečnog presjeka elementa u trenutku  $k + 1$  ( $m^2$ )  
 $L$  – duljina elementa ( $m$ )  
 $g$  – ubrzanje sile teže ( $\frac{m}{s^2}$ )  
 $\theta$  – parametar numeričke integracije  
 $\Delta t$  – vremenski korak ( $s$ )

- jednačbe kontinuiteta uzvodnog i nizvodnog čvora elementa  $I$

$$\begin{aligned}
 h(J1)^{k+1} = h(J1)^k + (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \left( \frac{Q_0(J1)^k - Q(I)^k}{A_h^k(J1)} \right) + \\
 + \theta \cdot \Delta t \cdot \left( \frac{Q_0(J1)^{k+1} - Q(I)^{k+1}}{A_h^{k+1}(J1)} \right)
 \end{aligned} \tag{81}$$

$$\begin{aligned}
 h(J2)^{k+1} = h(J2)^k + (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \left( \frac{Q_0(J2)^k - Q(I)^k}{A_h^k(J2)} \right) + \\
 + \theta \cdot \Delta t \cdot \left( \frac{Q_0(J2)^{k+1} - Q(I)^{k+1}}{A_h^{k+1}(J2)} \right)
 \end{aligned} \tag{82}$$

gdje je:

- $Q(I)^k$  – protok na elementu  $I$  u trenutku  $k$  ( $\frac{m^3}{s}$ )  
 $Q(I)^{k+1}$  – protok na elementu  $I$  u trenutku  $k + 1$  ( $\frac{m^3}{s}$ )  
 $h(J1)^k$  – piezometarsko stanje u uzvodnom čvoru u trenutku  $k$  ( $m$  n.  $m.$ )  
 $h(J1)^{k+1}$  – piezometarsko stanje u uzvodnom čvoru u trenutku  $k + 1$  ( $m$  n.  $m.$ )  
 $h(J2)^k$  – piezometarsko stanje u nizvodnom čvoru u trenutku  $k$  ( $m$  n.  $m.$ )

$h(J2)^{k+1}$  – piezometarsko stanje u uzvodnom čvoru u trenutku  $k + 1$  (m n. m.)

$A_h^k(J1)$  – horizontalna površina u uzvodnom čvoru u trenutku  $k$  ( $m^2$ )

$A_h^{k+1}(J1)$  – horizontalna površina u uzvodnom čvoru u trenutku  $k + 1$  ( $m^2$ )

$A_h^k(J2)$  – horizontalna površina u nizvodnom čvoru u trenutku  $k$  ( $m^2$ )

$A_h^{k+1}(J2)$  – horizontalna površina u nizvodnom čvoru u trenutku  $k + 1$  ( $m^2$ )

$\theta$  – parametar numeričke integracije

$\Delta t$  – vremenski korak (s)

Dijelovi čvornih jednadžbi koji se odnose na doprinose i prihranjivanje nakon primjene metode mješovite integracije

- uzvodni čvor elementa  $I$

$$\begin{aligned} \text{DOPRINOS}^- \rightarrow h(J1)^{k+1} = h(J1)^k + (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \frac{-Q(I)^k}{A_h^k(J1)} + \\ + \theta \cdot \Delta t \cdot \frac{-Q(I)^{k+1}}{A_h^{k+1}(J1)} \end{aligned} \quad (83)$$

$$\begin{aligned} \text{PRIHRANJIVANJE} \rightarrow h(J1)^{k+1} = h(J1)^k + (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \frac{Q_0(J1)^k}{A_h^k(J1)} + \\ + \theta \cdot \Delta t \cdot \frac{Q_0(J1)^{k+1}}{A_h^{k+1}(J1)} \end{aligned} \quad (84)$$

- nizvodni čvor elementa  $I$

$$\begin{aligned} \text{DOPRINOS}^+ \rightarrow h(J2)^{k+1} = h(J2)^k + (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \frac{-Q(I)^k}{A_h^k(J2)} + \\ + \theta \cdot \Delta t \cdot \frac{-Q(I)^{k+1}}{A_h^{k+1}(J2)} \end{aligned} \quad (85)$$

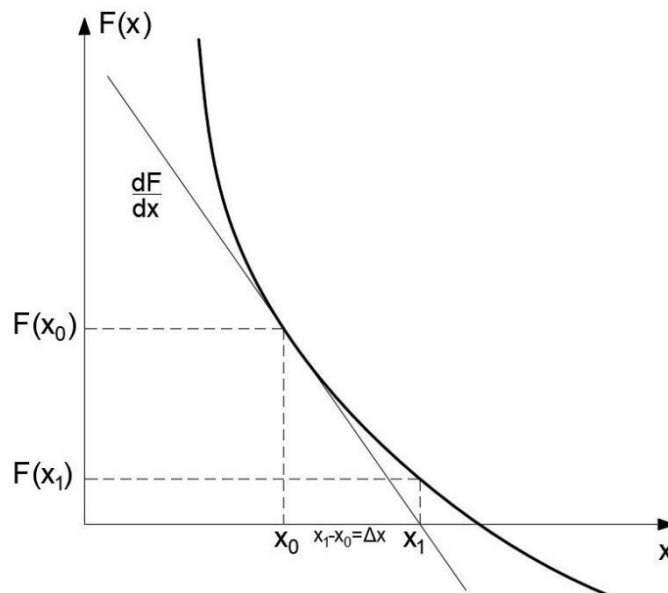
$$\begin{aligned} \text{PRIHRANJIVANJE} \rightarrow h(J2)^{k+1} = h(J2)^k + (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \frac{Q_0(J2)^k}{A_h^k(J2)} + \\ + \theta \cdot \Delta t \cdot \frac{Q_0(J2)^{k+1}}{A_h^{k+1}(J2)} \end{aligned} \quad (86)$$

### 3.4. Globalni sustav jednažbi

#### 3.4.1. Newton-Raphson metoda rješavanja sustava nelinearnih jednažbi

Newton-ova metoda se često koristi za numeričko rješavanje nelinearnih jednažbi. Bazira se na korištenju linearne aproksimacije za rješavanje jednažbi. [6]

Neka je  $F(x)$  neka opća funkcija, te neka je  $r$  rješenje za  $F(x) = 0$ . Prvi korak u nalaženju rješenja  $r$  je pretpostavka rješenja  $x_0$ . Iz prve pretpostavke ćemo naći drugu pretpostavku  $x_1$  koja je bliža rješenju  $r$ , i tako iterativno dok razlika pretpostavke postane približno jednaka:  $x_n - r \approx 0$ .



**Slika 3.6** Graf funkcije  $F(x)$

Za pretpostavljenu vrijednost  $x_0$  provuče se tangenta na graf  $F(x)$ . Gdje tangenta siječe os  $x$  dobili smo pretpostavku  $x_1$  za sljedeću iteraciju. Postupak se nastavlja dok se ne nađe točka u kojoj graf funkcije  $F(x)$  siječe os  $x$ , te samim time rješenje  $F(x) = 0$ .

Nagib tangente je zapravo derivacija funkcije u točki za koju je tangenta provučena.

$$\frac{dF}{dx} = \frac{F(x_0)}{x_1 - x_0} \quad (87)$$

$$X_1 = x_0 - \frac{F(x_0)}{\frac{dF(x)}{dx}} \quad (88)$$

Općenito možemo zapisati:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{F(x_n)}{\frac{dF(x)}{dx}} \quad (89)$$

$$\frac{dF}{dx} \cdot \Delta x = -F(x) \quad (90)$$

gdje je  $\Delta x = x_{n+1} - x_n$

Postupak se ponavlja iterativno dok ne dobije  $\Delta x \approx 0$ .

### 3.4.2. Slaganje globalnog sustava jednačbi

Prethodno izvedenu dinamičku jednačbu (80) i jednačbe kontinuiteta (81) i (82) treba preformulirati da bi mogli koristiti Newton-ovu metodu rješavanja nelinearnih sustava.

Sustav se sastoji od  $(nel + ncvor)$  jednačbi sa  $(nel + ncvor)$  nepoznanica, gdje je  $nel$  broj elemenata, a  $ncvor$  broj čvorova. Nepoznanice na svakom  $I$  elementu su vrijednosti protoka i piezometarskih stanja na uzvodnom i nizvodnom čvoru, na kraju vremenskog intervala:  $Q(I)^{k+1}$ ,  $h(J1)^{k+1}$ ,  $h(J2)^{k+1}$ .

Prvi korak je prebacivanje svih članova na jednu stranu i izjednačavanje s nulom, te nalaženje derivacija funkcije po sve tri nepoznate varijable.

Postavlja se dinamička jednačba za  $I$ -ti element:

$$F(I) = Q(I)^{k+1} - Q(I)^k - (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \left( h(J1)^k - h(J2)^k - \frac{|Q(I)^k| \cdot Q(I)^k}{C_k^2} \right) \cdot \frac{g \cdot A_{el}^k}{L_{el}} - \theta \cdot \Delta t \cdot \left( h(J1)^{k+1} - h(J2)^{k+1} - \frac{|Q(I)^{k+1}| \cdot Q(I)^{k+1}}{C_{k+1}^2} \right) \cdot \frac{g \cdot A_{el}^{k+1}}{L_{el}} \quad (91)$$

$$\frac{\partial F(I)}{\partial Q(I)^{k+1}} = 1,0 + \theta \cdot \frac{2 \cdot Q(I)^{k+1}}{C(I)_{k+1}^2} \cdot \frac{g \cdot A_{el}^{k+1}}{L_{el}} \cdot \Delta t \quad (92)$$

$$\frac{\partial F(I)}{\partial h(J1)^{k+1}} = -\theta \cdot \frac{g \cdot A_{el}^{k+1}}{L_{el}} \cdot \Delta t \quad (93)$$

$$\frac{\partial F(I)}{\partial h(J2)^{k+1}} = \theta \cdot \frac{g \cdot A_{el}^{k+1}}{L_{el}} \cdot \Delta t \quad (94)$$

Nakon dinamičke jednadžbe najprije postavljamo dio jednadžbe kontinuiteta koji se odnosi na doprinose protoka za uzvodni i nizvodni čvor iz elementa  $I$ :

$$F(J1) = (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \frac{Q(I)^k}{A_h^k(J1)} + \theta \cdot \Delta t \cdot \frac{Q(I)^{k+1}}{A_h^{k+1}(J1)} \quad (95)$$

$$F(J2) = -(1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \frac{Q(I)^k}{A_h^k(J1)} - \theta \cdot \Delta t \cdot \frac{Q(I)^{k+1}}{A_h^{k+1}(J1)} \quad (96)$$

Derivacije čvornih jednadžbi po nepoznatim varijablama:

$$\frac{\partial F(J1)}{\partial Q(I)^{k+1}} = \frac{\theta \cdot \Delta t}{A_h^{k+1}(J1)} \quad (97)$$

$$\frac{\partial F(J1)}{\partial h(J1)^{k+1}} = 1,0 \quad (98)$$

$$\frac{\partial F(J1)}{\partial h(J2)^{k+1}} = 0,0 \quad (99)$$

$$\frac{\partial F(J2)}{\partial Q(I)^{k+1}} = -\frac{\theta \cdot \Delta t}{A_h^{k+1}(J2)} \quad (100)$$

$$\frac{\partial F(J2)}{\partial h(J1)^{k+1}} = 0,0 \quad (101)$$

$$\frac{\partial F(J2)}{\partial h(J2)^{k+1}} = 1,0 \quad (102)$$

Lokalni sustav jednadžbi elementa  $I$  zapisan Newton-ovom metodom:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F(I)}{\partial Q(I)^{k+1}} & \frac{\partial F(I)}{\partial h(J1)^{k+1}} & \frac{\partial F(I)}{\partial h(J2)^{k+1}} \\ \frac{\partial F(J1)}{\partial Q(I)^{k+1}} & 1,0 & 0,0 \\ \frac{\partial F(J2)}{\partial Q(I)^{k+1}} & 0,0 & 1,0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta Q(I)^{k+1} \\ \Delta h(J1)^{k+1} \\ \Delta h(J2)^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F(I) \\ -F(J1) \\ -F(J2) \end{bmatrix} \quad (103)$$

Shema slaganja članova u matricu globalnog sustava:

		Protoci		Piezometarske visine				
		$I - stupac$		$J3 - stupac$	$J4 - stupac$			
Elementne jednadžbe	$I - redak$	...	$\frac{\partial F(I)}{\partial Q(I)^{k+1}}$	...	...	$\frac{\partial F(I)}{\partial h(J1)^{k+1}}$	$\frac{\partial F(I)}{\partial h(J2)^{k+1}}$	...
			$\vdots$			$\vdots$	$\vdots$	
Čvorne jednadžbe	$J3 - stupac$	...	$\frac{\partial F(J1)}{\partial Q(I)^{k+1}}$	...	...	1,0	...	...
	$J4 - stupac$	...	$\frac{\partial F(J2)}{\partial Q(I)^{k+1}}$	...	...	...	1,0	...
			$\vdots$			$\vdots$	$\vdots$	

$$I = 1, \dots, nel, \quad J3 = J1 + nel, \quad J4 = J2 + nel$$

$$J1 = 1, \dots, ncvor, \quad J2 = 2, \dots, ncvor$$

Sustav jednadžbi po Newton-ovoj metodi može se zapisati u matričnom obliku:

$$[FGLOB] \cdot [\Delta] = [F] \quad (104)$$

- [FGLOB] predstavlja globalnu matricu derivacija dinamičkih i čvornih jednadžbi:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F(1)}{\partial Q(1)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(1)}{\partial Q(I)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(1)}{\partial Q(nel)^{k+1}} & \frac{\partial F(1)}{\partial h(1)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(1)}{\partial h(J)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(1)}{\partial h(ncvor)^{k+1}} \\ \frac{\partial F(2)}{\partial Q(1)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(2)}{\partial Q(I)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(2)}{\partial Q(nel)^{k+1}} & \frac{\partial F(2)}{\partial h(1)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(2)}{\partial h(J)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(2)}{\partial h(ncvor)^{k+1}} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial F(I)}{\partial Q(1)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(I)}{\partial Q(I)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(I)}{\partial Q(nel)^{k+1}} & \frac{\partial F(I)}{\partial h(1)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(I)}{\partial h(J)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(I)}{\partial h(ncvor)^{k+1}} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial F(nel)}{\partial Q(1)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(nel)}{\partial Q(I)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(nel)}{\partial Q(nel)^{k+1}} & \frac{\partial F(nel)}{\partial h(1)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(nel)}{\partial h(J)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(nel)}{\partial h(ncvor)^{k+1}} \\ \frac{\partial F(JJ)}{\partial Q(1)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(JJ)}{\partial Q(I)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(JJ)}{\partial Q(nel)^{k+1}} & \frac{\partial F(JJ)}{\partial h(1)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(JJ)}{\partial h(J)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(JJ)}{\partial h(ncvor)^{k+1}} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F(*)}{\partial Q(1)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(*)}{\partial Q(I)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(*)}{\partial Q(nel)^{k+1}} & \frac{\partial F(*)}{\partial h(1)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(*)}{\partial h(J)^{k+1}} & \cdots & \frac{\partial F(*)}{\partial h(ncvor)^{k+1}} \end{bmatrix}$$

$$(*) - (nel + ncvor) \quad J = 1, \dots, ncvor \quad JJ = nel + J$$

- [\Delta] predstavlja vektor prirasta protoka  $\Delta Q(I)^{k+1}$  i piezometarskih visina  $\Delta h(J)^{k+1}$ , a [F] vektor desne strane sustava

$$[\Delta] = \begin{bmatrix} \Delta Q(1)^{k+1} \\ \Delta Q(2)^{k+1} \\ \vdots \\ \Delta Q(I)^{k+1} \\ \vdots \\ \Delta Q(nel)^{k+1} \\ \Delta h(1)^{k+1} \\ \vdots \\ \Delta h(J)^{k+1} \\ \vdots \\ \Delta h(ncvor)^{k+1} \end{bmatrix} \quad [F] = \begin{bmatrix} -F(1) \\ -F(2) \\ \vdots \\ -F(I) \\ \vdots \\ -F(nel) \\ -F(JJ) \\ \vdots \\ \vdots \\ -F(nel + ncvor) \end{bmatrix}$$

Bitno je napomenuti da treba paziti pri ispunjavanju vektora desne strane sustava kod čvornih jednadžbi. Naime, nizvodni čvor  $J2$  promatranog elementa  $I$  će biti na mjestu uzvodnog čvora  $J1$  za sljedeći element  $I + 1$ . Ono što je bio pozitivni doprinos elementa  $I$  nizvodnom čvoru sad će biti negativni doprinos elementa  $I + 1$ .

Primjer vektora desne strane za čvorne jednadžbe elemenata  $I = 1$  i  $I = 2$ :

$$\begin{bmatrix} \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial F(nel + 1)}{\partial Q(1)^{k+1}} & & & & \dots \\ \frac{\partial F(nel + 2)}{\partial Q(1)^{k+1}} & \frac{\partial F(nel + 2)}{\partial Q(2)^{k+1}} & & & \dots \\ \vdots & \frac{\partial F(nel + 3)}{\partial Q(2)^{k+1}} & & & \dots \\ \vdots & \vdots & & & \ddots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta h(1)^{k+1} \\ \Delta h(2)^{k+1} \\ \Delta h(3)^{k+1} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ -F(nel + 1) \\ -(F(nel + 2) + F(nel + 1)) \\ -(F(nel + 3) + F(nel + 2)) \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Nakon što su derivacije jednadžbi izračunate i posložene u globalnu matricu sustava, prije zadavanja rubnih uvjeta, za sve čvorne jednadžbe treba uvrstiti dio jednadžbe kontinuiteta koji se odnosi na vanjsko prihranjivanje čvora.

$$F(JJ)_{konačno} = F(JJ)_{prethodno} + h(J)^{k+1} - h(J)^k + (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \frac{Q_0(J)^k}{A_h^k(J)} + \theta \cdot \Delta t \cdot \frac{Q_0(J)^{k+1}}{A_h^{k+1}(J)} \quad (105)$$

gdje je:

$$J = 1, \dots, ncvor$$

$$JJ = nel + J$$



Konačno je složen sustav za proračun prirasta protoka po svim elementima i prirasta vodostaja po svim čvorovima:

$$\frac{\partial F(1)}{\partial Q(1)^{k+1}} \cdot \Delta Q(1)^{k+1} + \dots + \frac{\partial F(1)}{\partial Q(nel)^{k+1}} \cdot \Delta Q(1)^{k+1} + \frac{\partial F(1)}{\partial h(1)^{k+1}} \cdot \Delta h(1)^{k+1} + \dots + \frac{\partial F(1)}{\partial h(ncvor)^{k+1}} =$$

$$= -F(1)$$

$$\frac{\partial F(2)}{\partial Q(1)^{k+1}} \cdot \Delta Q(1)^{k+1} + \dots + \frac{\partial F(2)}{\partial Q(nel)^{k+1}} \cdot \Delta Q(1)^{k+1} + \frac{\partial F(2)}{\partial h(1)^{k+1}} \cdot \Delta h(1)^{k+1} + \dots + \frac{\partial F(2)}{\partial h(ncvor)^{k+1}} =$$

$$= -F(2)$$

$$\frac{\partial F(3)}{\partial Q(1)^{k+1}} \cdot \Delta Q(1)^{k+1} + \dots + \frac{\partial F(3)}{\partial Q(nel)^{k+1}} \cdot \Delta Q(1)^{k+1} + \frac{\partial F(3)}{\partial h(1)^{k+1}} \cdot \Delta h(1)^{k+1} + \dots + \frac{\partial F(3)}{\partial h(ncvor)^{k+1}} =$$

$$= -F(3)$$

⋮

$$\frac{\partial F(nel + ncvor)}{\partial Q(1)^{k+1}} \cdot \Delta Q(1)^{k+1} + \dots + \frac{\partial F(nel + ncvor)}{\partial Q(nel)^{k+1}} \cdot \Delta Q(1)^{k+1} + \frac{\partial F(nel + ncvor)}{\partial h(1)^{k+1}} \cdot \Delta h(1)^{k+1} + \dots$$

$$+ \frac{\partial F(nel + ncvor)}{\partial h(nel + ncvor)^{k+1}} = -F(nel + ncvor)$$

Parcijalne derivacije dinamičke jednadžbe  $F(I = 1, \dots, nel)$  elemenata  $I = 1, \dots, nel$  po protocima drugih elemenata  $Q(I \neq 1)$  i po vodostaju čvorova koji ne pripadaju tom elementu su jednake 0. Isto tako, parcijalne derivacije čvornih jednadžbi  $F(JJ = nel + J)$  po vodostaju različitog čvora  $h(J)$ , su jednake 0.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F(1)}{\partial Q(1)^{k+1}} & 0,0 & 0,0 & \dots & \frac{\partial F(1)}{\partial h(1)^{k+1}} & \frac{\partial F(1)}{\partial h(2)^{k+1}} & 0,0 & 0,0 & \dots \\ 0,0 & \frac{\partial F(2)}{\partial Q(1)^{k+1}} & 0,0 & \dots & 0,0 & \frac{\partial F(2)}{\partial h(2)^{k+1}} & \dots & \frac{\partial F(2)}{\partial h(3)^{k+1}} & 0,0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F(nel + 1)}{\partial Q(1)^{k+1}} & 0,0 & 0,0 & \dots & 1,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & \dots \\ \frac{\partial F(nel + 2)}{\partial Q(1)^{k+1}} & \frac{\partial F(nel + 2)}{\partial Q(2)^{k+1}} & 0,0 & \dots & 0,0 & 1,0 & 0,0 & 0,0 & \dots \\ 0,0 & \frac{\partial F(nel + 3)}{\partial Q(2)^{k+1}} & \frac{\partial F(nel + 3)}{\partial Q(3)^{k+1}} & \dots & 0,0 & 0,0 & 1,0 & 0,0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

### 3.4.3. Uvrštavanje rubnih uvjeta

Rubni uvjeti predstavljaju interakciju našeg sustava s okolinom. Bez rubnih uvjeta, a samim time poznavanja piezometarskih stanja ili protoka u rubnim čvorovima sustav je nemoguće riješiti.

Mogu se zadati dva tipa rubnih uvjeta:

- prisilni rubni uvjet tj. piezometarska visina u nekom čvoru
- poznat protok koji ulazi u čvor

Rubni uvjet na prvom čvoru ovog sustava će biti protok rijeke Raše koji se ulijeva u zaljev.

Zadan je direktno preko dijela jednadžbe kontinuiteta koja predstavlja vanjska prihranjivanja u čvorove.

Na zadnjem čvoru sustava gdje zaljev završava i počinje otvoreno more zadan je prisilni rubni uvjet u vidu poznatih razina mora.

Zadavanje rubnog uvjeta:

$$h(J)^{k+1} = H \quad (106)$$

gdje je  $H$  varijabla koja predstavlja poznato piezometarsko stanje.

Ako se jednadžba (106) zapiše u formatu Newton-ove metode dobije se:

$$F(J) = h(J)^{k+1} - H = 0,0 \quad (107)$$

Parcijalne derivacije glase:

$$\frac{\partial F(J)}{\partial h(J)^{k+1}} = 1,0 \quad (108)$$

$$\frac{\partial F(JJ)}{\partial Q(I)^{k+1}} = 0,0 \quad (109)$$

U globalnoj matrici  $[FGLOB]$  sada treba izmijeniti redak  $JJ$ . Redak je ispunjen po definiranoj shemi ispunjavanja globalne matrice.

$$\begin{array}{c}
 JJ - \text{redak} \\
 \left| \begin{array}{cccc|cccc}
 0,0 & 0,0 & 0,0 & \dots & 0,0 & 1,0 & 0,0 & \dots \\
 \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \Delta h(J)^{k+1} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} 0,0 \end{array} \right|
 \end{array}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{nel} \quad \underbrace{\hspace{2em}}_J$

Nakon uvrštavanja rubnih uvjeta sustav je postavljen i spreman za proračun. Programsko rješenje sustava ispisano u Fortran95 prikazano je u poglavlju 5 – „Fortran95 programsko rješenje“.

## 4. PRORAČUN

Glavna zadaća analize strujanja mora u Raškom zaljevu je određivanje piezometarskih stanja duž zaljeva u periodu od tri dana. Analizom je potrebno odrediti ponašanje piezometarskih stanja zaljeva, protoka i brzina strujanja u njegovom prirodnom stanju, te u slučaju izgradnje luke.

Proračun je napravljen za četiri varijante:

- zaljev bez luke sa utjecajem plime i oseke
- zaljev bez luke sa kombinacijom utjecaja plime i oseke, te plimnog vala uzrokovanog stalnim puhanjem juga
- zaljev sa lukom na lokaciji Rt Trget sa utjecajem plime i oseke
- zaljev sa lukom na lokaciji Rt Trget sa kombinacijom utjecaja plime i oseke, te plimnog vala uzrokovanog stalnim puhanjem juga

### 4.1. Ulazni podatci

#### 4.1.1. Geometrijske karakteristike korita

Zaljev je podijeljen na 58 konačnih elemenata duljine 200 m. Na svakom elementu definiran je poprečno presjek zaljeva i to u sredini elementa, te je definirana funkcionalna ovisnost nadmorske visine  $h$  i provodljivosti poprečnog presjeka.

Iz poglavlja 3 je poznat izraz za provodljivost konačnog elementa:

$$C(h) = K \cdot \frac{A(h)^{\frac{5}{3}}}{O(h)^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{L}} \quad (110)$$

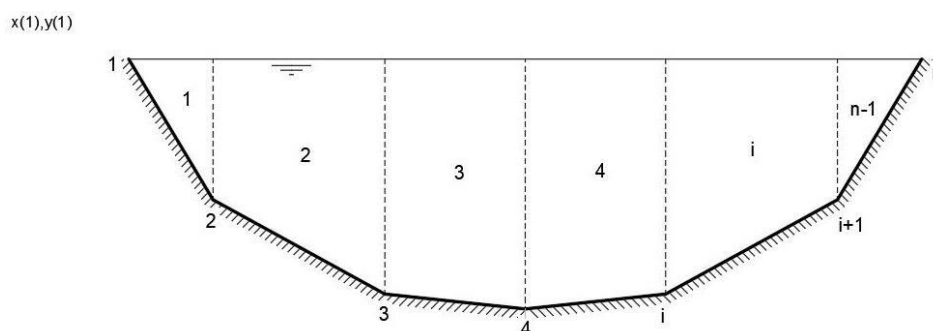
Da bi se definirala funkcionalna ovisnost provodljivosti i nadmorske visine treba, za različite visine vodnog lica, poznavati omočenu površinu poprečnog presjeka i omočeni opseg. Kao gornja granica nadmorske visine do koje se analizirala provodljivost uzeta je visina od 4 m n.m. jer je pretpostavljeno da oscilacije razine mora u zaljevu neće ni u ekstremnim slučajevima preći tu visinu.

Geometrijske karakteristike su dobivene na temelju pomorske karte „Zaljev Raša – Hrvatski hidrografski institut, 2004. god. (dopuna 09/2007. god.)“, koja je služila kao glavna podloga za izradu proračuna. Karta dovoljno precizno prikazuje izmjerene dubine u zaljevu. Treba napomenuti da su dubine označene na karti prikazane u odnosu na hidrografsku nulu, tj. HRSDM71 datum, a nadmorske visine u odnosu na trenutno važeću geodetsku nulu, tj. HVRS71 visinski datum. Uzeto je da je hidrografska nula niža od geodetske nule 20 cm, te su prilikom izrade poprečnih profila sve dubine i visine dovedene u isti visinski datum, HVRS71.

Na osnovi pomorske karte, koristeći AutoCAD Civil 3D, napravljen je 3D model zaljeva, na osnovi kojeg su definirani poprečni presjeci u središtu konačnih elemenata.

### Definiranje funkcije provodljivosti konačnih elemenata i horizontalnih površina za čvorove

U svrhu jednostavnijeg definiranja omočenih površina i omočenih opsega za različite nadmorske visine pojedinih poprečnih profila, napisan je pomoćni program u FORTRAN-u, „PROVODLJIVOST\_VOLUMETRIJA“. Program radi na sljedeći način:

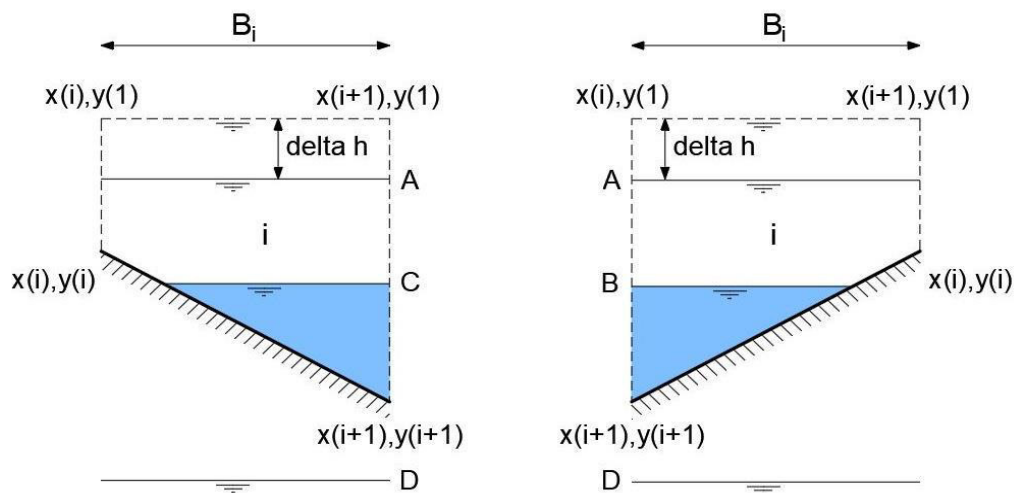


**Slika 4.1** Shema poprečnog presjeka

Svaki poprečni presjek je prikazan kao jedinstvena poli-linija u AutoCAD-u. Prednost poli-linija je što su na svakom lomu linije prikazane koordinate točaka u referentnom sustavu AutoCAD-a. Naredbom „LIST“ su očitane i zapisane koordinate svih točaka svakog poprečnog presjeka. Te koordinate su kasnije

poslužile kao ulaz u program „PROVODLJIVOST\_VOLUMETRIJA“. (programsko rješenje je prikazano u poglavlju 5.)

Nakon što program definira maksimalnu i minimalnu kotu presjeka, dijeli ga na 25 jednakih inkremenata i računa za svaki inkrement visine omočenu površinu, omočeni opseg i širinu vodnog lica za svaki  $i$ -ti element presjeka (Slika 4.2).



**Slika 4.2** Različita stanja razine vodnog lica u elementu  $i$

Na skici su prikazana 4 moguća položaja razine vodnog lica u odnosu na geometriju elementa  $i$ . Na osnovu njih napisani su izrazi kojima program računa omočenu površinu, omočeni opseg i širinu vodnog lica.

Na osnovu određenih podataka definirana je omočena površina i provodljivost elementa za svaki inkrement visine vodnog lica. Nakon toga izračunate su horizontalne površine vodnog lica za svaki inkrement, koje su pridružene čvorovima. Horizontalne površine su računane kao umnožak srednje vrijednosti širina vodnog lica na polovini elementa, izračunatih u prethodnom koraku, i duljine između polovina elemenata (svakom čvoru je pridružena volumetrija s polovine uzvodnog i nizvodnog elementa).

Zbog nepravilnosti zaljeva na mjestima gdje postoje rukavci, pretpostavljeno je da oni ne sudjeluju u glavnom djelu toka, tj. da ne sudjeluju u provodljivosti elemenata, ali ti rukavci su uzeti u obzir prilikom definiranja volumetrije čvorova (Prilog 2). Os modela postavljena u skladu sa reduciranim poprečnim presjecima i definirane duljine elemenata su korištene u glavnom djelu proračuna. Kod računanja volumetrije duljine elemenata na reduciranim presjecima su

prilagođene, da bi se redukcije uzele u obzir kod definiranja volumetrije (Tablica 4.1). Obuhvat kanala koji je uzet za računanje provodljivosti, kao i os modela prokazane su u grafičkim priložima.

### Definiranje Stricklerovog koeficijenta, te stacionaža elemenata i čvorova

Za sve elemente, na osnovu tablice koeficijenata hrapavosti (Slika 4.3), pretpostavljena je vrijednost Stricklerovog koeficijenta 35.

Kategorije	Vrsta stijenki	n	$K=1/n$
I	Osobito glatke površine; emajlirane ili glazirane površine	0.009	111
II	Vrlo brižno oblanjane daske i dobro sastavljene; najbolja čista cementna žbuka (zaglađena)	0.010	100
III	Najbolja cementna žbuka (1/3 pijeska); čiste nove grnčarske cijevi; cijevi od lijevana željeza; dobro sastavljene željezne cijevi; dobro oblanjane daske.	0.011	90.9
IV	Neoblanjane daske, dobro sastavljene; vodovodne cijevi u normalnim okolnostima, bez veće inkrustacije; vrlo čiste cijevi za otpadnu vodu i vrlo dobar beton.	0.012	83.3
V	Drvena obloga dobro obrađena; dobra obloga od opeke; cijevi za otpadnu vodu u normalnim okolnostima; ponešto nečiste cijevi za vodu.	0.013	76.9
VI	Zaprljane cijevi (vodovodne i za otpadnu vodu); betonirani kanali u srednjim okolnostima.	0.014	71.4
VII	Srednje dobra obloga od opeke; tarac od klesana kamena u srednjim okolnostima; dovoljno zaprljane cijevi za odvod otpadne vode; cerada na drvenim letvama.	0.015	66.7
VIII	Dobar tarac od lomljena kamena; stara (oštećena) obloga od opeke; relativno grub beton.	0.017	58.8
IX	Kanal pokriven debelim stabilnim slojem mulja, kanali u zbijenom sitnom šljunku, pokriveni neprekidnim tankim slojem mulja (pri tome sve u besprijekornom stanju).	0.018	55.6
X	Srednje dobar tarac od lomljena kamena; tarac od oblutaka; kanali usječeni u kamenu; kanali u lesu, prekriveni tankim slojem mulja (u običnom stanju).	0.02	50.0
XI	Kanali u zbijenoj glini; kanali u lesu, šljunku i zemlji, pokriveni isprekidano tankim slojem mulja; veliki zemljani kanali u dobrom stanju	0.0225	44.4
XII	Dobra suha obloga, veliki zemljani kanali srednje održavani i mali zemljani kanali dobro održavani; rijeke u veoma dobrim okolnostima (čisto, pravolinijsko korito sa slobodnim tokom, bez obalnih urušavanja i dubokih vododerina)	0.025	40.0
XIII	Veliki zemljani kanali u nešto slabijem stanju i mali kanali u dobrom stanju.	0.0275	36.4
XIV	Zemljani kanali u slabom stanju, na primjer sa šašem, oblucima ili šljunkom na dnu, poprilično zarasli travom, s odronjavanjem obalnih kosina i sl.; rijeke u dobrim okolnostima tečenja.	0.03	33.3
XV	Kanali u vrlo lošim okolnostima (s nepravilnim profilima, poprilično zatrpani kamenom i s vodenom travom); rijeke u relativno dobrom stanju, ali s nekom količinom kamena i šaši.	0.035	28.6
XVI	Kanali u vrlo lošem stanju (sa znatnim vododerinama i odronjavanjima obala, zarasli šašem, s krupnim kamenjem na dnu i sl.); rijeke s pogoršanim okolnostima tečenja (u usporedbi s prethodnom t.), s povećanom količinom kamena i šaši, s vijugavim koritima	0.04 i više	25.0 i manje

**Slika 4.3** Tablica Manning-ovih i Stricklerovih koeficijenata za različite vrste obloga kanala

Duljine svih elemenata, Stricklerovih koeficijenata, stacionaže elemenata i čvorova, te indeksi elemenata i čvorova prokazani su tablično (Tablica 4.1):

**Tablica 4.1** Geometrijske karakteristike elemenata i čvorova

EL.	K	L (m)	Lvol.(m)	STAC. ELEMENATA(m)	STAC POČ. ČVORA (m)	STAC KRAJA ČVORA (m)	UZVOD. ČVOR	NIZ. ČVOR
1	35	200,0	200,0	100,0	0,0	200,0	1	2
2	35	200,0	200,0	300,0	200,0	400,0	2	3
3	35	200,0	200,0	500,0	400,0	600,0	3	4
4	35	200,0	200,0	700,0	600,0	800,0	4	5
5	35	200,0	200,0	900,0	800,0	1000,0	5	6
6	35	200,0	200,0	1100,0	1000,0	1200,0	6	7
7	35	200,0	200,0	1300,0	1200,0	1400,0	7	8
8	35	200,0	200,0	1500,0	1400,0	1600,0	8	9
9	35	200,0	200,0	1700,0	1600,0	1800,0	9	10
10	35	200,0	200,0	1900,0	1800,0	2000,0	10	11
11	35	200,0	200,0	2100,0	2000,0	2200,0	11	12
12	35	200,0	200,0	2300,0	2200,0	2400,0	12	13
13	35	200,0	200,0	2500,0	2400,0	2600,0	13	14
14	35	200,0	200,0	2700,0	2600,0	2800,0	14	15
15	35	200,0	200,0	2900,0	2800,0	3000,0	15	16
16	35	200,0	280,0	3100,0	3000,0	3200,0	16	17
17	35	200,0	260,0	3300,0	3200,0	3400,0	17	18
18	35	200,0	200,0	3500,0	3400,0	3600,0	18	19
19	35	200,0	200,0	3700,0	3600,0	3800,0	19	20
20	35	200,0	220,0	3900,0	3800,0	4000,0	20	21
21	35	200,0	200,0	4100,0	4000,0	4200,0	21	22
22	35	200,0	200,0	4300,0	4200,0	4400,0	22	23
23	35	200,0	200,0	4500,0	4400,0	4600,0	23	24
24	35	200,0	200,0	4700,0	4600,0	4800,0	24	25
25	35	200,0	200,0	4900,0	4800,0	5000,0	25	26
26	35	200,0	235,0	5100,0	5000,0	5200,0	26	27
27	35	200,0	348,0	5300,0	5200,0	5400,0	27	28
28	35	200,0	340,0	5500,0	5400,0	5600,0	28	29
29	35	200,0	200,0	5700,0	5600,0	5800,0	29	30
30	35	200,0	200,0	5900,0	5800,0	6000,0	30	31
31	35	200,0	200,0	6100,0	6000,0	6200,0	31	32
32	35	200,0	200,0	6300,0	6200,0	6400,0	32	33
33	35	200,0	200,0	6500,0	6400,0	6600,0	33	34
34	35	200,0	200,0	6700,0	6600,0	6800,0	34	35
35	35	200,0	250,0	6900,0	6800,0	7000,0	35	36
36	35	200,0	200,0	7100,0	7000,0	7200,0	36	37
37	35	200,0	200,0	7300,0	7200,0	7400,0	37	38
38	35	200,0	255,0	7500,0	7400,0	7600,0	38	39
39	35	200,0	550,0	7700,0	7600,0	7800,0	39	40
40	35	200,0	450,0	7900,0	7800,0	8000,0	40	41
41	35	200,0	240,0	8100,0	8000,0	8200,0	41	42
42	35	200,0	200,0	8300,0	8200,0	8400,0	42	43
43	35	200,0	260,0	8500,0	8400,0	8600,0	43	44
44	35	200,0	200,0	8700,0	8600,0	8800,0	44	45
45	35	200,0	200,0	8900,0	8800,0	9000,0	45	46
46	35	200,0	200,0	9100,0	9000,0	9200,0	46	47
47	35	200,0	200,0	9300,0	9200,0	9400,0	47	48



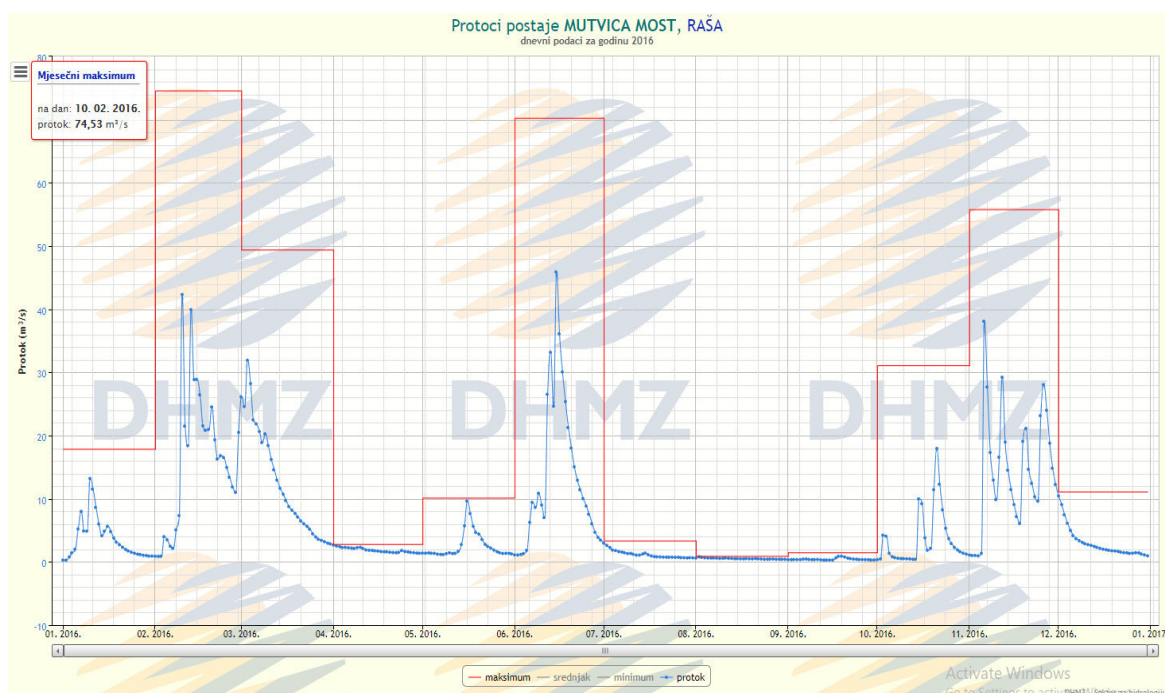
EL.	K	L (m)	Lvol.(m)	STAC. ELEMENATA(m)	STAC POČ. ČVORA (m)	STAC KRAJA ČVORA (m)	UZVOD. ČVOR	NIZ. ČVOR
48	35	200,0	200,0	9500,0	9400,0	9600,0	48	49
49	35	200,0	200,0	9700,0	9600,0	9800,0	49	50
50	35	200,0	200,0	9900,0	9800,0	10000,0	50	51
51	35	200,0	238,0	10100,0	10000,0	10200,0	51	52
52	35	200,0	200,0	10300,0	10200,0	10400,0	52	53
53	35	200,0	200,0	10500,0	10400,0	10600,0	53	54
54	35	200,0	200,0	10700,0	10600,0	10800,0	54	55
55	35	200,0	200,0	10900,0	10800,0	11000,0	55	56
56	35	200,0	200,0	11100,0	11000,0	11200,0	56	57
57	35	200,0	200,0	11300,0	11200,0	11400,0	57	58
58	35	200,0	200,0	11500,0	11400,0	11600,0	58	59

#### 4.1.2. Rubni uvjeti

##### Rubni uvjet na prvom čvoru

Na najuzvodnijem dijelu rijeka Raša se ulijeva u zaljev, pa je kao rubni uvjet na prvom čvoru uzet protok Raše. Pretpostavljeno je da je protok konstantan i uzeta je vrijednost maksimalnog protoka za 2016.g, prema podacima sa DHMZ-a, s mjerne postaje MUTVICA MOST, RAŠA (Slika 4.4).

Odabrani protok iznosi:  $Q = 74.53 \frac{m^3}{s}$

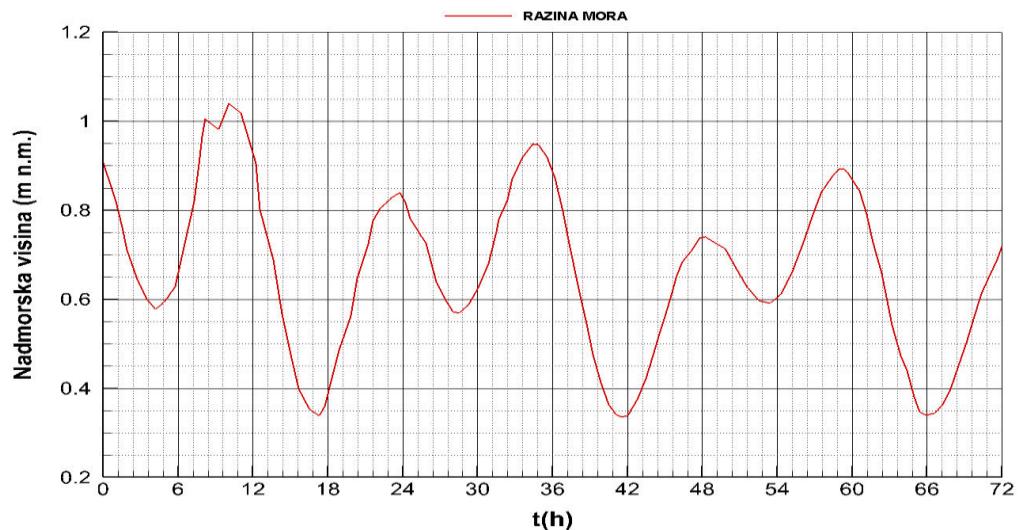


**Slika 4.4** Mjereni protoci rijeke Raše za 2016. god.

## Rubni uvjet na zadnjem čvoru

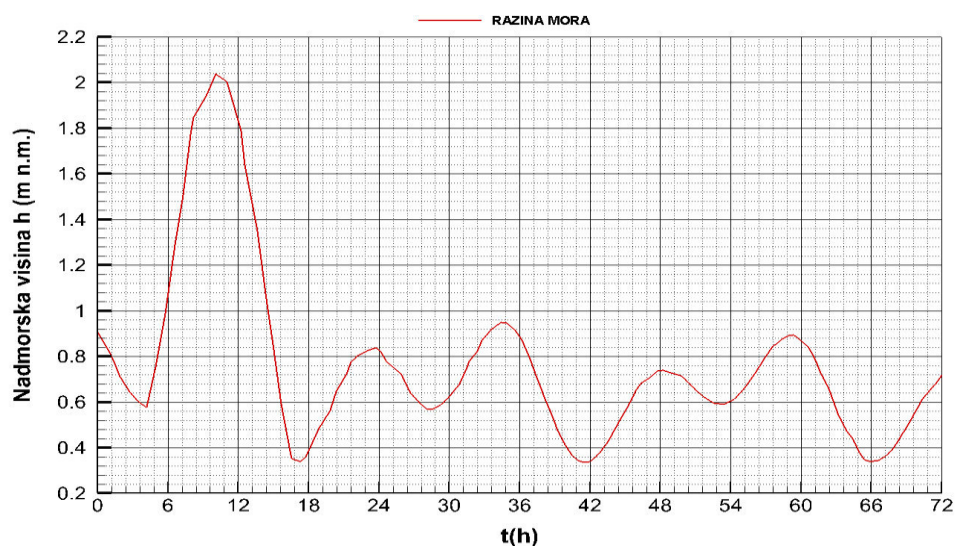
Zadnji čvor se nalazi na mjestu spajanja zaljeva sa otvorenim morem, pa je rubni uvjet na tom čvoru razina mora. U proračunu su analizirane četiri varijante, od kojih su dvije za normalne oscilacije plime i oseke, a dvije za pojavu izdizanja mora uslijed puhanja juga.

Rubni uvjet za varijantu 1 (zaljev u prirodnom stanju) i varijantu 3 (zaljev s izgrađenom lukom) definiran je mjerenim oscilacijama plime i oseke za grad Pulu, za slučajno odabrana 3 dana iz listopada 2015. god.



**Slika 4.5** Dijagram razine mora

Rubni uvjet za varijantu 2 (zaljev u prirodnom stanju uz djelovanje plimnog vala) i varijantu 4 (zaljev s izgrađenom lukom uz djelovanje plimnog vala) definiran je mjerenim oscilacijama plime i oseke za grad Pulu, za slučajno odabrana 3 dana iz listopada 2015. god. uz pojavu izdizanja morske razine za 1 m uslijed stalnog puhanja juga. Rubni uvjet je definiran tako da izdizanje razine mora zbog juga traje 6 sati i koincidira sa normalnim izdizanjem mora uslijed plime. Na taj je način uzeto ekstremno izdizanje morske razine.



