

# Primjena kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata pri seizmičkoj analizi zvonika Katedrale Sv. Duje u Splitu

---

Marić, Ana

Master's thesis / Diplomski rad

2024

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:*

**University of Split, Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy / Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:123:504550>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-28**



*Repository / Repozitorij:*

[FCEAG Repository - Repository of the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy, University of Split](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

SVEUČILIŠTE U SPLITU  
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE

# DIPLOMSKI RAD

Ana Marić

Split, 2024.

**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

## **Diplomski rad**

**Ana Marić**

**Primjena kombinirane metode konačno-diskretnih  
elemenata pri seizmičkoj analizi zvonika Katedrale Sv.  
Duje u Splitu**

**Split, 2024.**

**SVEUČILIŠTE U SPLITU**

**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

STUDIJ: **DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ GRAĐEVINARSTVA**

KANDIDAT: **Ana Marić**

MATIČNI BROJ (JMBAG): **0083218338**

KATEDRA: **Katedra za teoriju konstrukcija**

PREDMET: **Dinamika konstrukcija i potresno inženjerstvo**

## **ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD**

### **Opis zadatka:**

Za konstrukciju Katedrale Sv. Duje u Splitu potrebno je izraditi model te provesti numeričku analizu seizmičke otpornosti predmetne građevine primjenom kombinirane metode konačnih i diskretnih elemenata (FEM/DEM). Seizmičku analizu provesti za tri potresa: Campano Lucano, Petrovac i South Iceland, a zatim detaljno analizirati dobivene rezultate i donijeti zaključke o ponašanju i otpornosti konstrukcije izložene seizmičkom opterećenju.

U Splitu, ožujak 2024.

Mentor:

Izv. prof. dr. sc. Nikolina Živaljić

Komentor:

Izv. prof. dr. sc. Hrvoje Smoljanović

Predsjednik Povjerenstva

za završne i diplomske ispite  
studija Građevinarstvo:

Izv. prof. dr. sc. Ivan Balić



SVEUČILIŠTE U SPLITU  
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA,  
ARHITEKTURE I GEODEZIJE

UNIVERSITY OF SPLIT  
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING,  
ARCHITECTURE AND GEODESY

## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

kojom ja, Ana Marić, JMBAG: 0083218338, studentica Fakulteta građevinarstva, arhitekture i geodezije Sveučilišta u Splitu, kao autorica ovog diplomskog rada izjavljujem da sam ga izradila samostalno pod mentorstvom izv. prof. dr. sc. Nikolina Živaljić.

U radu sam primijenila metodologiju znanstvenoistraživačkog rada i koristila literaturu koja je navedena na kraju rada. Tuđe spoznaje, zaključke, teorije, formulacije i grafičke prikaze koje sam izravno ili parafrazirajući navela u radu citirala sam i povezala s korištenim bibliografskim jedinicama.

---

(vlastoručni potpis studenta/ice)

## **Primjena kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata pri seizmičkoj analizi zvonika Katedrale Sv. Duje u Splitu**

### ***Sažetak:***

U ovom radu provedena je analiza potresnog djelovanja istočnog pročelja zvonika Katedrale Sv. Duje u Splitu. Korištena je kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata putem seizmičke 2D analize istočnog pročelja zvonika. Za analizu su odabrana tri realna potresa: potres u Petrovcu 1979., Campano Lucanu 1980., te South Icelandu 2000. Podaci o horizontalnim i vertikalnim ubrzanjima ovih potresa korišteni su kao ulazni parametri za opterećenje konstrukcije. Rezultat rada je opis ponašanja konstrukcije tijekom potresnog djelovanja putem grafičkih prikaza na kojima su prikazani pomaci vrha konstrukcije.

### ***Ključne riječi:***

Kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata, pomak, potres, ubrzanje, seizmička analiza, pukotine

## **The application of the combined finite-discrete element method at seismic analysis of the bell tower of the Cathedral of St. Domnius in Split**

### ***Abstract:***

In this study, an analysis of the seismic effects on the eastern facade of the bell tower of the Cathedral of St. Domnius in Split was conducted. A combined finite-discrete element method was used through a seismic 2D analysis on the eastern facade of the bell tower. Three real earthquakes were selected for the analysis: the earthquake in Petrovac in 1979., Campano Lucano in 1980. and South Iceland in 2000. Data on the horizontal and vertical accelerations of these earthquakes were used as input parameters for the structural loading. The result of the study is a description of the structural behavior during seismic activity, illustrated through graphic displays showing the displacements of the top of structure.

### ***Keywords:***

Combined finite-discrete element method, displacement, earthquake, acceleration, seismic analysis, cracks

## Sadržaj

1. UVOD.....	7
2. KOMBINIRANA METODA KONAČNO-DISKRETNIH ELEMENATA .....	10
3. ULAZNI PODACI.....	12
3.1 Svojstva materijala .....	12
3.2 Diskretizacija zvonika na diskretne elemente .....	14
3.3 Diskretizacija mrežom konačnih elemenata.....	15
3.4 Potresno djelovanje na konstrukciju .....	17
4. REZULTATI PRORAČUNA .....	19
4.1 Rezultati analize za potres u Petrovcu.....	19
4.2 Rezultati analize za potres Campano Lucano .....	23
4.3 Rezultati analize za potres South Iceland.....	27
5. ANALIZA NUMERIČKIH REZULTATA .....	31
6. ZAKLJUČAK.....	34
7. LITERATURA.....	35

## 1. UVOD

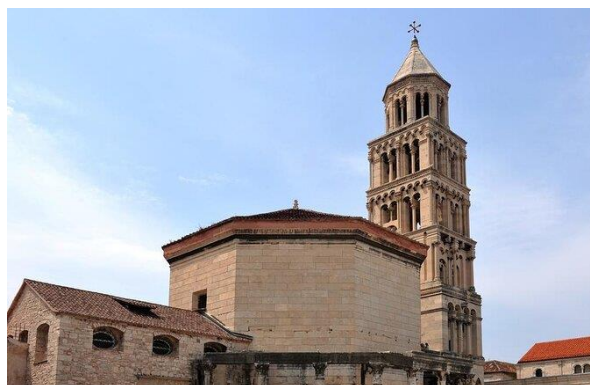
Zidanje predstavlja najstariju građevinsku tehniku slaganja kamenih ili glinenih blokova jedan na drugi, s upotrebom morta ili bez njega, koja se održala do danas. Razvojem ljudskih vještina i alata, kamene blokovi postajali su sve pravilniji te su zamijenili do tada korišteni prirodni kamen. Uz kamen, za izradu blokova počelo se koristiti ukalupljeno blato ili glina, a različite kulture počinju razvijati i druge konstrukcijske oblike poput stupova, lukova, svodova i kupola [11].