**Slika 4.6** Dijagram razine mora

#### 4.1.3. Formiranje ulaznog file-a

Ulazni parametri potrebni za proračun:

**Tablica 4.2** Ulazni parametri

$\theta$	DT (s)	NPIS	NDT
0,55	5	12	51840

gdje je:

$\theta$  – parameter numeričke integracije

DT – vremenski korak (s)

NPIS – broj vremenskih koraka koji se zapisuju (zapisuje se stanje svake minute)

NDT – broj vremenskih koraka (3 dana)

Na osnovi svih prethodno definiranih podataka kreira se ulazni file na sljedeći način:

1.  $\theta$ , DT, NPIS, NDT

2. NCIT

3. T(i), H(i)

T(NCIT), H(NCIT)

4. NEL, NCVOR

5. IEL, STAC EL, LEL, STAC POČ, STAC KRAJ, ICVOR UZ, ICVOR NIZ

HEL(i), AEL(i), CH(i) – 25 redova za jedan element

....

6. ICVOR, STAC. ČVORA

H CVORA(i), A HORIZONTALNO(i) – 25 redaka za jedan čvor

....

7. Q0(čvor 1), Q0(čvor 2),....., Q0(zadnji čvor)

NCIT – broj parova podataka T(i) i H(i) koji definiraju oscilaciju razine mora – rubni uvjet

NEL – broj elemenata

NCVOR – broj čvorova

IEL – redni broj elementa

STAC EL – stacionaža sredine elementa

LEL – duljina elementa

STAC POČ – stacionaža početka elementa

STAC KRAJ – stacionaža kraja elementa

ICVOR UZ – redni broj uzvodnog čvora

ICVOR NIZ – redni broj nizvodnog čvora

HEL(i) – visina razine vodnog lica

AEL(i) – omočena površina poprečnog presjeka

CH(i) – provodljivost presjeka

ICVOR – redni broj čvora

STAC. ČVORA – stacionaža čvora

H CVORA(i) – visina razine vodnog lica

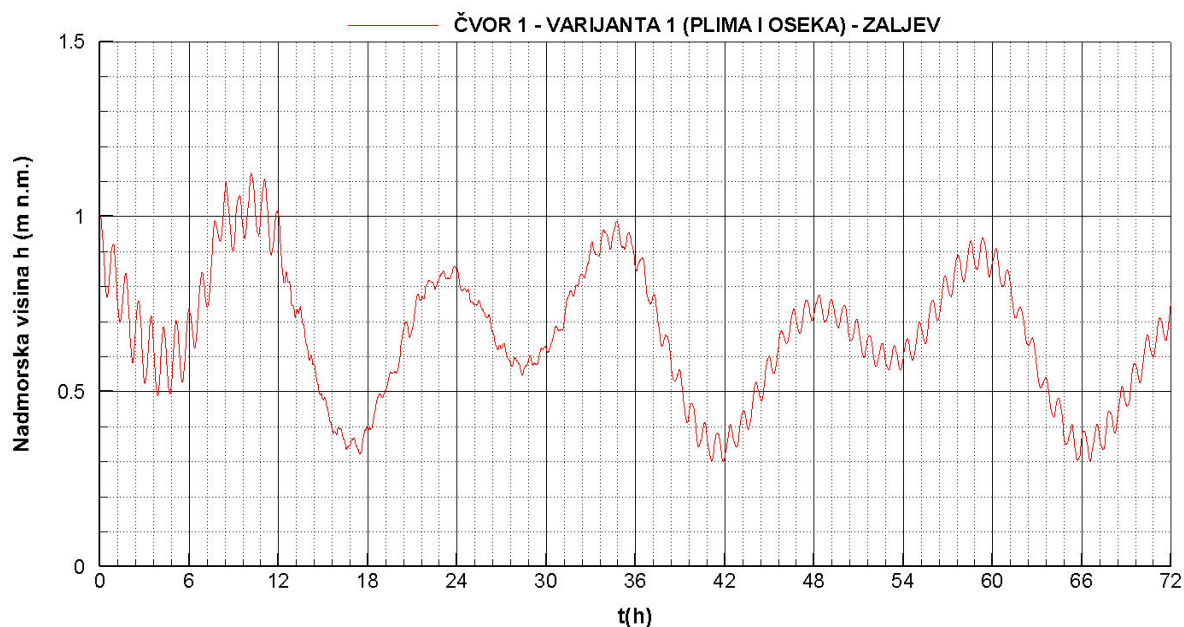
A HORIZONTALNO(i) – horizontalna površina koja pripada čvoru

Q0 – vanjsko prihranjivanje u čvorovima

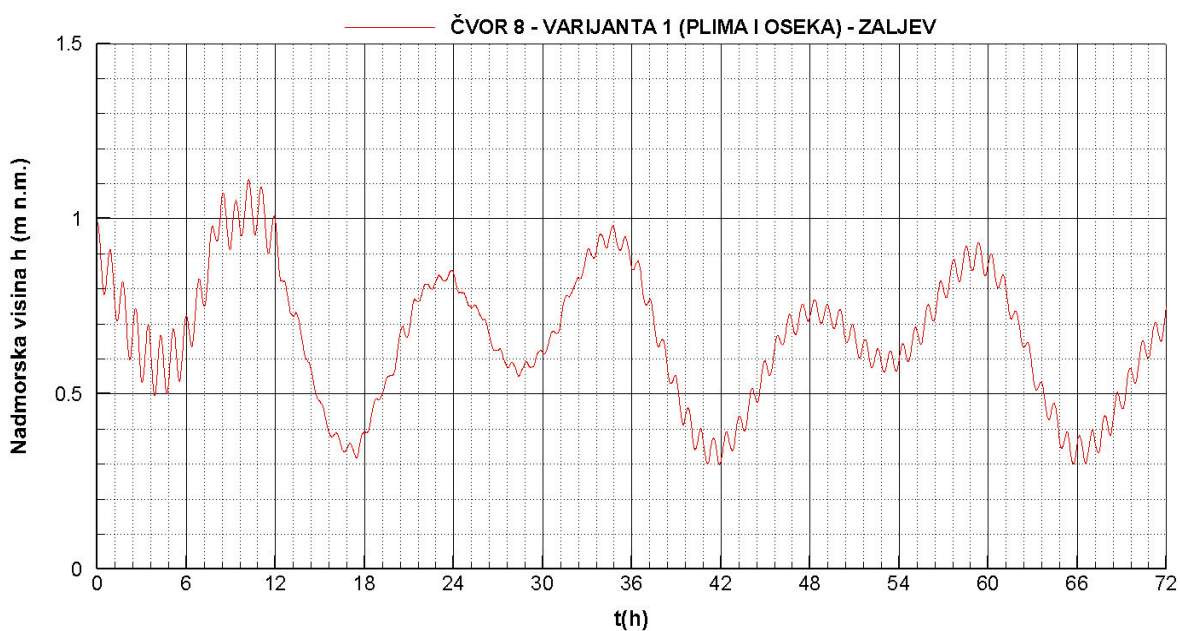
Nakon definiranja ulaznog file-a, pristupa se proračunu u programu „STRUJANJE“, napisanom u FORTRAN 95 programskom jeziku (detaljan prikaz programa je dat u poglavlju 5). Rezultati proračuna su obrađeni u TECPLOT-u i prikazani u nastavku.

## 4.2. Grafički prikaz rješenja proračuna

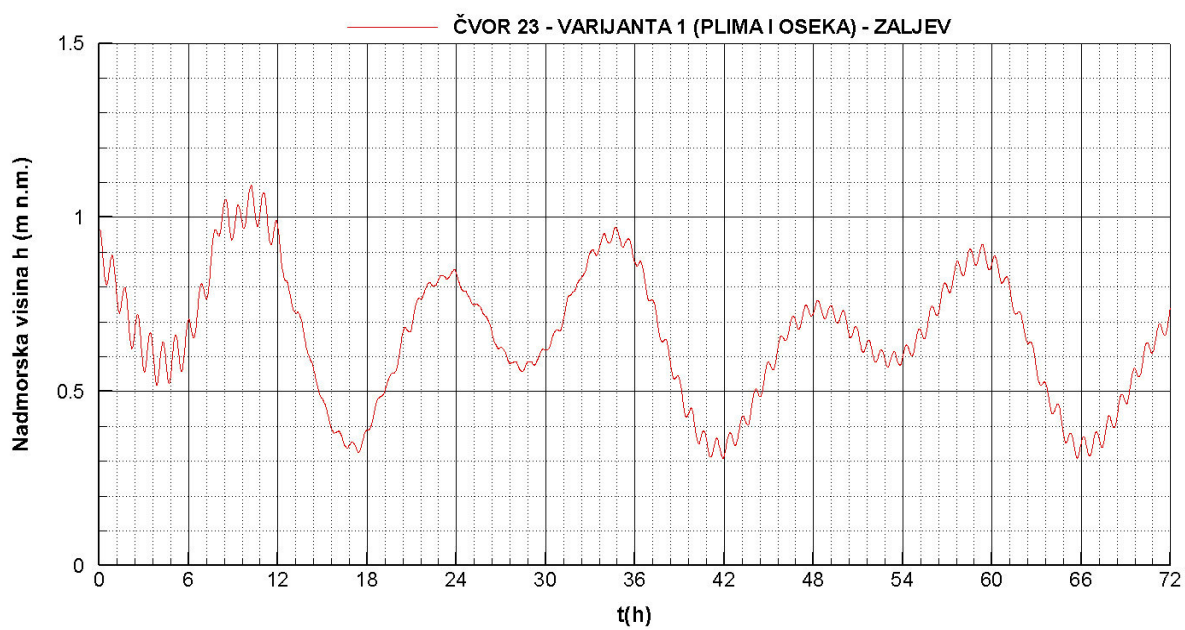
### 4.2.1. Piezometarske kote čvorova 1,8,23,40 i 57 – varijanta 1 – zaljev bez luke s utjecajem plime i oseke



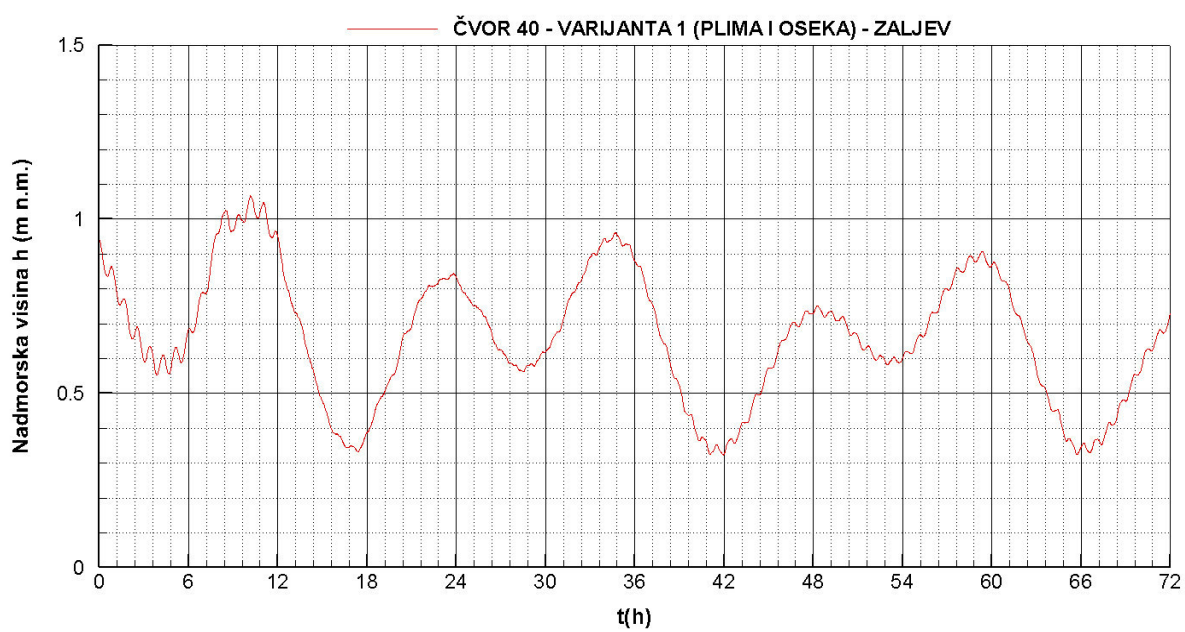
Slika 4.7 Piezometarska kota – čvor 1



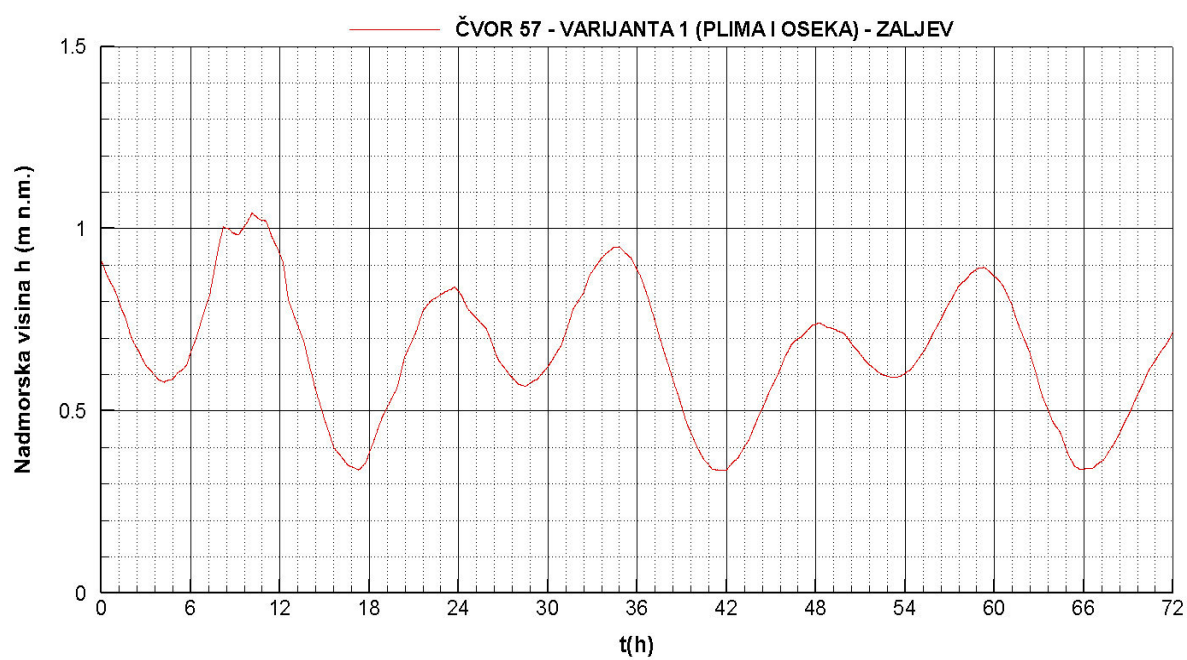
Slika 4.8 Piezometarska kota – čvor 8



**Slika 4.9** Piezometarska kota – čvor 23



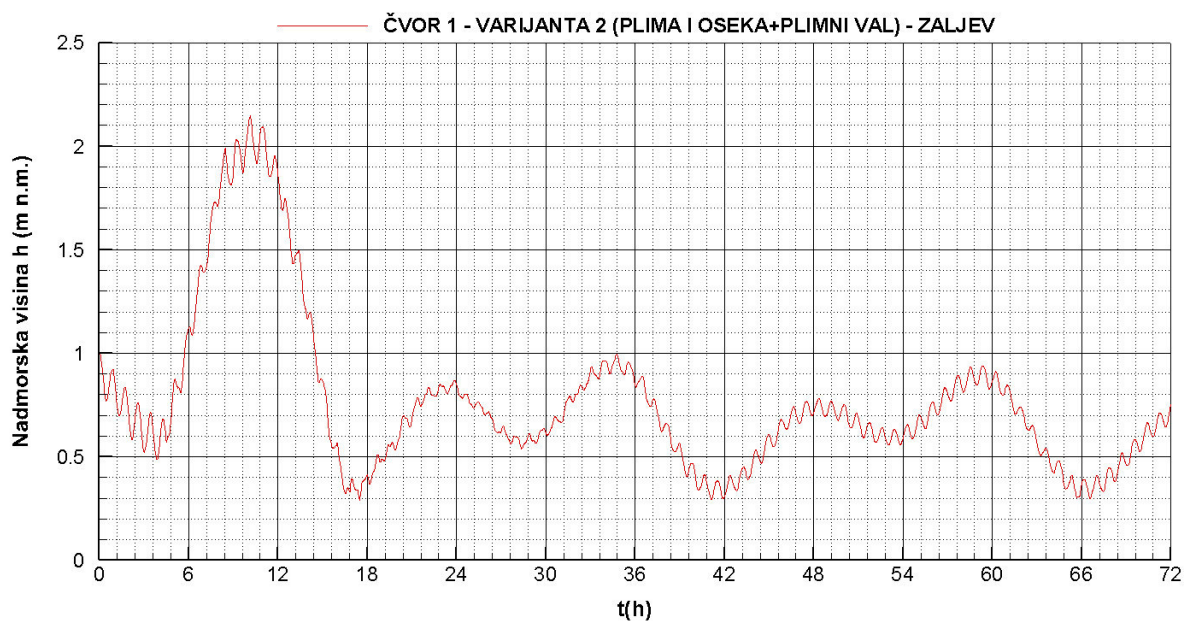
**Slika 4.10** Piezometarska kota – čvor 40



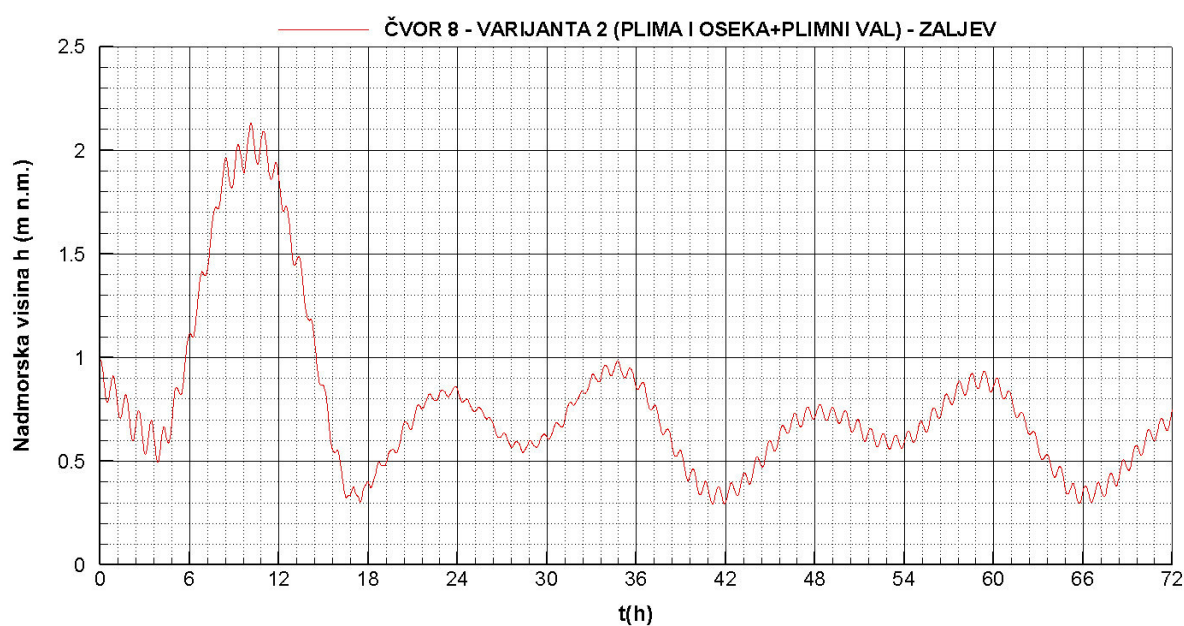
**Slika 4.11** Piezometarska kota – čvor 57



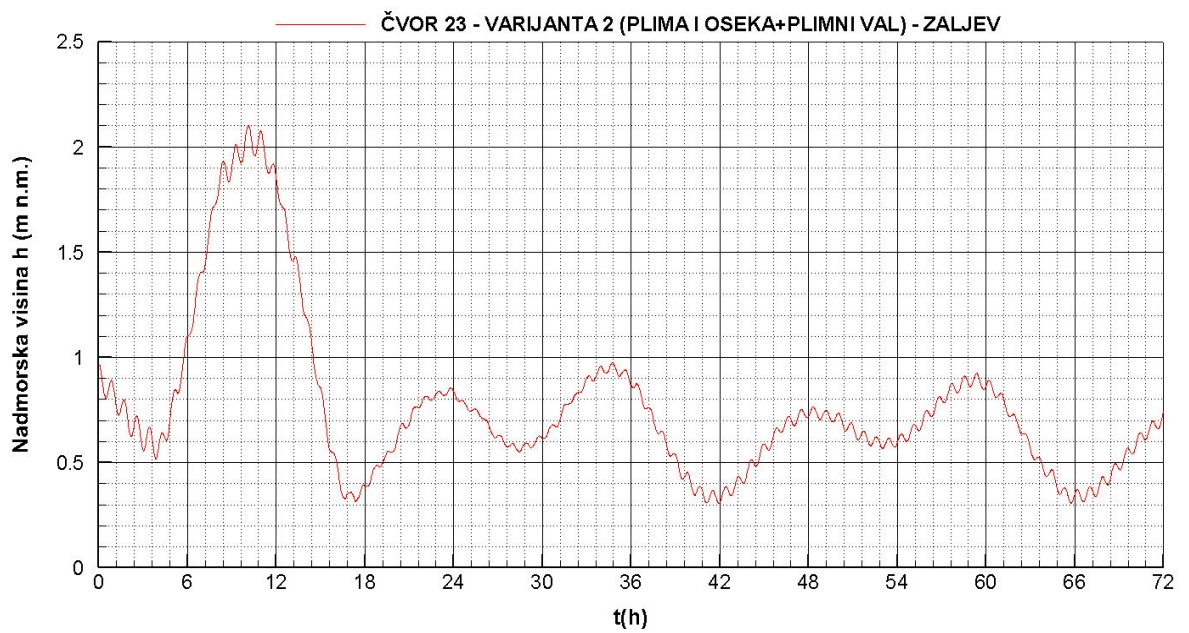
#### 4.2.2. Piezometarske kote čvorova 1,8,23,40 i 57 – varijanta 2 – zaljev bez luke s utjecajem plime i oseke, te plimnog vala



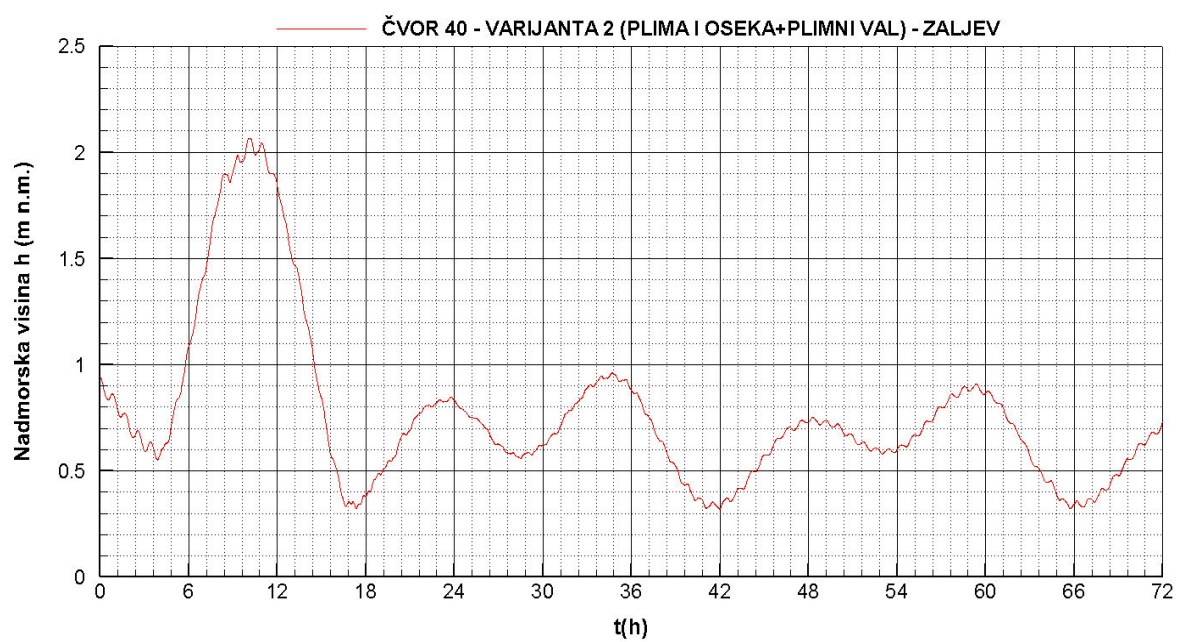
Slika 4.12 Piezometarska kota – čvor 1



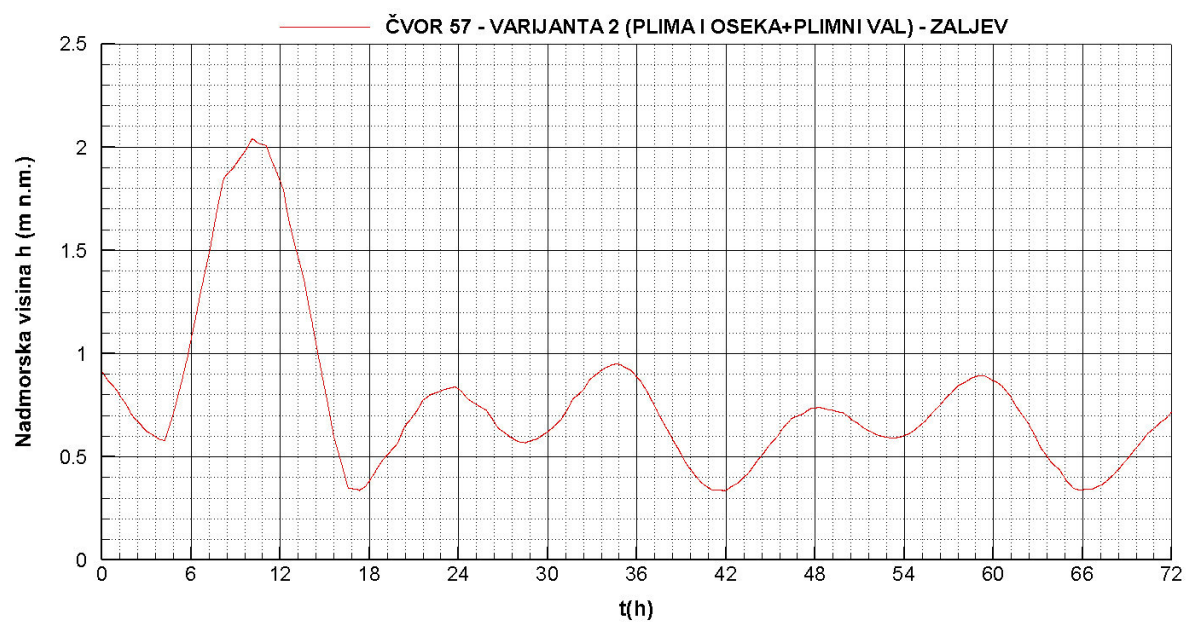
Slika 4.13 Piezometarska kota – čvor 8



Slika 4.14 Piezometarska kota – čvor 23

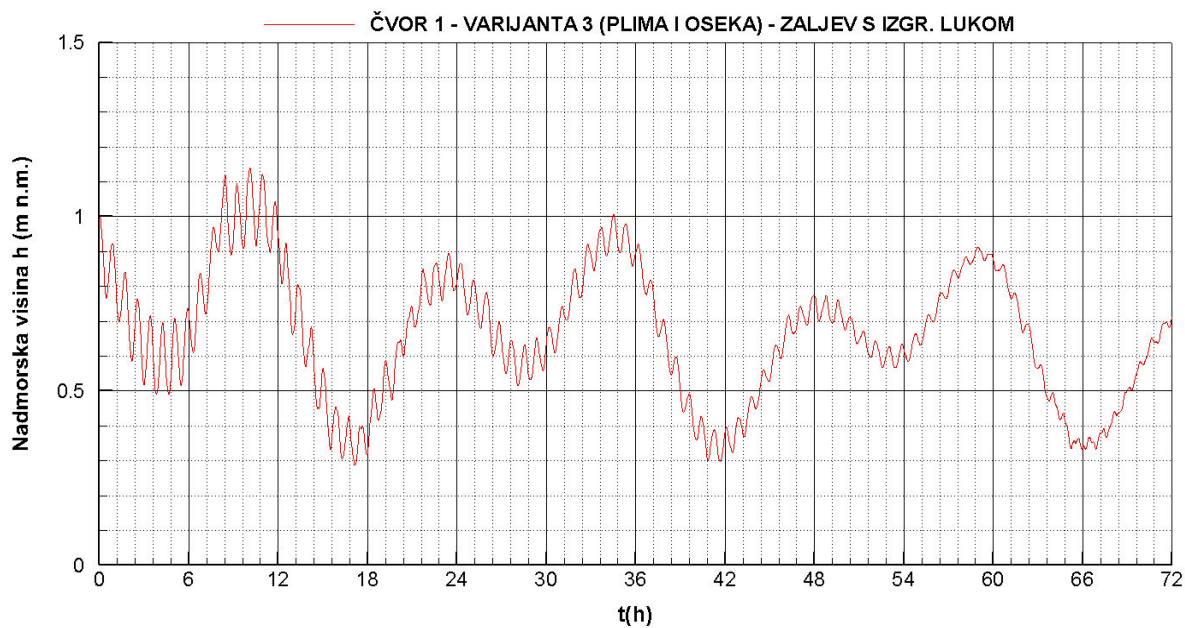


Slika 4.15 Piezometarska kota – čvor 40

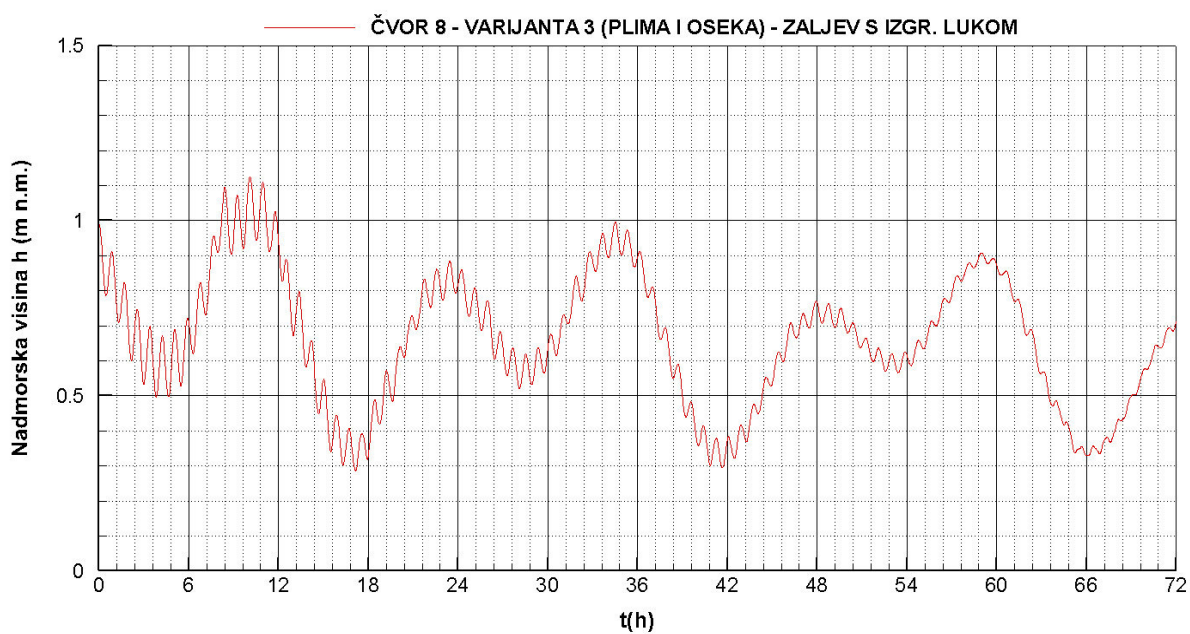


**Slika 4.16** Piezometarska kota – čvor 57

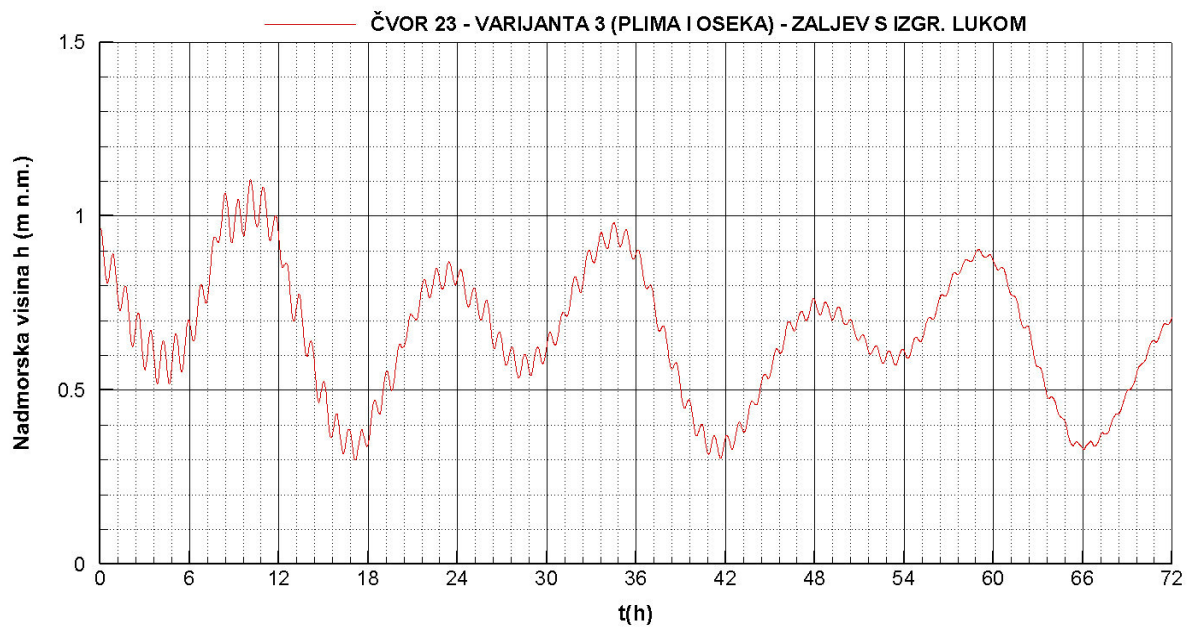
#### 4.2.3. Piezometarske kote čvorova 1,8,23,40 i 57 – varijanta 3 – zaljev s izgrađenom lukom s utjecajem plime i oseke



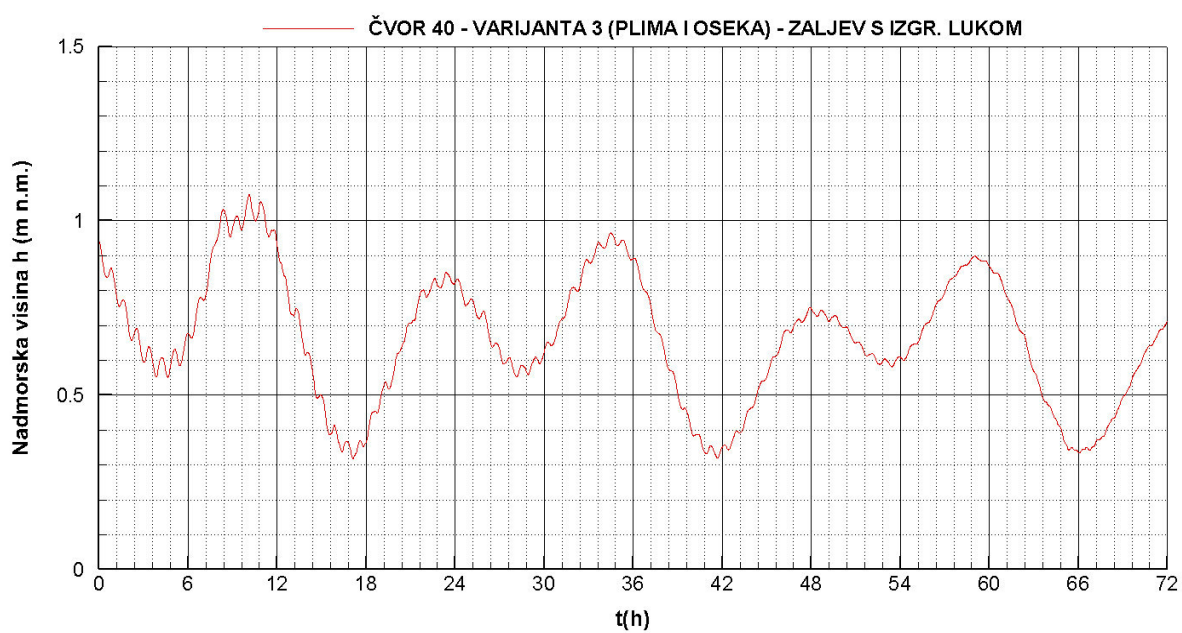
**Slika 4.17** Piezometarska kota – čvor 1



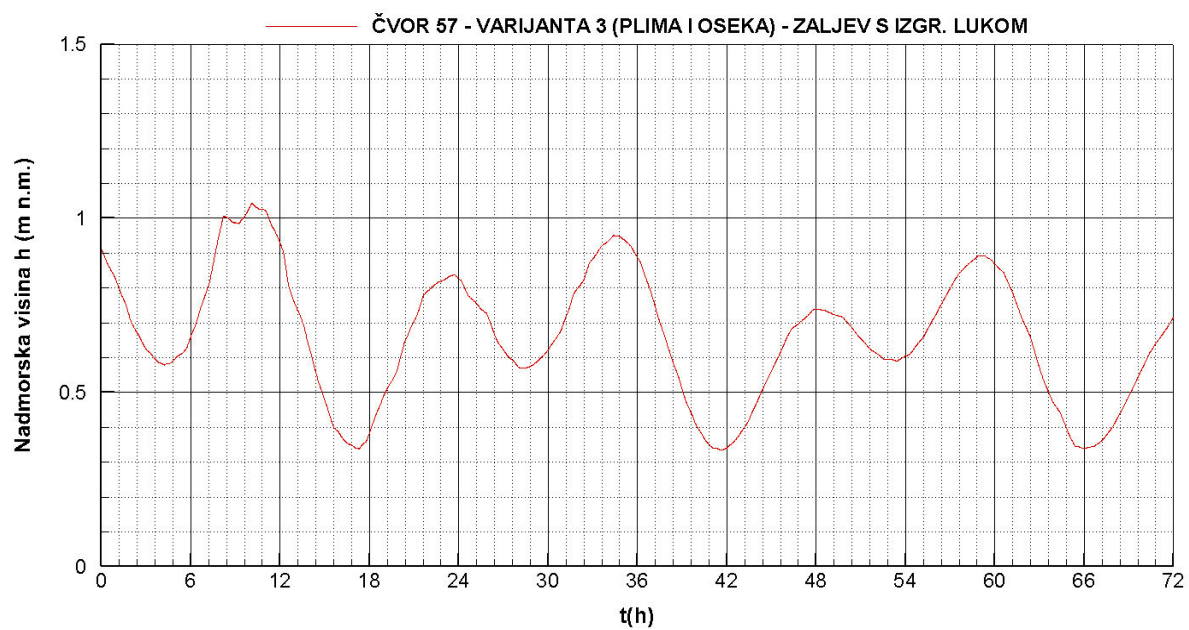
**Slika 4.18** Piezometarska kota – čvor 8



Slika 4.19 Piezometarska kota – čvor 23

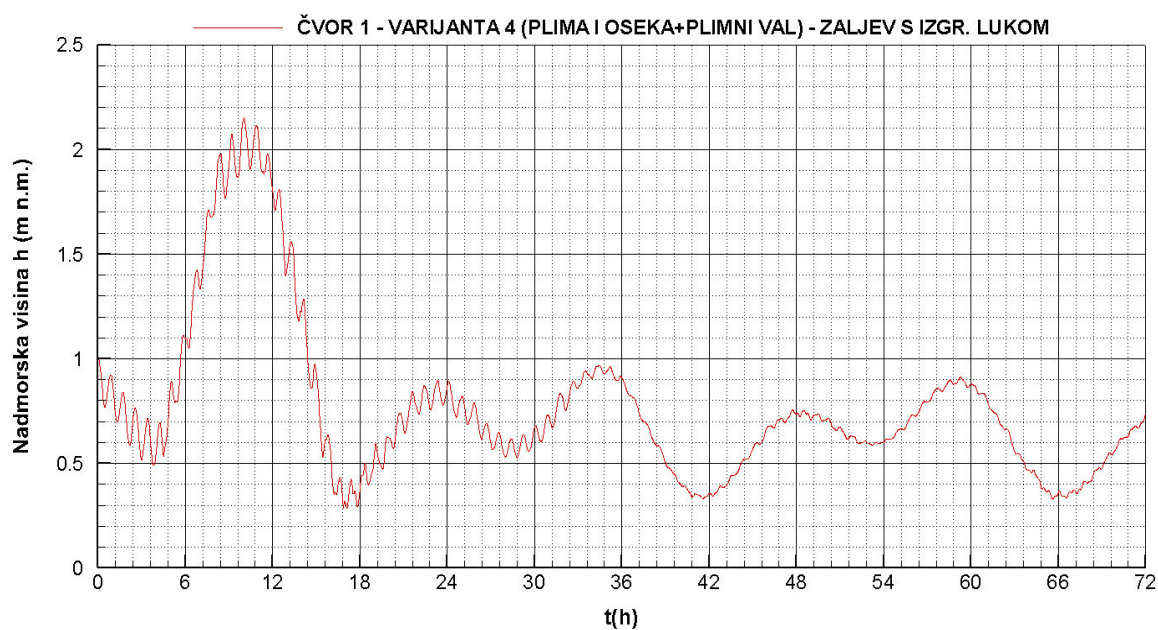


Slika 4.20 Piezometarska kota – čvor 40

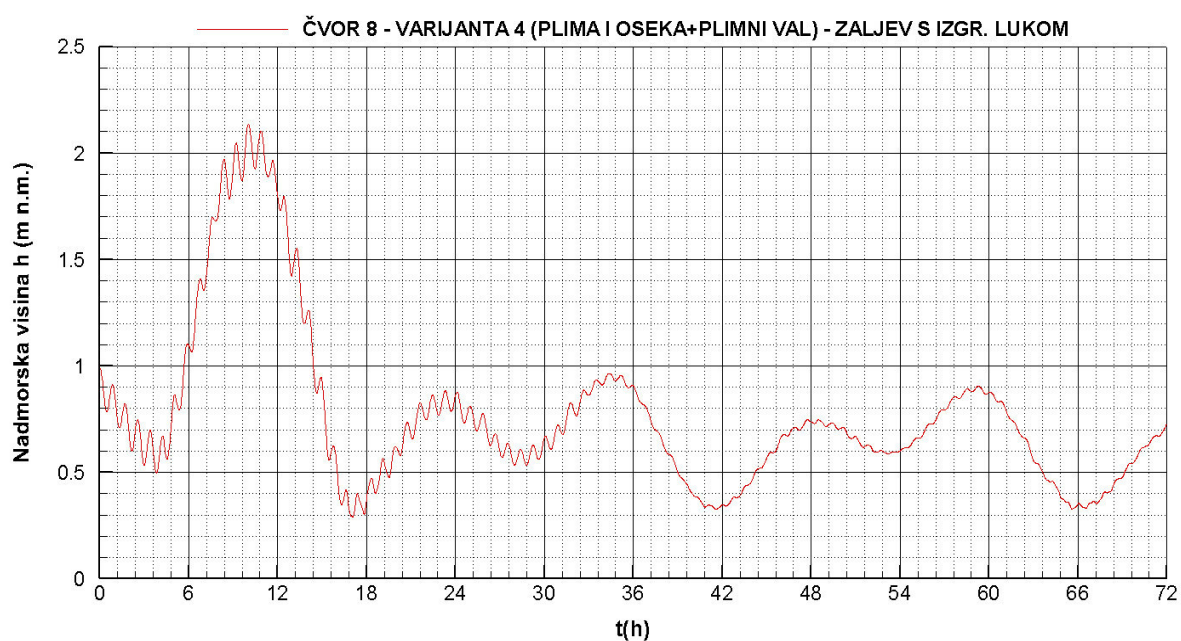


**Slika 4.21** Piezometarska kota – čvor 57

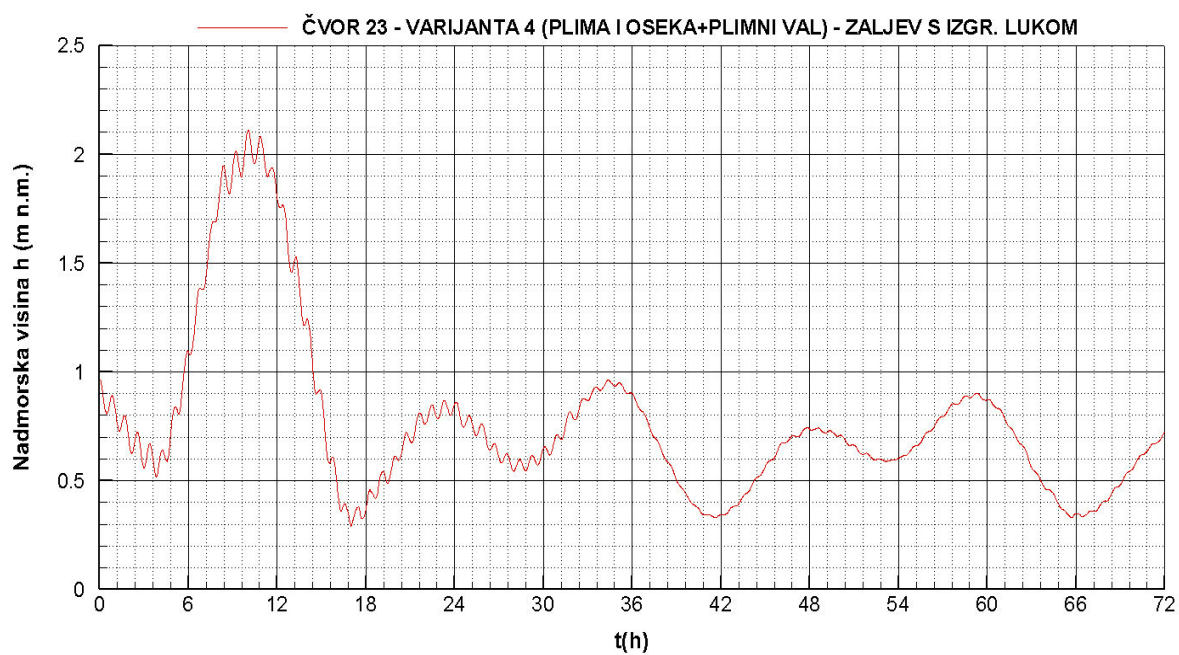
#### 4.2.4. Piezometarske kote čvorova 1,8,23,40 i 57 – varijanta 4 – zaljev s izgrađenom lukom s utjecajem plime i oseke, te plimnog vala