Kroz povijest nailazimo na brojne građevine stare čak nekoliko tisuća godina, kroz koje se očituje jednostavnost i dugovječnost zidanih konstrukcija. Primjeri uključuju suho zidane kamene konstrukcije poput Ggantija hramova na Malti, neolitske kuće Knap of Howar u Škotskoj, prapovijesne kule Nuraghe u Italiji, Cairn de Barnenez u Francuskoj te mnoge druge građevine.

Na području Hrvatske postoji mnogo suhozidnih građevina koje su dio bogate kulturne baštine kao što su Kažuni u Istri i Bunje u Dalmaciji te koji predstavljaju primjere konstrukcija od nepravilnih kamenih blokova. Kao najstarija katedrala na svijetu, katedrala sv. Duje u Splitu predstavlja primjer konstrukcije sastavljene od pravilnih kamenih blokova.



(a)



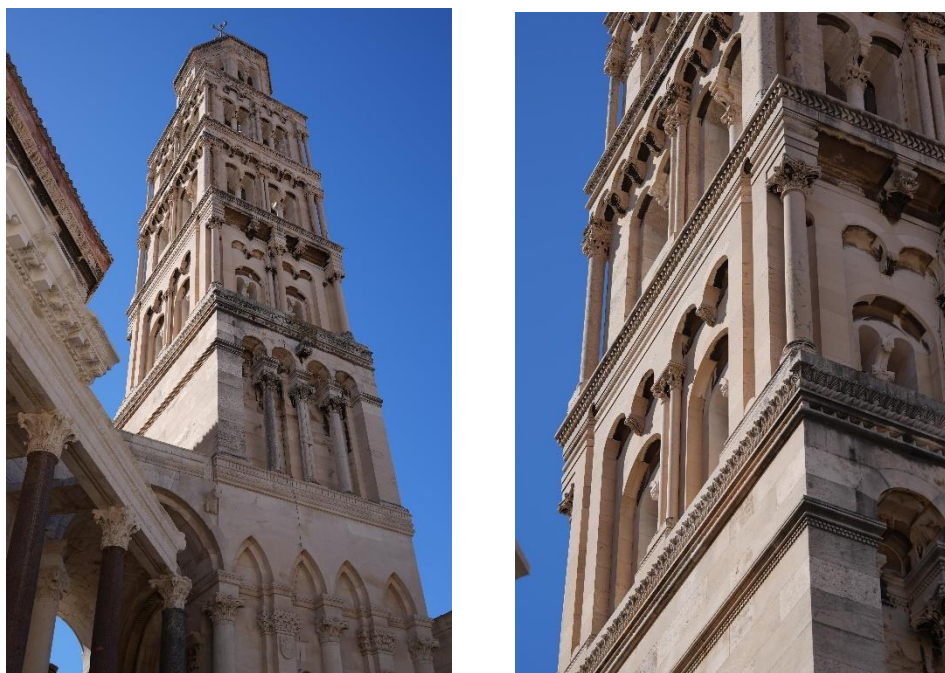
(b)

Slika 1. Suho zidane konstrukcije: (a) Nuraghe u Italiji [1]; (b) Katedrala sv. Duje u Splitu [2];

Katedrala sv. Duje sagrađena je početkom 4. stoljeća, a izvorno je služila kao carski mauzolej. Izgradnja zvonika splitske katedrale započela je sredinom 13. stoljeća i trajala je do sredine 16. stoljeća. Postoji vrlo malo podataka o izvornom zvoniku, uključujući nekoliko nacrti i



fotografija. Za njegovu izgradnju uvelike su korišteni razni tipovi kamena i mramora iz kasne antike. Sekundarno upotrijebljeni materijali s vremenom su oslabili, što je ubrzalo proces propadanja, pa je bilo nužno restaurirati zvonik [10].



(a)

(b)

Slika 2. Zvonik sv. Duje - istok: (a) Pogled na istočni dio zvonika ; (b) Detalj;

S obzirom da se brojne zidane konstrukcije nalaze u seizmički aktivnim područjima, izrazito je važan način opisivanja mehaničkog ponašanja tih konstrukcija. Kako bi razumjeli ponašanje zidanih konstrukcija pod seizmičkim djelovanjem te povećali njihovu otpornost na potrese i spriječili ili smanjili broj ljudskih žrtava, potaknut je razvoj numeričkog modela za simulacije ponašanja zidanih konstrukcija pri djelovanju potresa. Ovaj numerički model trebao bi olakšati procjenu seizmičke otpornosti zidanih građevina te podržati odluke o mjerama za povećanje njihove otpornosti na potrese.

Dva osnovna pristupa koja se primjenjuju u numeričkom modeliranju su idealizacija kao kontinuum i idealizacija kao diskontinuum [4]. Idealizacija pomoću kontinuuma podrazumijeva da su naprezanja i deformacije nad promatranim volumenom opisane pomoću kontinuiranih funkcija, dok diskontinuum razmatra konstrukciju kao niz diskretnih elemenata koji se tijekom analize mogu razdvojiti, slobodno kretati i ponovno međusobno dinamički djelovati .

Metoda konačnih elemenata (FEM) zasniva se na principu dekompozicije kontinuuma na manje i jednostavnije segmente. Takve segmente nazivamo konačnim elementima, čije su veze ostvarene putem čvorova. Ovom metodom rješavamo niz problema koji proizlaze iz kontinuiranih čvrstih tijela, bez obzira na njihovu pravilnu ili nepravilnu geometriju, gdje je analitičko rješenje često složeno ili nedostupno. Manjak ovog pristupa je nedostatak mogućnosti opisivivanja međudjelovanja između više tijela.

Metoda diskretnih elemenata (DEM) primjenjuje pristup diskontinuuma. U ovoj metodi, blokovi mogu ostvarivati proizvoljne pomake uz međusobnu interakciju. Uz dinamičke proračune, ovom metodom dolazimo i do statičkog rješenja uz upotrebu viskoznog prigušenja. Metoda diskretnih elemenata nalazi primjenu u analizi zidanih konstrukcija zahvaljujući tome što predstavlja konstrukciju kao skup odvojenih blokova koji su povezani kontaktnim elementima. Ova metoda prikazuje slom konstrukcije uzrokovan rotacijom, klizanjem među spojevima te udarnim opterećenjem. Danas postoje raznovrsni numerički modeli koji se temelje na metodama diskretnih elemenata. Međutim, mana ovih pristupa je nedostatak mogućnosti opisivivanja stanja deformacije i naprežanja unutar diskretnih elemenata što je bitno pri analizi pojave i razvoja pukotina.

Kako bi iskoristili prednosti oba pristupa, razvijaju se modeli koji predstavljaju kombinaciju kontinuiranog i diskontinuiranog pristupa. Jedna od takvih metoda je i Kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata (FEM/DEM), koju je razvio Ante Munjiza [6].

Ovaj rad istražuje ponašanje zvonika Sv. Duje koji je izložen različitim potresnim djelovanjima. Za analizu potresnog djelovanja korištena je Kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata (FEM/DEM), kao i Y-2D program [5]. Provedena je analiza te su dobiveni rezultati za svako potresno djelovanje. Nakon što su detaljno proučeni dobiveni rezultati, na završetku su izneseni zaključci temeljeni na usporedbi tih rezultata.

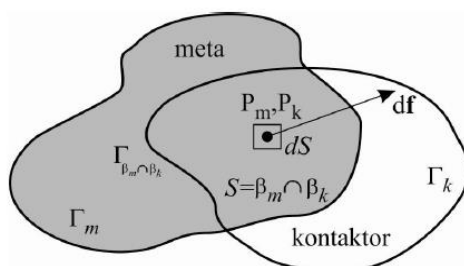
## 2. KOMBINIRANA METODA KONAČNO-DISKRETNIH ELEMENATA

Kombiniranu metodu konačno-diskretnih elemenata koristimo pri rješavanju problema mehanike krutih tijela u kojima se javljaju lomovi, fragmentacije i drugi oblici značajnog oštećenja materijala.

Sukladno tome, razvijen je numerički model s ciljem predviđanja potpunog sloma armirano-betonskih konstrukcija pod seizmičkim djelovanjem. Ovaj model uključuje razne oblike ponašanja ovih konstrukcija kao što su pojava i razvitak pukotina, efekte gibanja uzrokovane inercijom, dinamičko djelovanje u linearno-elastičnoj fazi te ulazak u stanje mirovanja uzrokovano gubitkom energije u sustavu.

Munjiza je razvio kombiniranu metodu konačno-diskretnih elemenata koja se oslanja na simulaciju ponašanja mnoštva diskretnih elemenata koji su u međusobnoj interakciji. Kako bi se omogućila deformabilnost svakog diskretnog elementa, potrebno je da svaki element bude modeliran putem vlastite mreže konačnih elemenata. Unutar ove metode razvijeni su algoritmi za detekciju i interakciju kontakta kako bi se objedinili svi prethodno navedeni efekti.

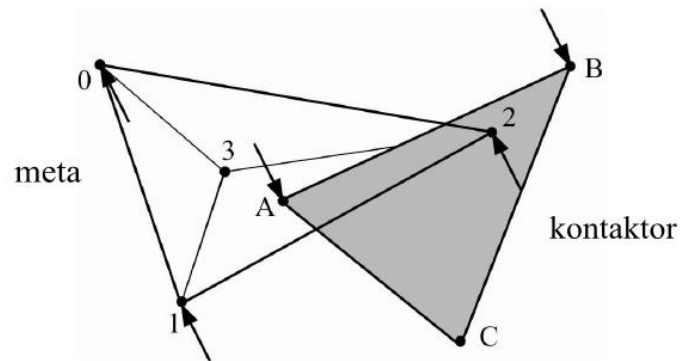
Algoritam funkcionira na način da uočava sve elemente koji se nalaze u mogućem kontaktu te uklanja dovoljno daleke elemente koji nisu u mogućnosti kontakta. Nakon određivanja elemenata u kontaktu slijedi proračun kontaktnih sila putem algoritma za interakciju kontakta. Između dva diskretna elementa u kontaktu javljaju se kontaktne sile. Jedan element nazivamo kontaktorom, a drugi meta [12].



Slika 3. Kontaktna diferencijalna sila u okolini točaka  $P_m$  i  $P_k$  [6]

Kod kombinirane metode konačnih i diskretnih elemenata, javlja se veliki broj diskretnih elemenata koji se nalaze u kontaktu. Svaki od tih elemenata dodatno je podijeljen na više konačnih elemenata s potencijalno velikim brojem kontakata između njih. Stoga, kako bi se

ubrzo proračun kontaktnih sila i sila uzrokovanih deformacija te optimizirao proračun, odabran je trokutni konačni element s tri čvora koji predstavlja najjednostavniji konačni element u ravnini. Ukupna kontaktna sila izražena je u obliku ekvivalentnih čvornih sila u točkama A i B, kao i odgovarajućih čvornih sila u čvorovima na strani mete.



Slika 4. Ekvivalentne čvorne sile [6]

Ako deformabilno tijelo promatramo kao kontinuum, ono predstavlja skup točaka omeđenih vanjskim obrisima. Pomaci deformabilnog tijela proizlaze iz toga da točke tijela mijenjaju svoj položaj u prostoru i vremenu, a mogu biti pomaci koji uključuju translaciju i rotaciju te pomaci koji uzrokuju promjenu volumena i oblika.

Diskretizacija mrežom konačnih elemenata omogućuje deformabilnost svakog pojedinog elementa. Zbog zahtjeva za što jednostavnijim i bržim algoritmom, za ravninske probleme odabran je trokutni tročvorni konačni element koji predstavlja najjednostavniji konačni element. Za prikaz deformacija trokutnog konačnog elementa i uspostavljanje veze između deformacija i naprezanja, prihvaćena su tri koordinatna sustava.

U ovom radu suho zidana kamena konstrukcija razmatra se kao skup diskretnih elemenata od kojih je svaki element podijeljen u trokutne tročvorne konačne elemente. Upotreba trokutnog tročvornog konačnog elementa rezultira ujednačenim gradijentom deformacije na svim točkama unutar trokuta. Kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata masu postavlja u čvorove konačnih elemenata. Masu je potrebno uključiti u proračun kako ne bismo zanemarili inercijalne efekte u proračunu.

### 3. ULAZNI PODACI

Korištenjem kombinirane metode konačno – diskretnih elemenata provedena je seizmička analiza ponašanja istočnog pročelja zvonika Katedrale Sv. Duje u Splitu. Izgradnja zvonika započela je sredinom 13.stoljeća, no o prvobitnom zvoniku sačuvano je vrlo malo podataka. S tim u vezi, kao baza je korišten nacrt s nepoznatom godinom nastanka. Zvonik katedrale sv. Duje u Splitu ističe se svojim ukrasima i kamenim blokovima, predstavljajući vrhunac srednjovjekovne gradnje u Dalmaciji. Smatra se da su kameni blokovi i ukrasi izrađeni ručnom obradom ističući detalje i stvarajući raznovrsne teksture.

Analiza je provedena pomoću „FEMDEM“ računalnog programa, koji je razvijen u okviru knjige profesora A. Munjize pod nazivom „The combined finite – discrete element method“.