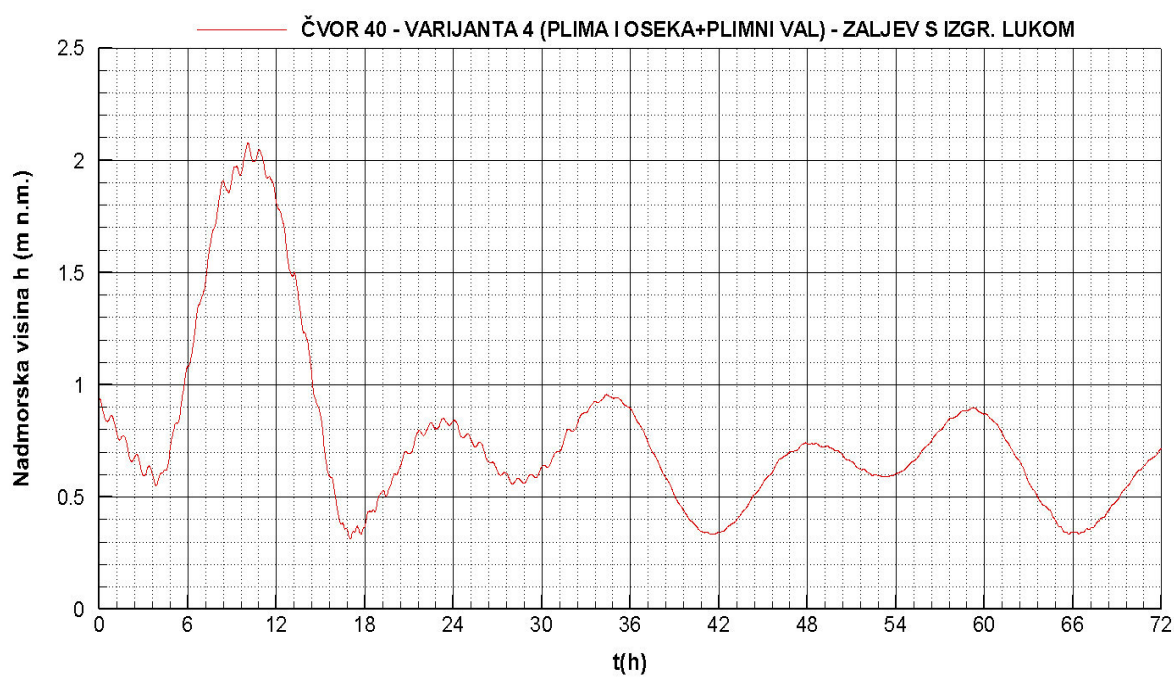
**Slika 4.22** Piezometarska kota – čvor 1



**Slika 4.23** Piezometarska kota – čvor 8

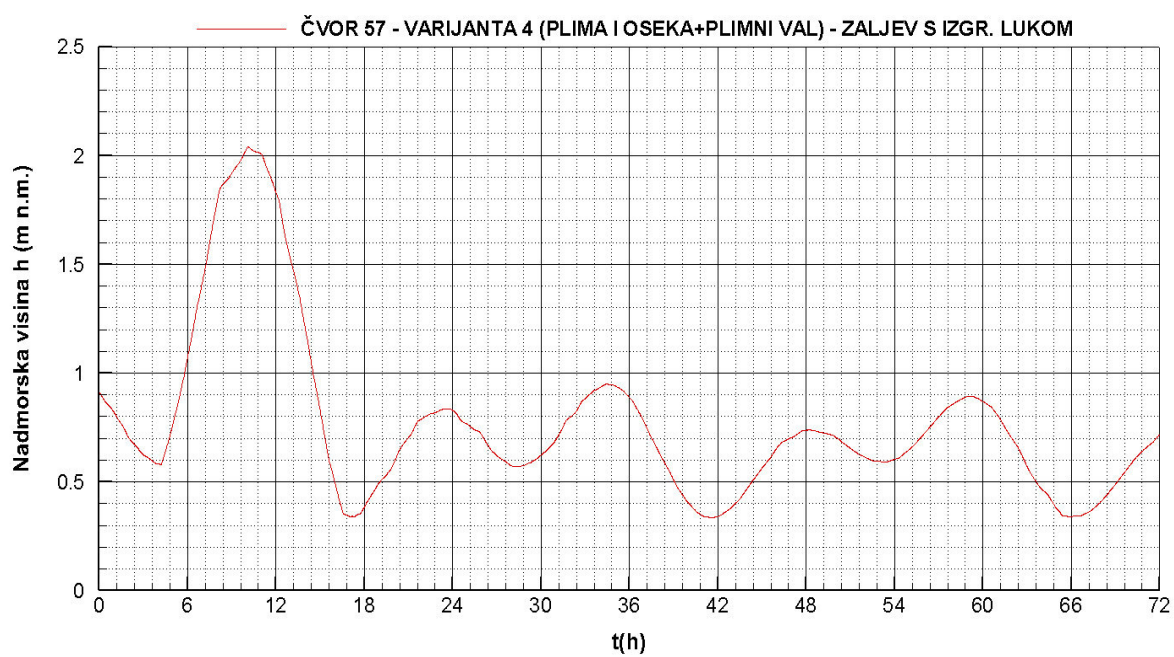


Slika 4.24 Piezometarska kota – čvor 23



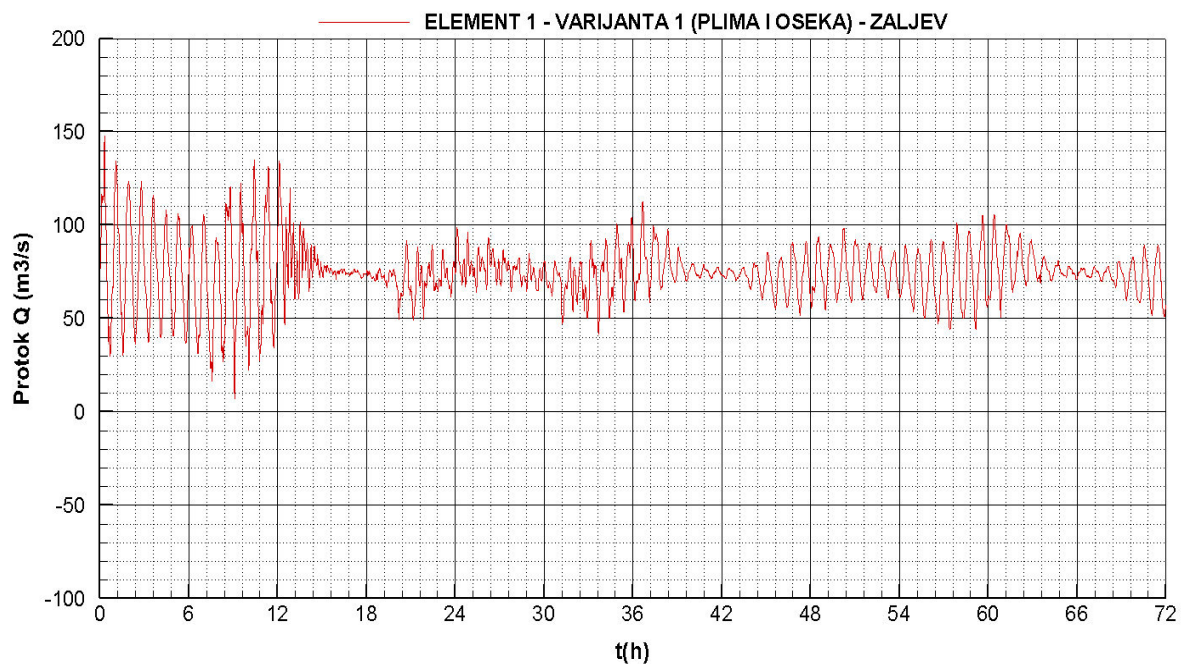
Slika 4.25 Piezometarska kota – čvor 40



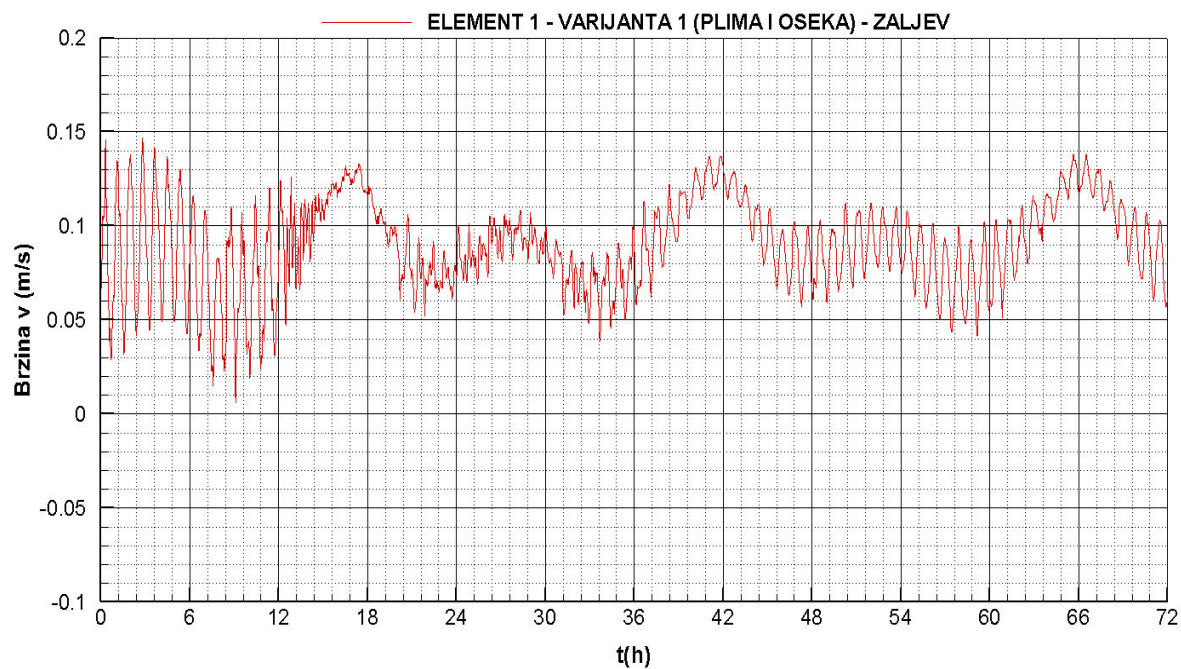


**Slika 4.26** Piezometarska kota – čvor 57

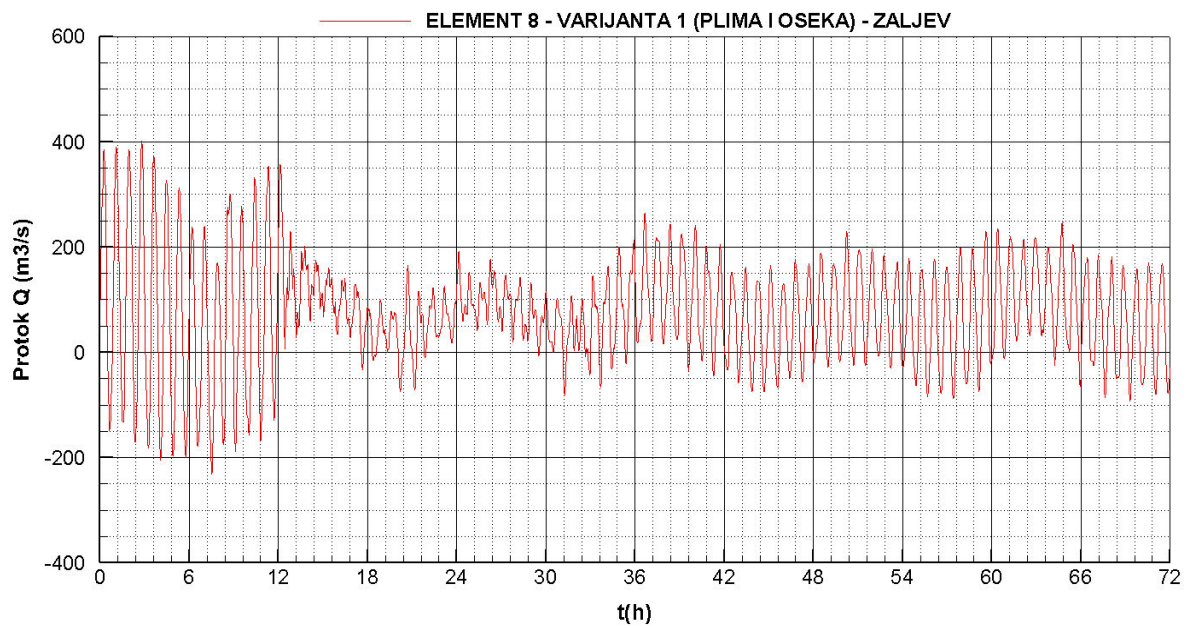
#### 4.2.5. Protok i brzina strujanja na elementima 1,8,23,40 i 57 – varijanta 1 – zaljev bez luke s utjecajem plime i oseke



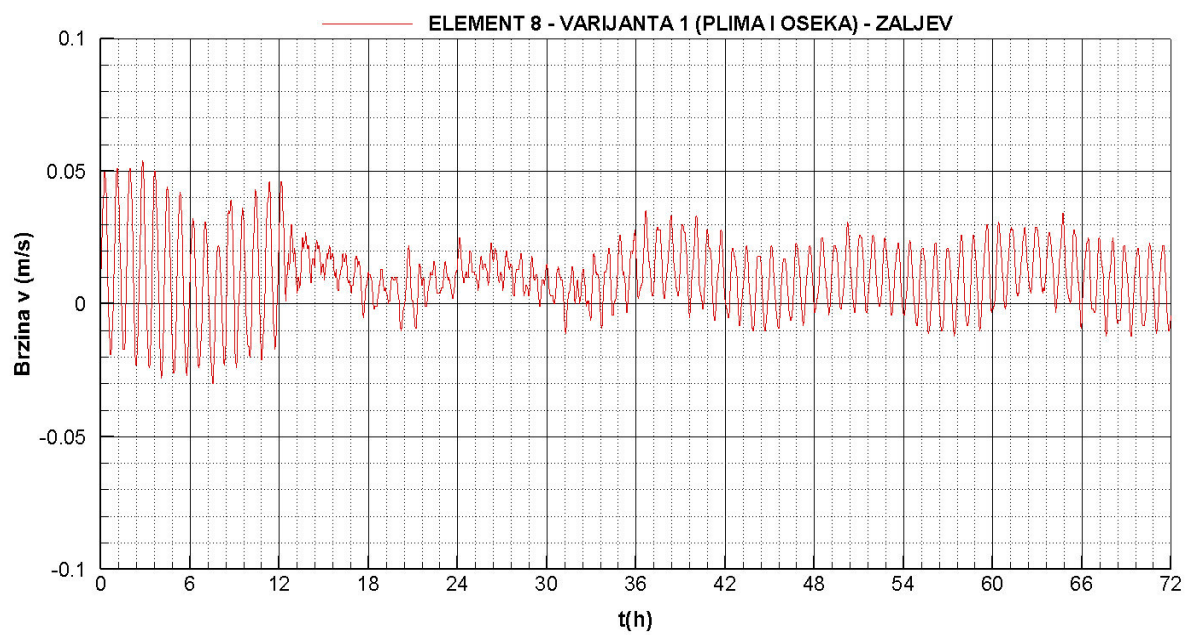
Slika 4.27 Protok – element 1



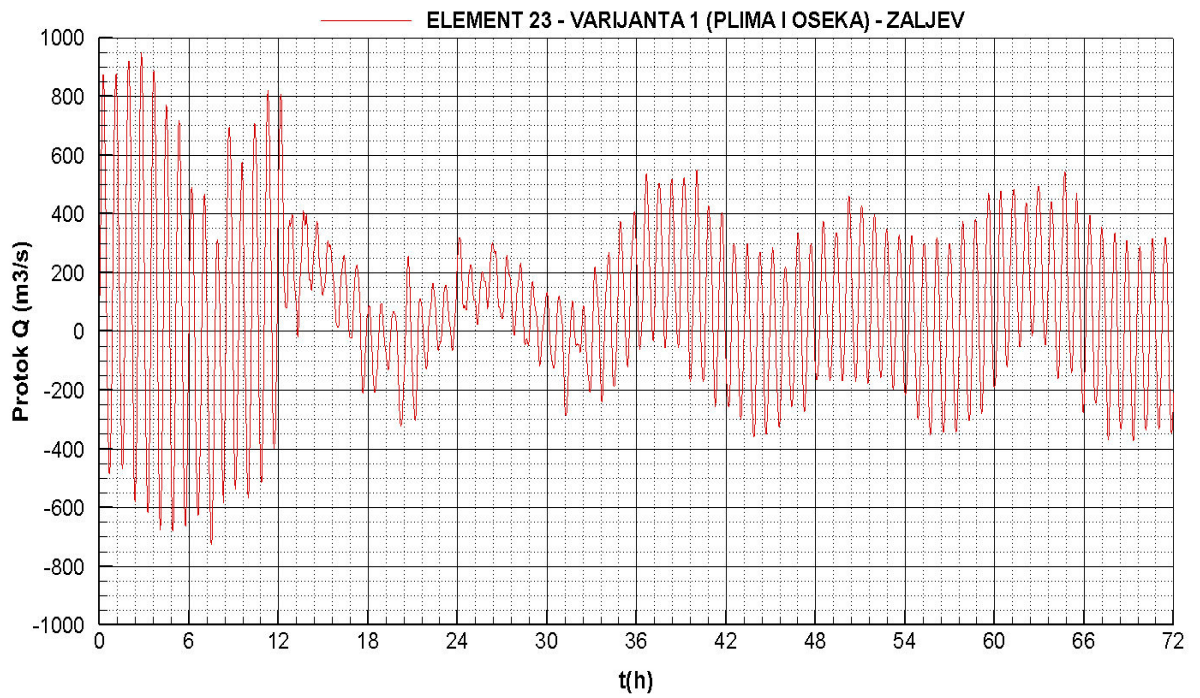
Slika 4.28 Brzina strujanja – element 1



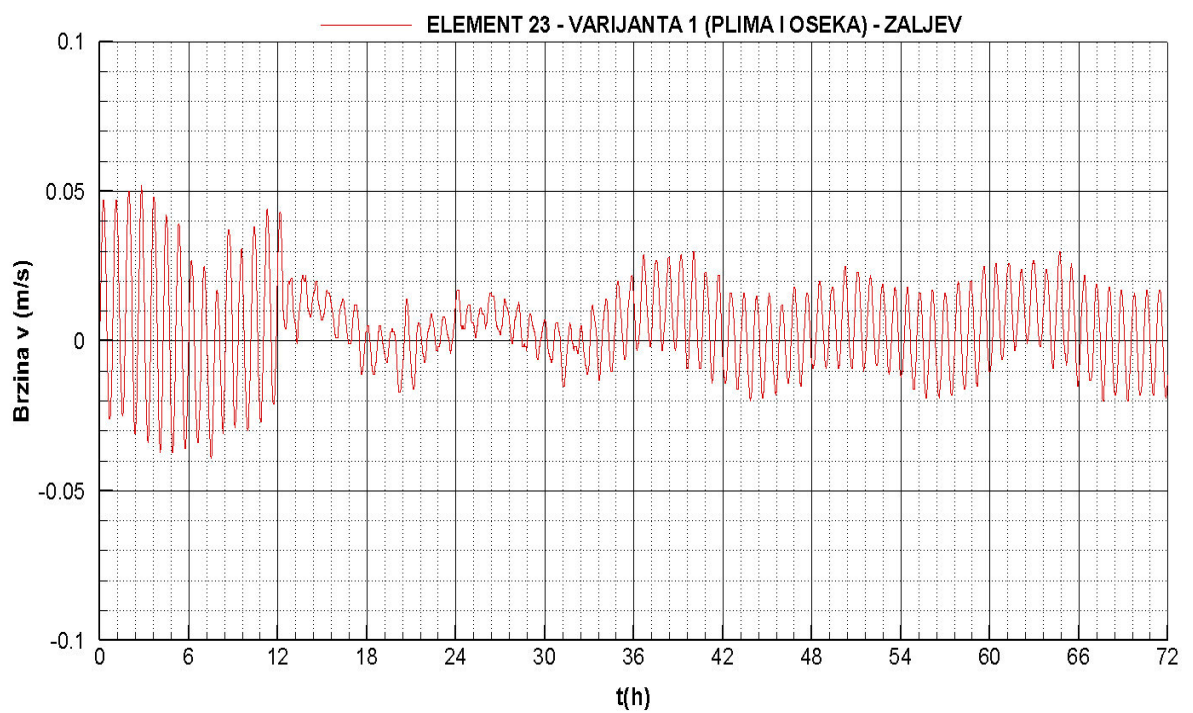
Slika 4.29 Protok – element 8



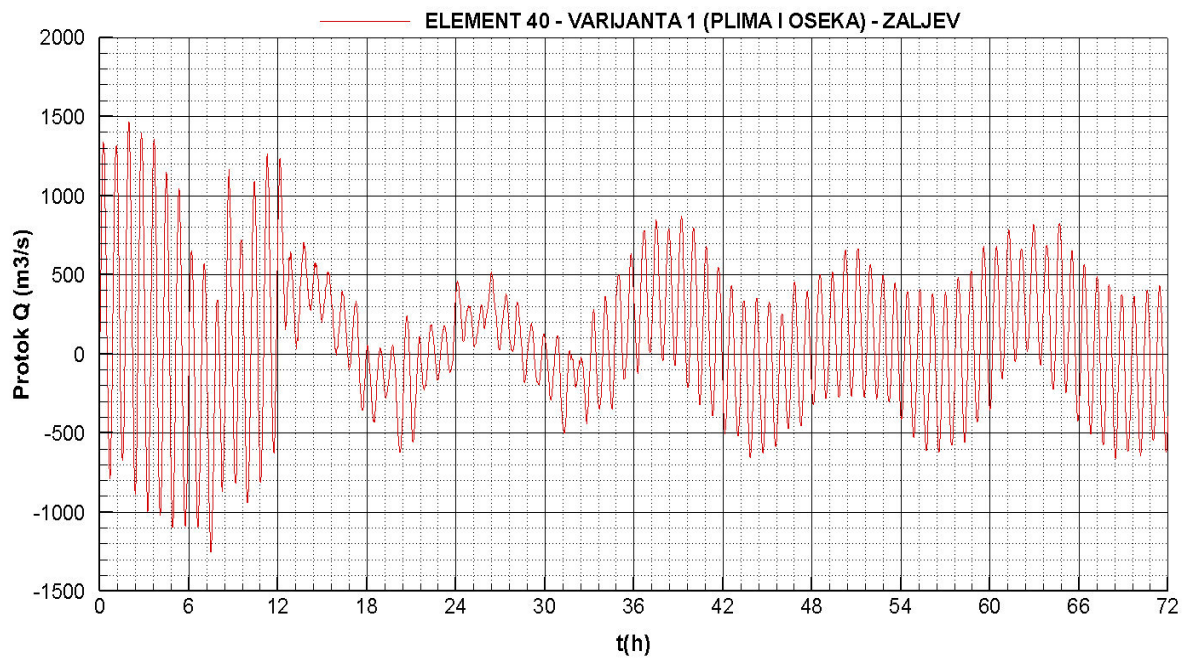
Slika 4.30 Brzina strujanja – element 8



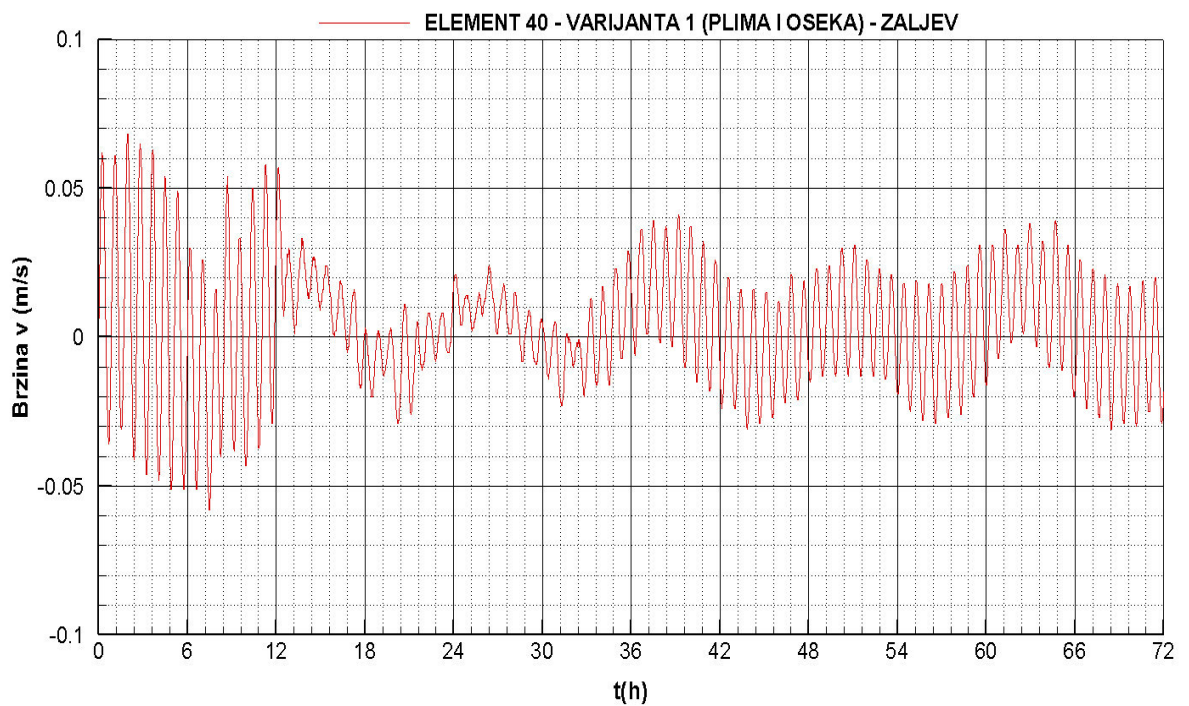
Slika 4.31 Protok – element 23



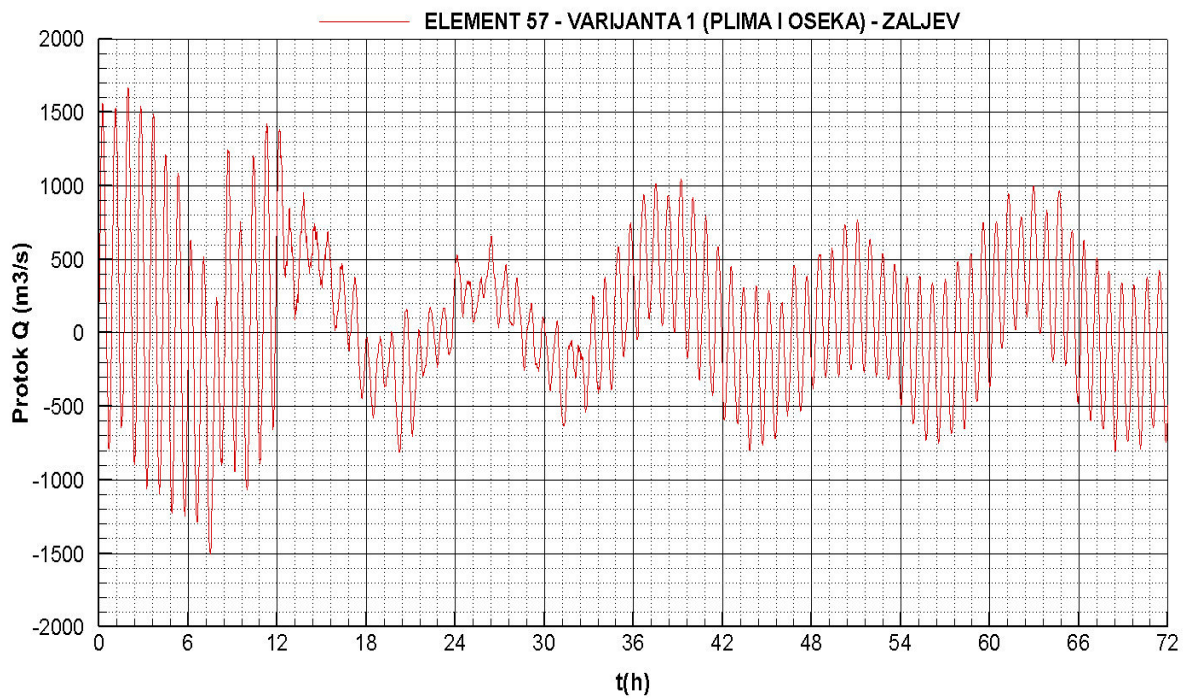
Slika 4.32 Brzina strujanja – element 23



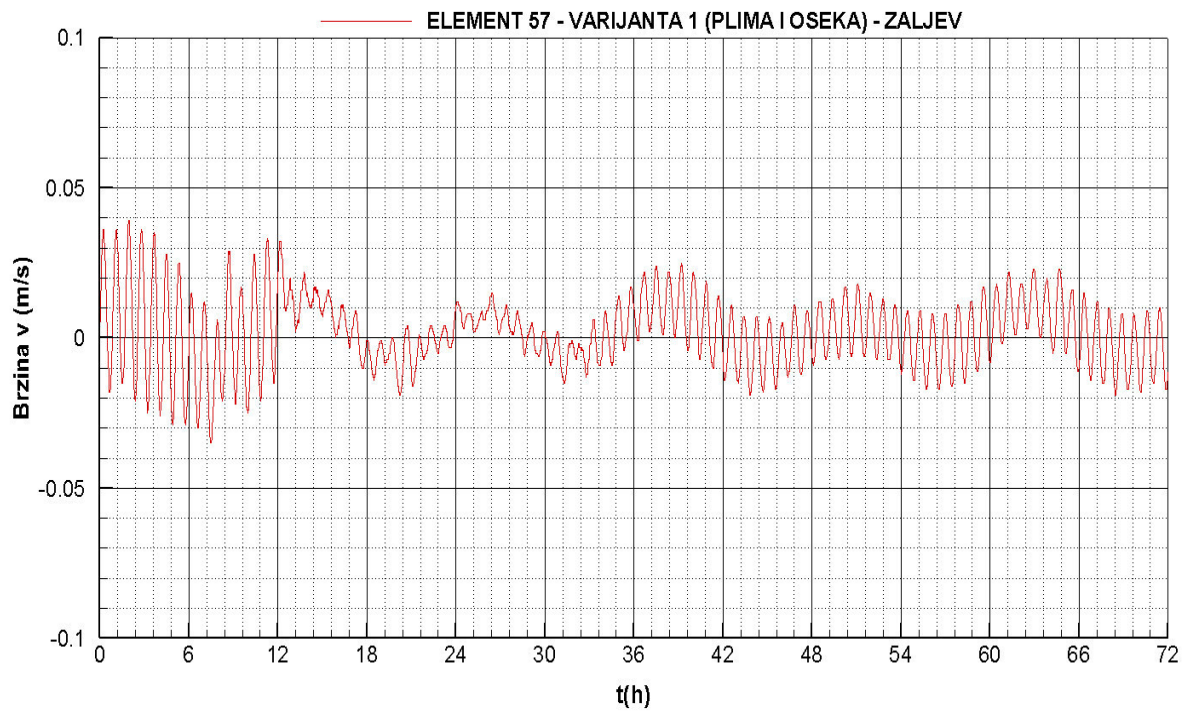
Slika 4.33 Protok – element 40



Slika 4.34 Brzina strujanja – element 40

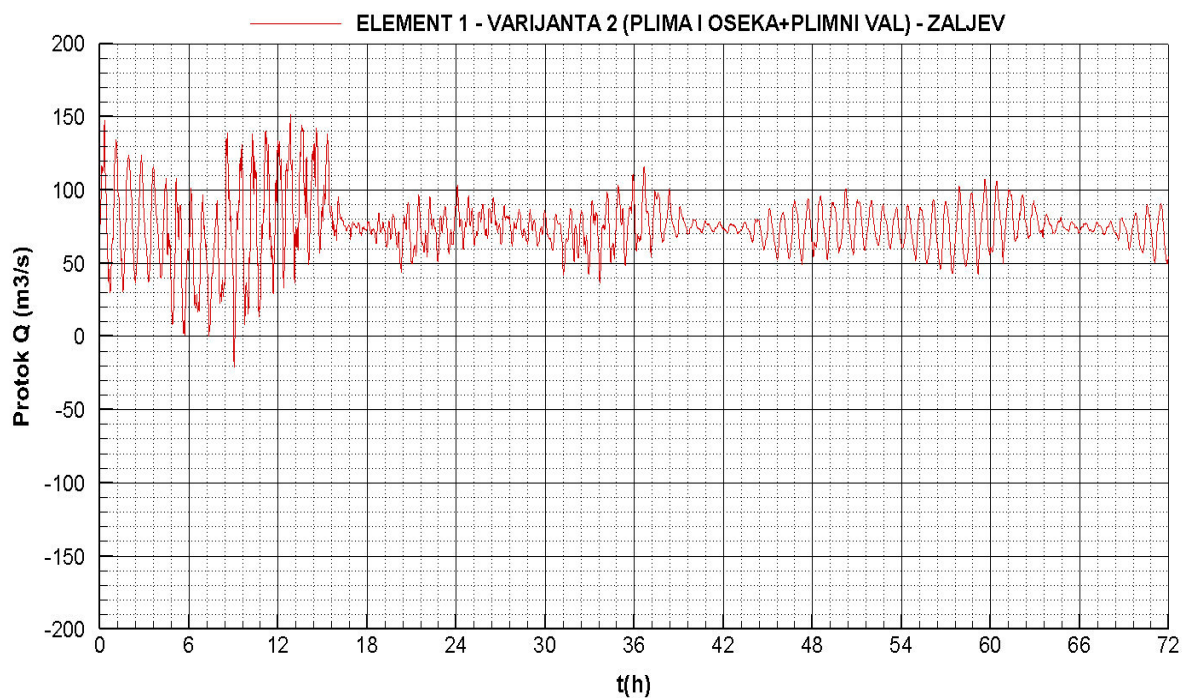


Slika 4.35 Protok – element 57

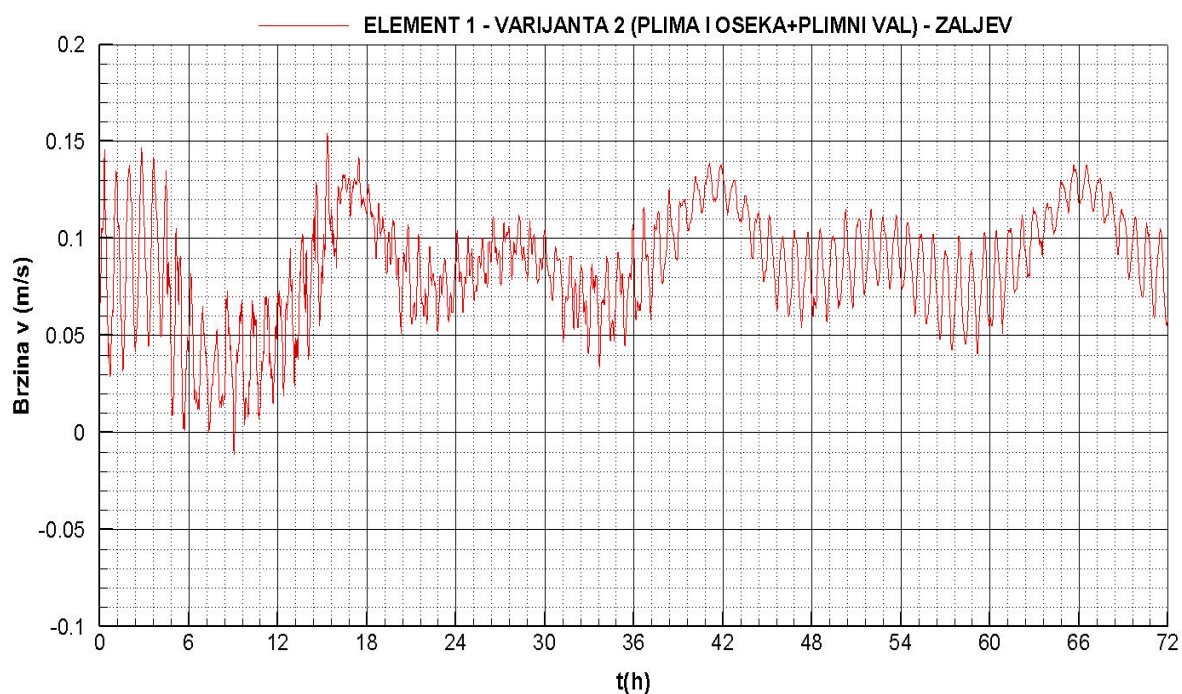


Slika 4.36 Brzina strujanja – element 57

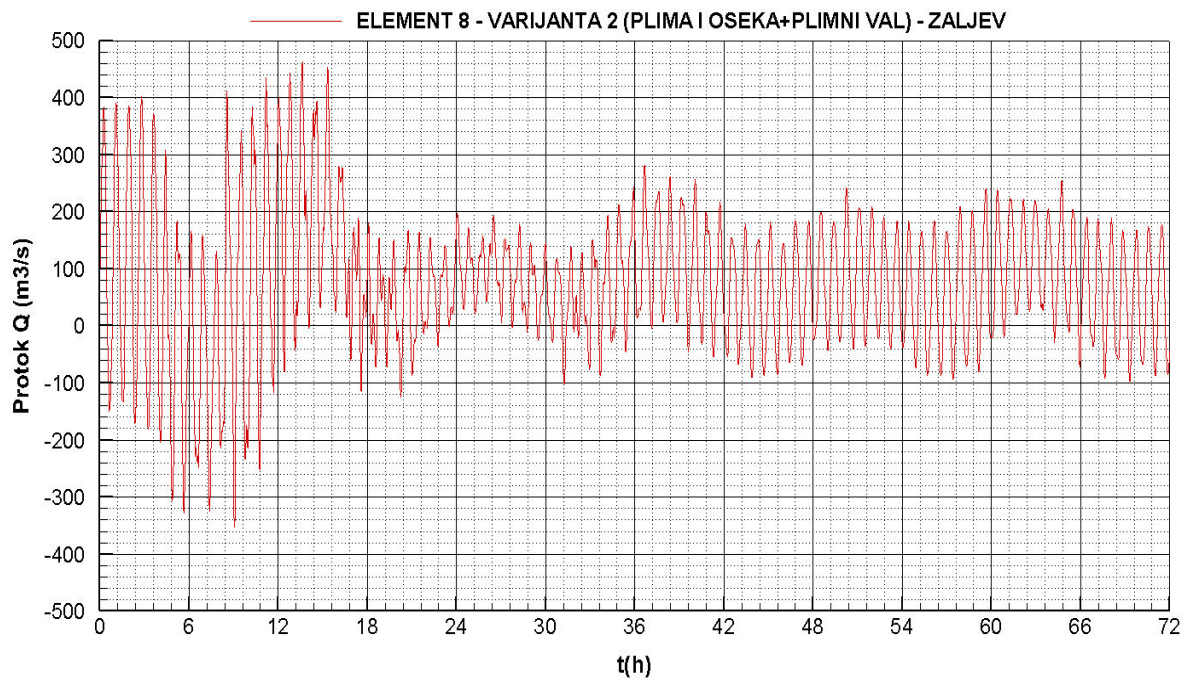
#### 4.2.6. Protok i brzina strujanja na elementima 1,8,23,40 i 57 – varijanta 2 – zaljev bez luke s utjecajem plime i oseke, te plimnog vala



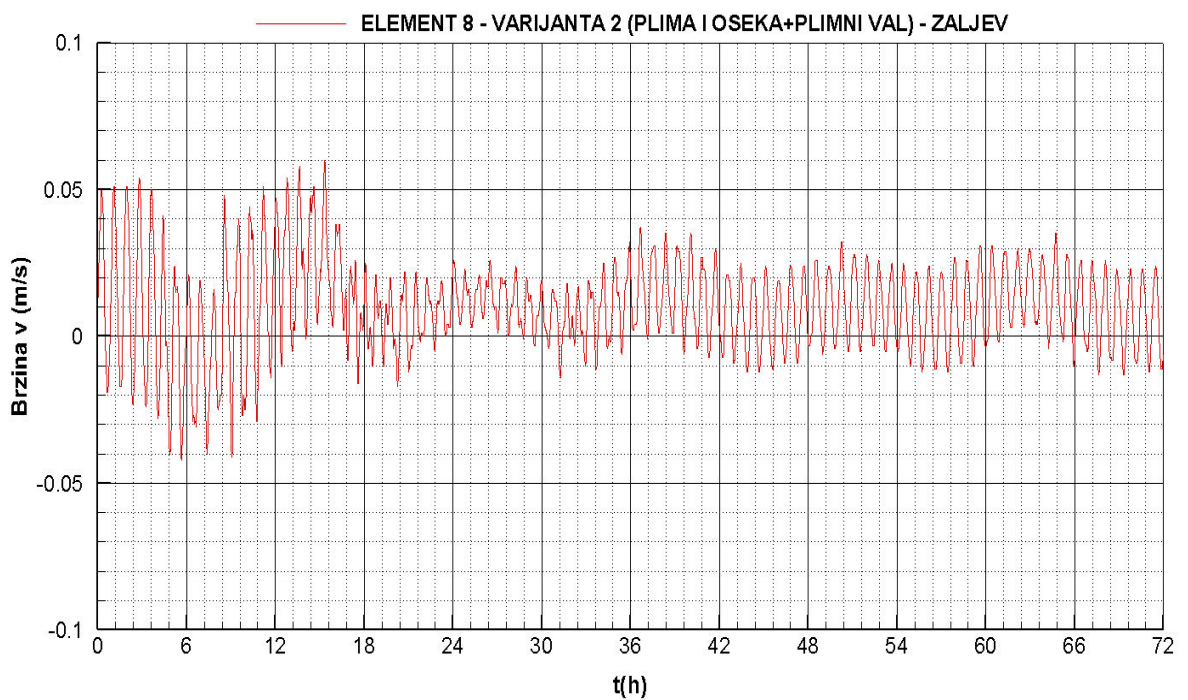
Slika 4.37 Protok – element 1



Slika 4.38 Brzina strujanja – element 1

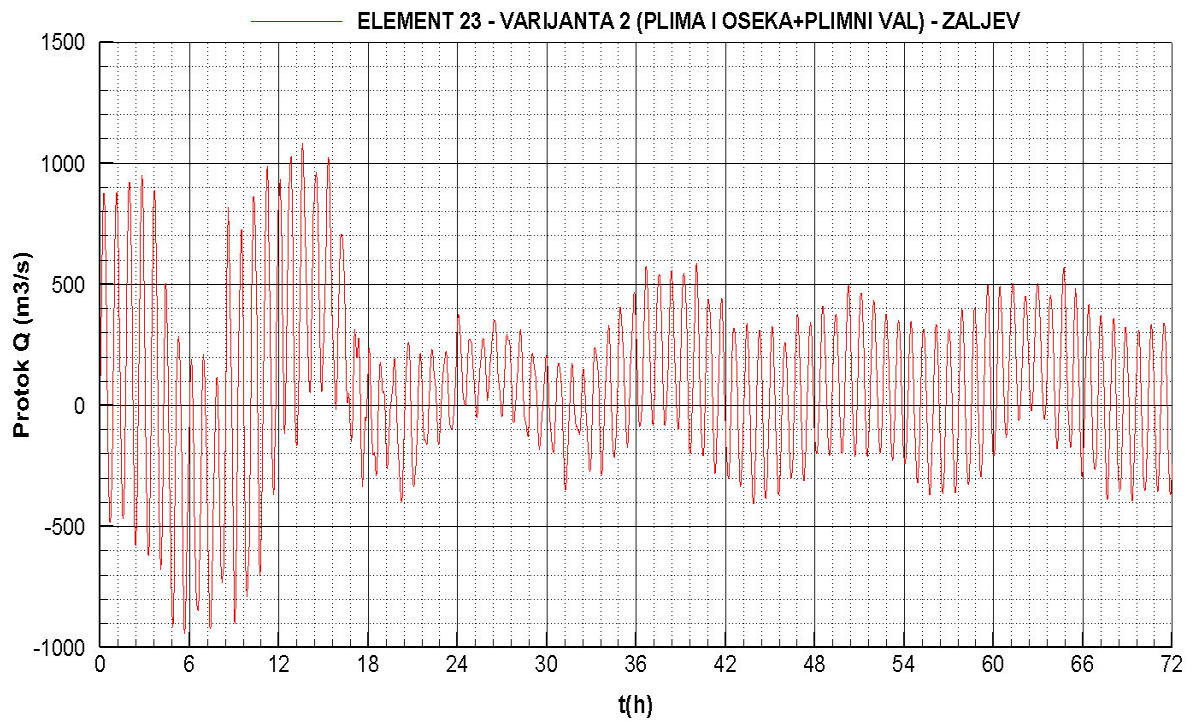


**Slika 4.39** Protok – element 8

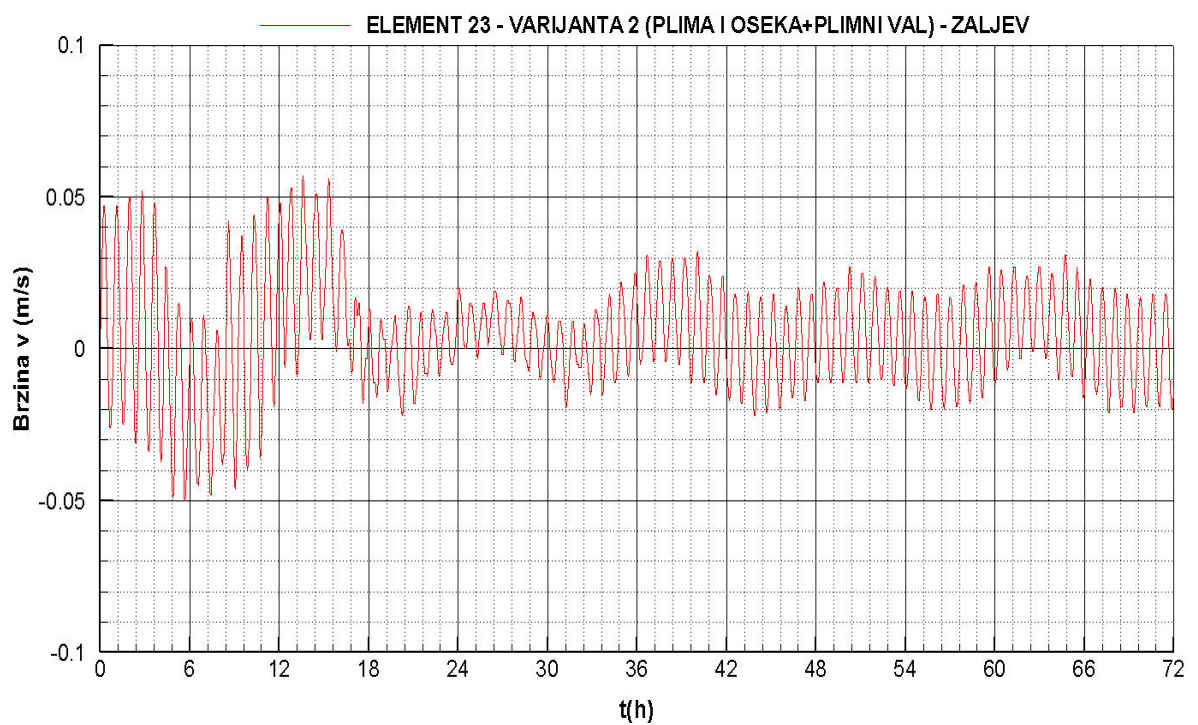


**Slika 4.40** Brzina strujanja – element 8

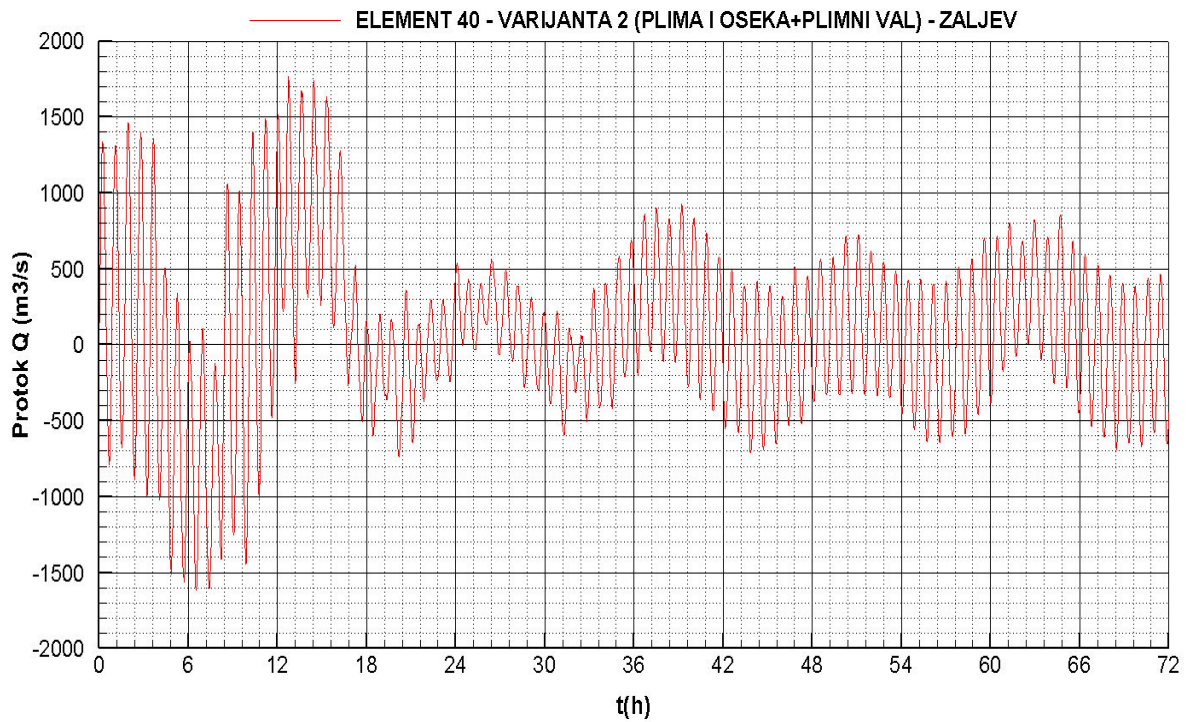




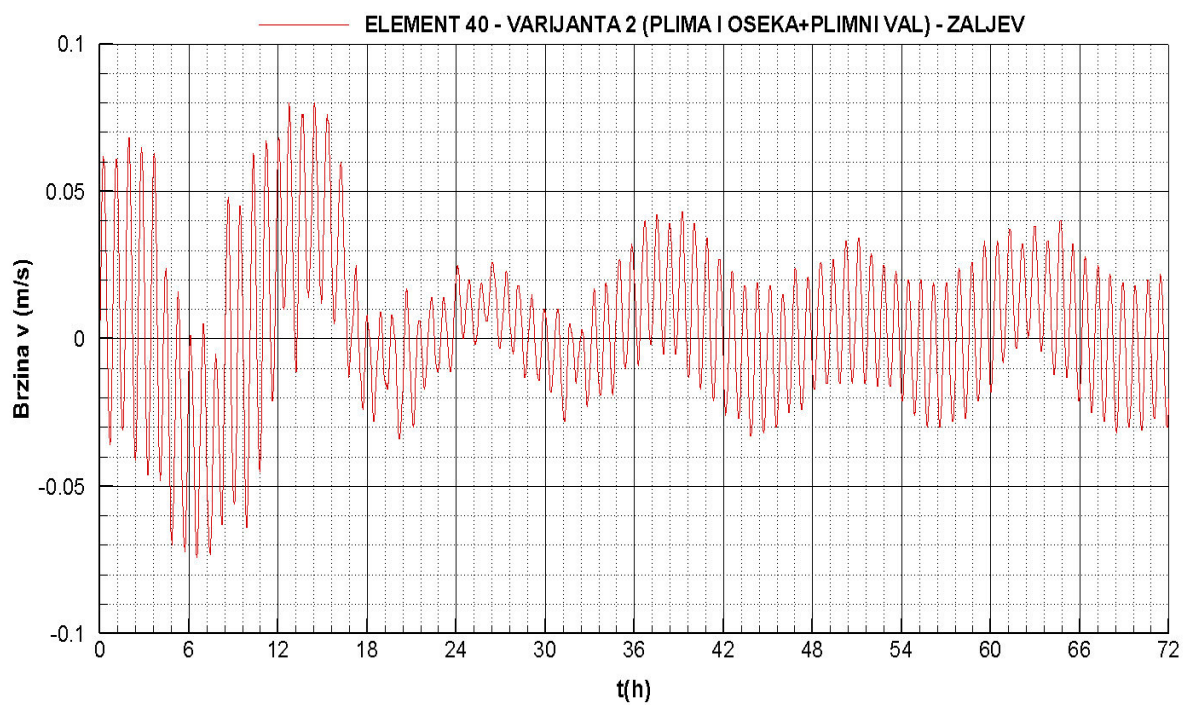
Slika 4.41 Protok – element 23



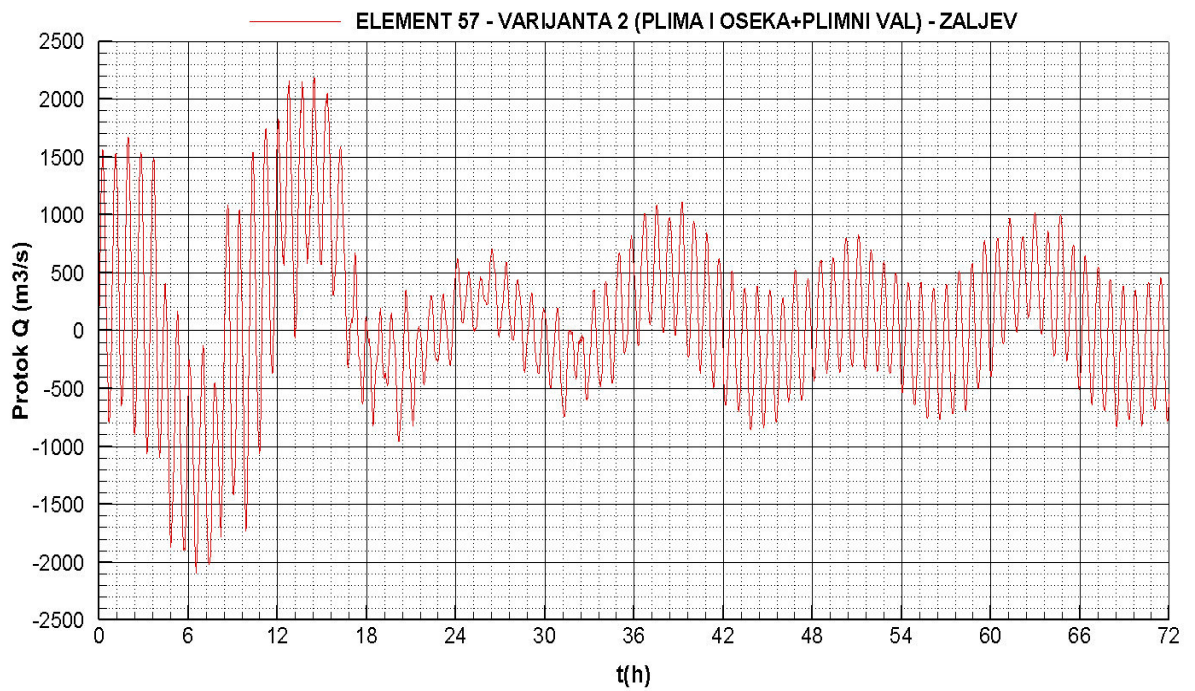
Slika 4.42 Brzina strujanja – element 23