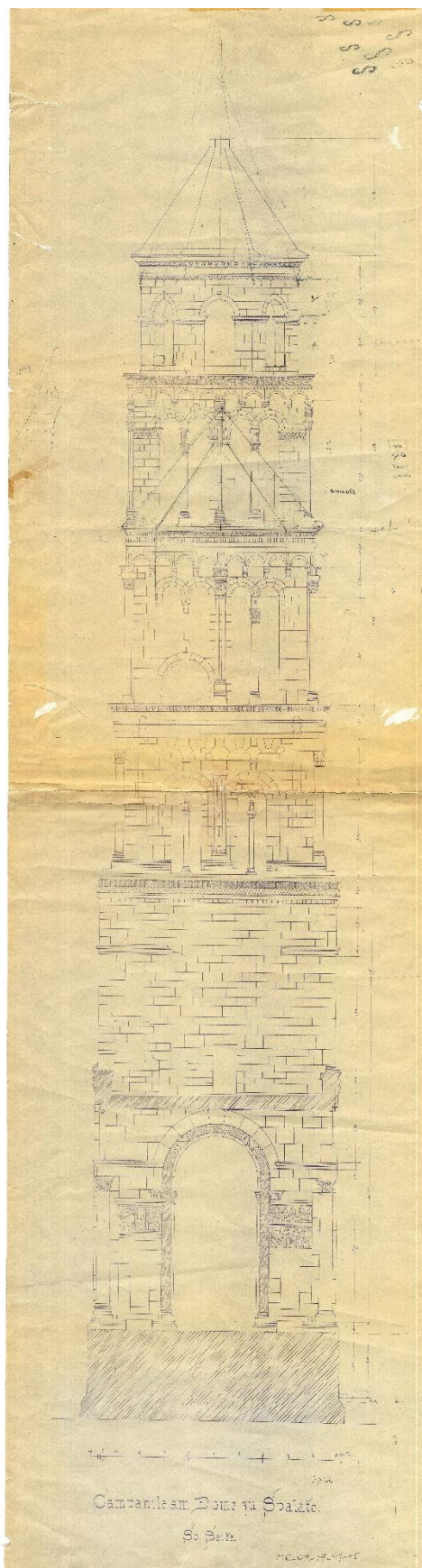
#### 3.1 Svojstva materijala

Kao što je već spomenuto, za gradnju su uvelike korišteni vapnenac i različite vrste kamena, s naglaskom na brački kamen. Poznat po proizvodnji vapnenca visoke kvalitete, otok Brač se ističe svojim kamenolomima. Kamen se s Brača do Splita prevezio brodovima, što je bio standardni način transporta u to doba [9]. Upotreba visokokvalitetnih materijala, bila je ključna kako bi se osigurala dugovječnost konstrukcije.

Za seizmičku analizu otpornosti istočnog pročelja zvonika Katedrale Sv. Duje na potresno djelovanje, kao ulazni podaci korištene su sljedeće mehaničke karakteristike kamena:

<i>Karakteristike materijala</i>	<i>Konstrukcija</i>
<i>Modul elastičnosti, E (MPa)</i>	48400
<i>Statički koeficijent, <math>\mu_{st}</math></i>	0.60
<i>Gustoća, <math>\rho</math> (kg/m<sup>3</sup>)</i>	2700
<i>Dinamički koeficijent trenja, <math>\mu_{din}</math></i>	0.60
<i>Koeficijent prigušenja, <math>\bar{\mu}</math></i>	$4.5 \cdot 10^6$

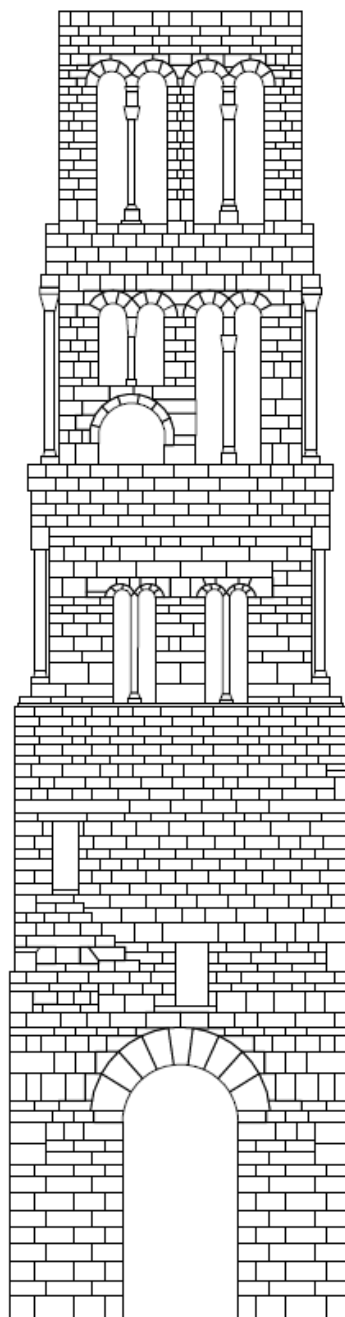
Tablica 1. Svojstva materijala



Slika 5. Nacrt istočnog pročelja zvonika Katedrale Sv. Duje – osnova za nacrt [7]

### 3.2 Diskretizacija zvonika na diskretne elemente

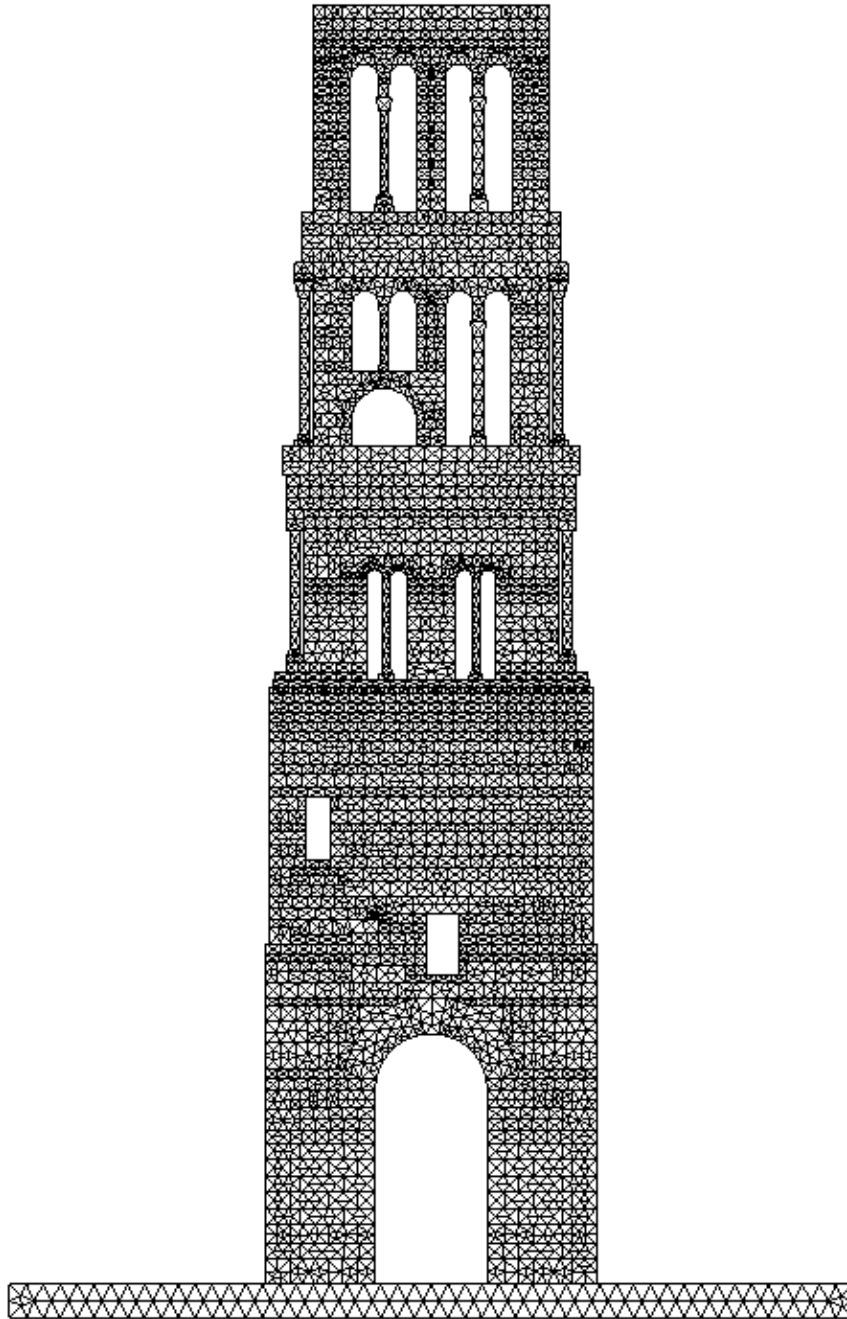
Kao što je već spomenuto, u okviru kombinirane metode konačno–diskretnih elemenata, zvonik promatramo kao skup diskretnih elemenata, odnosno kamenih blokova. To znači da svaki kameni blok predstavlja jedan diskretni element. Nacrt zvonika, na kojem su prikazani svi pojedinačni kameni blokovi, izrađen je u programu Autodesk „AutoCAD“ pri čemu su dimenzije izražene u metrima.



Slika 6. Nacrt istočnog pročelja zvonika Katedrale Sv. Duje – podjela na diskretne elemente

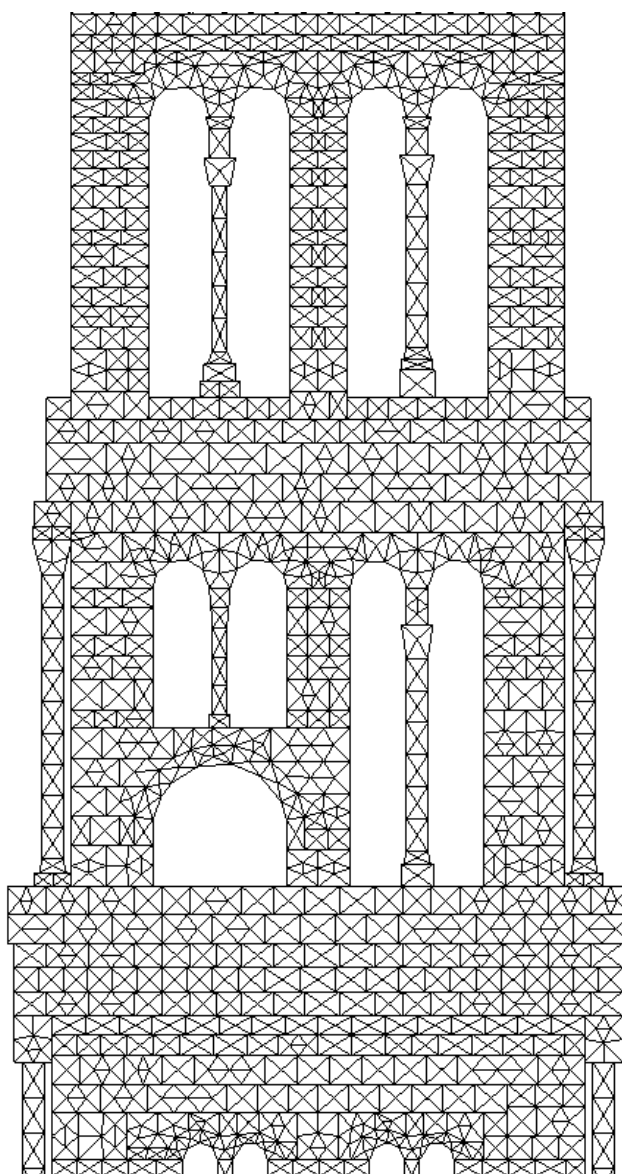
### 3.3 Diskretizacija mrežom konačnih elemenata

Korištenjem programa „GMSH“ izvršena je diskretizacija diskretnih elemenata mrežom trokutastih konačnih elemenata.



Slika 7. Diskretizacija zvonika mrežom trokutastih konačnih elemenata





Slika 8. Detalj mreže trokutastih konačnih elemenata

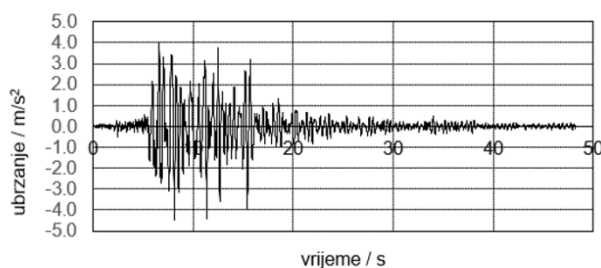
### 3.4 Potresno djelovanje na konstrukciju

Kako bi precizno odredili seizmičku otpornost istočnog pročelja zvonika Katedrale Sv. Duje u Splitu, ključno je definirati sve ulazne podatke koji osim mehaničkih karakteristika materijala i specifičnih uvjeta lokacije uključuju i podatke o očekivanim seizmičkim opterećenjima. Očekivana seizmička opterećenja ključan su faktor za procjenu seizmičke otpornosti konstrukcije. Za opterećenje konstrukcije odabrana su tri seizmička zapisa sa svojim horizontalnim i vertikalnim komponentama ubrzanja za jedne od najrazornijih potresa tijekom povijesti:

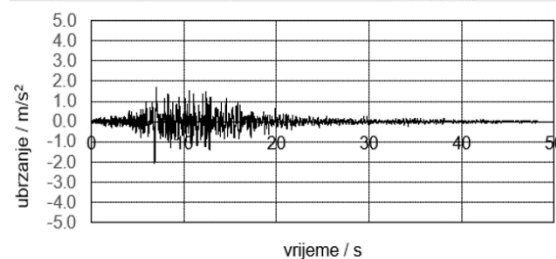
#### 1. Petrovac 1979., Crna Gora

Potres u Petrovcu smatra se najrazornijim potresom u povijesti Crne Gore. Dogodio se 15. travnja 1979. godine u ranim jutarnjim satima sa epicentrom u Jadranskom moru, nedaleko od crnogorske obale. Potres je ostavio za sobom znatne posljedice i brojne ljudske žrtve. Mnoge građevine su se urušile te pretrpjele teška oštećenja. Posljedice su se osjetile i u Hrvatskoj. Najviše je stradala stara gradska jezgra u Dubrovniku, a na području Stona se urušio dio gradskih zidina.

#### Akcelelogram potresa u Petrovcu 1979., Crna Gora



(a) horizontalna komponenta



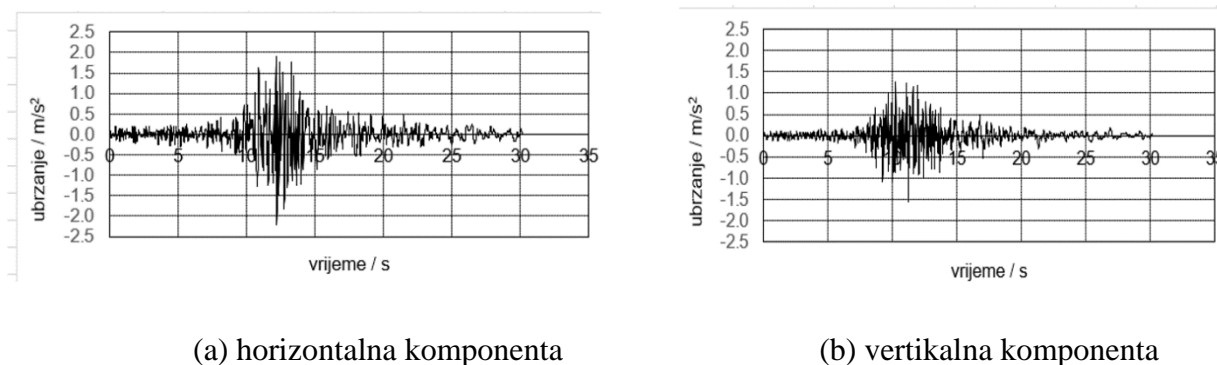
(b) vertikalna komponenta

Slika 9. Akcelelogram potresa u Petrovcu 1979., Crna Gora, horizontalna i vertikalna komponenta

## 2. Campano Lucano 1980., Italija

Potres Campano Lucano dogodio se 23. studenog 1980. godine na području južne Italije, predstavljajući jedan od značajnijih seizmičkih događaja s magnitudom 6,9 prema Richteru. Epicentar je bio u blizini grada Conza della Campania, a dubina je procijenjena na oko 30 kilometara. Ovaj razorni potres prouzročio je znatna oštećenja i ostavio jako teške posljedice na stanovništvo.

### Akcelerogram potresa Campano Lucano 1980., Italija

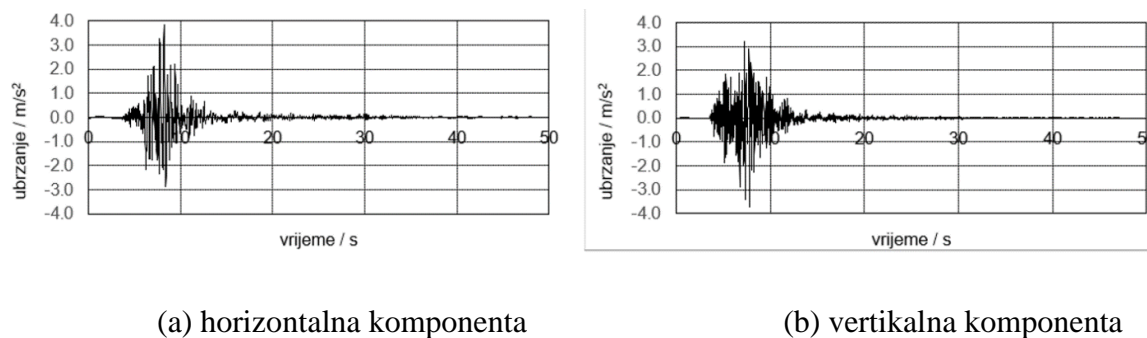


Slika 10. Akcelelogram potresa Campano Lucano 1980., Italija, horizontalna i vertikalna komponenta

## 3. South Iceland 2000., Island

Potres na južnom Islandu, poznat kao South Iceland potres, dogodio se 17. lipnja 2000. godine s magnitudom 6,5 po Richterovoj ljestvici. Epicentar potresa je bio blizu grada Hella u južnom dijelu Islanda te dubine oko 10 kilometara. Nije bilo smrtnih slučajeva, ali je zabilježena ogromna šteta na stambenim i gospodarskim objektima. Oštećene su mnoge ceste, zgrade i mostovi. Potres je trajao samo nekoliko sekundi, ali dodatnu štetu uzrokovalo je nekoliko naknadnih potresa.

### Akcelerogram potresa South Iceland 2000., Island

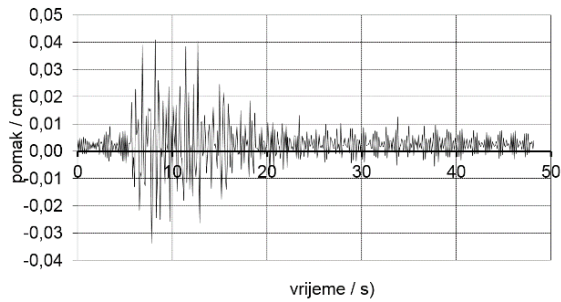


Slika 11. Akcelelogram potresa South Iceland 2000., Island, horizontalna i vertikalna komponenta