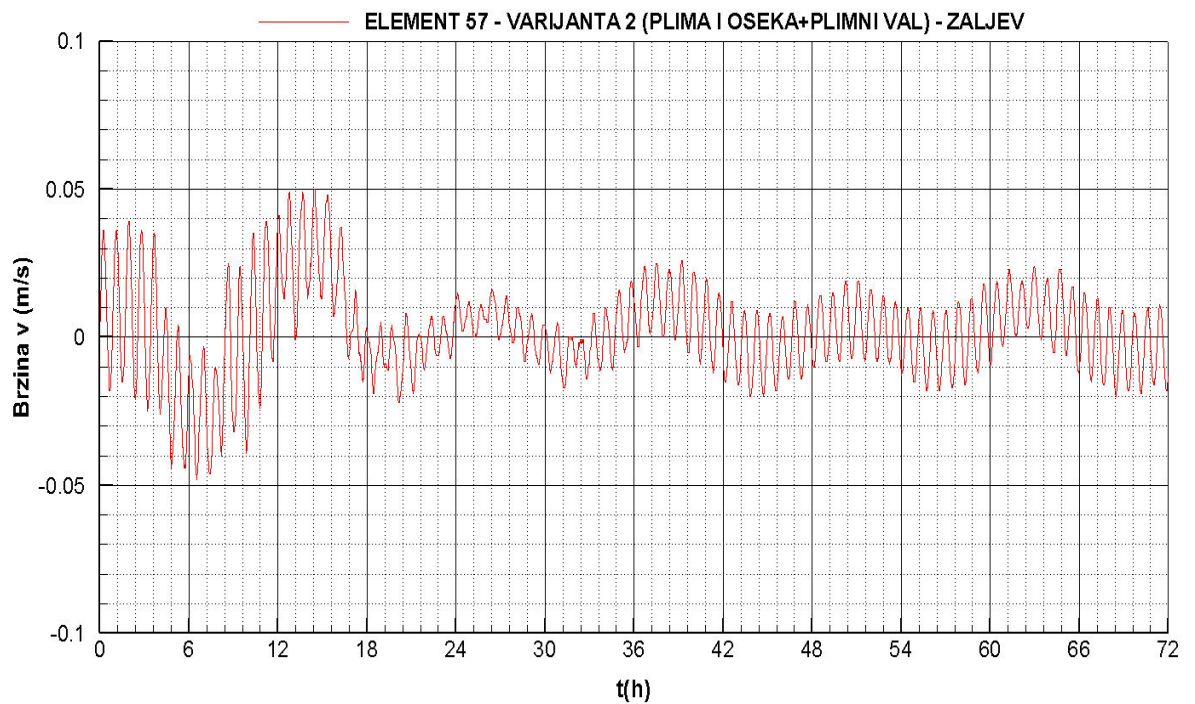
Slika 4.43 Protok – element 40



Slika 4.44 Brzina strujanja – element 40

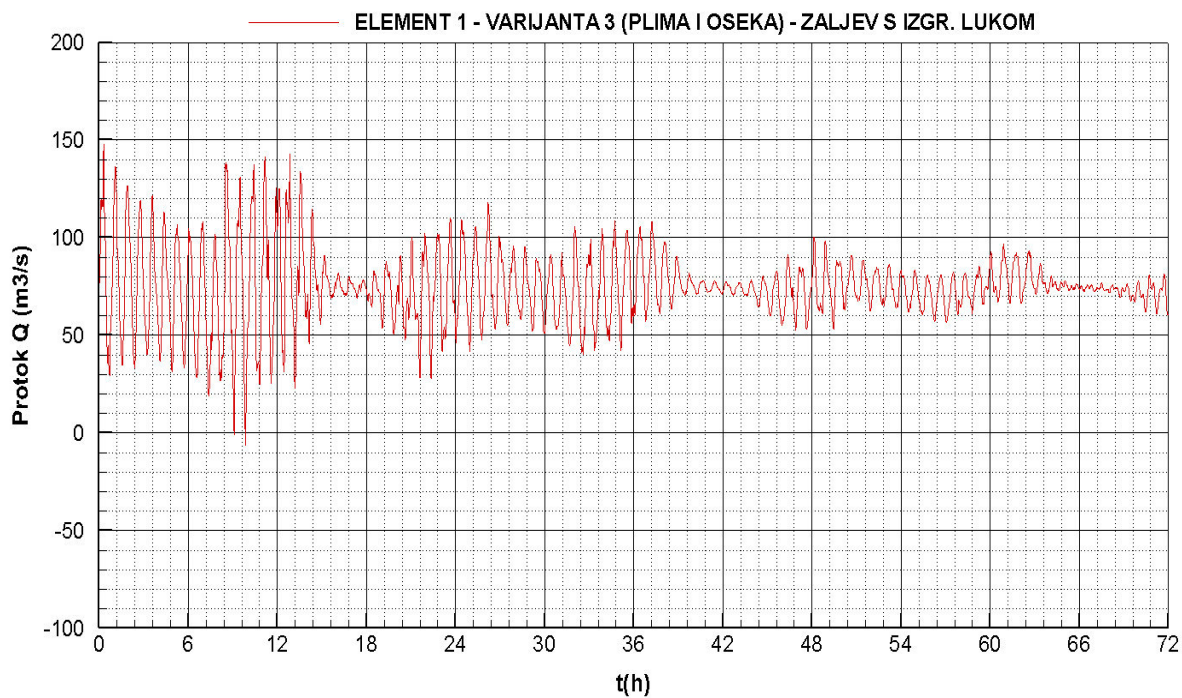


**Slika 4.45** Protok – element 57

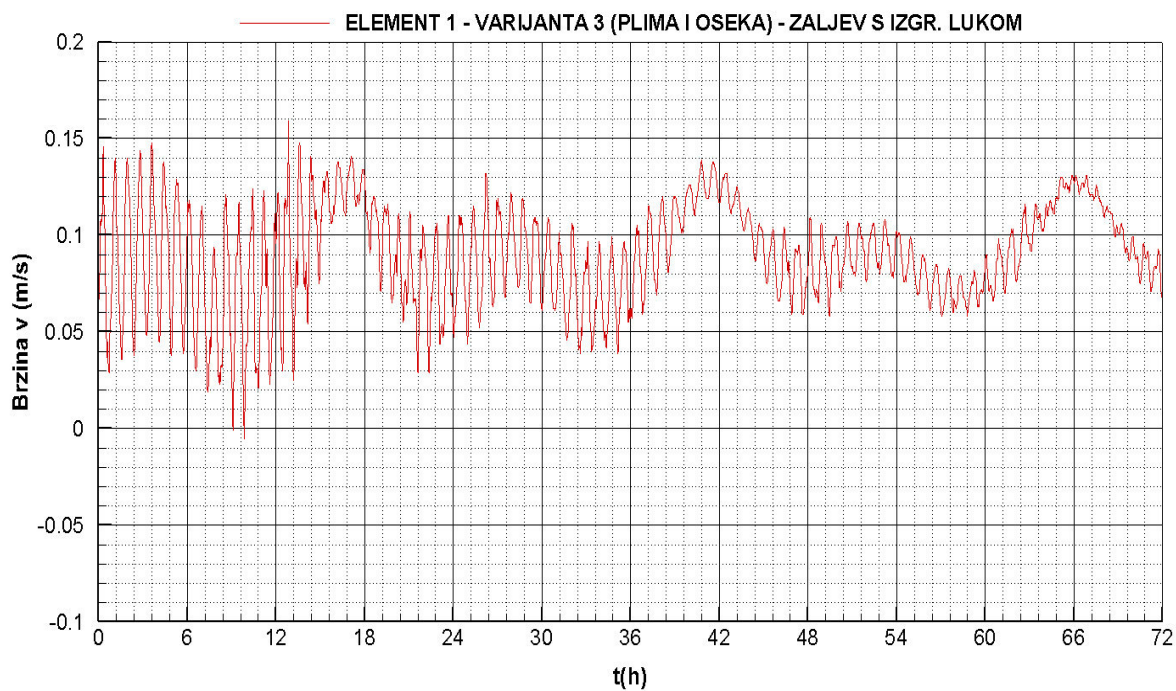


**Slika 4.46** Brzina strujanja – element 57

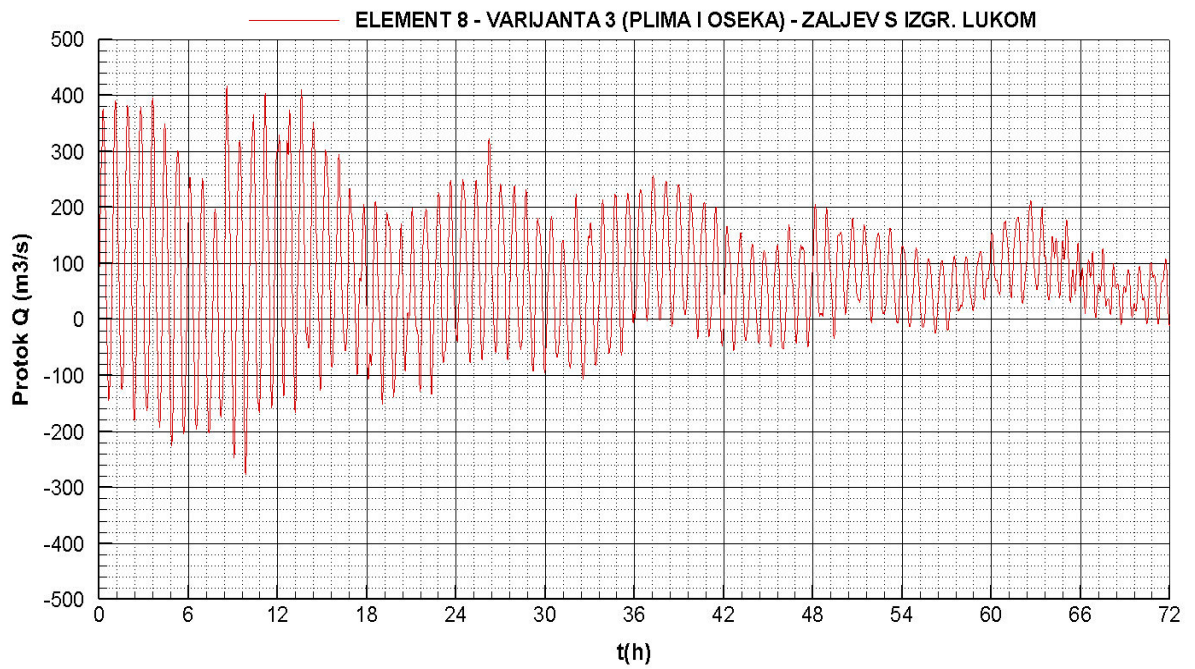
#### 4.2.7. Protok i brzina strujanja na elementima 1,8,23,40 i 57 – varijanta 3 – zaljev s izgrađenom lukom s utjecajem plime i oseke



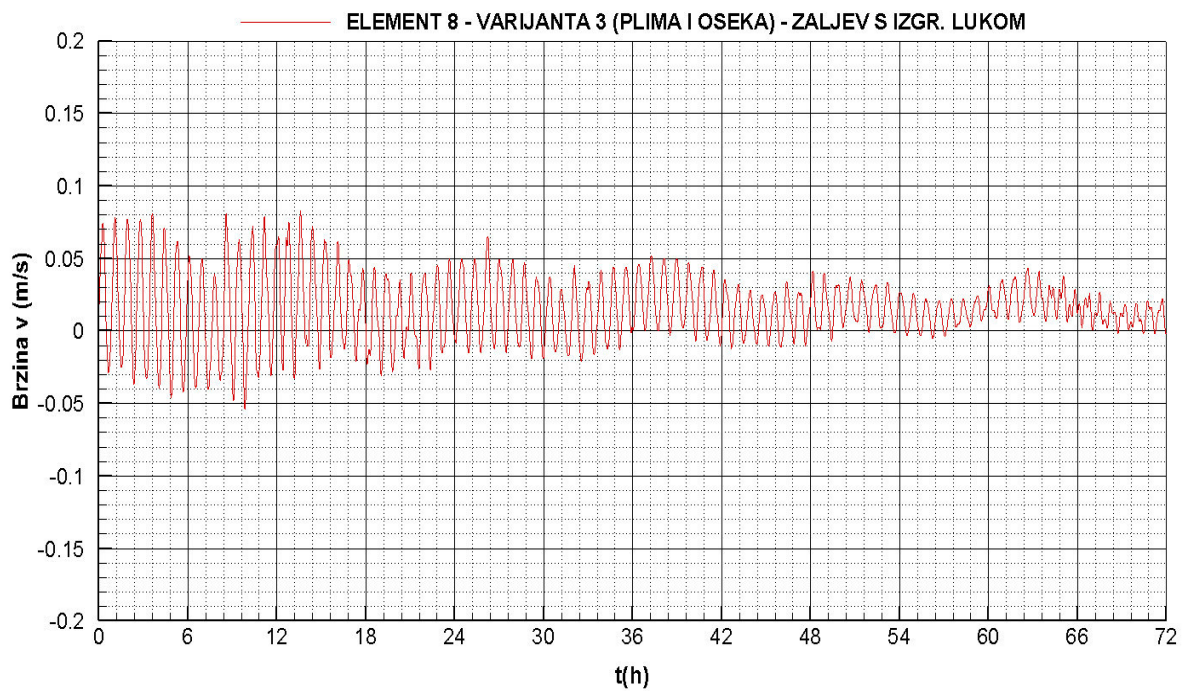
Slika 4.47 Protok – element 1



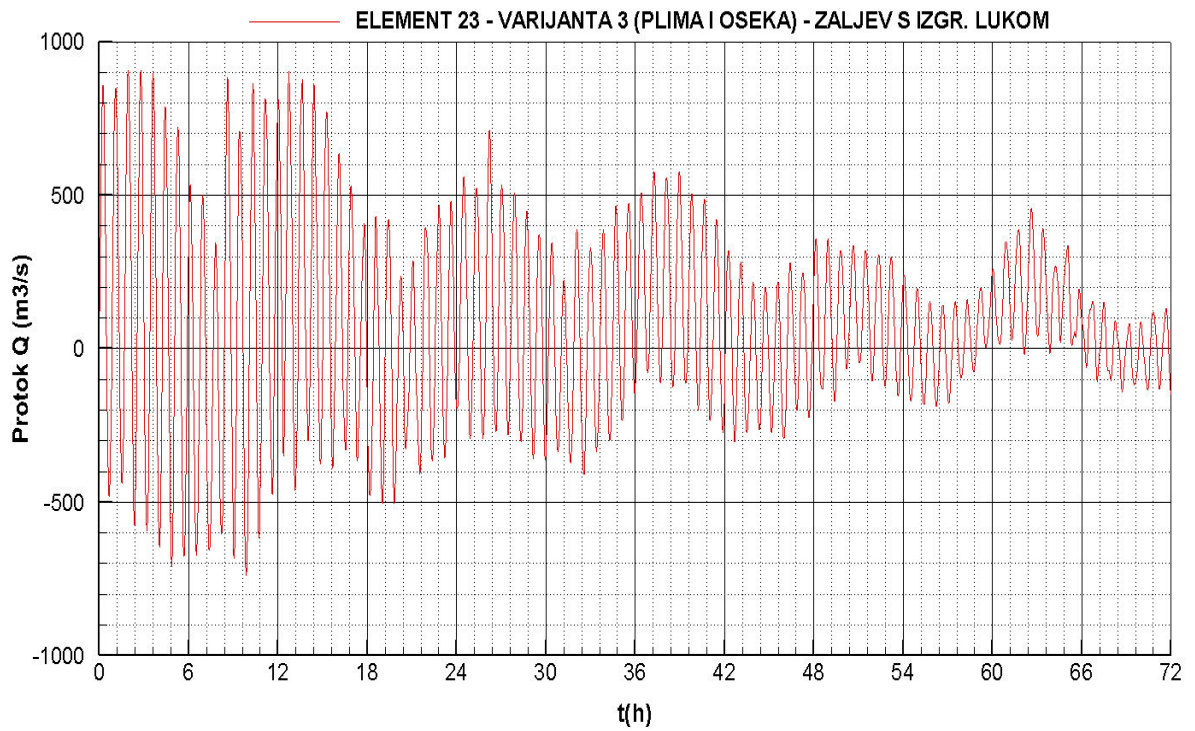
Slika 4.48 Brzina strujanja – element 1



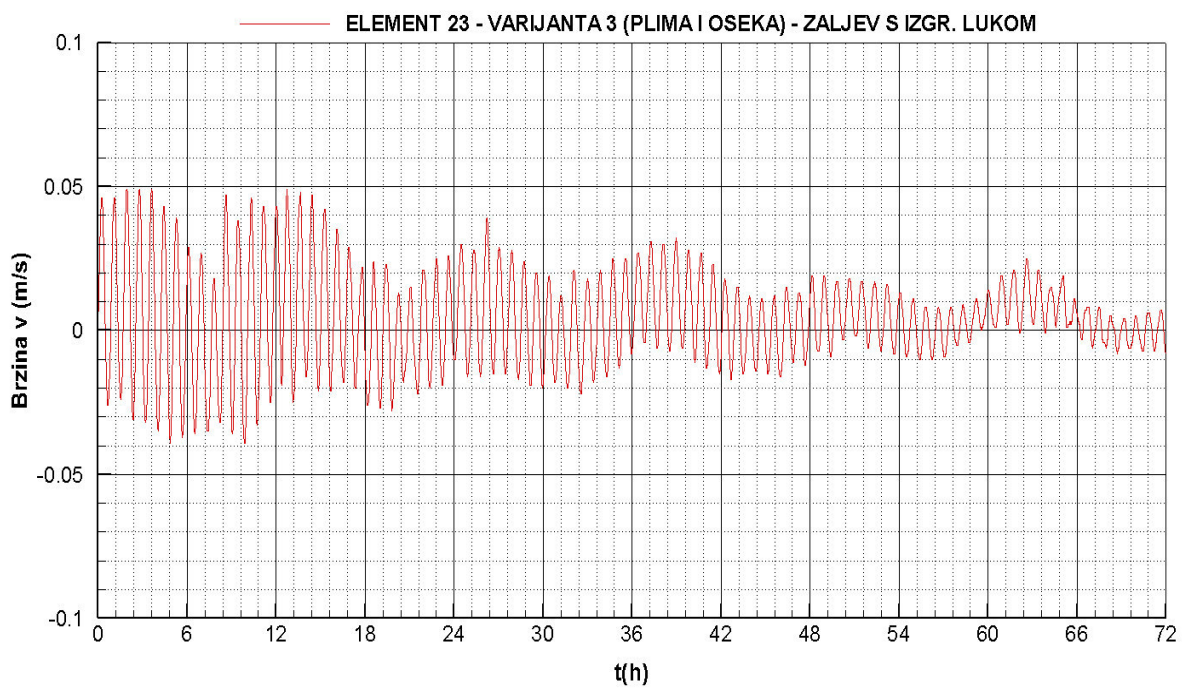
**Slika 4.49** Protok – element 8



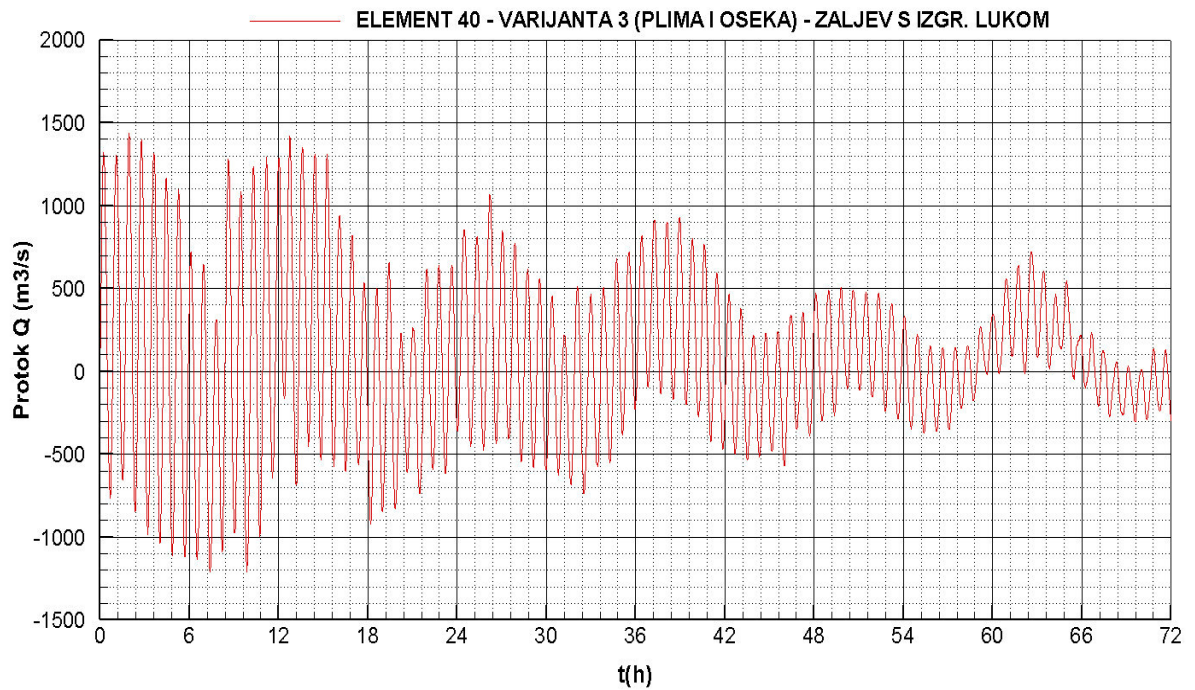
**Slika 4.50** Brzina strujanja – element 8



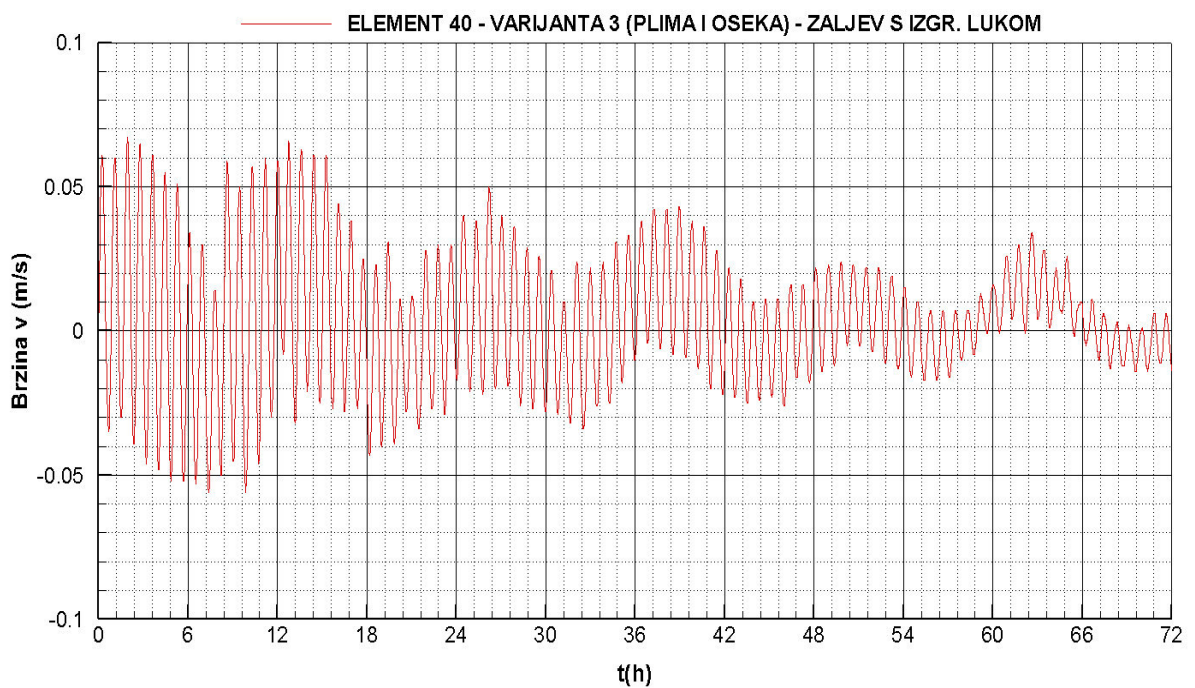
Slika 4.51 Protok – element 23



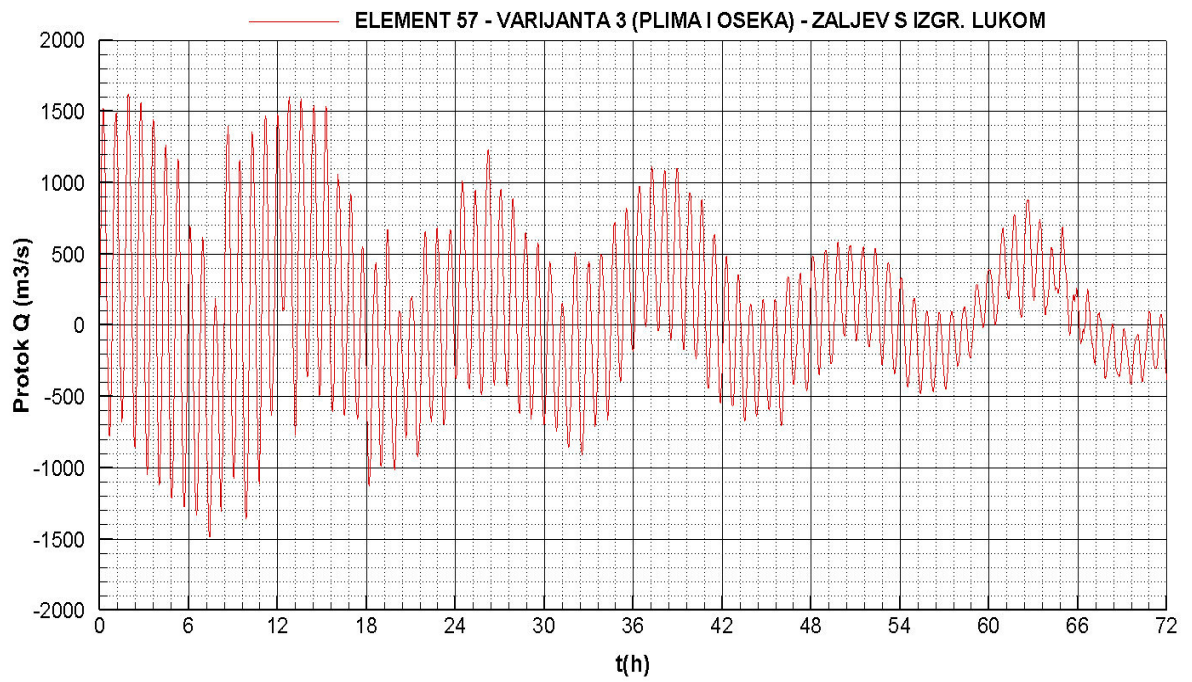
Slika 4.52 Brzina strujanja – element 23



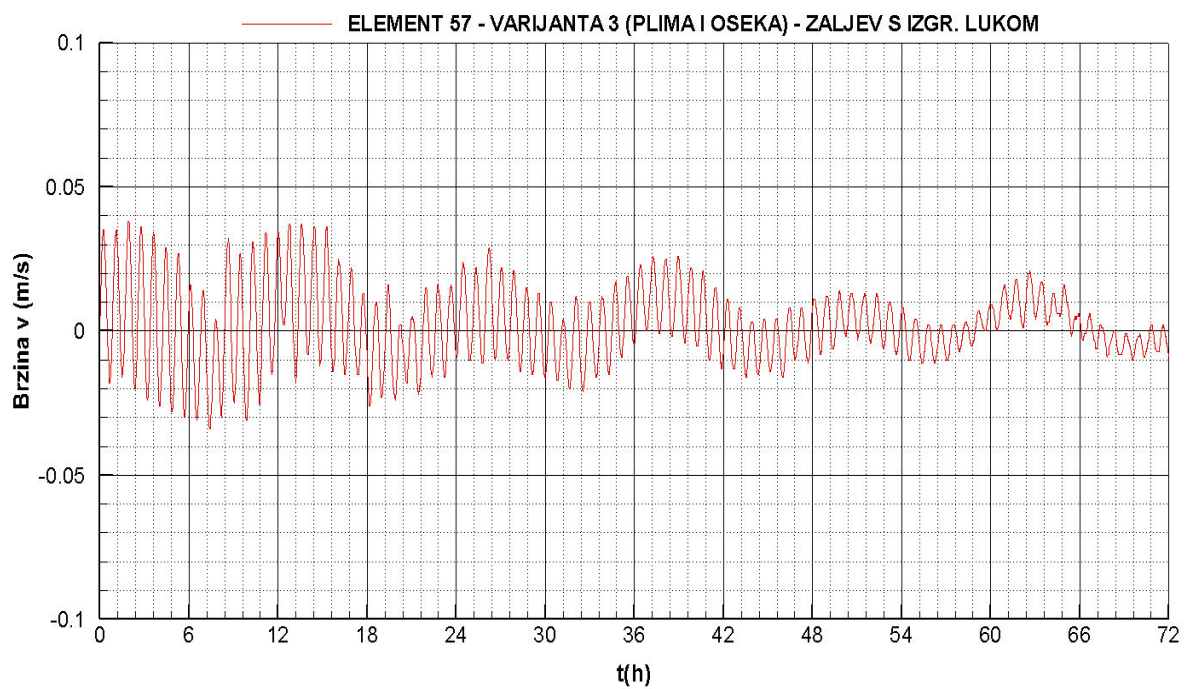
Slika 4.53 Protok – element 40



Slika 4.54 Brzina strujanja – element 40



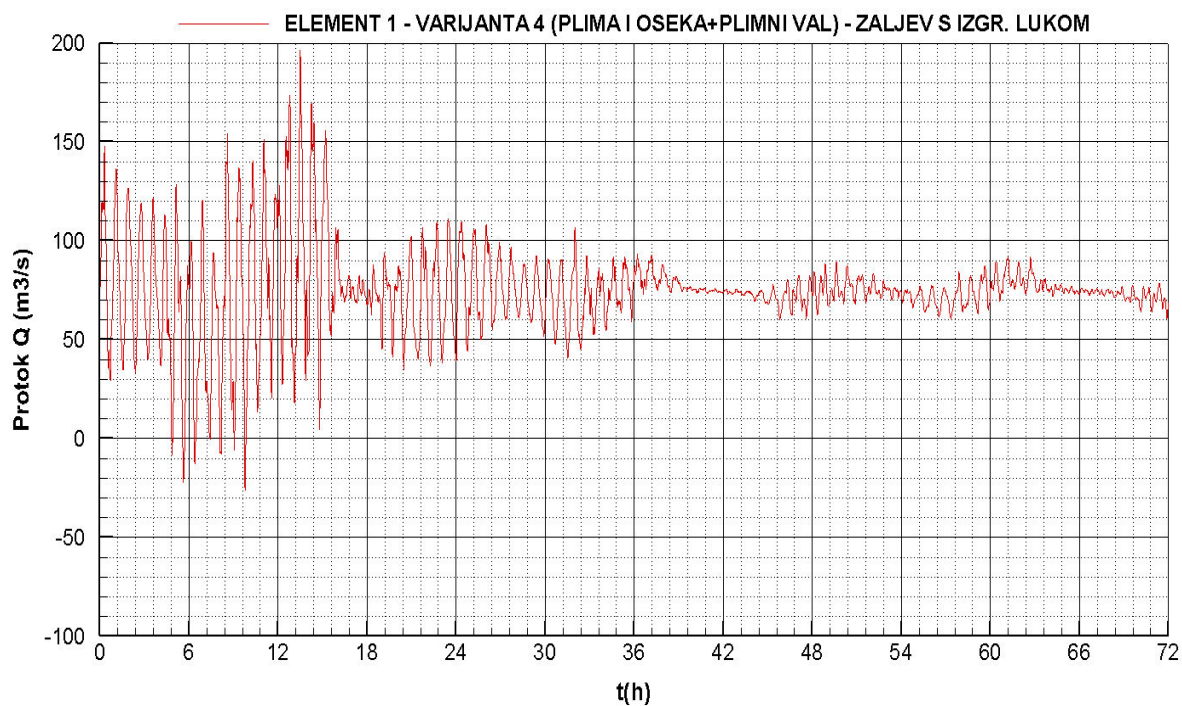
Slika 4.55 Protok – element 57



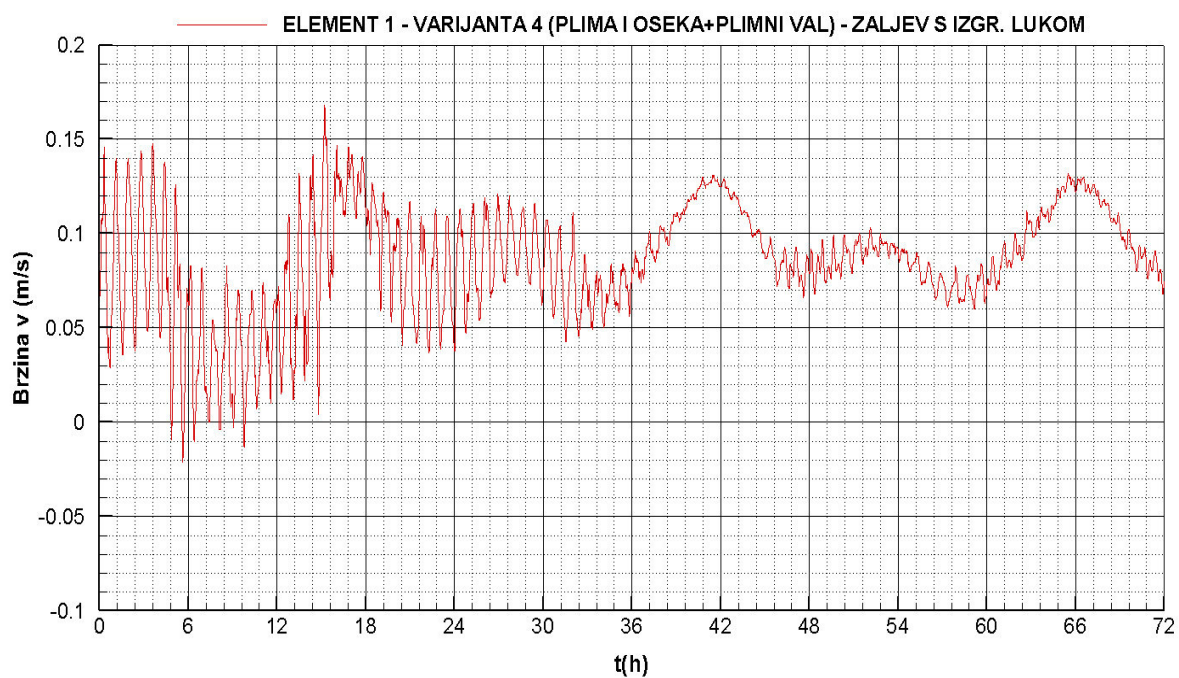
Slika 4.56 Brzina strujanja – element 57



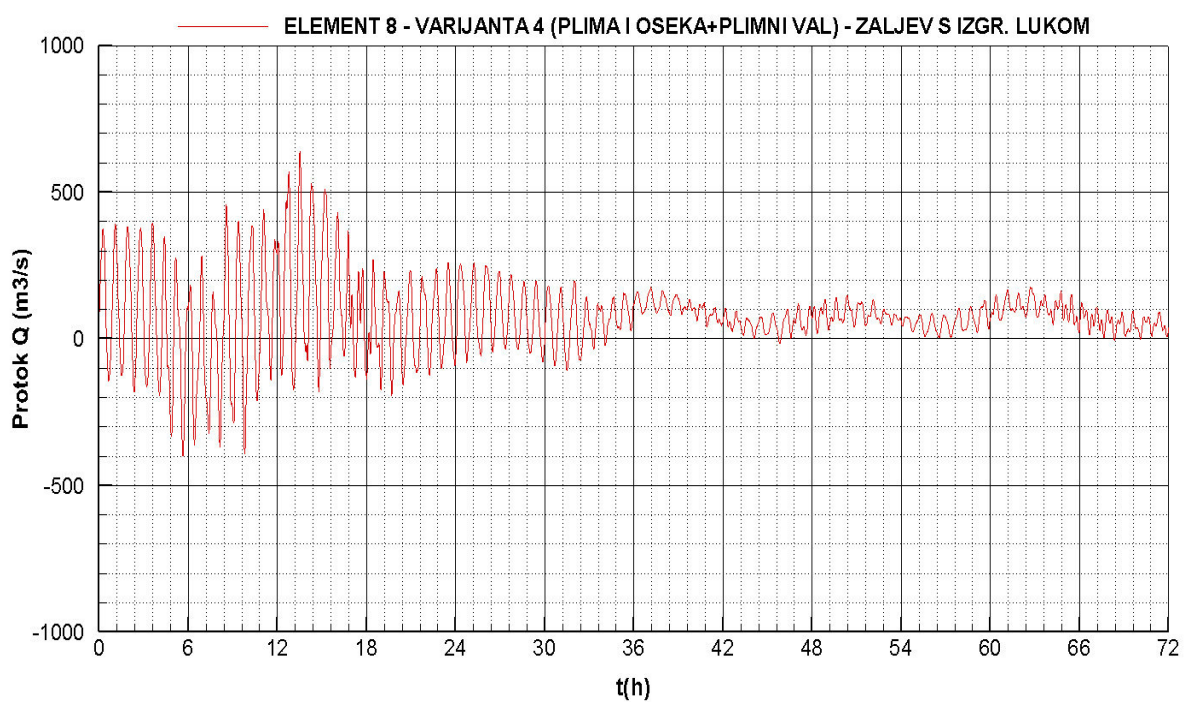
4.2.8. Protok i brzina strujanja na elementima 1,8,23,40 i 57 – varijanta 4 – zaljev s izgrađenom lukom s utjecajem plime i oseke, te plimnog vala



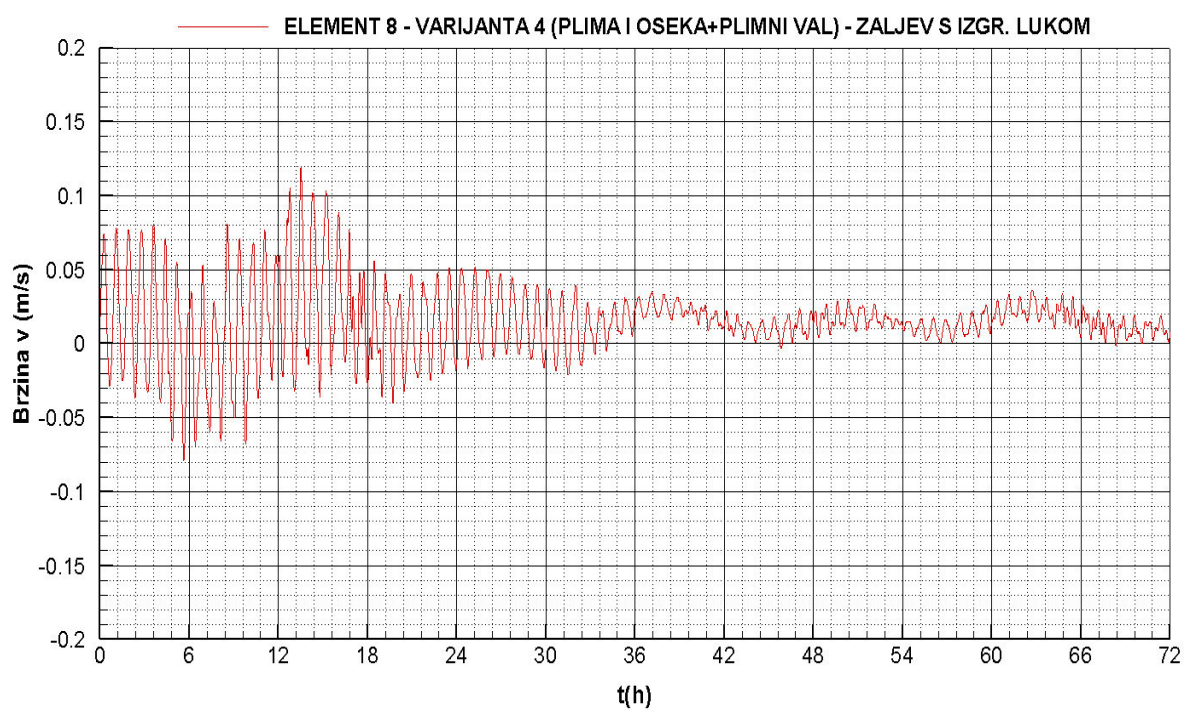
Slika 4.57 Protok – element 1



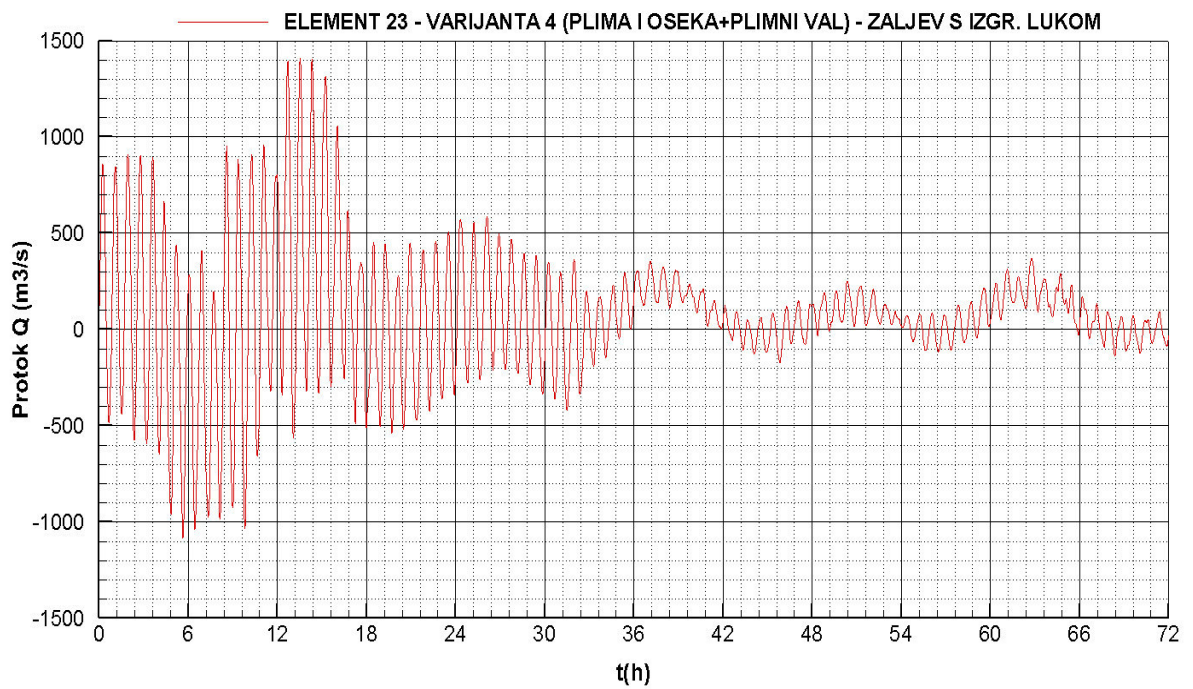
Slika 4.58 Brzina strujanja – element 1



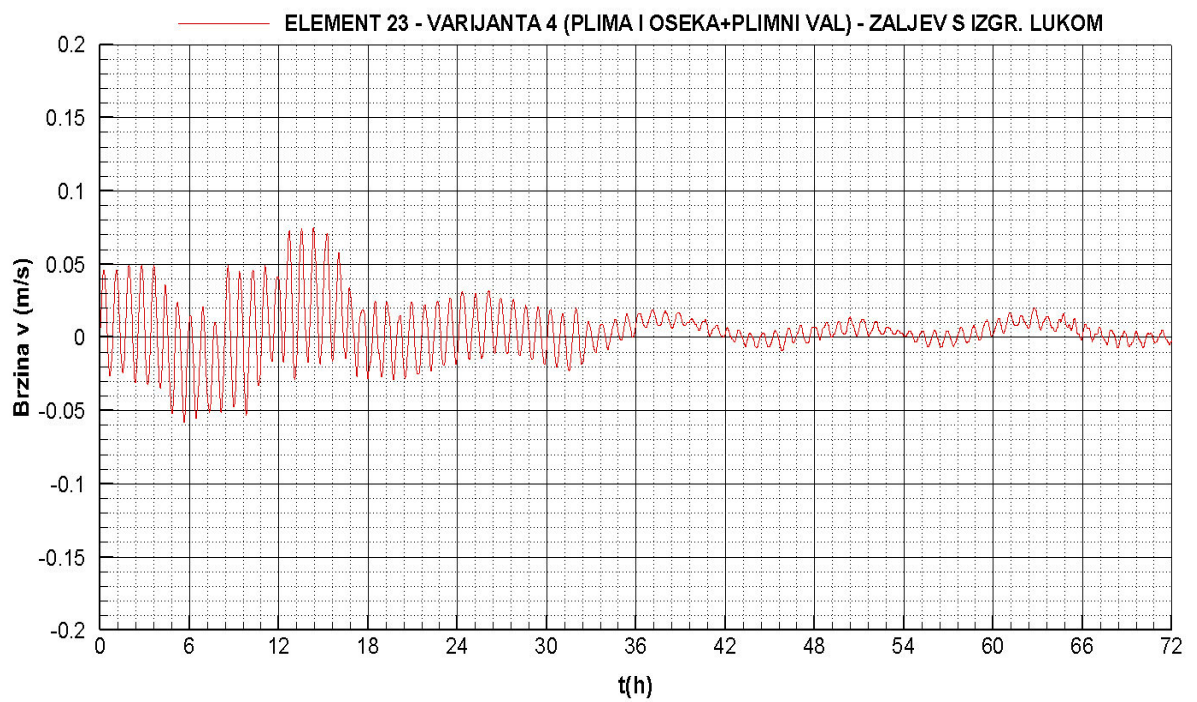
Slika 4.59 Protok – element 8



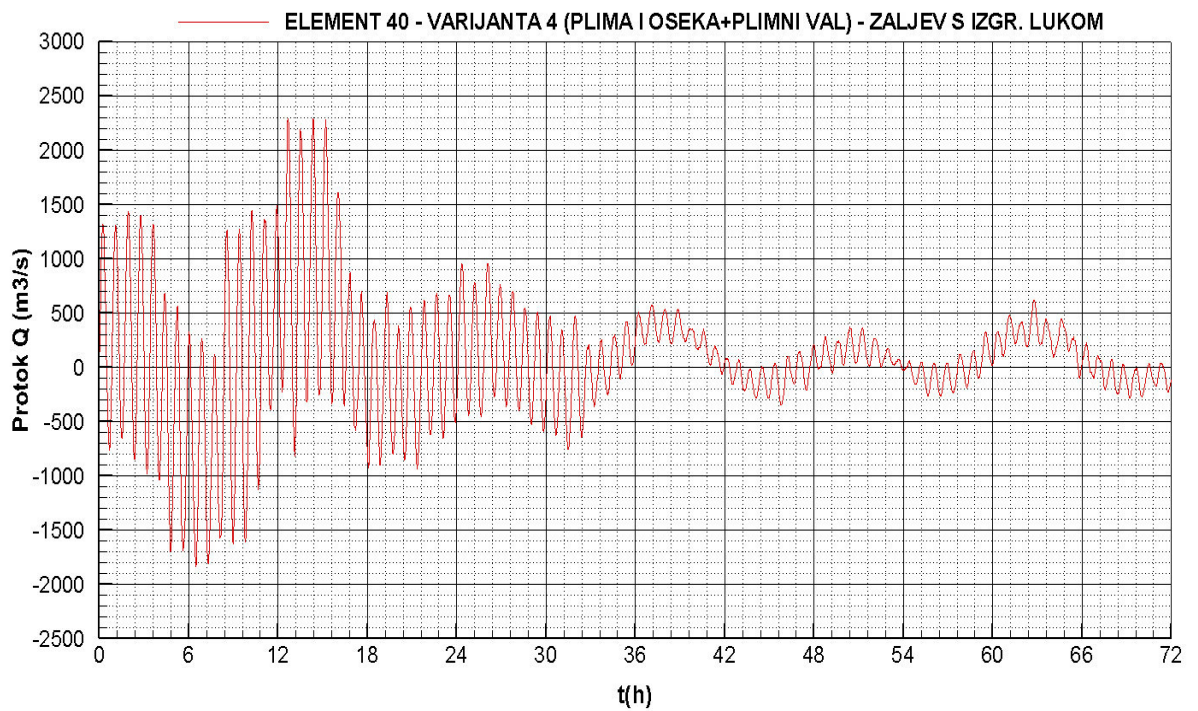
Slika 4.60 Brzina strujanja – element 8



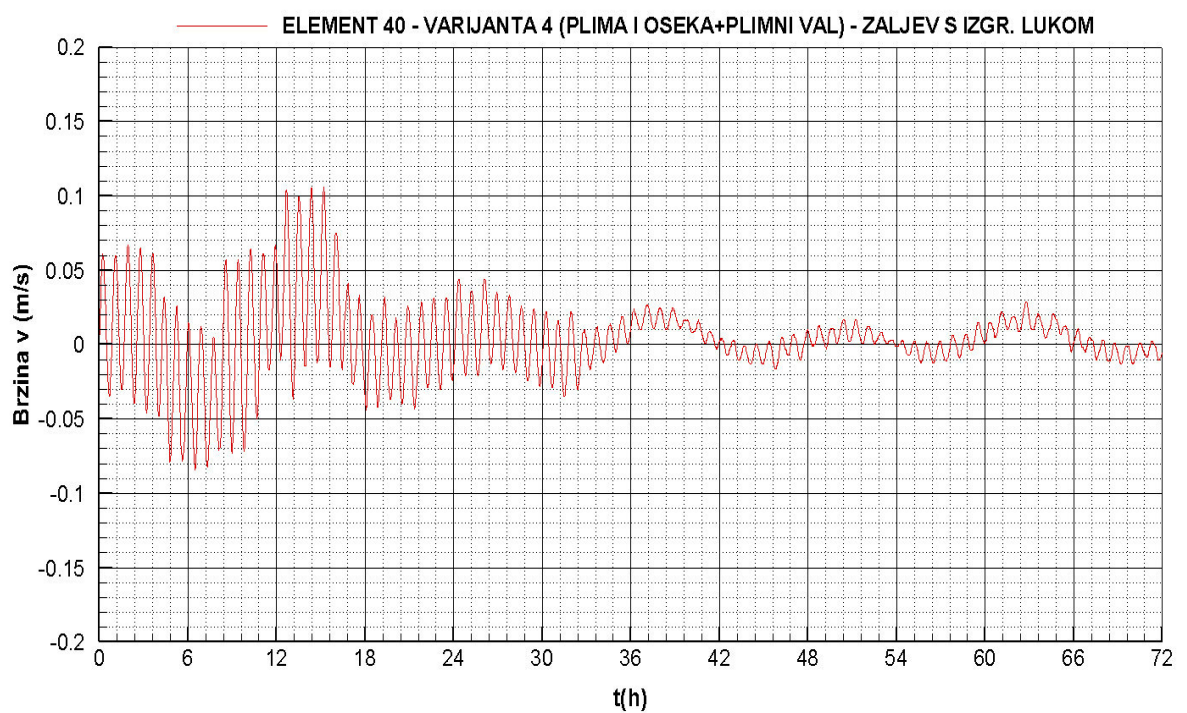
**Slika 4.61** Protok – element 23



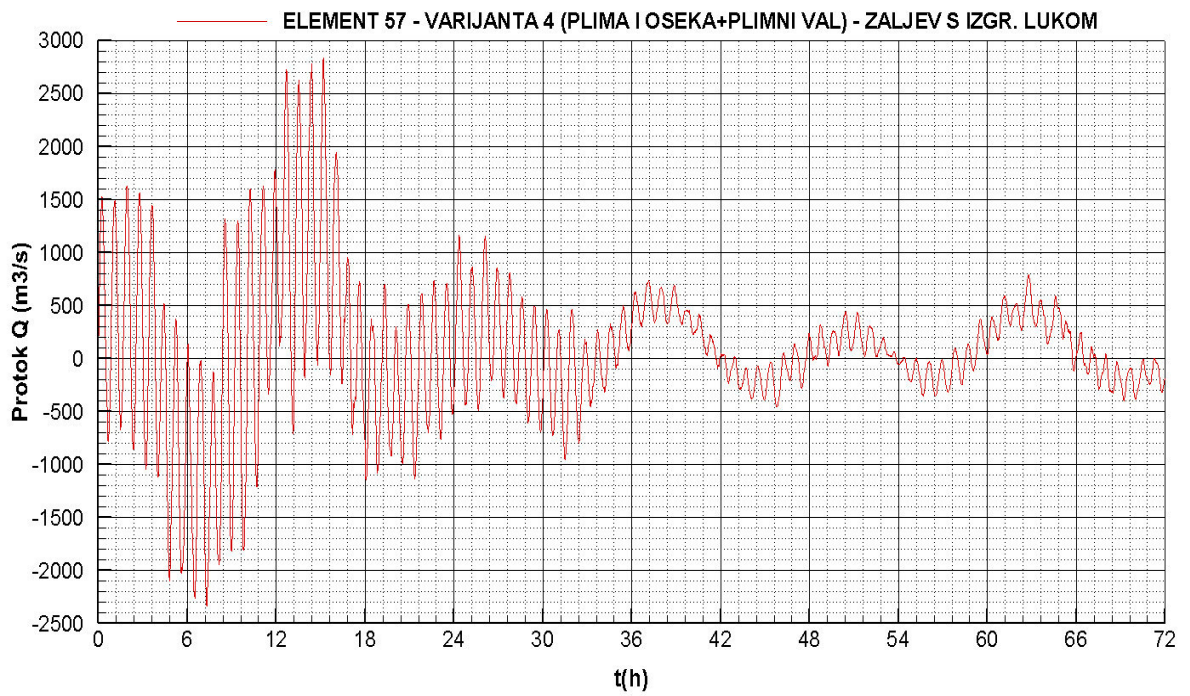
**Slika 4.62** Brzina strujanja – element 23



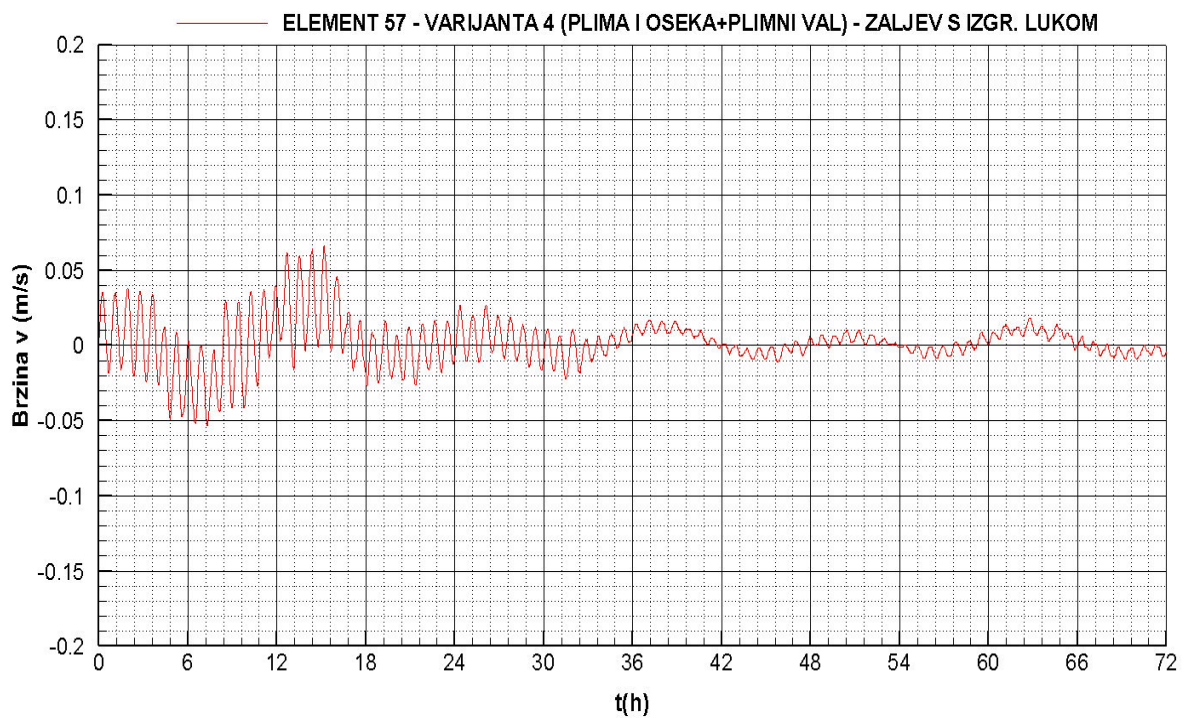
Slika 4.63 Protok – element 40



Slika 4.64 Brzina strujanja – element 40

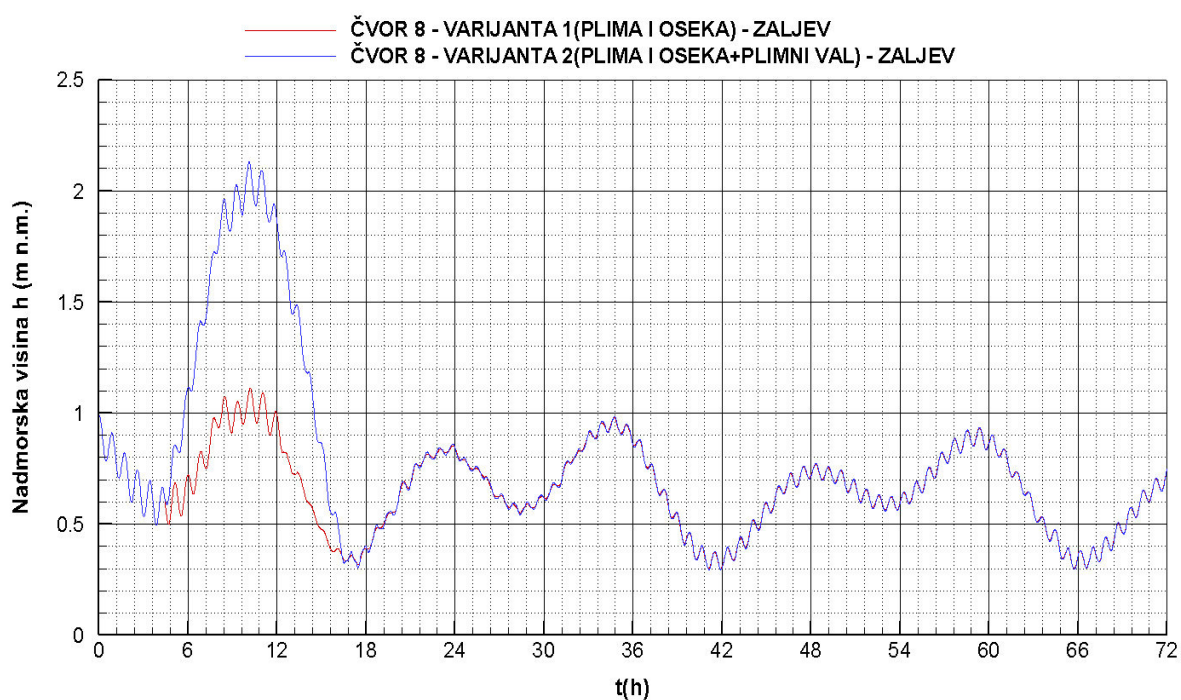


**Slika 4.65** Protok – element 57

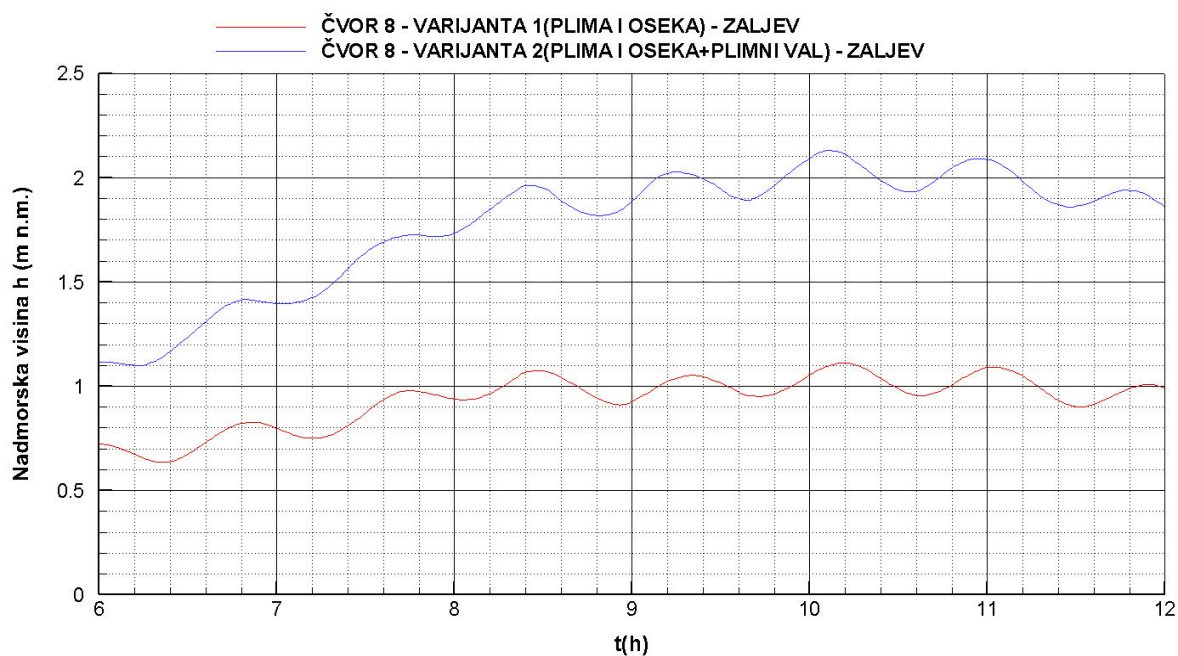


**Slika 4.66** Brzina strujanja – element 57

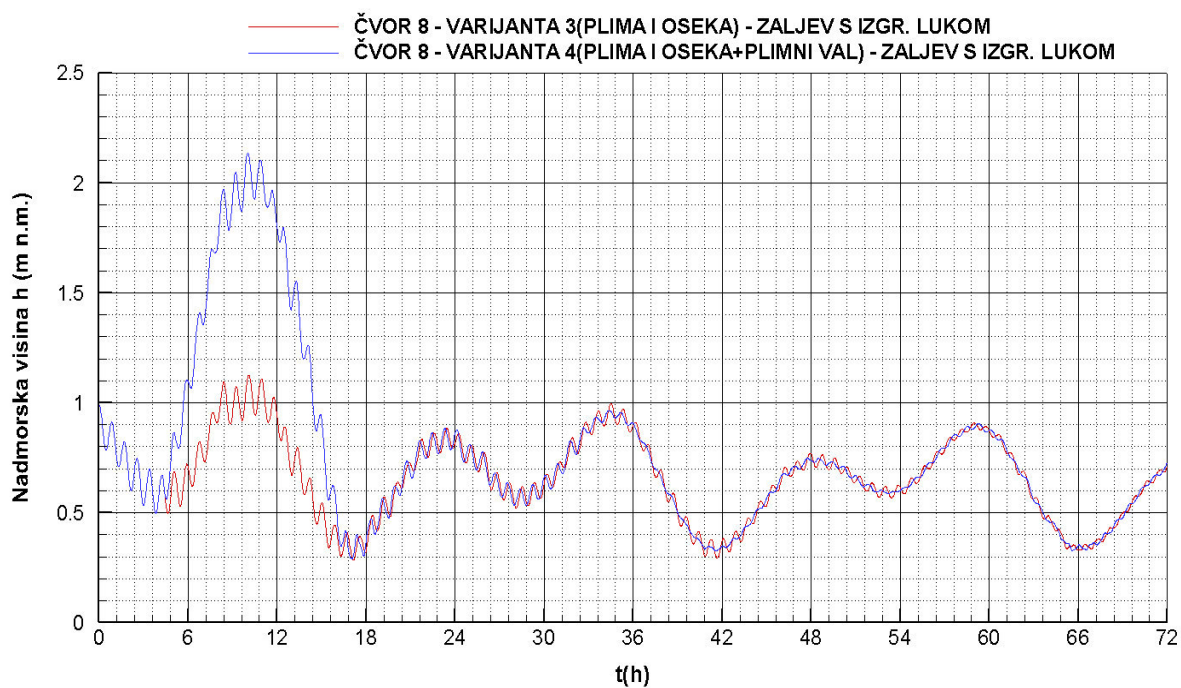
## 4.2.9. Piezometarske kote u čvoru na lokaciji luke – usporedba varijanti



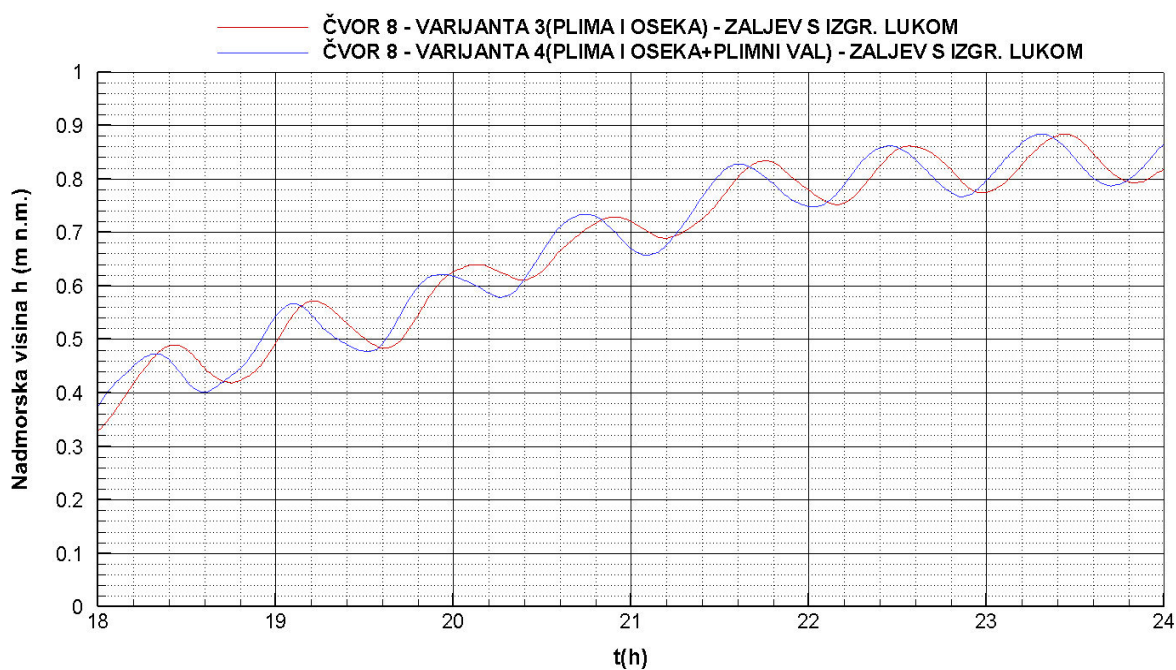
Slika 4.67 Piezometarske kote – varijante 1 i 2



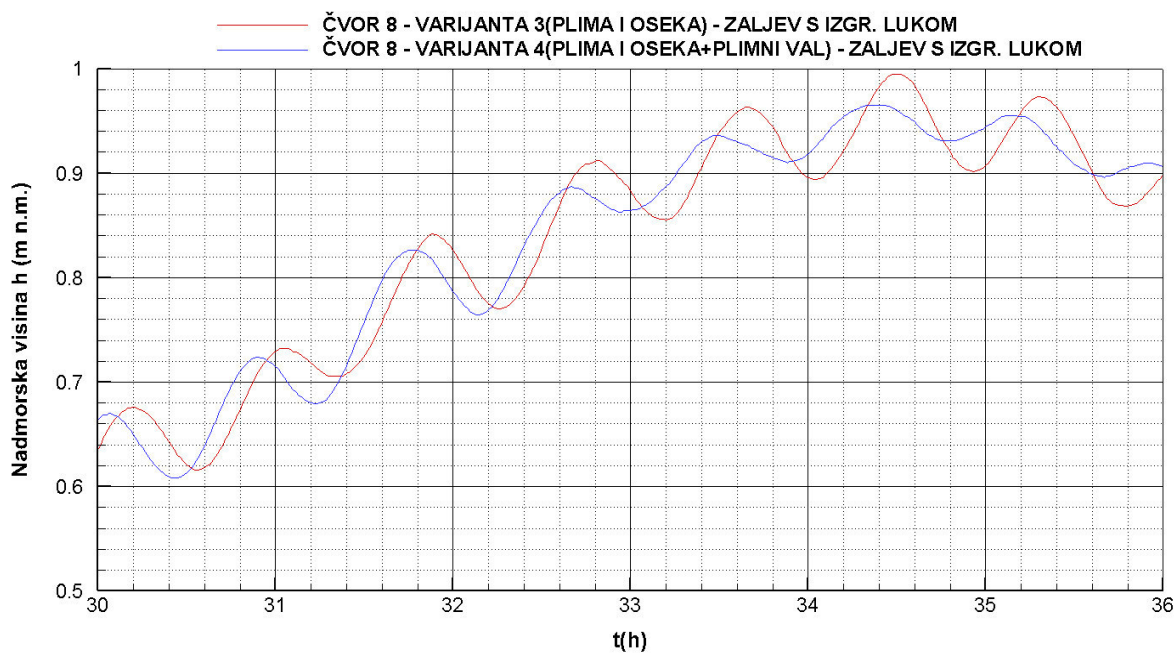
Slika 4.68 Piezometarske kote u periodu 6 – 12 h – varijante 1 i 2



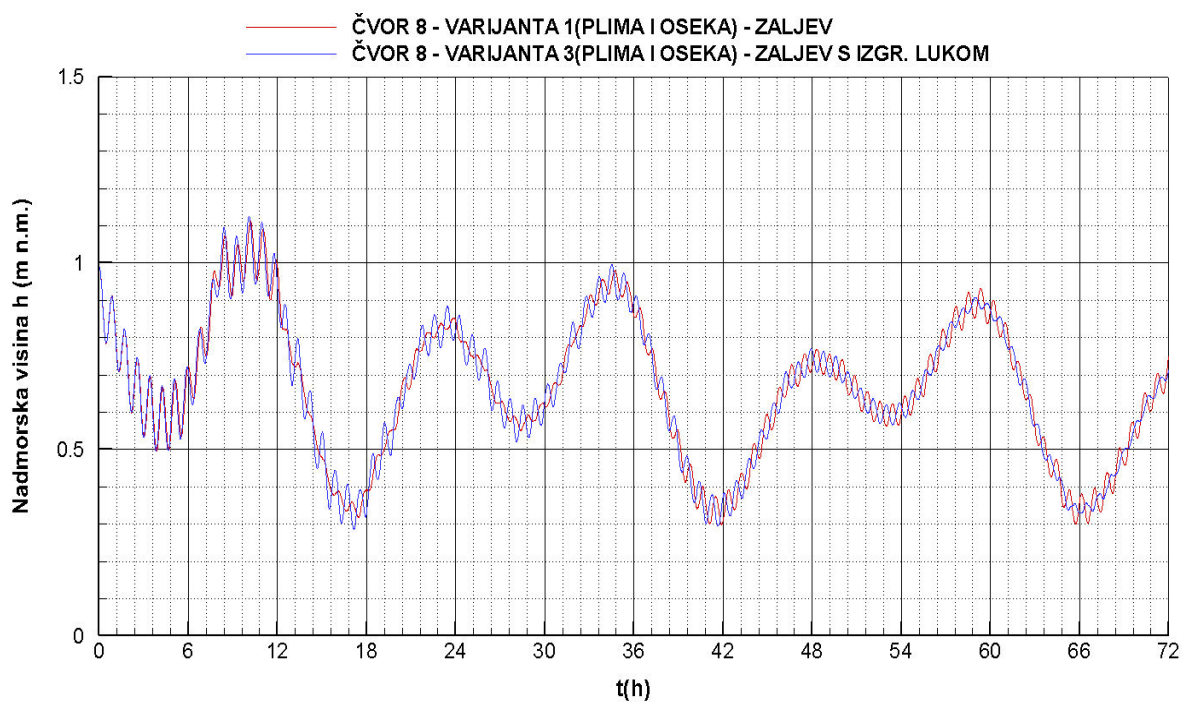
Slika 4.69 Piezometarske kote – varijante 3 i 4



Slika 4.70 Piezometarske kote u periodu 18 – 24 h – varijante 3 i 4

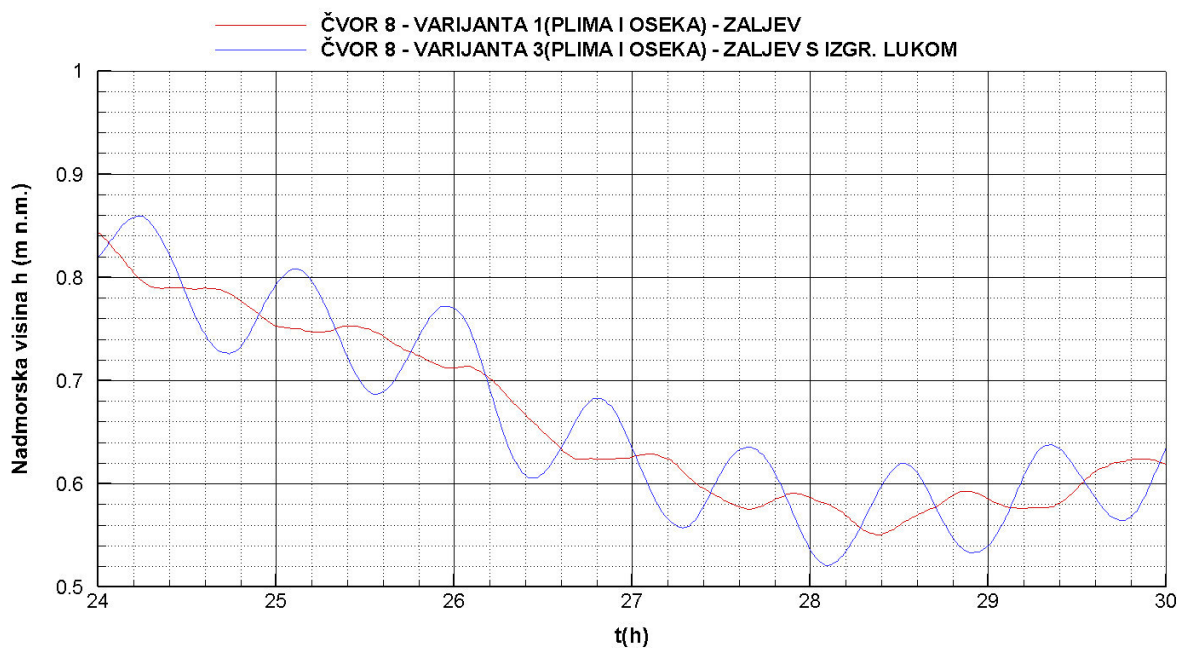


**Slika 4.71** Piezometarske kote u periodu 30 – 36 h – varijante 3 i 4

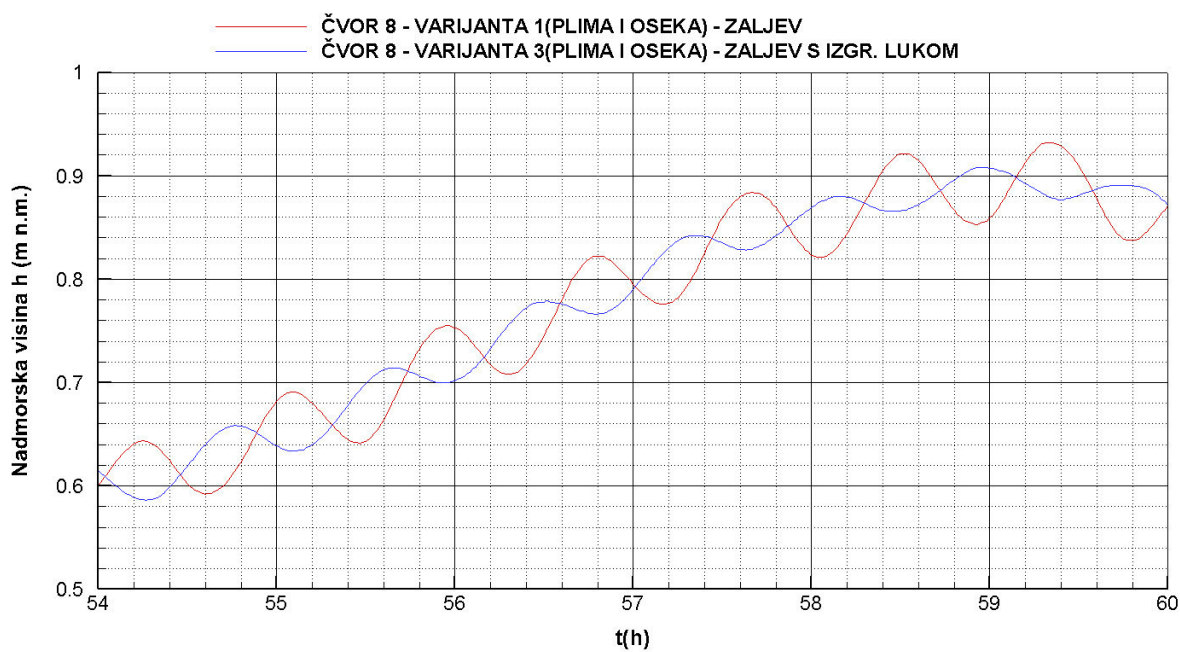


**Slika 4.72** Piezometarske kote – varijante 1 i 3

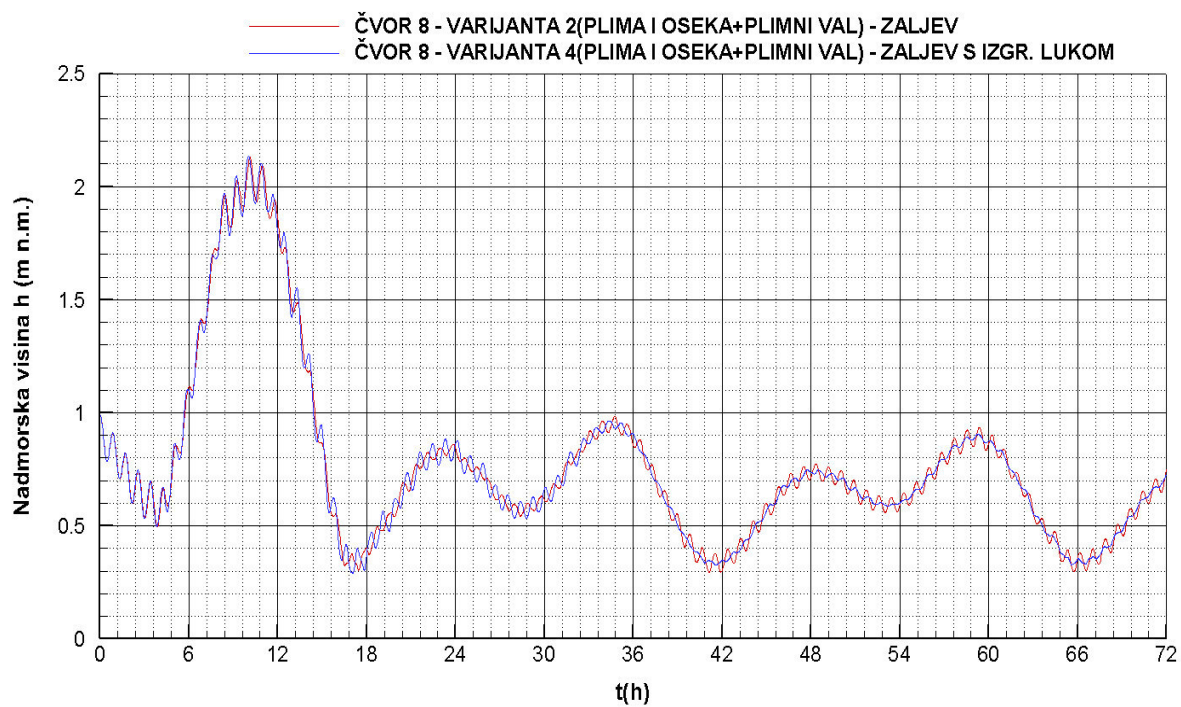




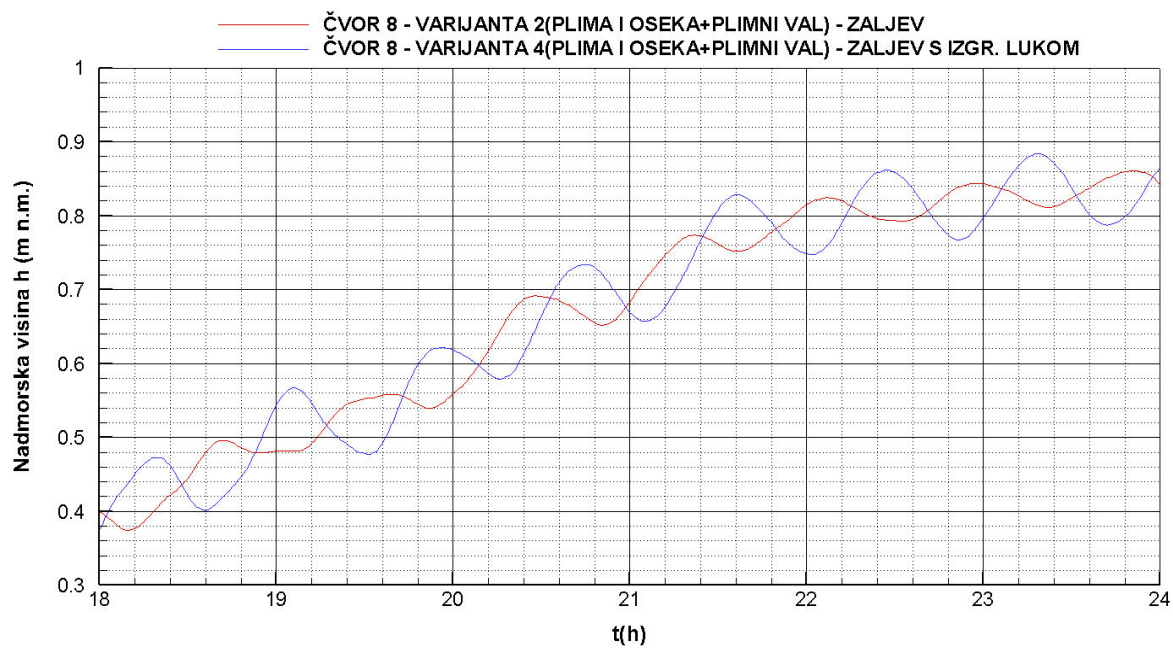
**Slika 4.73** Piezometarske kote u periodu 24 – 30 h – varijante 1 i 3



**Slika 4.74** Piezometarske kote u periodu 54 – 60 h – varijante 1 i 3



Slika 4.75 Piezometarske kote – varijante 2 i 4

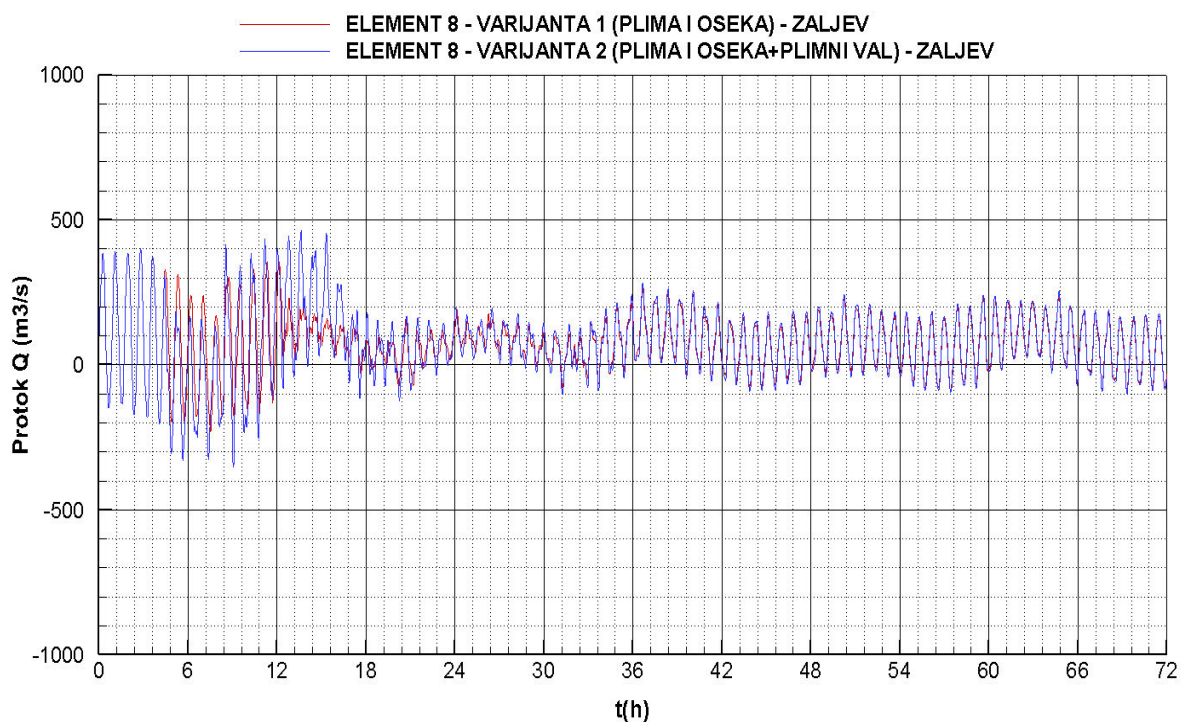


Slika 4.76 Piezometarske kote u periodu 18 – 24 h – varijante 2 i 4

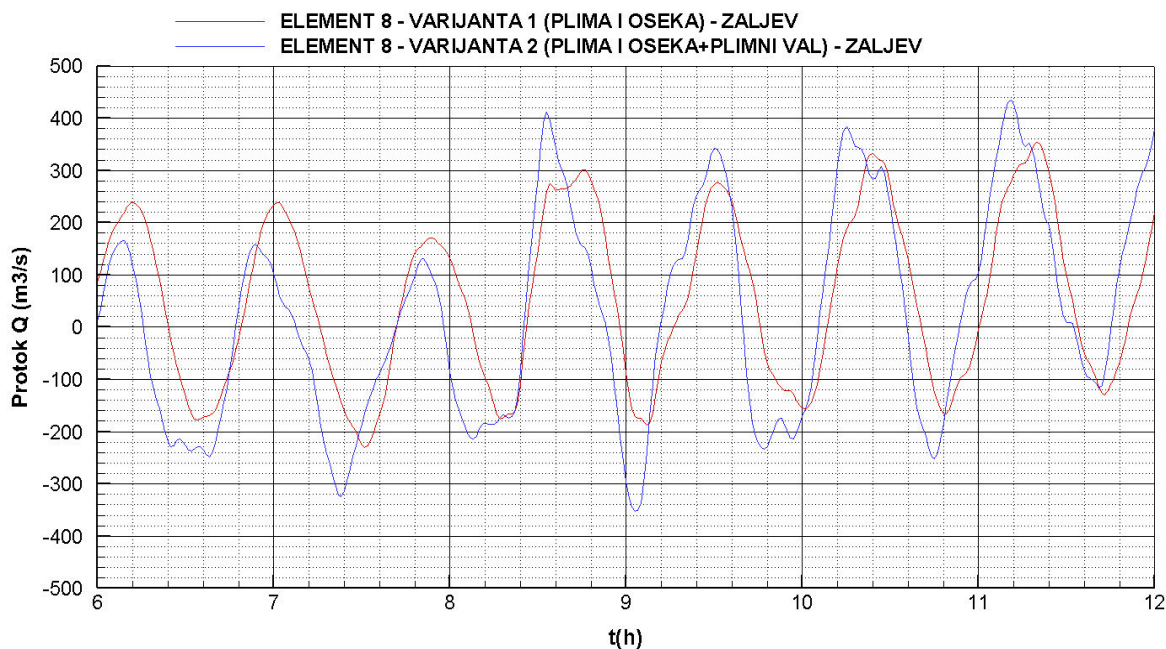


**Slika 4.77** Piezometarske kote u periodu 36 – 42 h – varijante 2 i 4

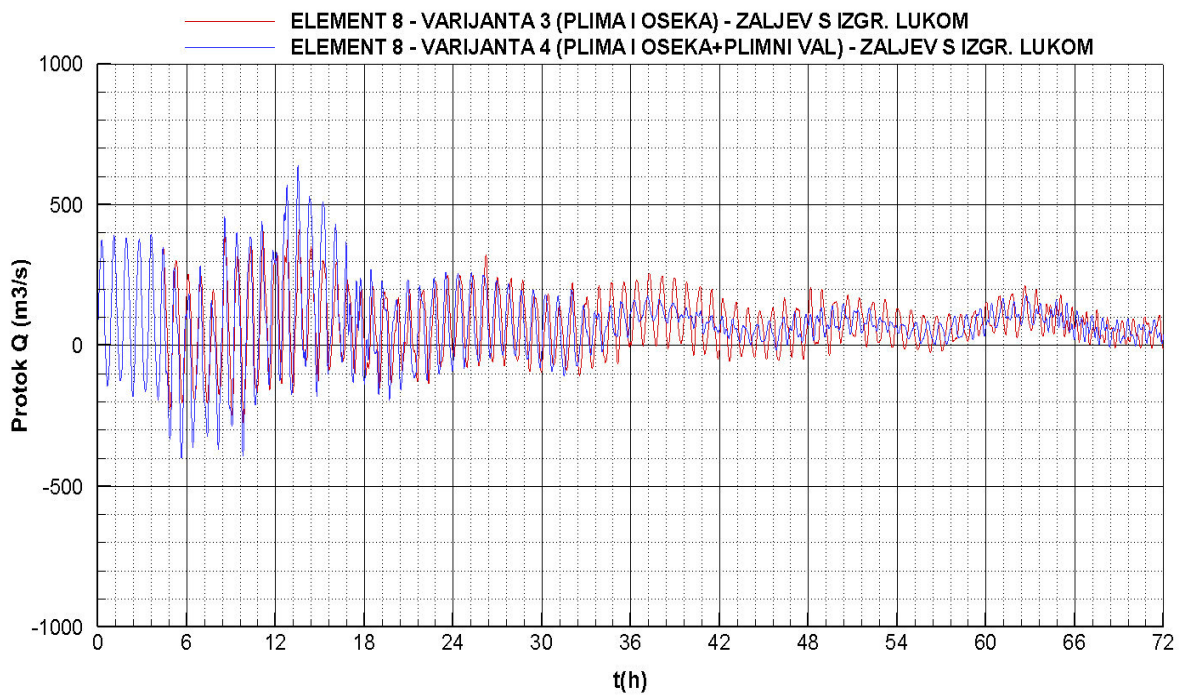
## 4.2.10. Protok na elementu na lokaciji luke – usporedba varijanti