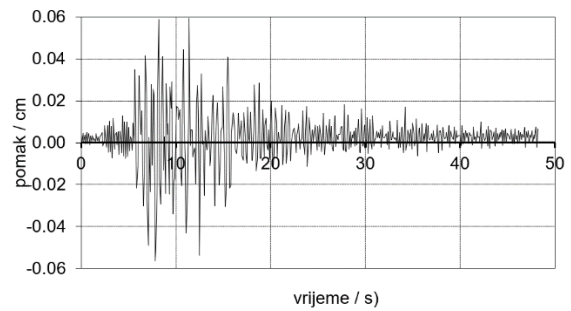
## 4. REZULTATI PRORAČUNA

### 4.1 Rezultati analize za potres u Petrovcu

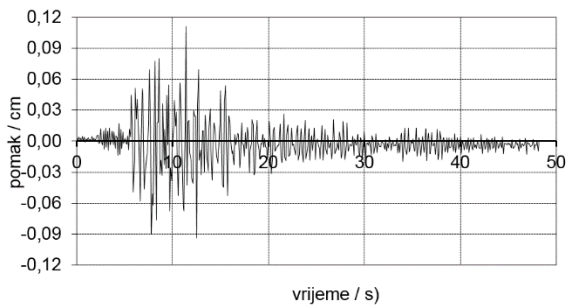
Na sljedećim grafovima prikazani su pomaci vrha konstrukcije u centimetrima pod utjecajem potresa u Petrovcu za različite vrijednosti vršnih ubrzanja.