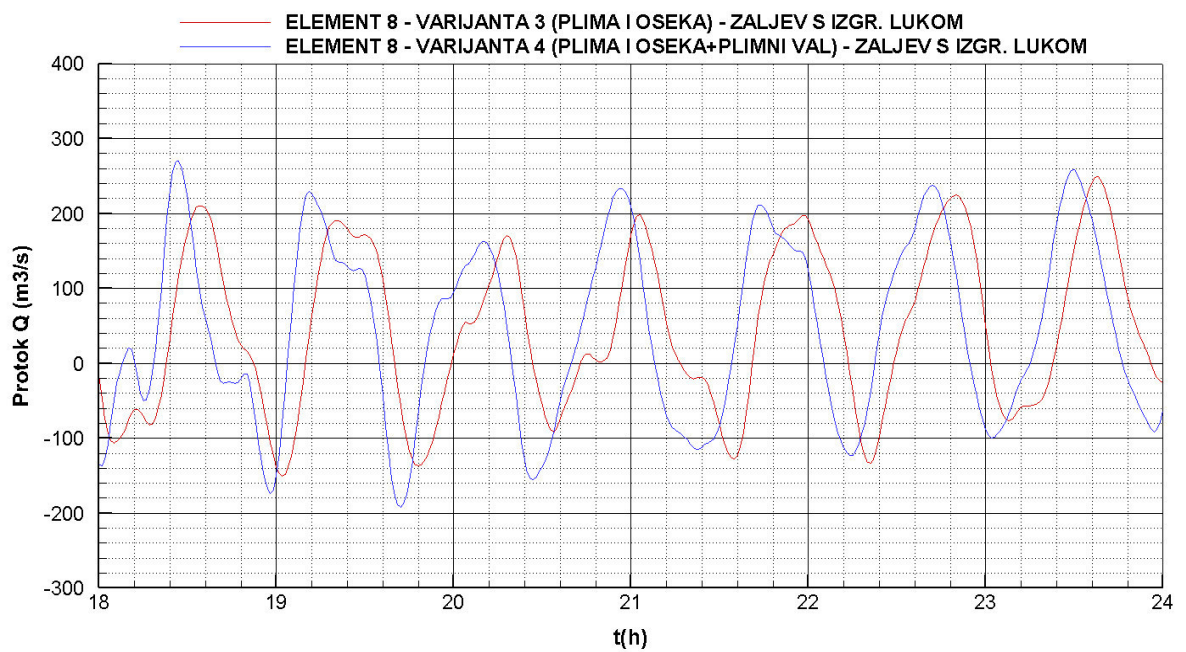
Slika 4.78 Protok – varijante 1 i 2



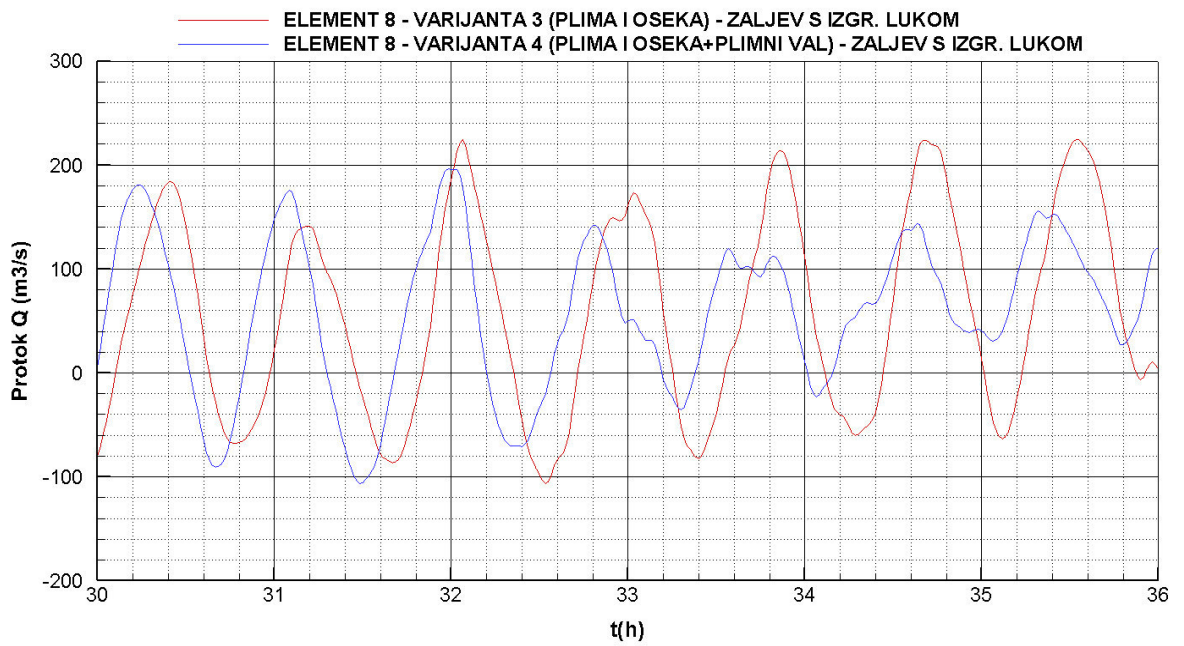
Slika 4.79 Protok u periodu 6 - 12 h – varijante 1 i 2



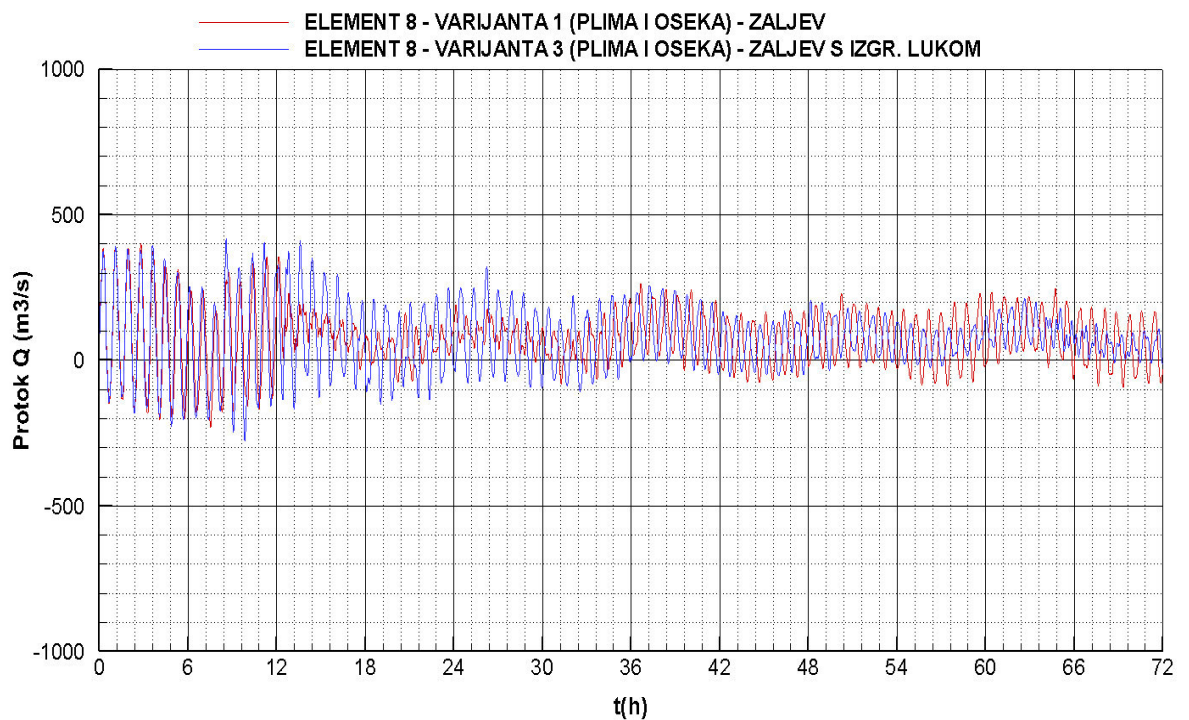
Slika 4.80 Protok – varijante 3 i 4



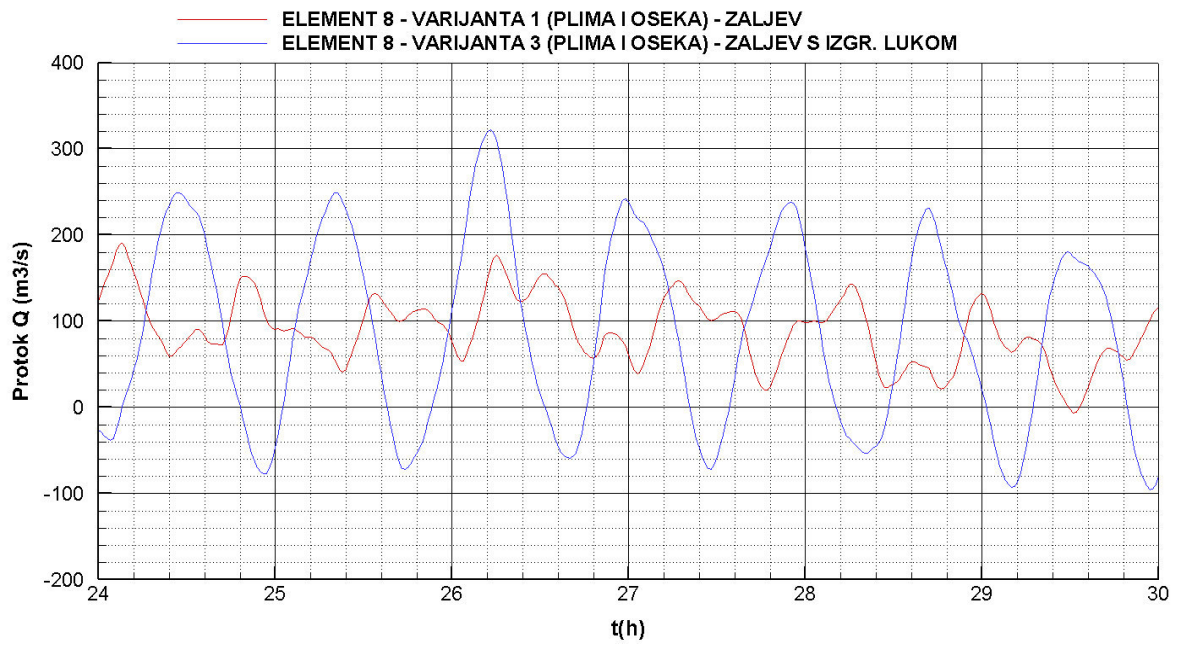
Slika 4.81 Protok u periodu 18 - 24 h – varijante 3 i 4



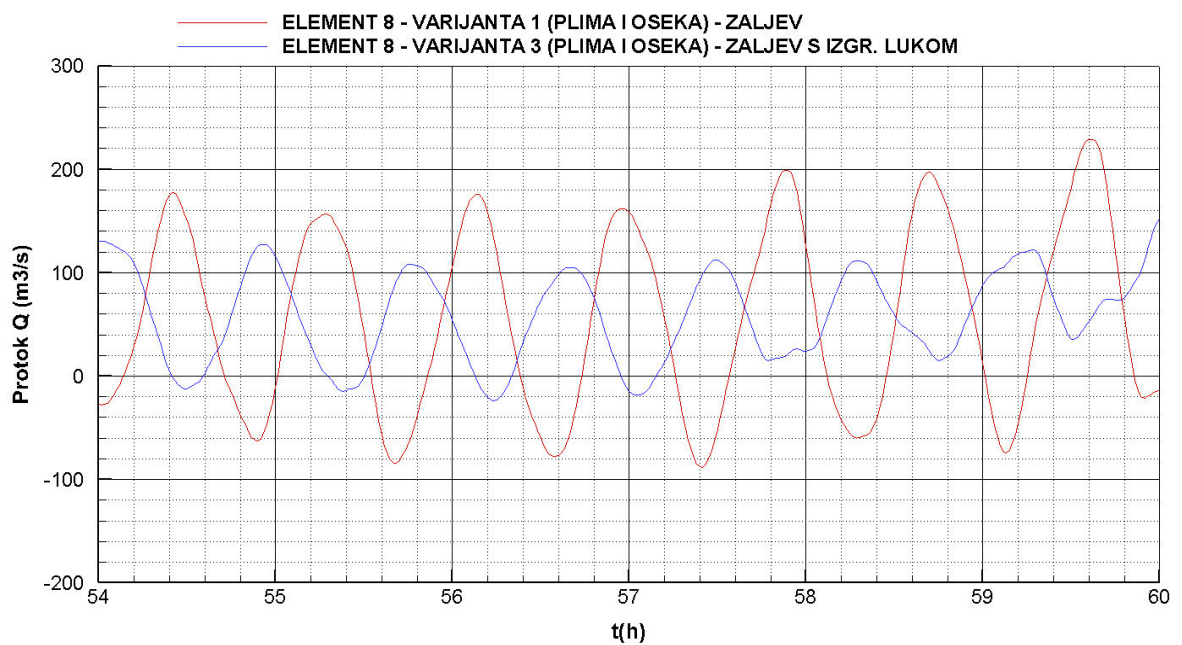
**Slika 4.82** Protok u periodu 30 - 36 h – varijante 3 i 4



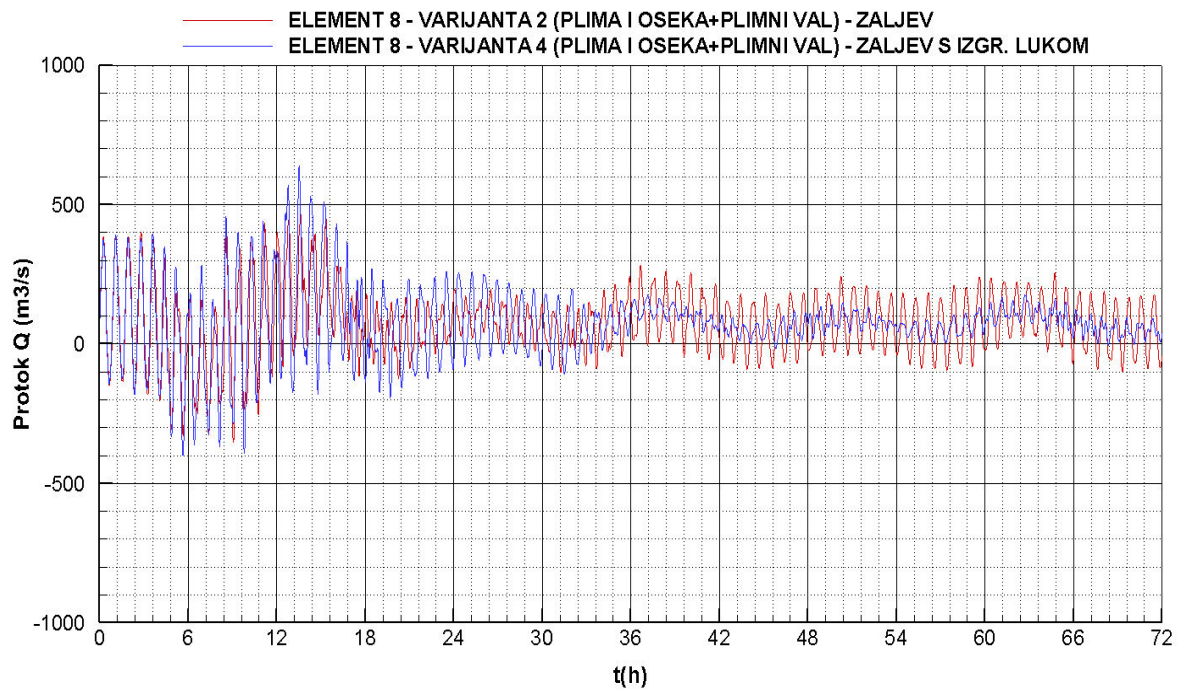
**Slika 4.83** Protok – varijante 1 i 3



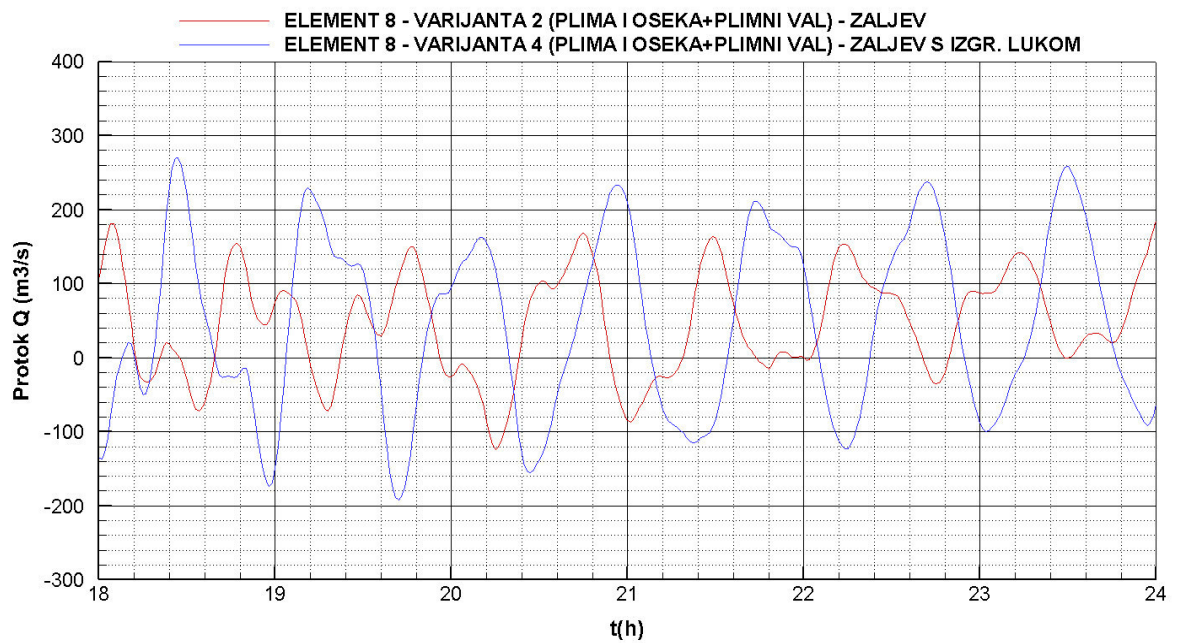
**Slika 4.84** Protok u periodu 24 - 30 h – varijante 1 i 3



**Slika 4.85** Protok u periodu 54 - 60 h – varijante 1 i 3

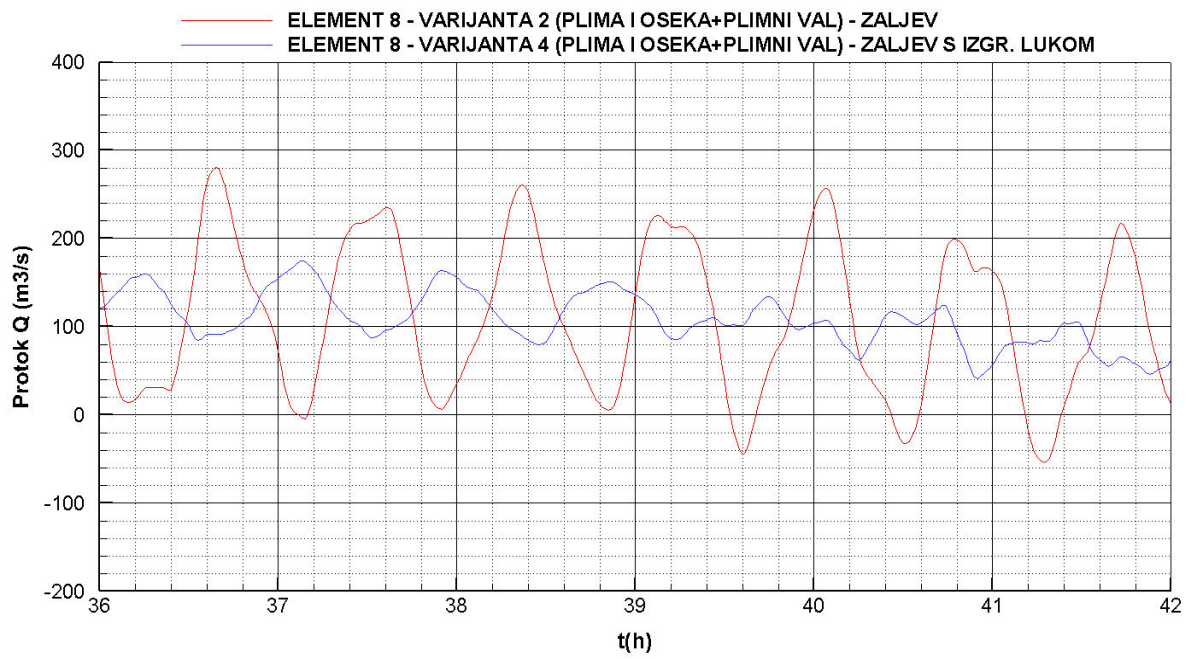


**Slika 4.86** Protok – varijante 2 i 4



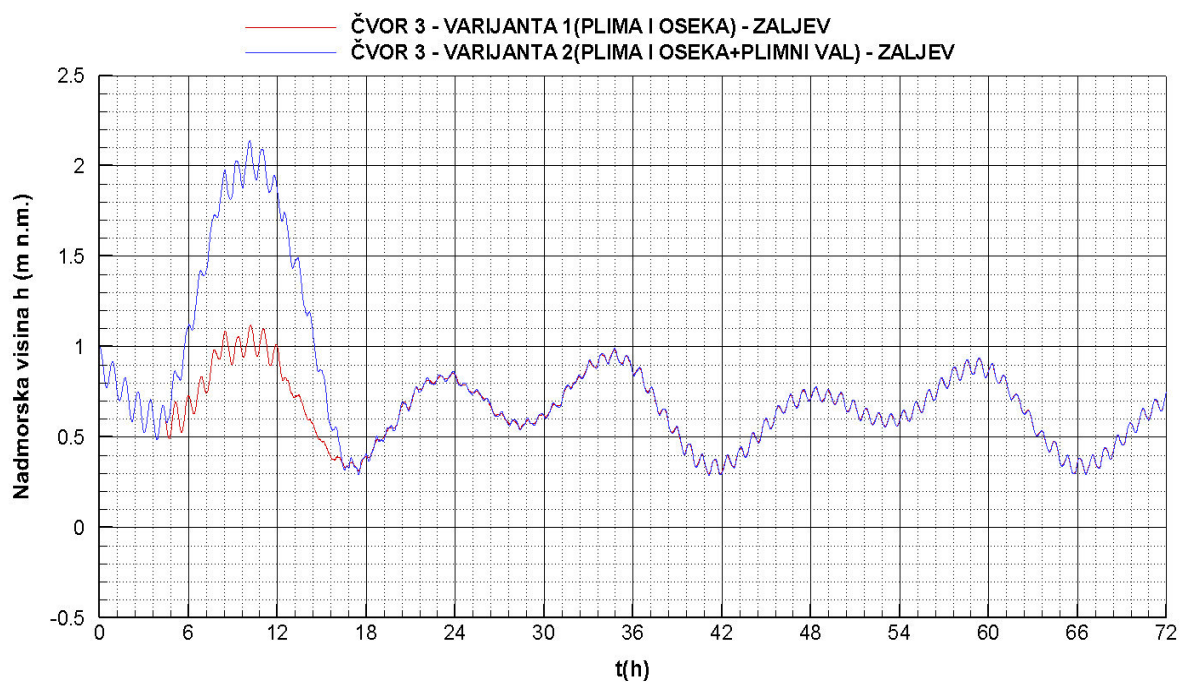
**Slika 4.87** Protok u periodu 18 - 24 h – varijante 2 i 4



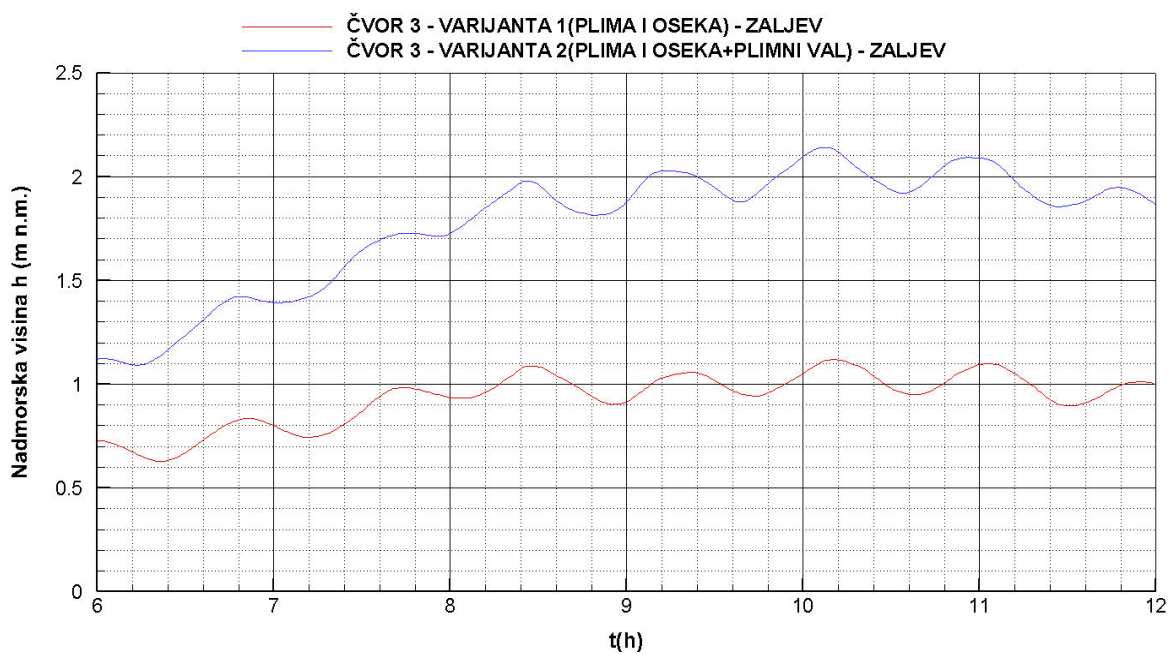


**Slika 4.88** Protok u periodu 36 - 42 h – varijante 2 i 4

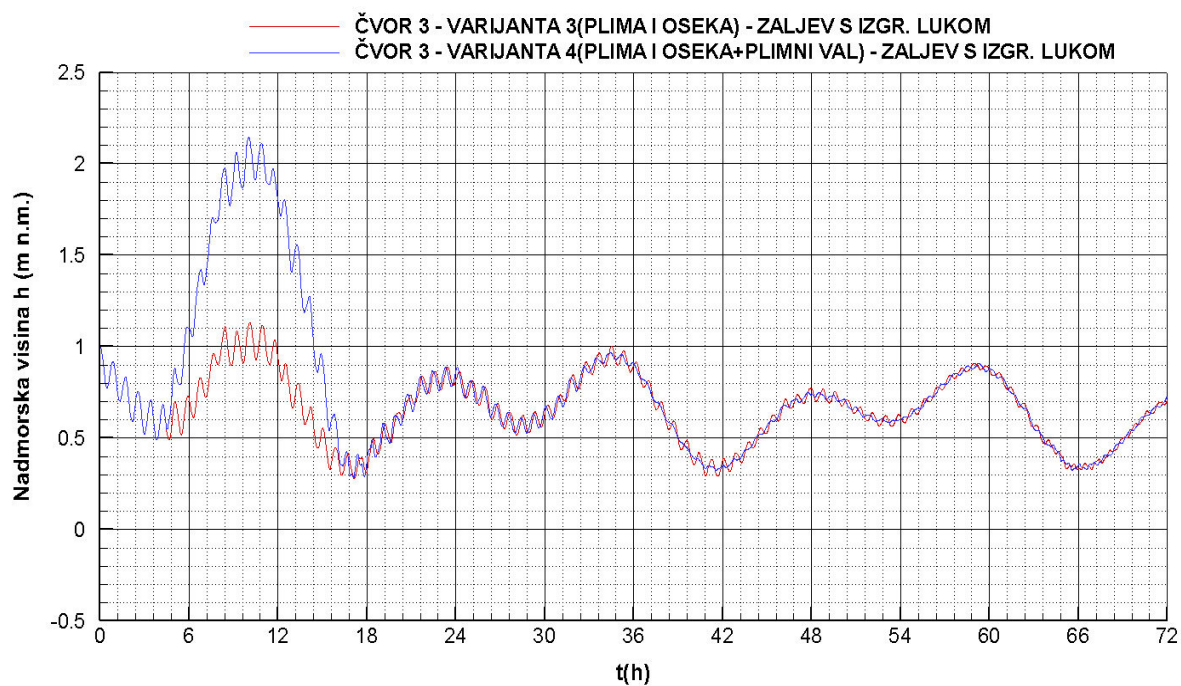
## 4.2.11. Piezometarske kote u čvoru uzvodno od luke – usporedba varijanti



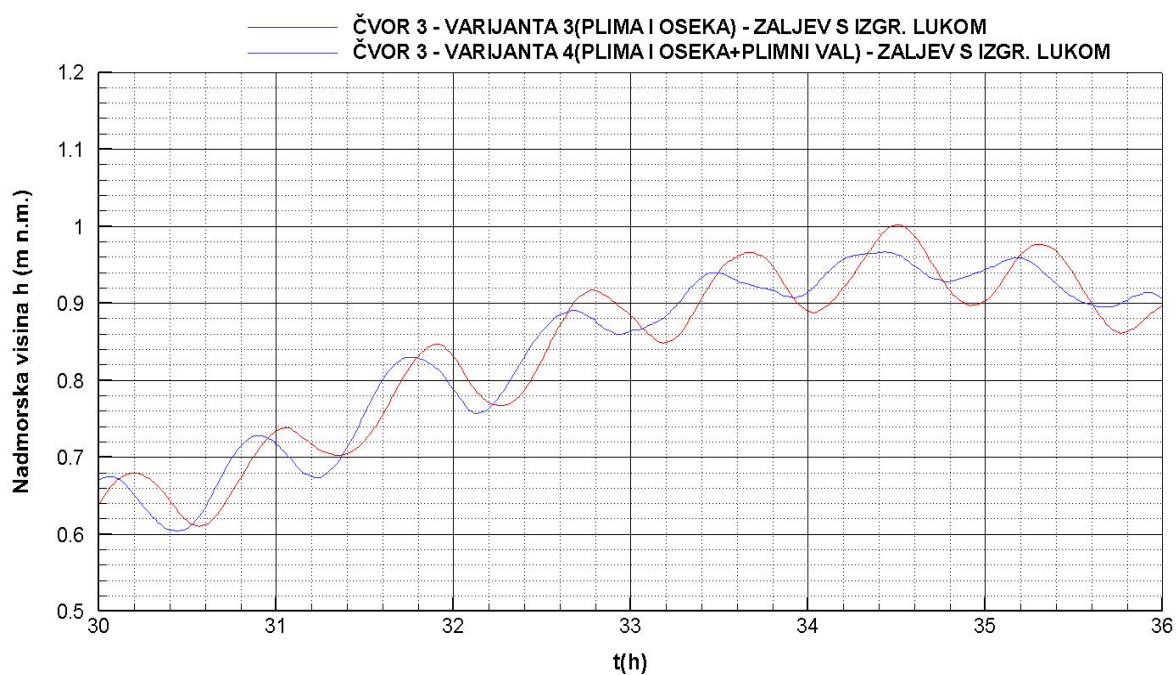
Slika 4.89 Piezometarske kote – varijante 1 i 2



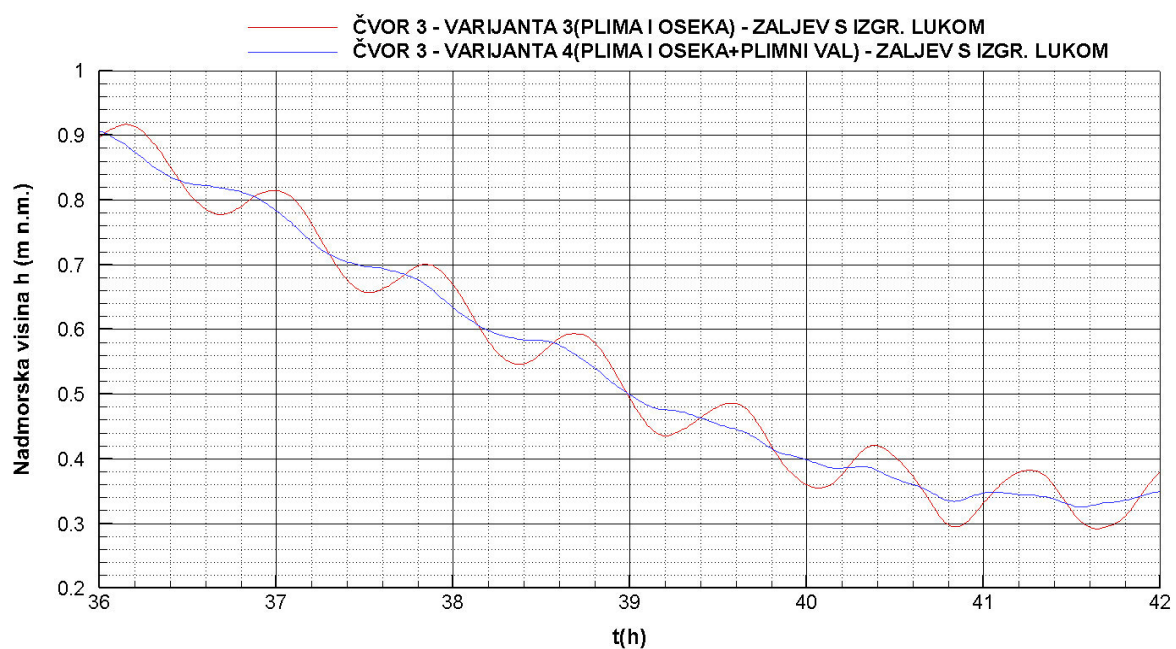
Slika 4.90 Piezometarske kote u periodu 6 – 12 h – varijante 1 i 2



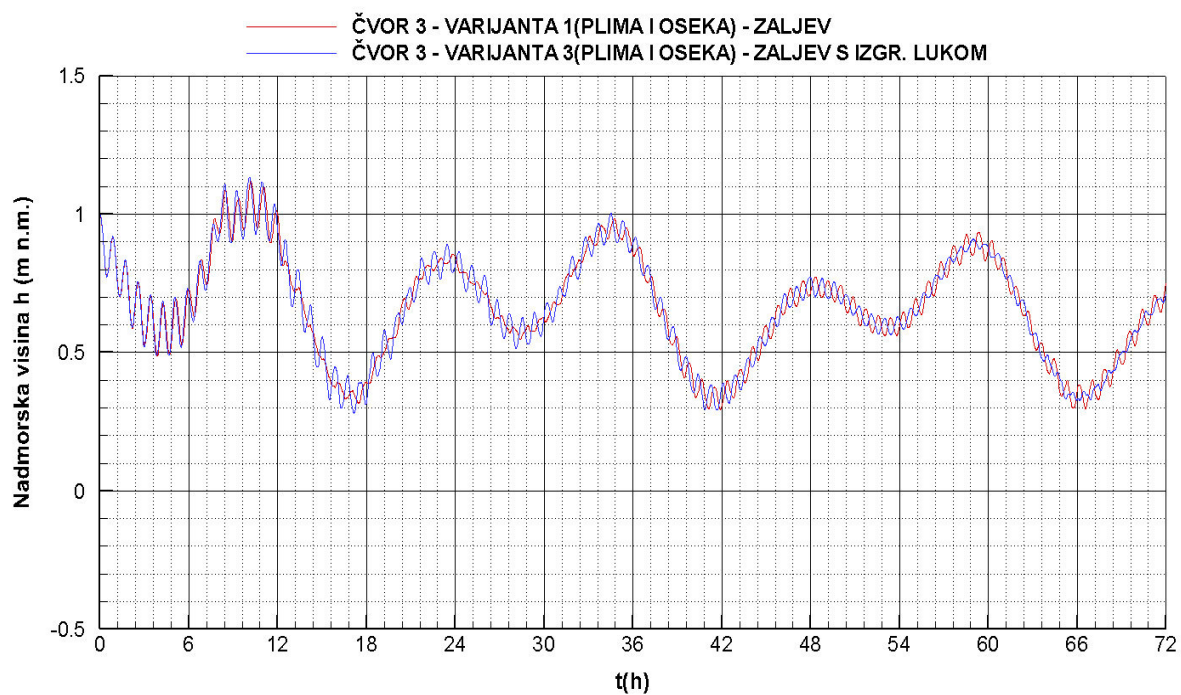
Slika 4.91 Piezometarske kote – varijante 3 i 4



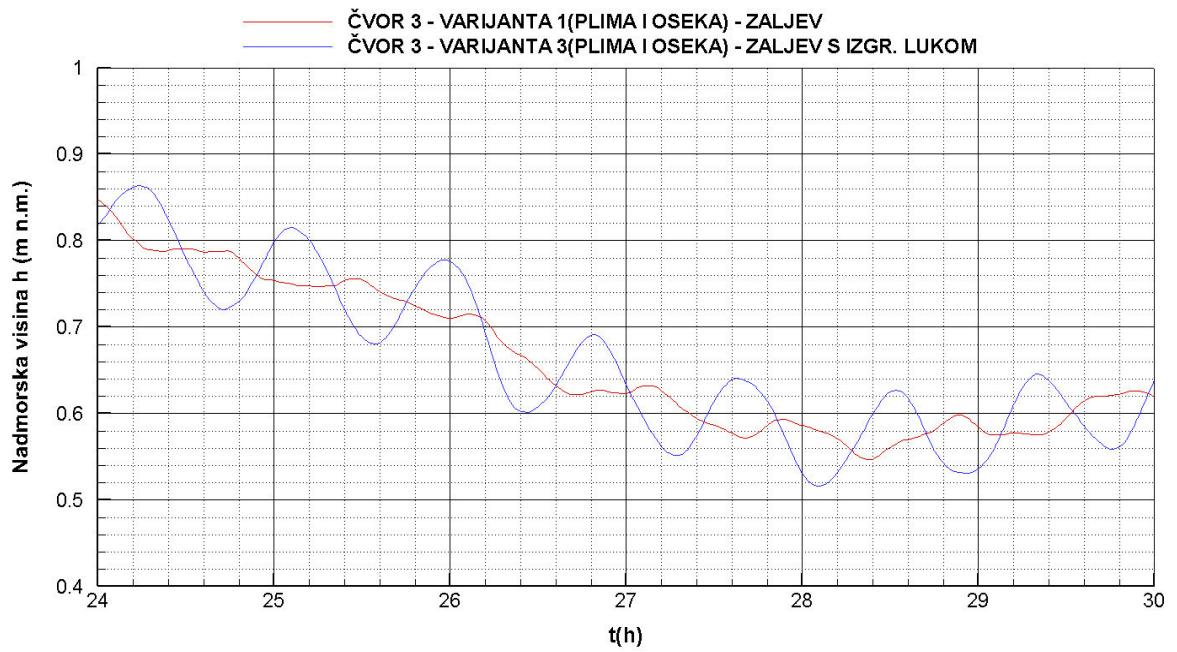
Slika 4.92 Piezometarske kote u periodu 30 – 36 h – varijante 3 i 4



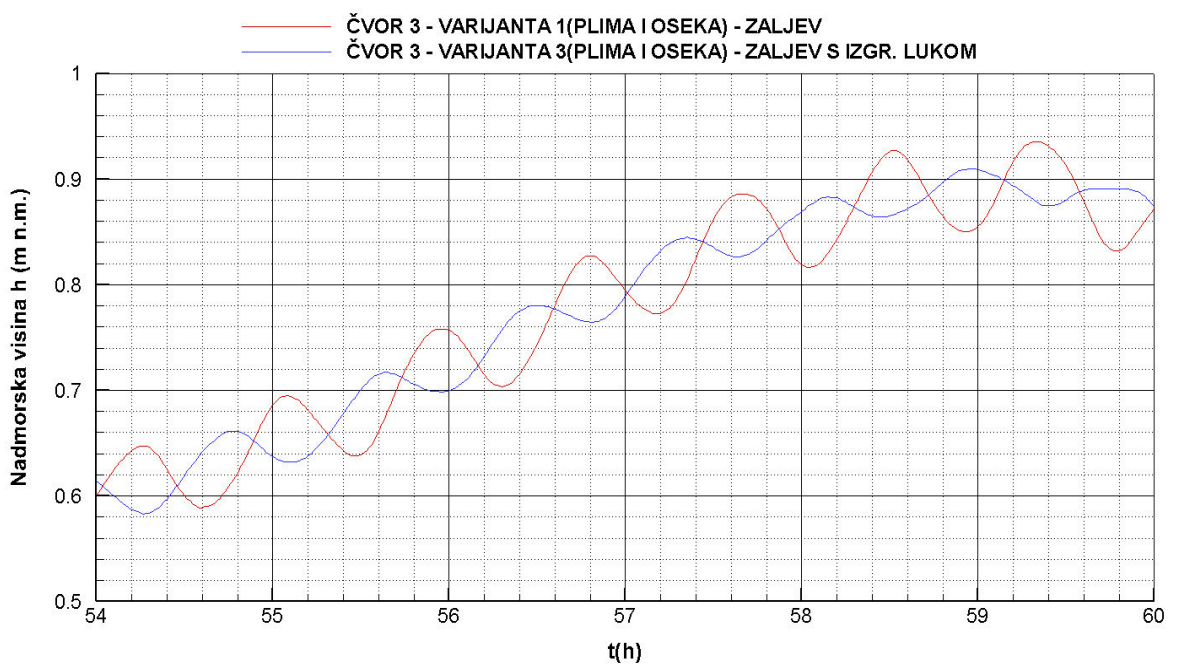
**Slika 4.93** Piezometarske kote u periodu 36 – 42 h – varijante 3 i 4



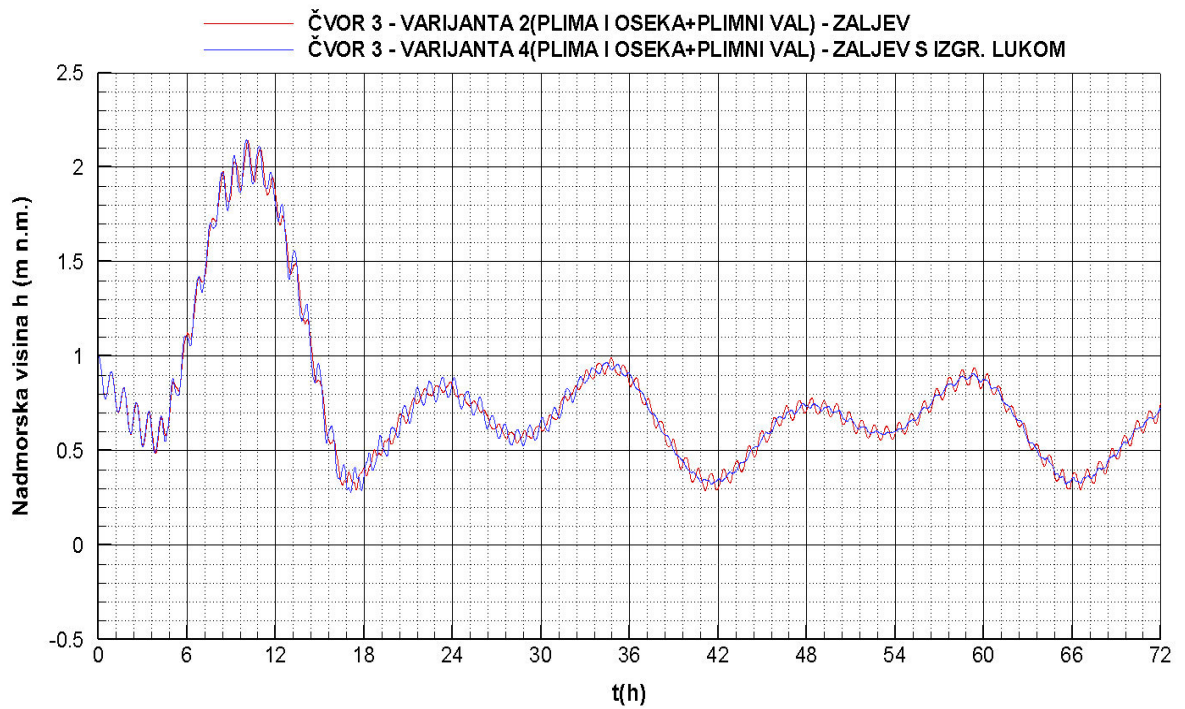
**Slika 4.94** Piezometarske kote – varijante 1 i 3



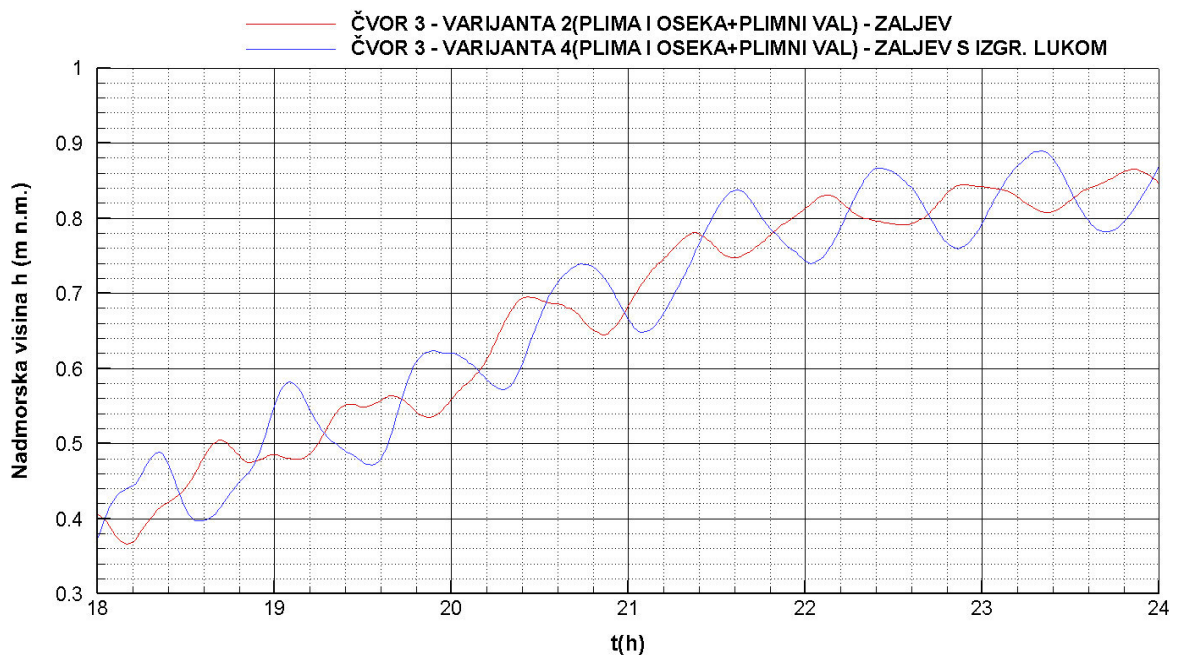
**Slika 4.95** Piezometarske kote u periodu 24 – 30 h – varijante 1 i 3



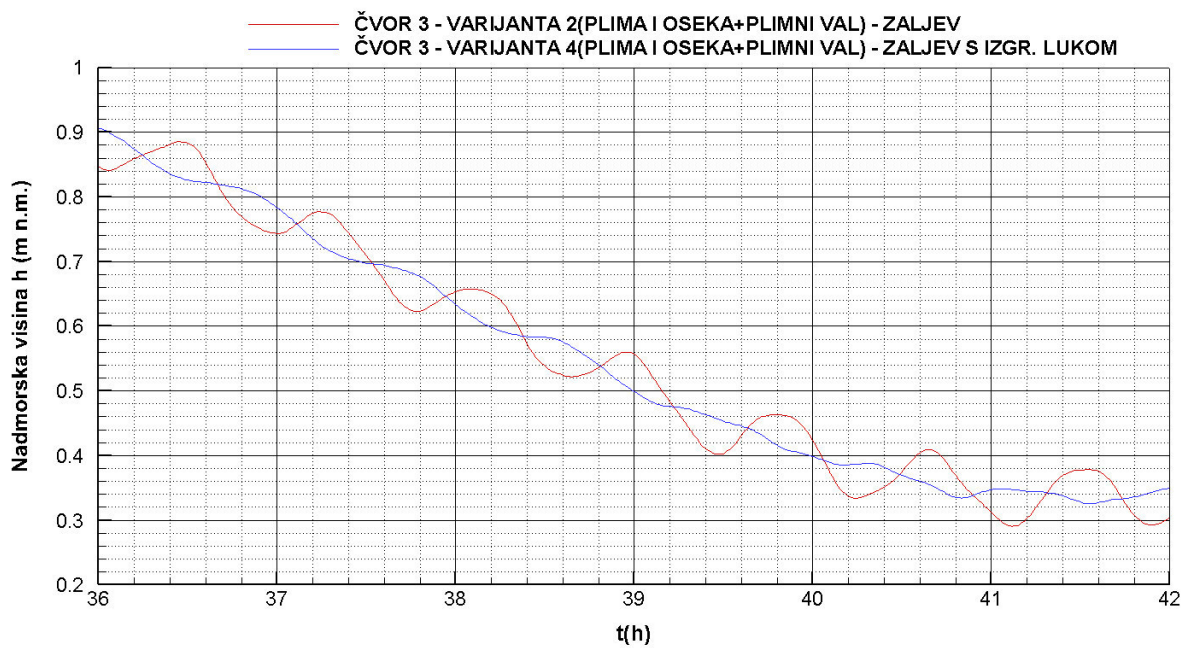
**Slika 4.96** Piezometarske kote u periodu 54 – 60 h – varijante 1 i 3



Slika 4.97 Piezometarske kote – varijante 2 i 4

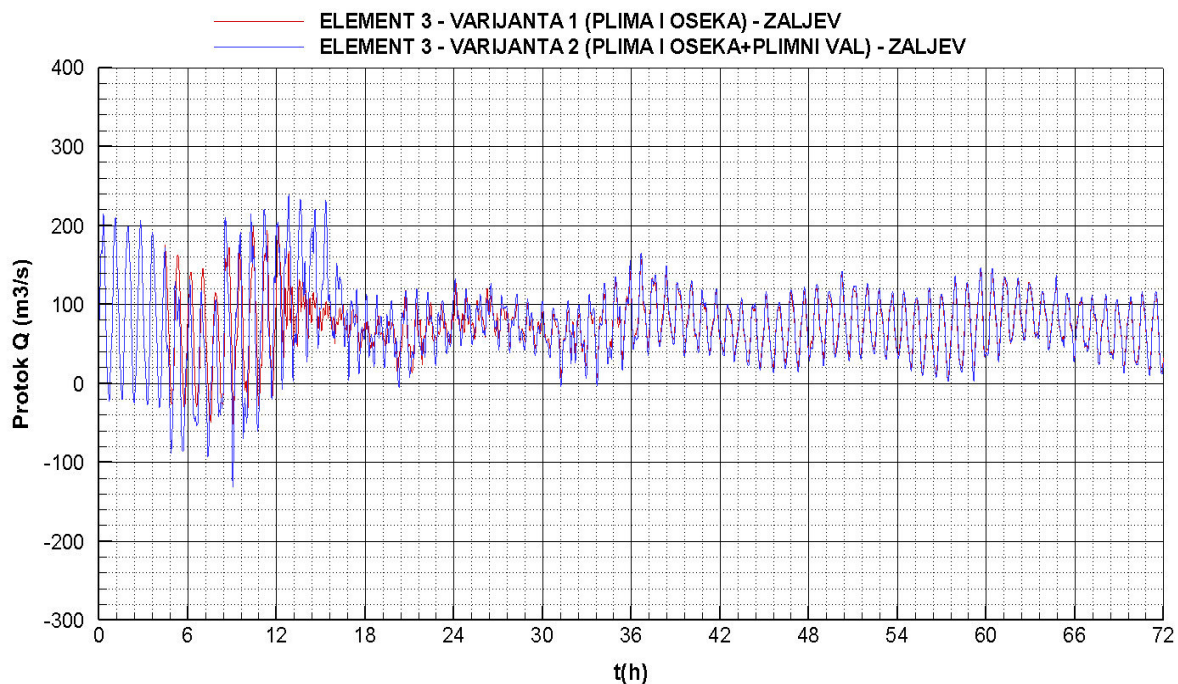


Slika 4.98 Piezometarske kote u periodu 18 – 24 h – varijante 2 i 4

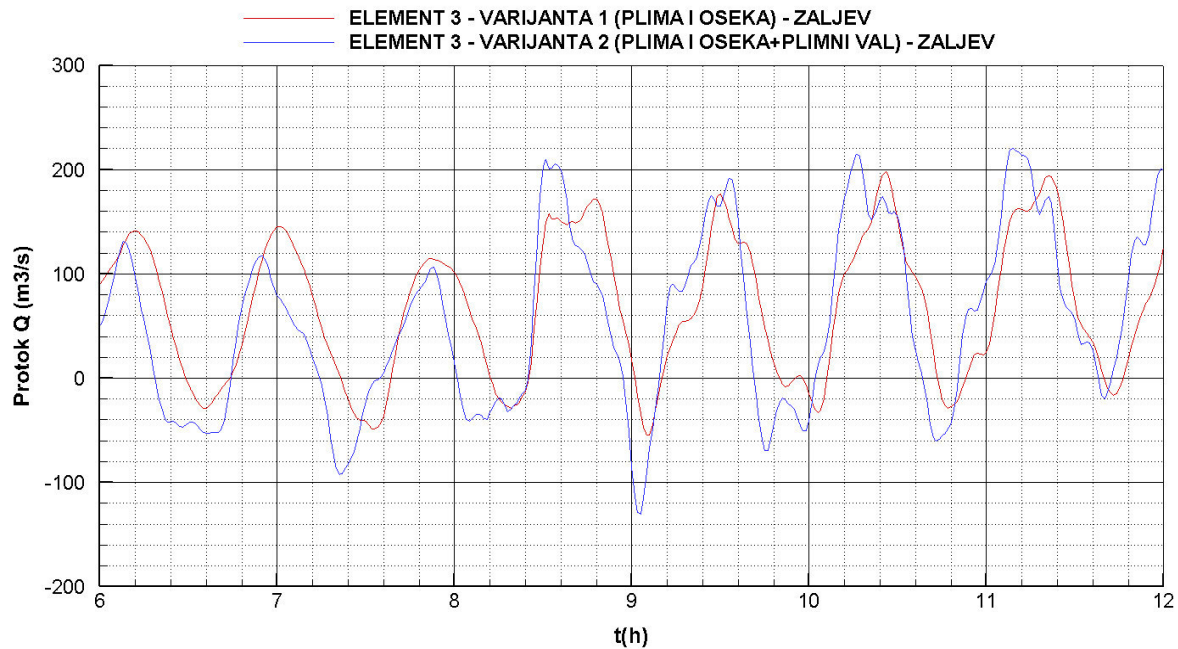


**Slika 4.99** Piezometarske kote u periodu 36 – 42 h – varijante 2 i 4

## 4.2.12. Protok na elementu uzvodno od luke – usporedba varijanti

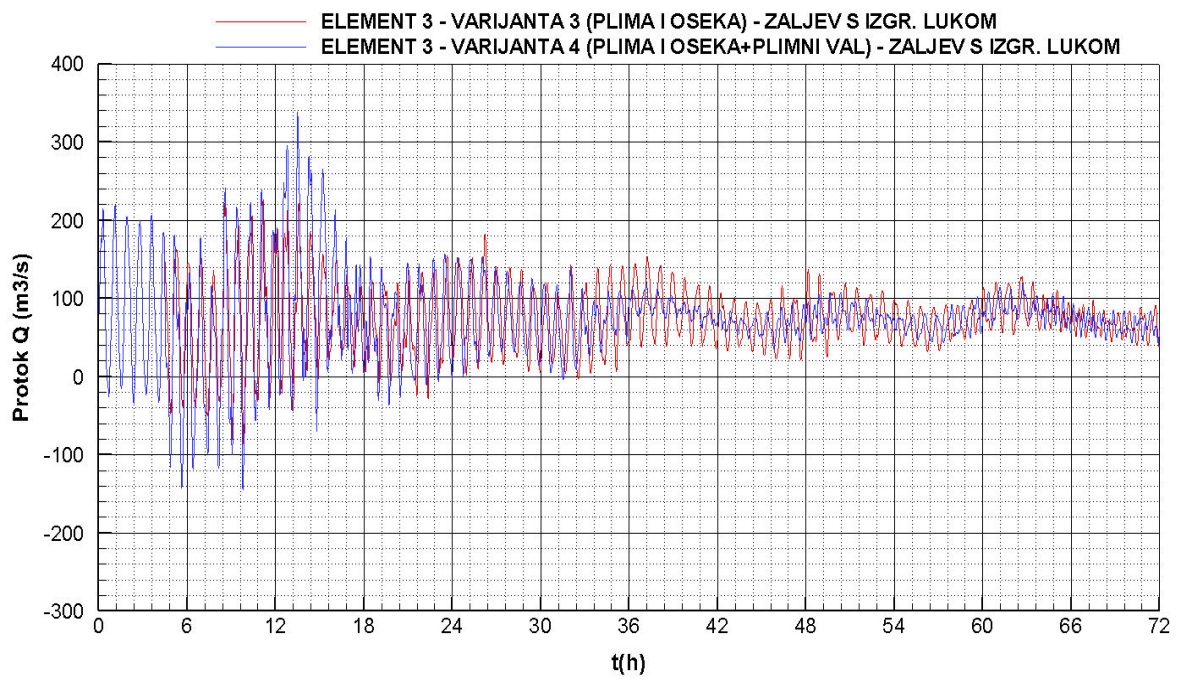


Slika 4.100 Protok – varijante 1 i 2

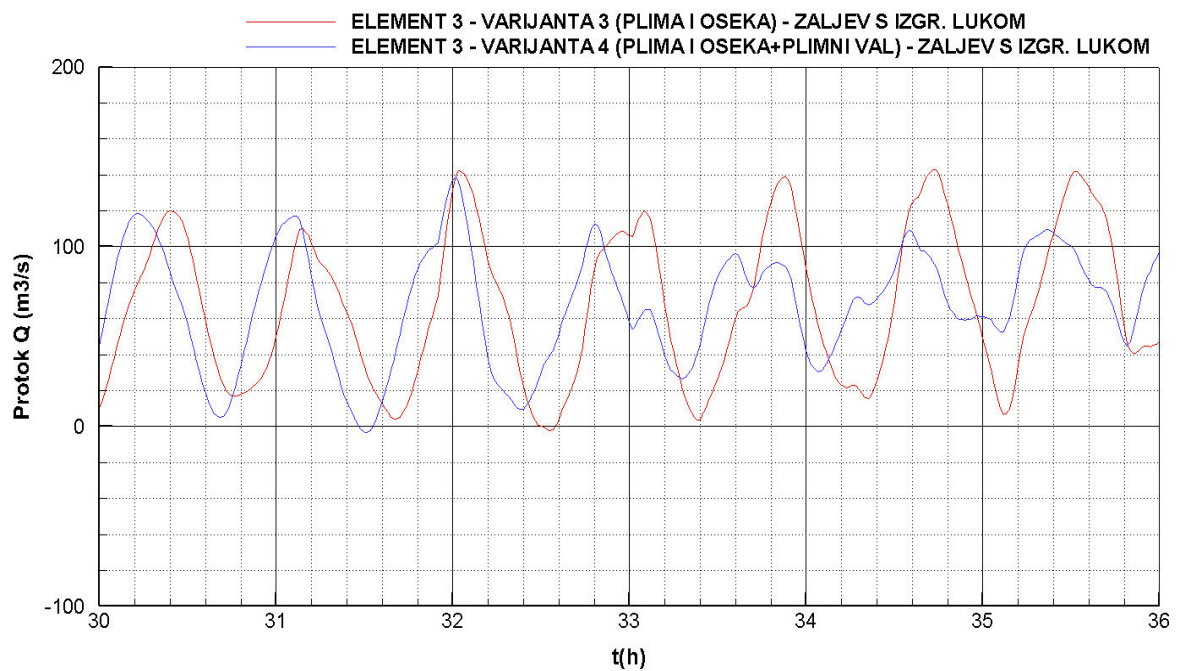


Slika 4.101 Protok u periodu 6 - 12 h – varijante 1 i 2

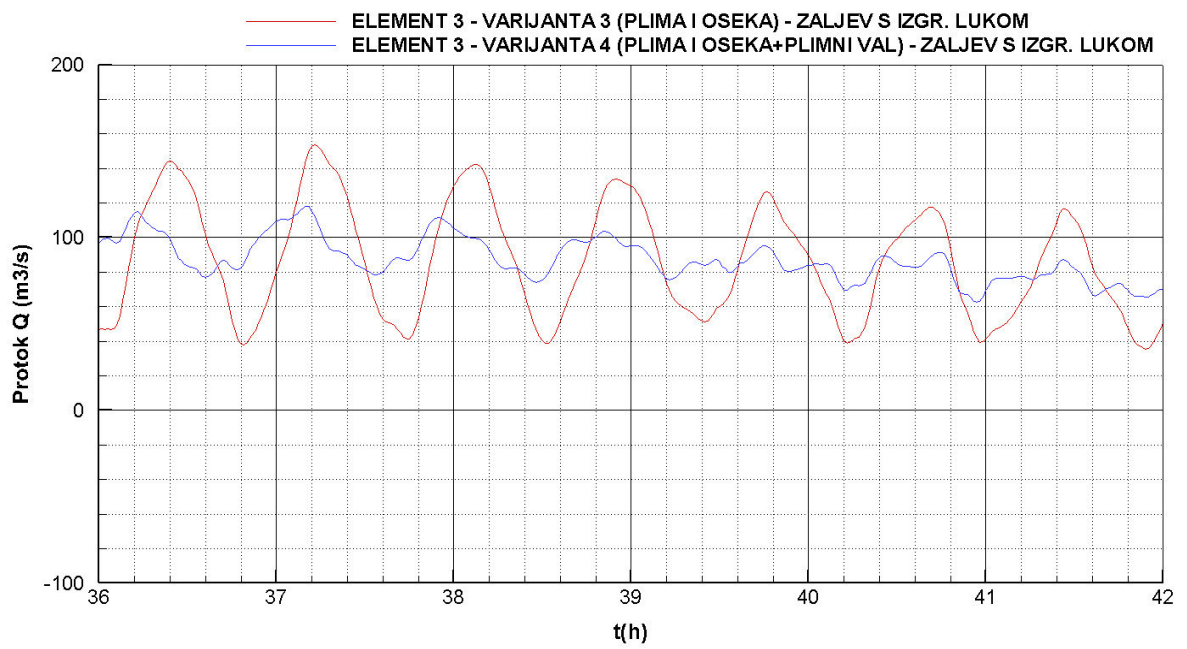




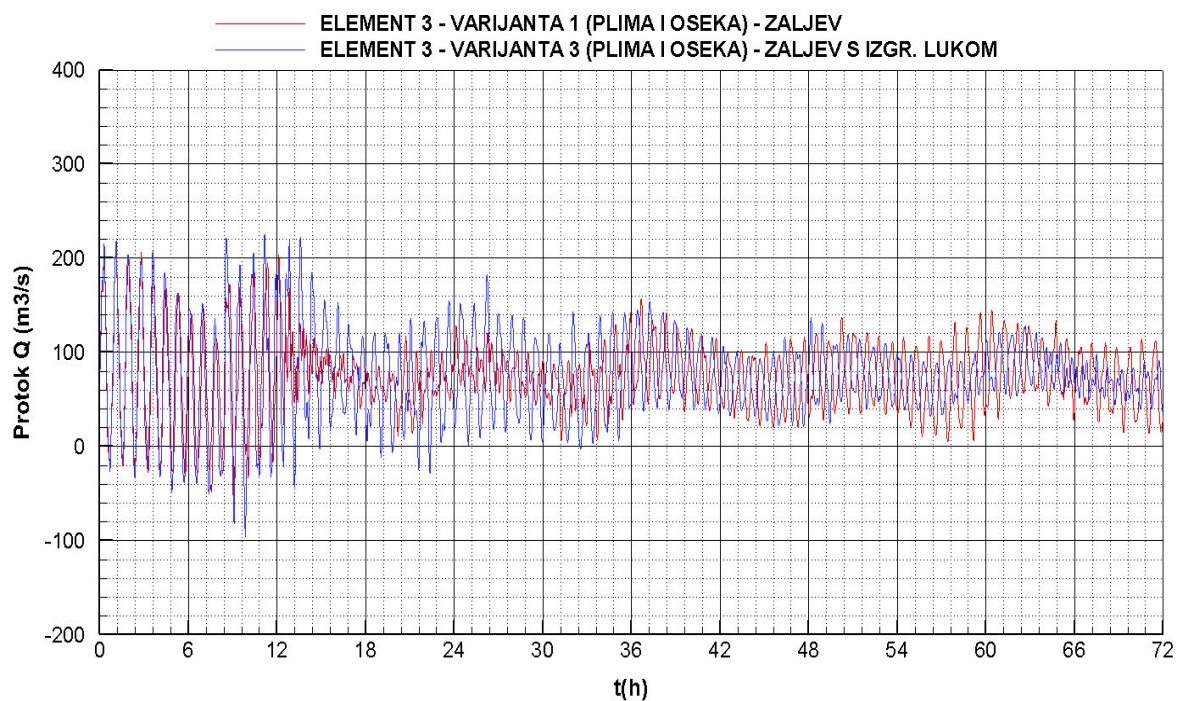
Slika 4.102 Protok – varijante 3 i 4



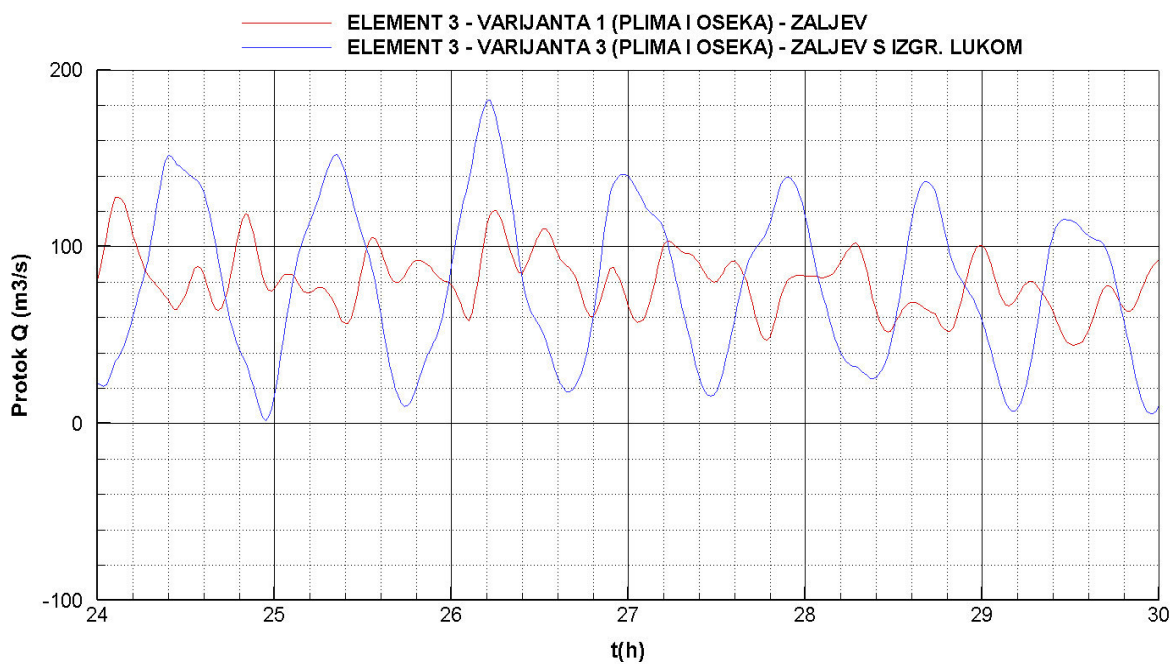
Slika 4.103 Protok u periodu 30 - 36 h – varijante 3 i 4



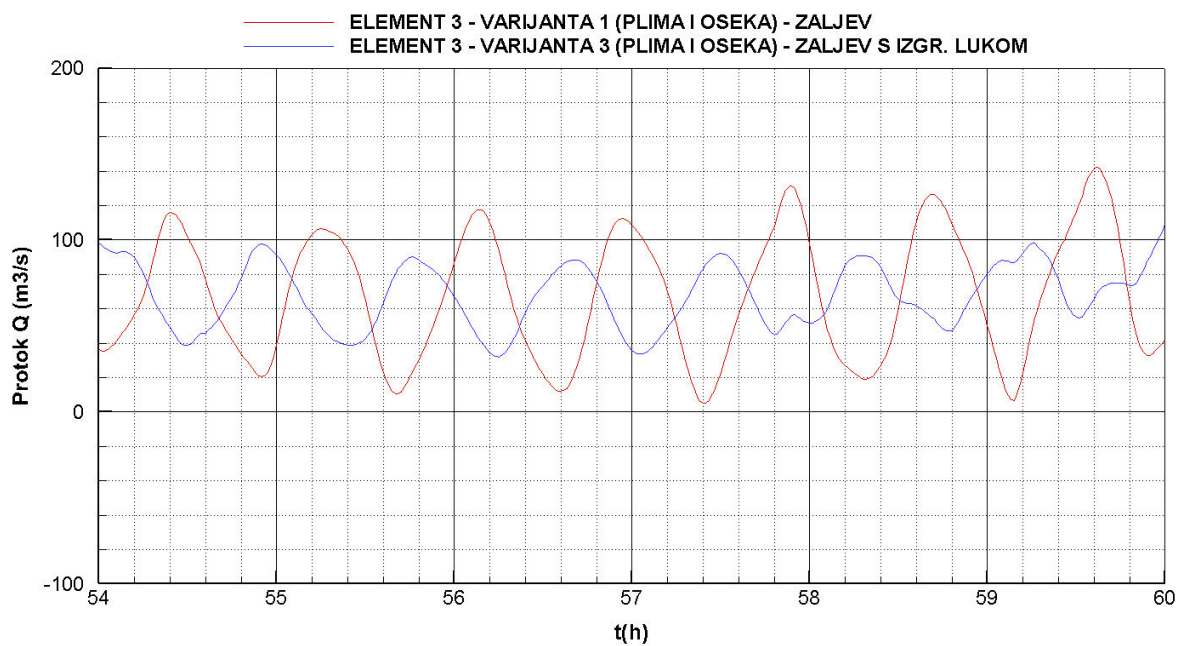
**Slika 4.104** Protok u periodu 36 - 42 h – varijante 3 i 4



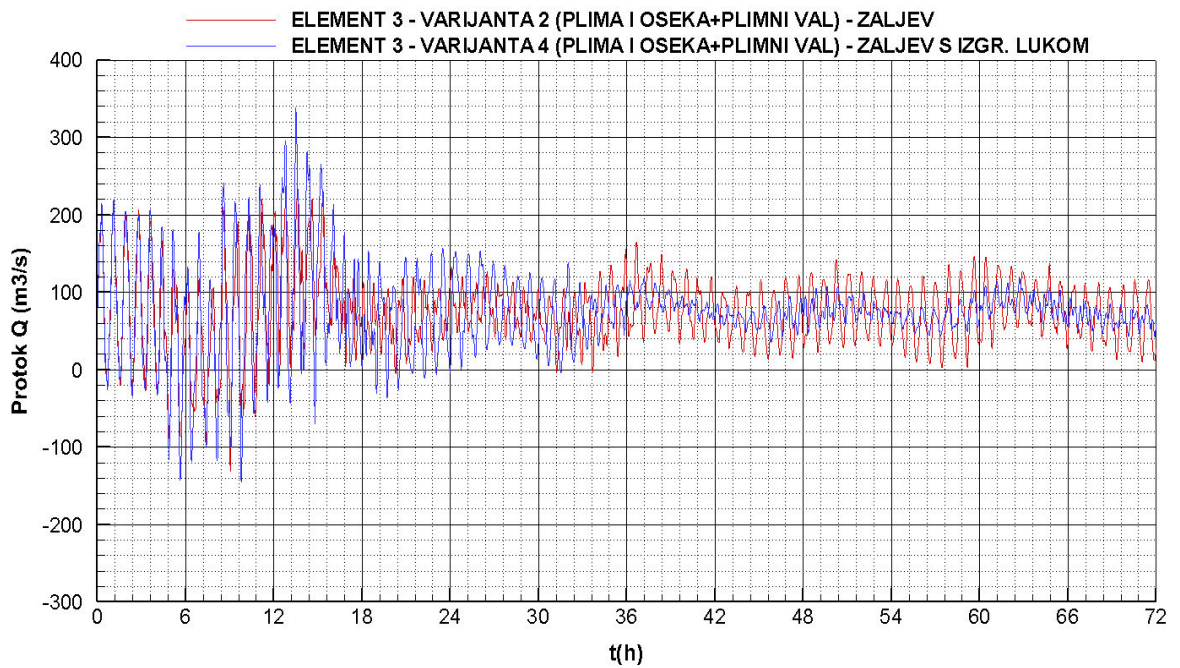
**Slika 4.105** Protok – varijante 1 i 3



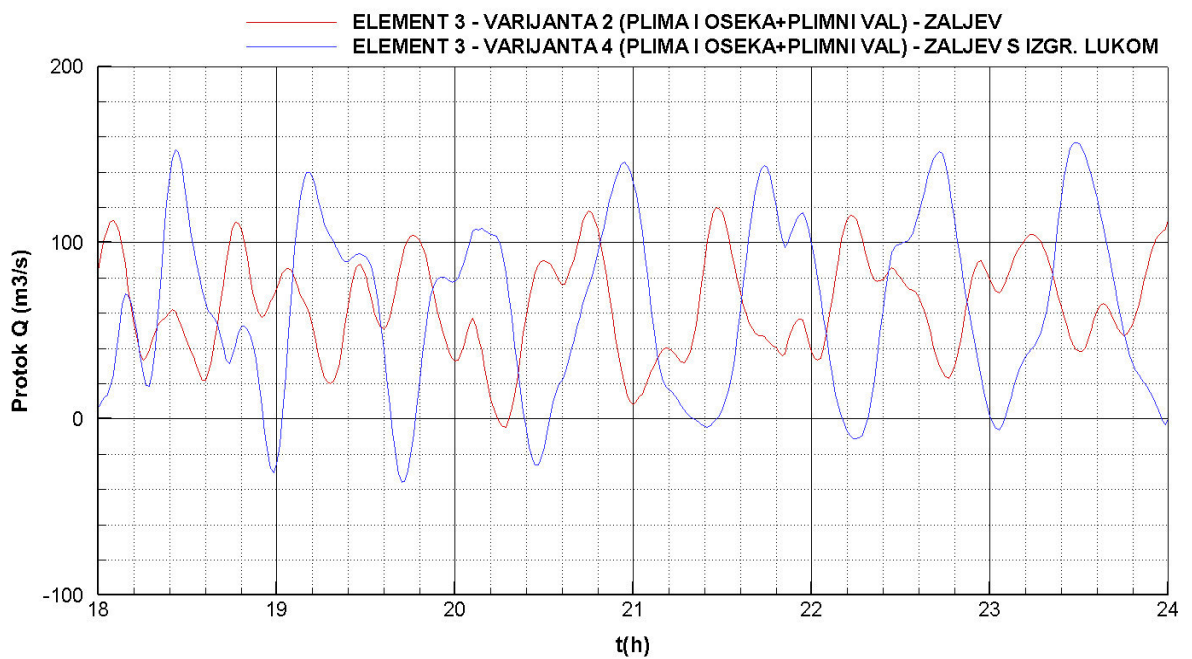
**Slika 4.106** Protok u periodu 24 - 30 h – varijante 1 i 3



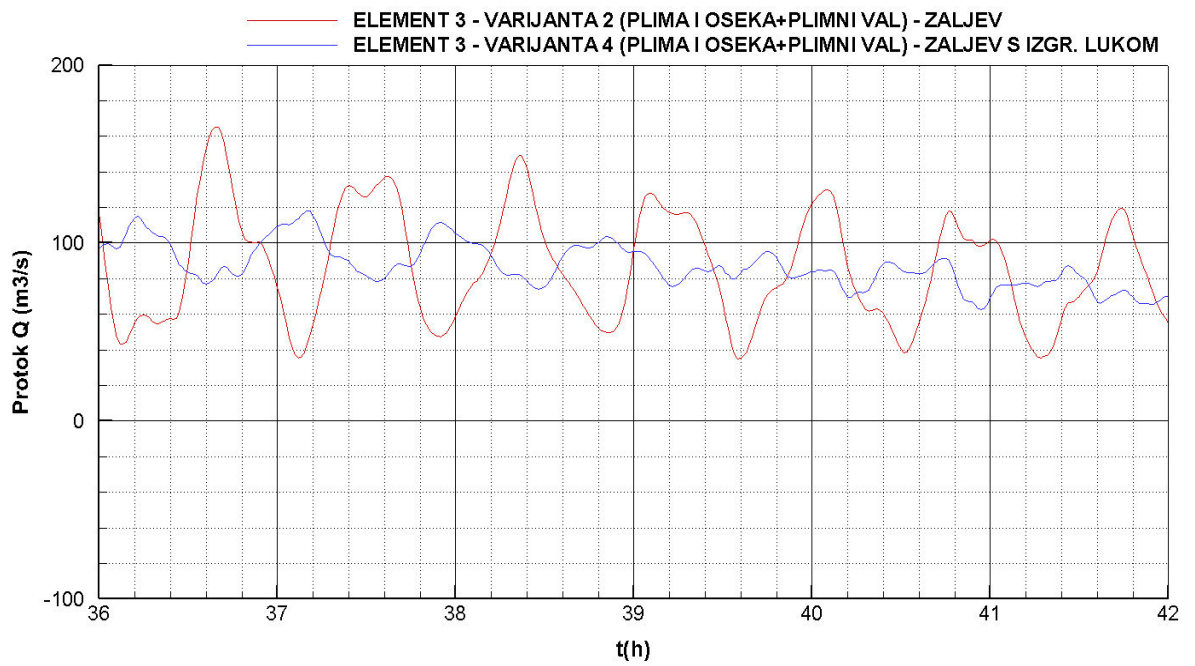
**Slika 4.107** Protok u periodu 54 - 60 h – varijante 1 i 3



Slika 4.108 Protok – varijante 2 i 4

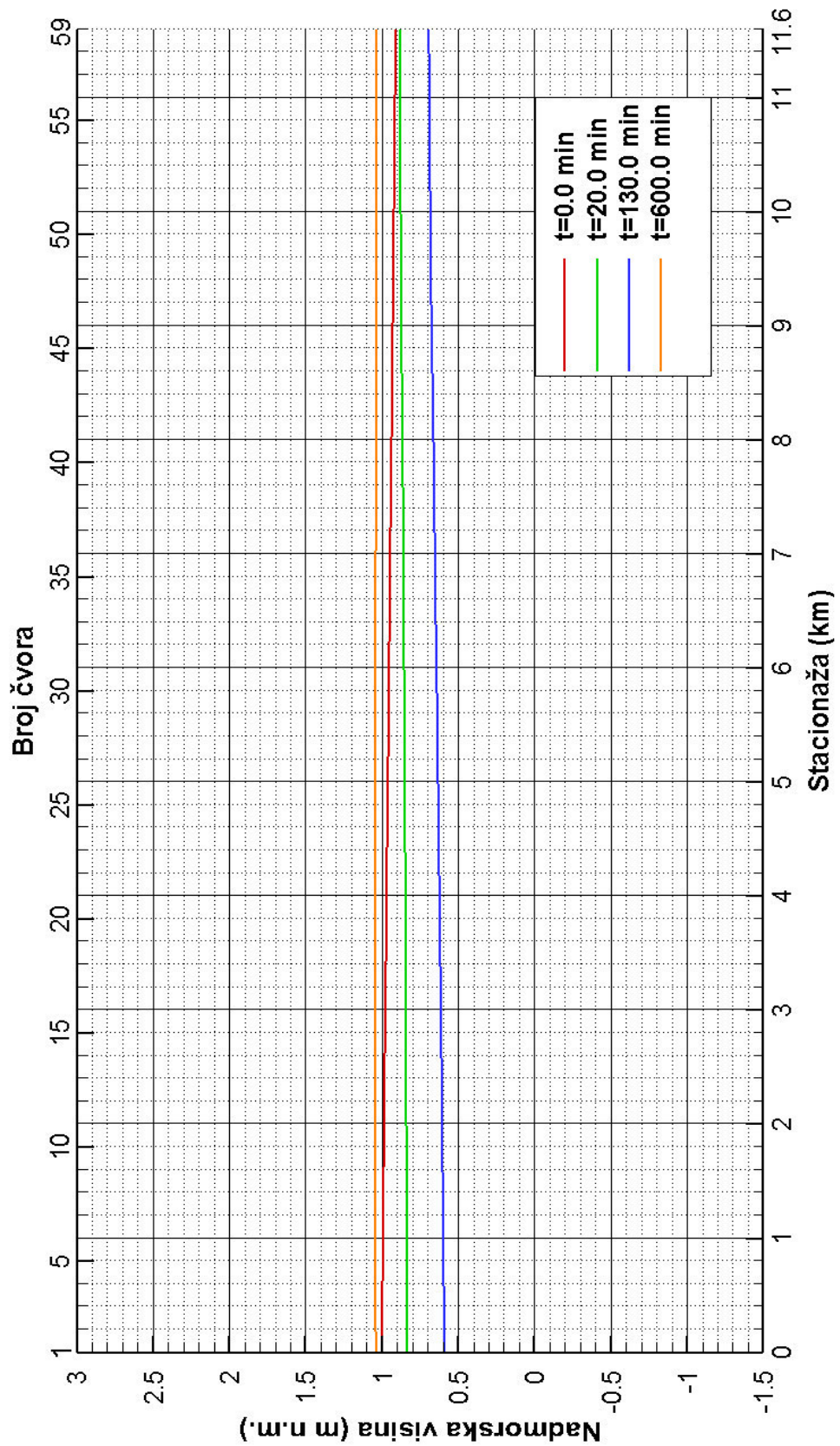


Slika 4.109 Protok u periodu 18 - 24 h – varijante 2 i 4



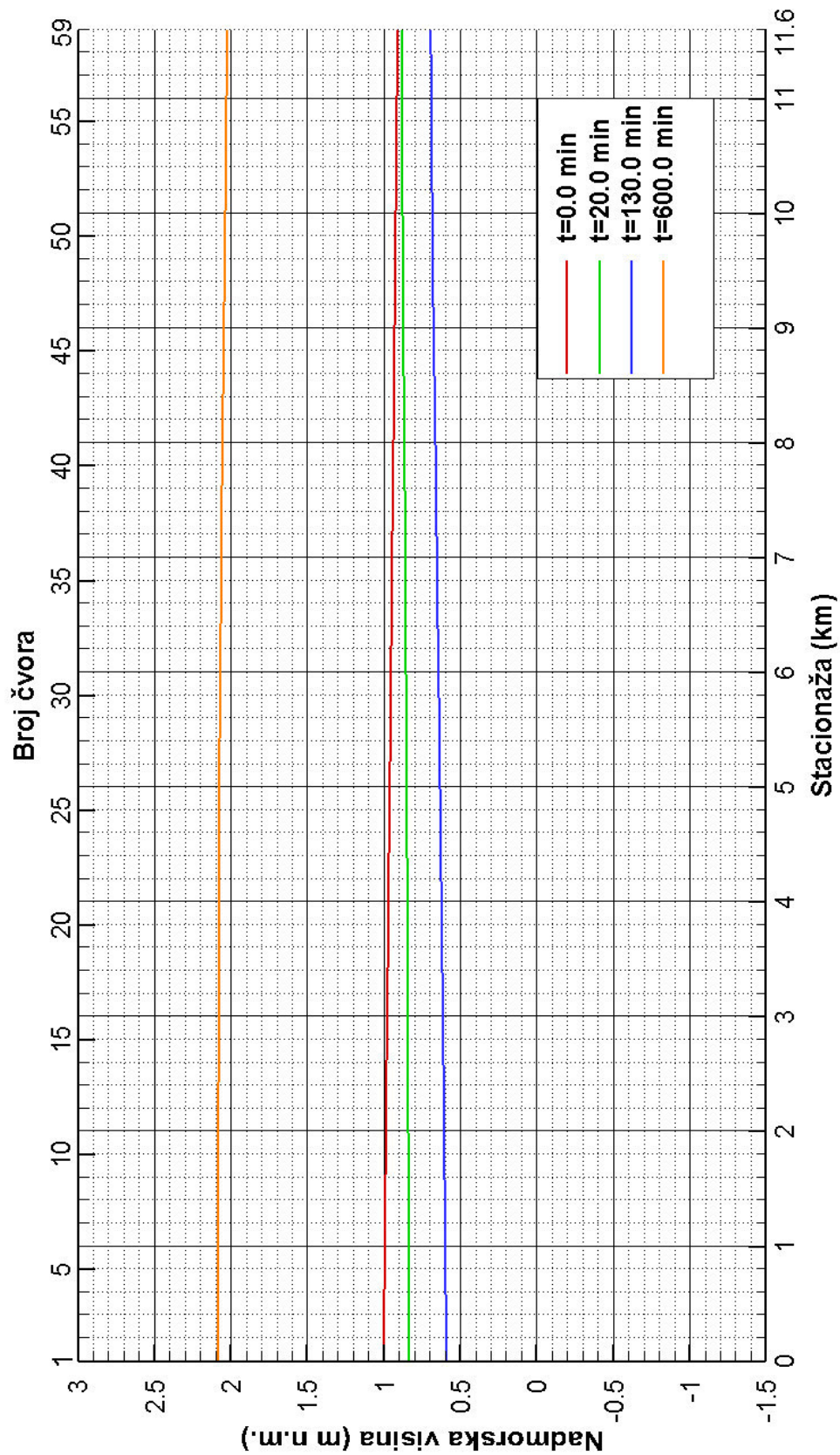
**Slika 4.110** Protok u periodu 36 - 42 h – varijante 2 i 4

4.2.13. Piezometarske kote uzduž zaljeva – varijanta 1 – zaljev bez luke s utjecajem plime i oseke



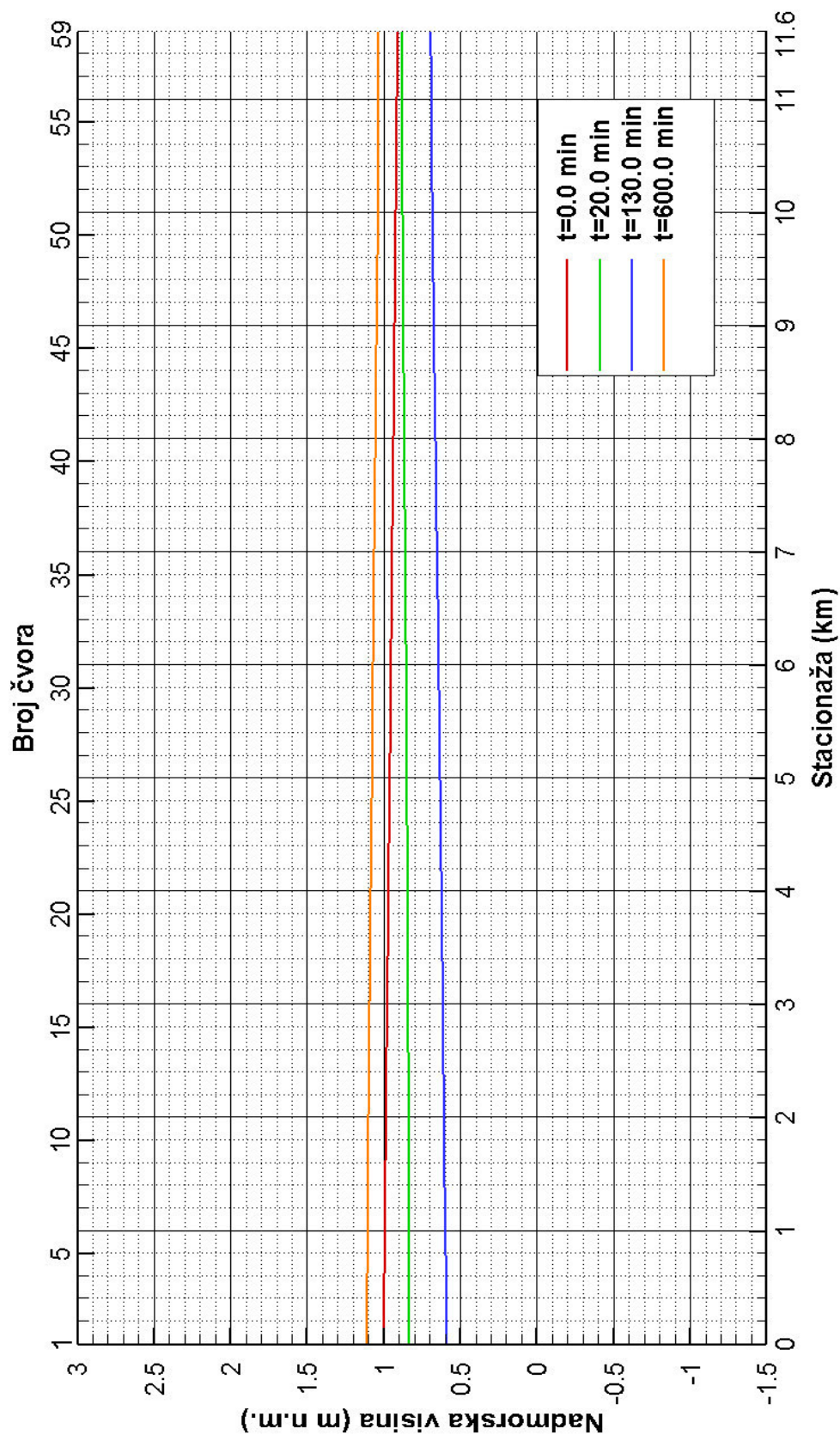
Slika 4.111 Razina mora uzduž zaljeva

4.2.14. Piezometarske kote uzduž zaljeva – varijanta 2 – zaljev bez luke s utjecajem plime i oseke, te plimnog vala



Slika 4.112 Razina mora uzduž zaljeva

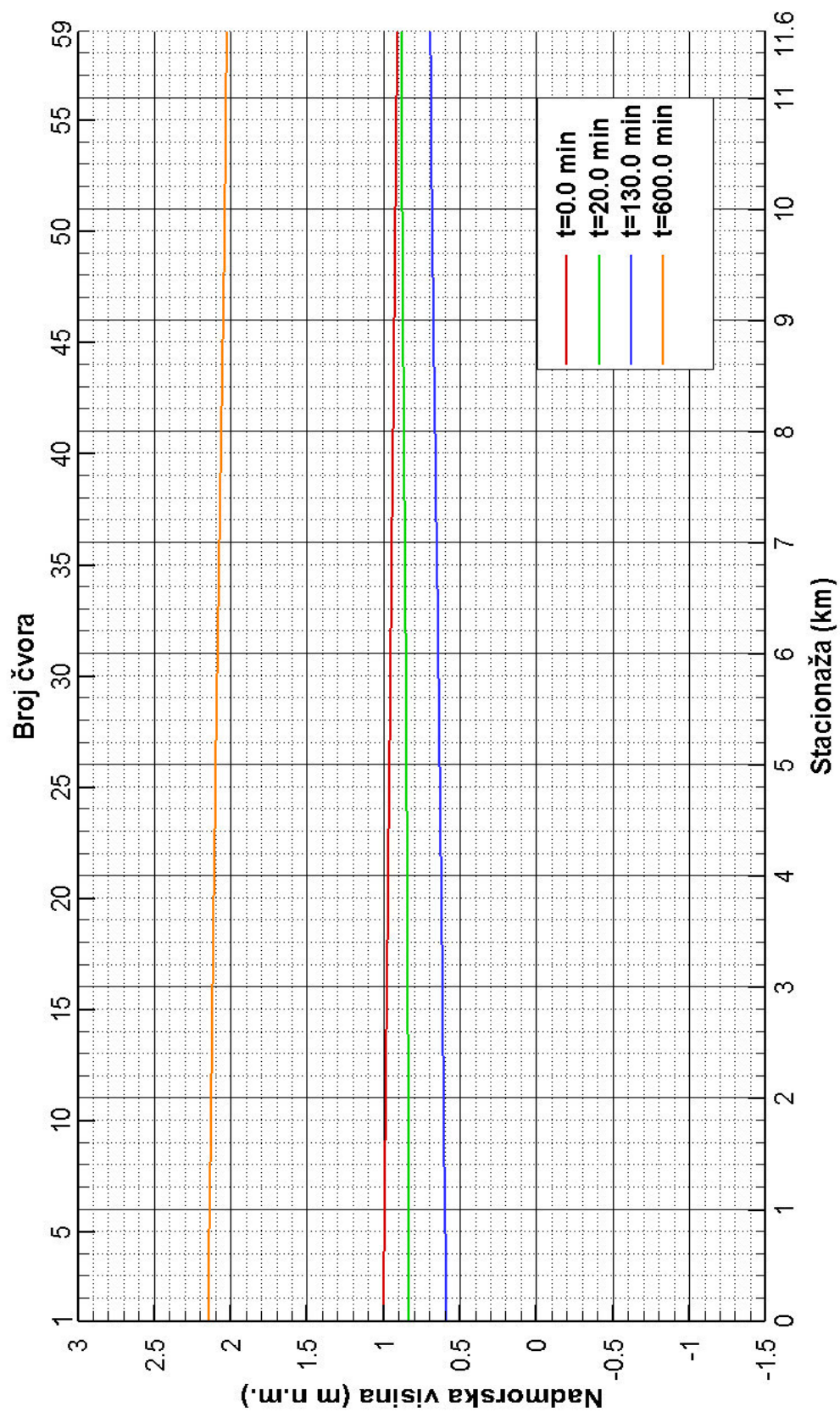
## 4.2.15. Piezometarske kote uzduž zaljeva – varijanta 3 – zaljev s izgrađenom lukom s utjecajem plime i oseke



Slika 4.113 Razina mora uzduž zaljeva



4.2.16. Piezometarske kote uzduž zaljeva – varijanta 4 – zaljev s izgrađenom lukom s utjecajem plime i oseke, te plimnog vala



Slika 4.114 Razina mora uzduž zaljeva

## 5. FORTRAN 95 PROGRAMSKO RJEŠENJE

### 5.1. Program „PROVODLJIVOST\_VOLUMETRIJA.f95“

```

PROGRAM PROVODLJIVOST_VOLUMETRIJA
IMPLICIT NONE
REAL*8 XC(100,100),X(100,100),YC(100,100),Y(100,100),
A(100),O(100),OO,AA,XX,MX(100),MN(100),delta(100),KK(100)
REAL*8 C,YRAZ(100),TOC,B(100),BB,STAC(100),STACPOC(100),STACKR(100),
HRAZ(100),SIRINA(100,100),LELPROV(100),LELVOL(100)
REAL*8 AHOR(100,100),MNC(100),HRAZ1(100,100)
REAL*4 I,J,IEL,K,NEL,NCVOR,ICVUZV(100),ICVNIZ(100),ICVOR,N(100),
NC(100),NN

OPEN(UNIT=5,FILE='INPUT.DAT',STATUS='OLD')
OPEN(UNIT=6,FILE='ULAZ.DAT',STATUS='REPLACE')

!-----
!PRORACUN PROVODLJIVOSTI
!-----
READ(5,*) NEL
NCVOR=NEL+1
DO I=1,NEL
  READ(5,*) KK(I),LELPROV(I),LELVOL(I),STAC(I),
  STACPOC(I),STACKR(I),ICVUZV(I),ICVNIZ(I)
END DO

WRITE(6,101) NEL, NCVOR
101 FORMAT(I3,I3)

DO I=1,NEL
  DO J=1,100
    READ(5,*) X(I,J),Y(I,J)
    WRITE(*,*) X(I,J),Y(I,J)
    IF(X(I,J).LT.0.0) EXIT
  END DO
  N(I)=J-1
END DO
DO I=1,NEL
  DO j=1,100
    READ(5,*) XC(I,J),YC(I,J)
    WRITE(*,*) XC(I,J),YC(I,J)
    IF(XC(I,J).LT.0.0) EXIT
  END DO
  NC(I)=J-1
END DO

DO IEL=1,NEL
  MX(IEI)=Y(IEI,1)
  MN=MINVAL(Y,DIM=2,mask=Y.GT.0.0)
  DELTA(IEI)=(MX(IEI)-MN)/24.
  YRAZ(IEI)=Y(IEI,1)-(24.*DELTA(IEI))
  HRAZ(IEI)=4.0-(24.*DELTTA(IEI))
END DO

```

```

DO IEL=1,NEL
WRITE(6,102) IEL, ICVUZV(IEL),ICVNIZ(IEL), STAC(IEL), LELPROV(IEL),
STACPOC(IEL) ,STACKR(IEL)

102 FORMAT(I3,I3,I3,f10.2,f10.2,f10.2,f10.2)
NN=N(IEL)-1
DO K=1,25
DO I=1,NN
IF(YRAZ(IEL).GT.Y(IEL,I).AND.YRAZ(IEL).GT.Y(IEL,I+1)) THEN
A(I)=0.5*((YRAZ(IEL)-Y(IEL,I))+YRAZ(IEL)
-Y(IEL,I+1))*(X(IEL,I+1)-X(IEL,I))
O(I)=SQRT((X(IEL,I+1)-X(IEL,I))**2.+(Y(IEL,I+1)-
Y(IEL,I))**2.)
ELSEIF(YRAZ(IEL).GT.Y(IEL,I).AND.YRAZ(IEL).LE.Y(IEL,I+1)) THEN
XX=X(IEL,I)+(X(IEL,I+1)-X(IEL,I))/(Y(IEL,I+1)
-Y(IEL,I))*YRAZ(IEL)-Y(IEL,I)
A(I)=0.5*(YRAZ(IEL)-Y(IEL,I))*(XX-X(IEL,I))
O(I)=SQRT((XX-X(IEL,I))**2.+(YRAZ(IEL)-Y(IEL,I))**2.)
ELSEIF(YRAZ(IEL).LE.Y(IEL,I).AND.YRAZ(IEL).GT.Y(IEL,I+1)) THEN
XX=X(IEL,I)+(X(IEL,I+1)-X(IEL,I))/(Y(IEL,I+1)
-Y(IEL,I))*YRAZ(IEL)-Y(IEL,I)
A(I)=0.5*(YRAZ(IEL)-Y(IEL,I+1))*(X(IEL,I+1)-XX)
O(I)=SQRT((XX-X(IEL,I+1))**2.+(YRAZ(IEL)-Y(IEL,I+1))**2.)
ELSEIF(YRAZ(IEL).LE.Y(IEL,I).AND.YRAZ(IEL).LE.Y(IEL,I+1)) THEN
A(I)=0.0
O(I)=0.0
ENDIF
END DO
AA=0.0
OO=0.0
DO I=1,NN
AA=AA+A(I)
OO=OO+O(I)
ENDDO
TOC=0.00000001
IF(AA.LT.TOC.AND.OO.LT.TOC) THEN
AA=0.0
OO=0.0
C=0.0
ELSE
C=KK(IEL)*((AA)**(5./3.))/(OO)**(2./3.)*SQRT(LELPROV(IEL))
ENDIF

WRITE(6,100) HRAZ(IEL),AA,C
100 FORMAT(F9.4,F20.4,F20.4)

YRAZ(IEL)=YRAZ(IEL)+DELTA(IEL)
HRAZ(IEL)=HRAZ(IEL)+DELTA(IEL)
ENDDO !KRAJ JEDNE RAZINE, DO PETLJA IDE OD 1 DO 25
ENDDO !KRAJ ELEMENTA

```

```

!-----
! PRORACUN VOLUMETRIJA
!-----
DO IEL=1,NEL
  MX( IEL )=YC( IEL, 1)
  MN=MINVAL( YC, DIM=2, MASK=YC.GT.0.0)
  DELTA( IEL )=( MX( IEL )-MN( IEL ) )/24.
  YRAZ( IEL )=YC( IEL, 1) - (24.*DELTA( IEL) )
ENDDO

DO IEL=1,NEL
  NN=NC( IEL )-1
  WRITE( *, * )
  WRITE( *, 203) IEL, NN
  203 FORMAT( 'ELEMENT:', I3, '  BROJ TOCAKA U ELEMENTU', I3)
  DO K=1,25
    DO I=1,NN
      IF( YRAZ( IEL ) .GT. YC( IEL, I) .AND. YRAZ( IEL ) .GT. YC( IEL, I+1) ) THEN
        B( I )=XC( IEL, I+1) -XC( IEL, I)

      ELSEIF( YRAZ( IEL ) .GT. YC( IEL, I) .AND. YRAZ( IEL ) .LE. YC( IEL, I+1) )
      THEN
        XX=XC( IEL, I) + ( (XC( IEL, I+1) -XC( IEL, I) ) / (YC( IEL, I+1)
          -YC( IEL, I) ) ) * (YRAZ( IEL) -YC( IEL, I) )
        B( I )=XX-XC( IEL, I)

      ELSEIF( YRAZ( IEL ) .LE. YC( IEL, I) .AND. YRAZ( IEL ) .GT. YC( IEL, I+1) )
      THEN
        XX=XC( IEL, I) + ( (XC( IEL, I+1) -XC( IEL, I) ) / (YC( IEL, I+1)
          -YC( IEL, I) ) ) * (YRAZ( IEL) -YC( IEL, I) )
        B( I )=XC( IEL, I+1) -XX

      ELSEIF( YRAZ( IEL ) .LE. YC( IEL, I) .AND. YRAZ( IEL ) .LE. YC( IEL, I+1) )
      THEN
        B( I )=0.0
      ENDIF
    ENDDO
    WRITE( *, 200) K
    200 FORMAT( 'RIJESENA RAZINA', I3)
    BB=0.0
    DO I=1,NN
      BB=BB+B( I)
    ENDDO
    TOC=0.00000001
    IF( AA.LT.TOC.AND.OO.LT.TOC) BB=0.0
    SIRINA( IEL, K )=BB

    YRAZ( IEL )=YRAZ( IEL )+DELTA( IEL)
  END DO
  WRITE( *, 201) IEL
  201 FORMAT( 'RIJESEN ELEMENT.....', I3)
ENDDO

DO ICVOR=1,NCVOR
  IF( ICVOR.EQ.1) THEN
    MNC( ICVOR )=-0.7
    DELTA( ICVOR )=4.7/24.0
  ELSEIF( ICVOR.EQ.NCVOR) THEN
    MNC( ICVOR )=MN( ICVOR-1)
    DELTA( ICVOR )=( MX( ICVOR-1) -MNC( ICVOR) )/24.
  ELSE

```

```

MNC(ICVOR)=MN(ICVOR-1)-(ABS(MN(ICVOR-1)-MN(ICVOR))/2.)
DELTA(ICVOR)=(MX(ICVOR)-MNC(ICVOR))/24.
ENDIF
HRAZ(ICVOR)=4.0-(24.*DELTA(ICVOR))
HRAZ1(ICVOR,1)=HRAZ(ICVOR)

DO K=2,25
  HRAZ1(ICVOR,K)=HRAZ1(ICVOR,k-1)+DELTA(ICVOR)
ENDDO

DO ICVOR=1,NCVOR
  IF(ICVOR.EQ.1) THEN
    DO K=1,25
      AHOR(ICVOR,K)=((SIRINA(ICVOR,K)+SIRINA(ICVOR,K))/2.)*
        (200.0+(LELVOL(ICVOR)/2))
    ENDDO
  ELSEIF(ICVOR.EQ.NCVOR) THEN
    DO K=1,25
      AHOR(ICVOR,K)=((SIRINA(ICVOR-1,K)+SIRINA(ICVOR-1,K))/2.)*
        (1000.0+(LELVOL(ICVOR-1)/2))
    ENDDO
  ELSE
    DO K=1,25
      AHOR(ICVOR,K)=((SIRINA(ICVOR-1,k)+SIRINA(ICVOR,K))/2.)*
        ((LELVOL(ICVOR-1)/2)+(LELVOL(ICVOR)/2))
    ENDDO
  ENDIF
  WRITE(*,108) ICVOR
  108 FORMAT('IZRACUNATA HORIZONTALNA POVRŠINA CVOR:',I3)
ENDDO

DO ICVOR=1,NCVOR
  105 FORMAT(I3,F10.2)
  IF(ICVOR.EQ.NCVOR) THEN
    WRITE(6,105) ICVOR,STACKR(ICVOR-1)
  ELSE
    WRITE(6,105) ICVOR,STACPOC(ICVOR)
  ENDIF

  DO K=1,25
    106 FORMAT(F10.4,F20.4)
    WRITE(6,106) HRAZ1(ICVOR,K), AHOR(ICVOR,K)
  ENDDO

  WRITE(*,109) ICVOR
  109 FORMAT('ISPISANI REZULTATI CVOR:',I3)
ENDDO
END PROGRAM

```

## 5.2. Program „STRUJANJE.f95“

### 5.2.1. Glavni dio programa

**PROGRAM** STRUJANJE

**IMPLICIT NONE**

```
! ELMR(i,j)-matrica koja za svaki i-element sadrzava
j-vrijednosti (STAC, LEL, STACPOC, STACKR)
!STAC-stacionaza elementa i (sredina elementa)
!LEL-duljina elementa i
!STACPOC-stacionaza pocetka elementa i
!STAC-stacionaza kraja elementa i

! ELMI(i,j)-matrica koja za svaki i-element sadrzava
j-vrijedost (IEL, ICVORUZ, ICVORNIZ)
!IEL-broj elementa i)
!ICVORUZ-broj uzvodnog cvora elemnta i)
!ICVORNIZ-broj nizvodnog cvora elementa i)
! HEL(i,j)-matrica koja za svaki i-element sadrzava nadmorske visine
elementa
! AEL(i,j)-matrica koja za svaki i-element sadrzava omocene površine
poprecnog presjeka elementa
! CH(i,j)-matrica koja za svaki i-element sadrzava provodljivost C
poprecnog presjeka elementa
! NEL-broj elemenata
! NCVOR-broj cvorova
! CVSTAC(i)-matrica koja za svaki i-cvor sadrzava stacionazu
! CVOR(i)-matrica koja za svaki i-cvor sadrzava broj cvora
! HCV(i,j)-matrica koja za svaki i-cvor sadrzava nadmorske visine
! AH(i,j)-matrica koja za svaki i-cvor sadrzava horizontalne površine
! FGLOB(I,J)-globalna matrica sa NEL+NCVOR redaka i stupaca
! THETA-koeficijent parcijalne integracije
! DT-vremenski korak
! NDT-broj vremenskih koraka
! NPIS-broj vremenskih koraka koji se ispisuje
! DATPOC-pocetna datoteka u koju se zapisuju ime ulazne i izlazne
datoteke u formatu "ime.DAT"
! DATULAZ-ulazna datoteka koja sadrzi podatke potrebne za proracun
! DATIZLAZ-izlazna datoteka u koju ce se zapisivati rjesenje
! RR i R1-pomocne varijable kojima kontroliramo broj vremenskih koraka
koje cemo zapisivati
```

**COMMON**/B1/

```
ELMR(100,4), HEL(100,25), AEL(100,25), CH(100,25), ELMI(100,3), NEL
, DATULAZ, DATIZLAZ, DATPOC, HREZ(5000,100), QREZ(5000,100)
```

**COMMON**/B2/

```
CVSTAC(100), CVOR(100), HCV(100,25), AH(100,25), NCVOR, THETA, DT,
NPIS, NDT, Q0(100), HH(150), TT(150), NCIT
```

**REAL**\*8

```
ELMR, HEL, AEL, CH, CVSTAC, HCV, AH, R1, Q1(100), H1(100), RPIS, T1, T2, Q0, HH,
TT, Q2(100), H2(100), TOC, DT, THETA, HREZ, QREZ
```

**REAL**\*8 DH2, HSR2, A2, INTP, V2(100), V1(100)

**INTEGER**\*8

```
ELMI, DATPOC, DATULAZ, DATIZLAZ, NEL, NCVOR, CVOR, NDT, RR, I, J, K, NPIS,
NCIT, N
```

**CALL** OTVORI (DATPOC, DATULAZ, DATIZLAZ)

**CALL** CITANJE ()

T1=0.0

**CALL** POCSTANJE (Q1, H1, T1, V1)

```

RPIS=FLOAT(NPIS)

WRITE(DATIZLAZ,400,ADVANCE='NO')
400 FORMAT('VARIABLES= "t(s)" ')
DO I=1,NCVOR
  WRITE(DATIZLAZ,401,ADVANCE='NO') I
  401 FORMAT('"h",I2," ')
END DO
DO I=1,NEL
  WRITE(DATIZLAZ,402,ADVANCE='NO') I
  402 FORMAT('"Q",I2," ')
END DO
DO I=1,NEL
  WRITE(DATIZLAZ,403,ADVANCE='NO') I
  403 FORMAT('"V",I2," ')
END DO
WRITE(DATIZLAZ,*) ''
WRITE(DATIZLAZ,404) NDT
404 FORMAT('ZONE T="1" I=',I6)

!Zapis pocetnog stanja (t=0.0s)
WRITE(DATIZLAZ,405,ADVANCE='NO') T1
405 FORMAT(F8.1)
DO I=1,NCVOR
  WRITE(DATIZLAZ,406,ADVANCE='NO') H1(I)
  406 FORMAT(F10.3)
END DO
DO I=1,NEL
  WRITE(DATIZLAZ,407,ADVANCE='NO') Q1(I)
  407 FORMAT(F13.3)
END DO
DO I=1,NEL
  WRITE(DATIZLAZ,408,ADVANCE='NO') V1(I)
  408 FORMAT(F13.3)
END DO
WRITE(DATIZLAZ,*) ''

!Glavni dio programa
DO I=1,NDT
  WRITE(*,100) I
  100 FORMAT('VREMENSKI KORAK',i5)
  T2=T1+DT
  CALL SIM(Q1,H1,Q2,H2,T2)
  DO J=1,NEL
    DH2=ABS(H2(ELMI(J,2))-H2(ELMI(J,3)))/2
    IF(H2(ELMI(J,2)).GT.H2(ELMI(J,3))) THEN
      HSR2=H2(ELMI(J,2))-DH2
    ELSE
      HSR2=H2(ELMI(J,2))+DH2
    END IF
  END DO
  N=25
  A2=INTP(N,HEL,AEL,HSR2,J)
  V2(J)=Q2(J)/A2
END DO
! Zapis stanja u svakom vremenskom koraku
RR=FLOAT(I/NPIS)
R1=FLOAT(I)/RPIS
TOC=1E-8
IF(ABS(RR-R1).LE.TOC) THEN
  WRITE(DATIZLAZ,405,ADVANCE='NO') T2
  DO J=1,NCVOR

```

```

        WRITE (DATIZLAZ, 406, ADVANCE='NO') H2 (J)
    END DO
    DO J=1, NEL
        WRITE (DATIZLAZ, 407, ADVANCE='NO') Q2 (J)
    END DO
    DO J=1, NEL
        WRITE (DATIZLAZ, 408, ADVANCE='NO') V2 (J)
    END DO
    WRITE (DATIZLAZ, *) ''
END IF
DO K=1, NEL
    Q1 (K)=Q2 (K)
END DO
DO K=1, NCVOR
    H1 (K)=H2 (K)
END DO
T1=T2
END DO
END PROGRAM

```

### 5.2.2. Subrutina „OTVORI“

```

SUBROUTINE OTVORI (DATPOC, DATULAZ, DATIZLAZ)
IMPLICIT NONE
INTEGER*8 DATPOC, DATULAZ, DATIZLAZ
CHARACTER*20 IME

DATPOC=5
DATULAZ=6
DATIZLAZ=7

OPEN (UNIT=DATPOC, FILE='STRUJANJE.dat', STATUS='OLD')
READ (DATPOC, 1) IME
1 FORMAT (A)
OPEN (UNIT=DATULAZ, FILE=IME, STATUS='OLD')
WRITE (*, 2) IME
2 FORMAT ('OTVORENA ULAZNA DATOTEKA SA PODATCIMA:', A)
READ (DATPOC, 1) IME
OPEN (UNIT=DATIZLAZ, FILE=IME, STATUS='REPLACE')
WRITE (*, 3) IME
3 FORMAT ('OTVORENA IZLAZNA DATOTEKA U KOJU SE ISPISUJE RJESENJE:', A)
RETURN
END SUBROUTINE

```



### 5.2.3. Subrutina „CITANJE“

```

SUBROUTINE CITANJE()
IMPLICIT NONE
!Q0(100) - matrica ulaznih protoka u prvi cvor
!HH(100) - peizometarska visina mora u zadnjem rubnom cvoru definirana
dijagramom plime i oseke
!TT(100) - svakom TTi pridružena je jedna vrijednost HHi
!NCIT - broj podataka kojim se definira krivulja plime i oseke

COMMON/B1/ ELMR(100,4), HEL(100,25), AEL(100,25), CH(100,25), ELMI(100,3),
NEL, DATULAZ, DATIZLAZ, DATPOC, HREZ(5000,100), QREZ(5000,100)
COMMON/B2/
CVSTAC(100), CVOR(100), HCV(100,25), AH(100,25), NCVOR, THETA, DT,
NPIS, NDT, Q0(100), HH(150), TT(150), NCIT
REAL*8 ELMR, HEL, AEL, CH, CVSTAC, HCV, AH, THETA, DT, Q0, HH, TT, HREZ, QREZ
INTEGER* 8ELMI, DATULAZ, NEL, NCVOR, IEL, J, K, L, ICVOR, CVOR, NPIS, NDT, NCIT, I,
DATIZLAZ, DATPOC

READ (DATULAZ, *) THETA, DT, NPIS, NDT
READ (DATULAZ, *) NCIT
DO I=1, NCIT
  READ (DATULAZ, *) TT(I), HH(I)
END DO
READ (DATULAZ, *) NEL, NCVOR
DO IEL=1, NEL
  READ (DATULAZ, *) (ELMI(IEL, J), J=1, 3), (ELMR(IEL, K), K=1, 4)
  DO L=1, 25
    READ (DATULAZ, *) HEL(IEL, L), AEL(IEL, L), CH(IEL, L)
  END DO
END DO

DO ICVOR=1, NCVOR
  READ (DATULAZ, *) CVOR(ICVOR), CVSTAC(ICVOR)
  DO L=1, 25
    READ (DATULAZ, *) HCV(ICVOR, L), AH(ICVOR, L)
  END DO
END DO
READ (DATULAZ, *) (Q0(I), I=1, NCVOR)
END SUBROUTINE

```

### 5.2.4. Subrutina „POCSTANJE“

```

SUBROUTINE POCSTANJE(Q1, H1, T1, V1)
IMPLICIT NONE
!LUK - ukupna duljina svih elemenata

COMMON/B1/ ELMR(100,4), HEL(100,25), AEL(100,25), CH(100,25), ELMI(100,3),
NEL, DATULAZ, DATIZLAZ, DATPOC, HREZ(5000,100), QREZ(5000,100)
COMMON/B2/
CVSTAC(100), CVOR(100), HCV(100,25), AH(100,25), NCVOR, THETA, DT,
NPIS, NDT, Q0(100), HH(150), TT(150), NCIT
REAL*8
ELMR, HEL, AEL, CH, CVSTAC, HCV, AH, THETA, DT, Q0, Q1(100), DH(100), H1(100),
HH, TT, LUK, T1
REAL*8 INTP2, HREZ, QREZ, DH1, HSR1, A1, INTP, V1(100), DHUK, NAGIB
INTEGER*8
ELMI, NEL, NCVOR, CVOR, NPIS, NDT, I, NCIT, DATULAZ, DATIZLAZ, DATPOC, N

```

```

DO I=1,NEL
  Q1(I)=Q0(1)
END DO

LUK=0.0
DO I=1,NEL
  LUK=LUK+ELMR(I,2)
END DO
NAGIB=0.000008
H1(NCVOR)=INTP2(NCIT,TT,HH,T1)
DHUK=LUK*NAGIB
H1(1)=H1(NCVOR)+DHUK
DO I=1,NEL
  DH(I)=ELMR(I,2)*NAGIB
END DO
DO I=2,NCVOR-1
  H1(I)=H1(I-1)-DH(I)
END DO

DO I=1,NEL
  DH1=ABS(H1(ELMI(I,2))-H1(ELMI(I,3)))/2
  IF(H1(ELMI(I,2)).GT.H1(ELMI(I,3))) THEN
    HSR1=H1(ELMI(I,2))-DH1
  ELSE
    HSR1=H1(ELMI(I,2))+DH1
  END IF
N=25
A1=INTP(N,HEL,AEL,HSR1,I)
V1(I)=Q1(I)/A1
END DO
END SUBROUTINE

```

### 5.2.5. Subrutina „SIM“

```

SUBROUTINE SIM(Q1,H1,Q2,H2,T2)
IMPLICIT NONE
!INTP-funkcija interpolacije
!CH1-interpolirana vrijednost provodljivosti elementa na pocetku
vremenskog koraka
!CH2-interpolirana vrijednost provodljivosti elementa na kraju
vremenskog koraka
!AEL1-interpolirana vrijednost omocene površine poprečnog presjeka
elementa na pocetku vremenskog koraka
!AEL2-interpolirana vrijednost omocene površine poprečnog presjeka
elementa na kraju vremenskog koraka
!DFDQ(i)-derivacija funkcije F po portoku na elementu i
!DFDHUZ(I)-derivacija funkcije F po piezometarskoj visini uzvodnog
cvora elementa i
!DFDHNIZ(I)-derivacija funkcije F po piezometarskoj visini nizvodnog
cvora elementa i

COMMON/B1/ ELMR(100,4),HEL(100,25),AEL(100,25),CH(100,25),ELMI(100,3),
NEL,DATULAZ,DATIZLAZ,DATPOC,HREZ(5000,100),QREZ(5000,100)
COMMON/B2/
CVSTAC(100),CVOR(100),HCV(100,25),AH(100,25),NCVOR,THETA,DT,
NPIS,NDT,Q0(100),HH(150),TT(150),NCIT
REAL*8 ELMR,HEL,AEL,CH,CVSTAC,HCV,AH,THETA,INTP,CH1,CH2,AEL1,AEL2,
DFDQ(200),DFDQC(200),DFDHUZ(200),DFDHNIZ(200),TOCN,HREZ,QREZ

```

```

REAL*8 AHNIZ1, AHNIZ2, AHUZ1, AHUZ2, DELTAH1, DELTAH2, HSRED1, HSRED2, HUINT1,
HUINT2, HNINT1, HNINT2, Q1(100), Q2(100), H1(100), H2(100)
REAL*8 HINT1, HINT2, AH1, AH2, HH, TT, Q0, F(200), Q01(100), Q02(100), T2, INTP2, D
T
REAL*8 FGLOB(117,117), FPOM
INTEGER*8 ELMI, NEL, NCVOR, CVOR, I, J, NDT, ITER, K, NPIS, N, NCIT, L, DATULAZ,
DATIZLAZ, DATPOC
INTEGER*4 NJED

TOCN=0.00001
ITER=0
!PRETPOSTAVKA POCETNOG STANJA PROTOKA I PIEZ. VISINE U TRENUTKU K+1
DO I=1, NEL
  Q2(I)=Q1(I)
END DO
DO I=1, NCVOR
  H2(I)=H1(I)
END DO
H2(NCVOR)=INTP2(NCIT, TT, HH, T2)

200 CONTINUE
ITER=ITER+1
WRITE(* , *)
WRITE(* , 150) ITER
150 FORMAT('Iteracija ', i5)
IF(ITER.gt.100) THEN
  WRITE(* , 101)
  101 FORMAT('U SUBROUTINI "SIM" BROJ ITERACIJA VECI OD 100')
  GO TO 201
END IF

!NULIRANJE MATRICE
DO K=1, NEL+NCVOR
  DO L=1, NEL+NCVOR
    FGLOB(K, L)=0.0
  END DO
  F(K)=0.0
END DO
FPOM=0.0

DO I=1, NEL
  N=25 !BROJ PODATAKA IZMEDU KOJIH INTERPOLIRAMO TREZENE VRIJEDNOSTI
  DELTAH1=ABS(H1(ELMI(I, 2))-H1(ELMI(I, 3)))/2
  IF(H1(ELMI(I, 2)).GT.H1(ELMI(I, 3))) THEN
    HSRED1=H1(ELMI(I, 2))-DELTAH1
  ELSE
    HSRED1=H1(ELMI(I, 2))+DELTAH1
  END IF
  DELTAH2=ABS(H2(ELMI(I, 2))-H2(ELMI(I, 3)))/2
  IF(H2(ELMI(I, 2)).GT.H2(ELMI(I, 3))) THEN
    HSRED2=H2(ELMI(I, 2))-DELTAH2
  ELSE
    HSRED2=H2(ELMI(I, 2))+DELTAH2
  END IF

  CH1=INTP(N, HEL, CH, HSRED1, I)
  CH2=INTP(N, HEL, CH, HSRED2, I)
  AEL1=INTP(N, HEL, AEL, HSRED1, I)
  AEL2=INTP(N, HEL, AEL, HSRED2, I)

```

```

! DINAMICKA JEDNADZBA ZA I-TI ELEMENT
F(I)=Q2(I)-Q1(I)-((1.0-THETA)*DT*(H1(ELMI(I,2))-H1(ELMI(I,3))- &
((ABS(Q1(I))*Q1(I))/(CH1**2.0)))*(9.81*AEL1)/ELMR(I,2))) &
-(THETA*DT*(H2(ELMI(I,2))-H2(ELMI(I,3))- &
((ABS(Q2(I))*Q2(I))/(CH2**2.0)))*(9.81*AEL2)/ELMR(I,2)))

! DERIVACIJA I-TE JEDNADZBE PO Q(I)K+1
DFDQ(I)=1.0+THETA*DT*((2.0*Q2(I))/(CH2**2.0))*(9.81*AEL2)/ELMR(I,2))
! DERIVACIJA I-TE JEDNADZBE PO H K+1 U NIZVODNOM CVORU
DFDHNIZ(I)=THETA*DT*(9.81*AEL2)/ELMR(I,2)
! DERIVACIJA I-TE JEDNADZBE PO H K+1 U UZVODNOM CVORU
DFDHUZ(I)=-(THETA*DT*(9.81*AEL2)/ELMR(I,2))

! SLAGANJE DINAMICKIH JEDNADZBI U GLOBALNU MATRICU
FGLOB(I,I)=DFDQ(I)
FGLOB(I,NEL+ELMI(I,3))=DFDHNIZ(I)
FGLOB(I,NEL+ELMI(I,2))=DFDHUZ(I)

! JEDNADZBE KONTINUITETA ZA J-TI CVOR
! DOPRINOS UZVODNOG CVORA ELEMENTA I
HUINT1=H1(ELMI(I,2))
HUINT2=H2(ELMI(I,2))
K=ELMI(I,2)
AHUZ1=INTP(N,HCV,AH,HUINT1,K)

! IF(AHUZ1.EQ.0.0) AHUZ1=0.000001
AHUZ2=INTP(N,HCV,AH,HUINT2,K)

! IF(AHUZ2.EQ.0.0) AHUZ2=0.000001
F(NEL+ELMI(I,2))=((1.0-THETA)*DT*Q1(I)/AHUZ1)+ &
((THETA*DT*Q2(I)/AHUZ2))+FPOM

! DERIVACIJA F(NEL+J) PO Q(I)
DFDQC(NEL+ELMI(I,2))=(THETA*DT)/AHUZ2

! NIZVODNI CVOR ELEMENTA I
HNINT1=H1(ELMI(I,3))
HNINT2=H2(ELMI(I,3))
K=ELMI(I,3)
AHNIZ1=INTP(N,HCV,AH,HNINT1,K)

! IF(AHNIZ1.EQ.0.0) AHNIZ1=0.000001
AHNIZ2=INTP(N,HCV,AH,HNINT2,K)

! IF(AHNIZ2.EQ.0.0) AHNIZ2=0.000001
F(NEL+ELMI(I,3))=-((1.0-THETA)*DT*Q1(I)/AHNIZ1)- &
((THETA*DT*Q2(I)/AHNIZ2))
FPOM=F(NEL+ELMI(I,3))

! DERIVACIJA F(NEL+J) PO Q(I)
DFDQC(NEL+ELMI(I,3))=-(THETA*DT)/AHNIZ2

! SLAGANJE CVORNIH JEDNADZBI U GLOBALNU MATRICU
FGLOB(NEL+ELMI(I,2),NEL+ELMI(I,2))=1.0
FGLOB(NEL+ELMI(I,3),NEL+ELMI(I,3))=1.0
FGLOB(NEL+ELMI(I,2),I)=DFDQC(NEL+ELMI(I,2))
FGLOB(NEL+ELMI(I,3),I)=DFDQC(NEL+ELMI(I,3))
END DO

```

```

!DODAVANJE VANJSKOG PRIRASTA PROTOKA U POJEDINE CVOROVE
DO J=1,NCVOR
HINT1=H1 (J)
HINT2=H2 (J)
AH1=INTP (N,HCV,AH,HINT1,J)
AH2=INTP (N,HCV,AH,HINT2,J)
Q01 (J)=Q0 (J)
Q02 (J)=Q0 (J)
F (NEL+J)=F (NEL+J)+H2 (J)-H1 (J)-((1-THETA)*DT*Q01 (J)/AH1)- &
  (THETA*DT*Q02 (J)/AH2)
END DO

!PRISILNI RUBNI UVJET - PIEZOMETARSKA VISINA U RUBNOM CVORU
J=NCVOR
DO I=1,NEL+NCVOR
  FGLOB (NEL+J,I)=0.0
END DO
FGLOB (NEL+J,NEL+J)=1.0
F (NEL+J)=0.0

DO I=1,NEL+NCVOR
  F (I)=-F (I)
END DO

NJED=NEL+NCVOR
CALL SOLVER (FGLOB,F,NJED)

DO I=1,NEL
  Q2 (I)=Q2 (I)+F (I)
END DO
DO I=1,NCVOR
  H2 (I)=H2 (I)+F (NEL+I)
END DO

DO I=1,NEL
  IF (ABS (F (I)) .GT.TOCN) GO TO 200
END DO
DO I=1,NCVOR
  IF (ABS (F (NEL+I)) .GT.TOCN) GO TO 200
END DO

201 CONTINUE
END SUBROUTINE

```

## 5.2.6. Subroutine „INTP“ i „INTP2“

```

FUNCTION INTP(N,X,Y,XX,I)
IMPLICIT NONE
REAL*8 X(100,25),Y(100,25),XX,INTP,A,B,C,D
INTEGER*8 NK,N,K,I

```

```

NK=1
IF(XX.LE.X(I,1)) GO TO 10
DO 1 K=1,N
IF(X(I,K)-XX) 2,4,3
2 NK=K
1 CONTINUE
IF(NK.EQ.N) GO TO 5
3 A=Y(I,NK)
  B=Y(I,NK+1)
  C=X(I,NK)
  D=X(I,NK+1)
  INTP=A+(B-A)/(D-C)*(XX-C)
RETURN
4 INTP=Y(I,K)
RETURN
5 INTP=Y(I,N)
RETURN
10 INTP=Y(I,1)
RETURN
END FUNCTION

```

```

FUNCTION INTP2(N,X,Y,XX)
IMPLICIT NONE
REAL*8 X(150),Y(150),XX,INTP2,A,B,C,D
INTEGER*8 NK,N,K

```

```

NK=1
IF(XX.LE.X(1)) GO TO 10
DO 1 K=1,N
IF(X(K)-XX) 2,4,3
2 NK=K
1 CONTINUE
IF(NK.EQ.N) GO TO 5
3 A=Y(NK)
  B=Y(NK+1)
  C=X(NK)
  D=X(NK+1)
  INTP2=A+(B-A)/(D-C)*(XX-C)
RETURN
4 INTP2=Y(K)
RETURN
5 INTP2=Y(N)
RETURN
10 INTP2=Y(1)
RETURN
END FUNCTION

```

## 5.2.7. Subrutina „SOLVER“

```
SUBROUTINE SOLVER(A,B,N)
IMPLICIT NONE
REAL*8 A(N,N),B(N),X(200),S
INTEGER*8 I,J,K,L
INTEGER*8 FAK,N1,I1
INTEGER*4 N

N1=N-1
DO 3 K=1,N
    I1=K+1
DO 2 I=I1,N
    FAK=-A(I,K)/A(K,K)
DO 1 J=K,N
    1 A(I,J)=A(I,J)+FAK*A(K,J)
    2 B(I)=B(I)+B(K)*FAK
    3 CONTINUE
X(N)=B(N)/A(N,N)
DO 4 K=1,N1
    I=N-K
    S=0.0
DO 5 L=1,K
    J=I+L
    5 S=S+A(I,J)*X(J)
    4 X(I)=(B(I)-S)/A(I,I)
DO 6 I=1,N
    B(I)=X(I)
    6 CONTINUE
RETURN
END SUBROUTINE
```

## 6. ZAKLJUČAK

Provedena je analiza strujanja mora u Zaljevu Raša. Cilj analize je dobiti uvid u ponašanje razine mora, protoka i brzine strujanja u zaljevu. Analiza je provedena pomoću jednodimenzionalnog matematičkog modela koji opisuje nestacionarno strujanje u otvorenim kanalima. Formulacija modela je izvedena na temelju jednadžbi nestacionarnog strujanja, te je ispisana u programskom jeziku Fortran95.

Analiza se provela za zaljev u prirodnom stanju i za slučaj izgradnje luke u blizini mjesta Trget (Slika 1.1). Oba slučaja su analizirana za normalne oscilacije plime i oseke, te za oscilacije plime i oseke popraćene izdizanjem morske razine za 1 m uslijed plimnog vala (seša). Analiza je proveden za period od 3 dana.

Iz rezultata analize zaljeva u prirodnom stanju vidi se da se morska razina unutar zaljeva ne mijenja u skladu s oscilacijama plime i oseke. Zbog relativno uske i duge konfiguracije zaljeva, unutar zaljeva se uz plimu i oseku detektira dodatno osciliranje morske razine čiji je period dosta brži od perioda plime i oseke. Iz prikazanih dijagrama koji predstavljaju 5 lokacija duž zaljeva vidi se da razina oscilira uz prosječan period od 50 minuta. (Slike 4.7-4.11). Također je vidljivo da je amplituda oscilacija najveća u najsjevernijem dijelu zaljeva, te da je sve manja i manja kako se približavamo mjestu gdje se zaljev spaja s otvorenim morem. U slučaju pojave plimnog vala amplitude oscilacija su približno jednake, ali je zabilježena razina mora viša jer more unutar zaljeva oscilira oko razine uzrokovane plimnim valom. (Slike 4.12-4.16).

Iz usporedbe rezultata analize strujanja mora u zaljevu u slučaju izgradnje luke s rezultatima bez izgradnje, vidljivo je kako bi eventualna izgradnja luke utjecala na razinu mora na mjestu izgradnje. Iz dijagrama na slici 4.72 i 4.75 vidi se da na mjestu lokacije izgradnje luka mijenja režim oscilacija. Ovisno o vremenu promatranja oscilacije mogu biti manje ili veće nakon izgradnje luke. Tako se za varijante kod kojih je o obzir uzet samo utjecaj plime i oseke vidi da su oscilacije mora u periodu 12 h do 42 h nakon početka simulacije veće, a nakon tog perioda oscilacije za varijantu s izgrađenom lukom su manje od varijante bez luke. Detaljniji prikaz razlika oscilacija za varijante zaljeva s lukom i bez luke u utjecaj



plime i oseke prikazan je za period 24 h do 30 h na slici 4.73, a za period 54 h do 60 h na slici 4.74.

Razlika u amplitudi oscilacije se kreće u vrijednostima 5-10 cm kod utjecaja samo plime i oseke (Slika 4.72).

Ako se promotri usporedba oscilacije mora za varijante s izgrađenom lukom i bez izgrađene luke gdje je uzet utjecaj plimnog vala (Slika 4.75) vidi se da razlike oscilacija također postoje, ali amplitude oscilacija su manje. U periodu od početka simulacije do 30 h nakon početka veće su oscilacije kod varijante zaljeva s izgrađenom lukom, dok je u preostalom periodu veća oscilacija varijante zaljeva bez izgrađene luke. Detaljniji prikaz dva odabrana vremenska perioda od 6 h su prikazana na slikama 4.76 i 4.77.

Iz grafova koji prikazuju usporedbu varijanti za jedan od uzvodnih čvorova, čvor 3, vidi se da je razlika u oscilacijama jako mala u odnosu na čvor 8 (red veličine 1 cm) (Slike 4.89 – 4.99).

## 7. LITERATURA

- [1] R. B. Božidar Biondić, Hidrogeologija Dinarskog krša u Hrvatskoj, Varaždin: Geotehnički fakultet, 2014.
- [2] Istarska enciklopedija, <http://istra.lzmk.hr/clanak.aspx?id=2316>.
- [3] V. Jović, Osnove hidromehanike, 2006.
- [4] V. Jović, Hidraulika - interna skripta, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije u Splitu.
- [5] V. Jović, Analysis and modeling of non-steady flow in pipe and channel networks, John Wiley and Sons, Ltd, 2013.
- [6] The Newton-Raphson Method,  
<http://www.math.ubc.ca/~ansteem/math104/newtonmethod.pdf>.
- [7] A. Harapin, Kratke osnove rada s programskim jezikom FORTRAN, Split: Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, 2009.
- [8] LF Fortran 95 Language Reference, LCS, Inc..
- [9] P. Sarajčev, Primjena Fortrana F90/95 u inženjerskim proračunima, Split: FESB, Zavod za elektroenergetiku, 2004.

## **8. PRILOZI**

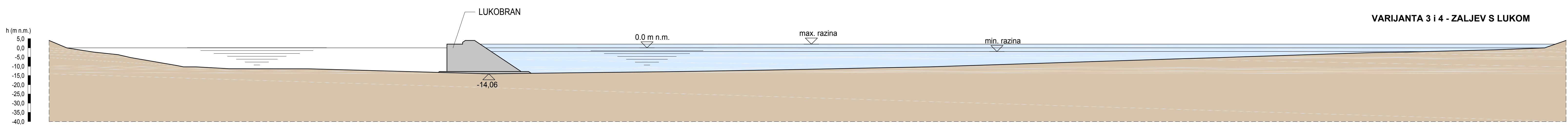
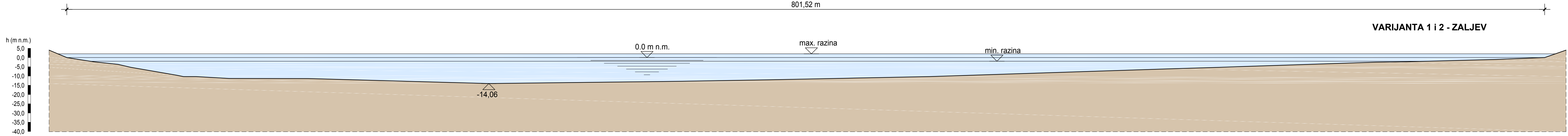





**POPREČNI PROFIL 1-1  
ELEMENT 8  
stacionaža 1+500,00  
M. 1:1000**

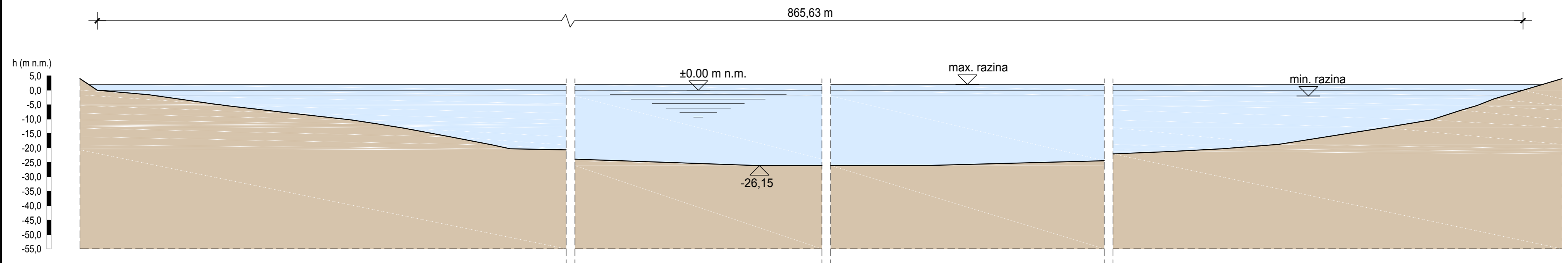
**VARIJANTA 1 i 2 - ZALJEV**


**VARIJANTA 3 i 4 - ZALJEV S LUKOM**



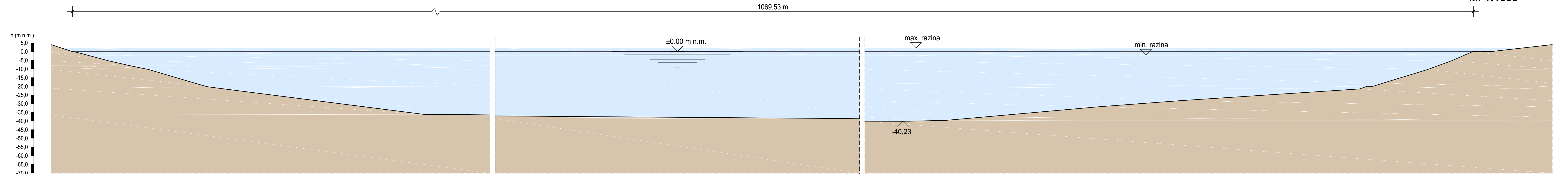
 SVEUČILIŠTE U SPLITU, FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEOĐAZIJE 21000 SPLIT, MATICE HRVATSKE 15	<b>DIPLOMSKI RAD</b>		
	TEMA: MATEMATIČKI MODEL NESTACIONARNOG STRUJANJA U ZALJEVU RAŠA		
	STUDENT: ANTE ČAČETA		
	SADRŽAJ: POPREČNI PROFIL 1-1 ELEMENT 8	MERILO: 1:1000	BROJ PRILOGA: 8.3 - prilog 3
LIPANJ 2018.			

**POPREČNI PROFIL 2-2  
ELEMENT 23  
stacionaža 4+500,00  
M. 1:1000**

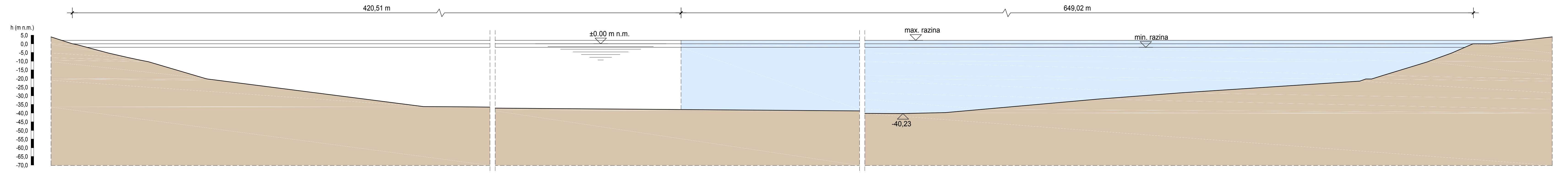


 SVEUČILIŠTE U SPLITU, FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE 21000 SPLIT, MATICE HRVATSKE 15	<b>DIPLOMSKI RAD</b>	
	TEMA: MATEMATIČKI MODEL NESTACIONARNOG STRUJANJA U ZALJEVU RAŠA	
	STUDENT: ANTE ČALETA	
	SADRŽAJ: POPREČNI PROFIL 2-2 ELEMENT 23 LIPANJ 2018.	MJERILO: 1:1000 BROJ PRILOGA: 8.4 - prilog 4


**POPREČNI PROFIL 3-3  
ELEMENT 40  
stacionaža 7+800,00  
M. 1:1000**



POVRŠINA POPREČNOG PRESJEKA UZETA ZA RAČUNANJE VOLUMETRIJE ČVOROVA

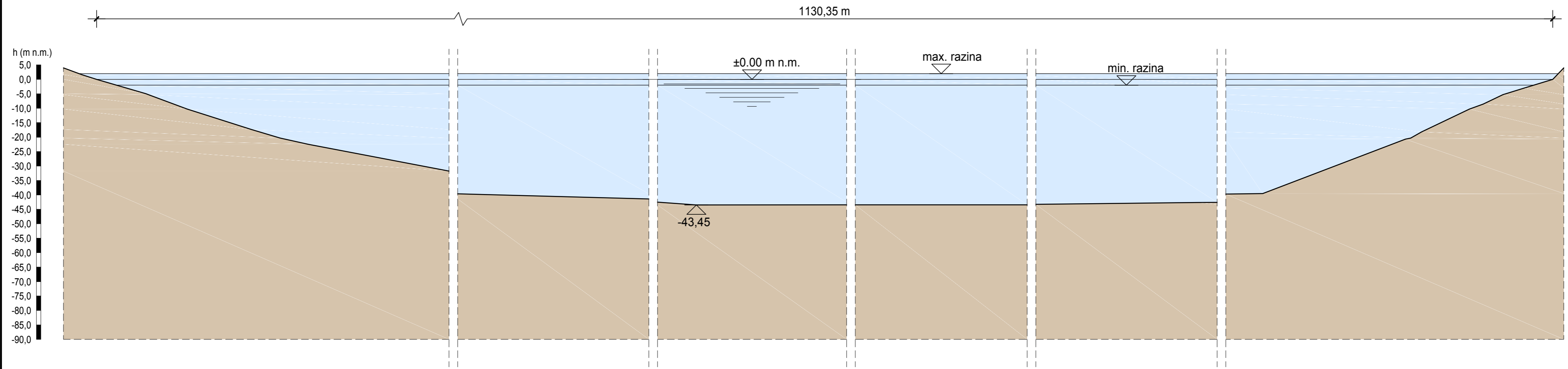



POVRŠINA POPREČNOG PRESJEKA UZETA ZA RAČUNANJE PROVODLJIVOSTI ELEMENTA

 SVEUČILIŠTE U SPLITU, FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODAZIJE 21000 SPLIT, MATICE HRVATSKE 15	<b>DIPLOMSKI RAD</b>	
	TEMA: MATEMATIČKI MODEL NESTACIONARNOG STRUJANJA U ZALJEVU RAŠA	
	STUDENT: ANTE ČAČETA	
	SADRŽAJ: POPREČNI PROFIL 3-3 ELEMENT 40	MERILO: 1:1000 BROJ PRILOGA: 8.5 - prilog 5
LIPANJ 2018.		



**POPREČNI PROFIL 4-4  
ELEMENT 57  
stacionaža 11+300,00  
M. 1:1000**



 SVEUČILIŠTE U SPLITU, FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE 21000 SPLIT, MATICE HRVATSKE 15	<b>DIPLOMSKI RAD</b>	
	TEMA: MATEMATIČKI MODEL NESTACIONARNOG STRUJANJA U ZALJEVU RAŠA	
	STUDENT: ANTE ČALETA	
	SADRŽAJ: POPREČNI PROFIL 4-4 ELEMENT 57 LIPANJ 2018.	MJERILO: 1:1000 BROJ PRILOGA: 8.6 - prilog 6