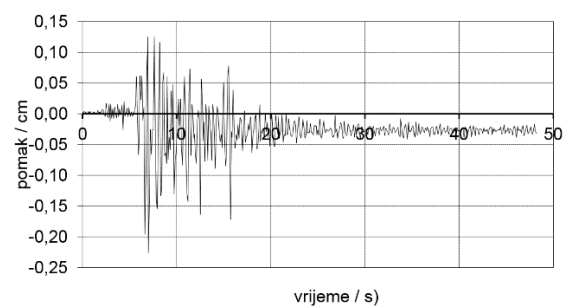
vršno ubrzanje 0.05 g



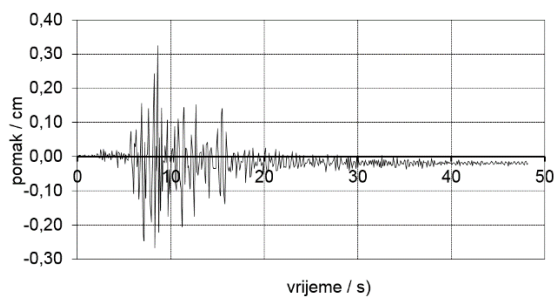
vršno ubrzanje 0.10 g



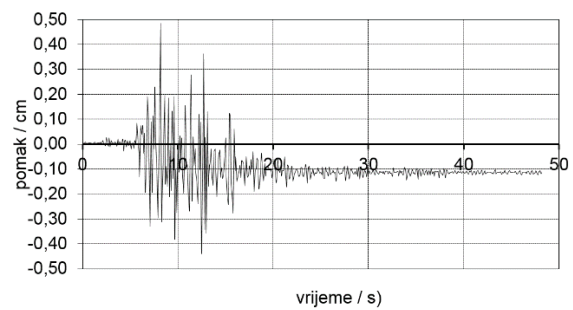
vršno ubrzanje 0.15 g



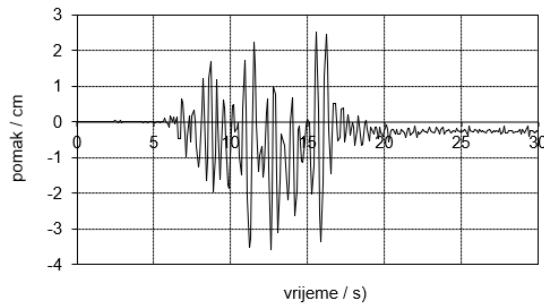
vršno ubrzanje 0.22 g



vršno ubrzanje 0.27 g



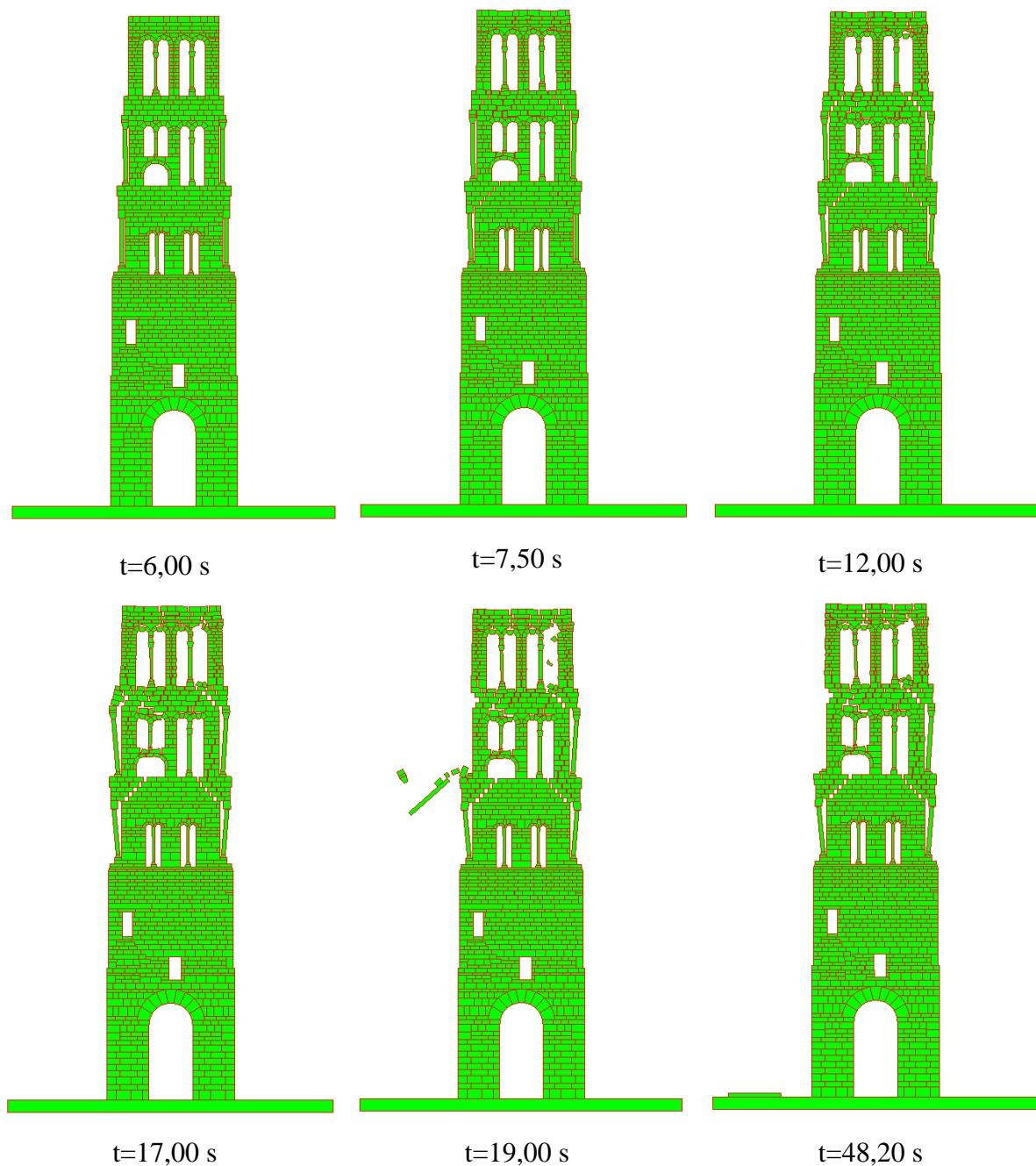
vršno ubrzanje 0.30 g



vršno ubrzanje 0.35 g

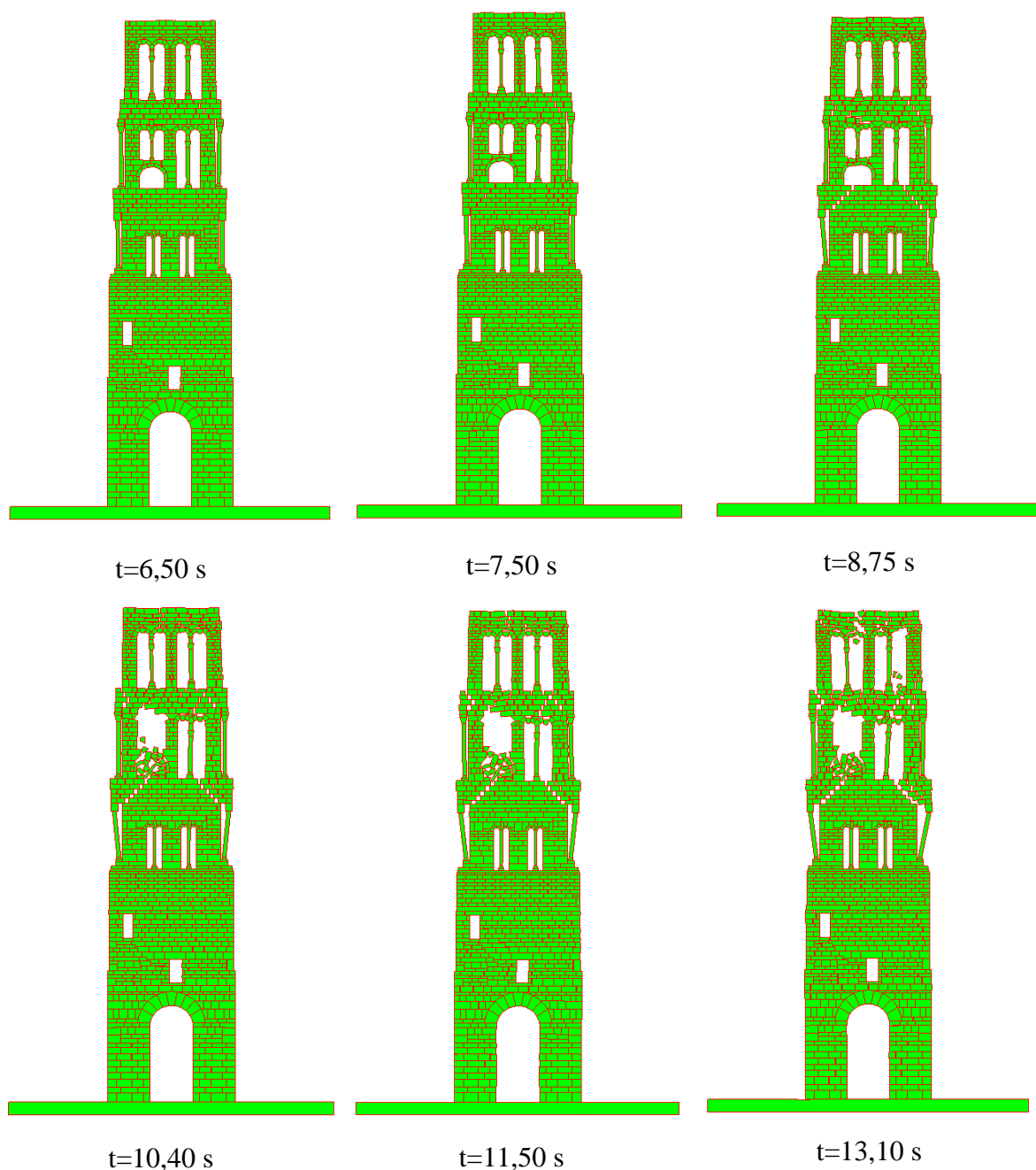
Iz grafova se može uočiti da se pomaci vrha konstrukcije kreću u rasponu od cca 0.04cm do cca 0.5cm. Vršno ubrzanje  $a_g=0.22g$  karakteristično je za područje Grada Splita. Iz grafa za vršno ubrzanje  $a_g=0.22g$  je vidljivo da se najveći pomaci javljaju između  $t=5s$  do  $t=10s$  te da najveći pomak iznosi cca 0,13cm. Nakon otprilike 15 sekundi, oscilacije se smanjuju, a pomak se stabilizira. Od 20 sekundi nadalje oscilacije su minimalne, što ukazuje na postizanje stabilnosti sustava. Pri vršnom ubrzanju  $a_g=0.05g$ , najveći pomaci se javljaju između  $t=5s$  i  $t=10s$  i iznose otprilike 0.04cm. Iako sustav doživljava značajne pomake tijekom prvih 10 sekundi, nakon toga dolazi do smirivanja i stabilizacije. Pomaci se smanjuju i postaju gotovo zanemarivi nakon 20 sekundi što znači da sustav ima sposobnost da se vrati u ravnotežu. Sustavi koji se brzo vraćaju u ravnotežu manje su podložni dugoročnim deformacijama i pukotinama. Analiza konstrukcije provedena je i za vršna ubrzanja  $a_g=0.10g$ ,  $a_g=0.15g$ ,  $a_g=0.27g$  i  $a_g=0.30g$ . Pomaci vrha konstrukcije idu do maksimalno 0.5cm što ne uzrokuje značajna oštećenja na građevinskim strukturama. Za vršno ubrzanje  $a_g=0.35g$  najveći pomak iznosi oko 2.5cm. Takvi pomaci uzrokuju urušavanje lukova gornjih etaža, odvajanje kamenih blokova te naposljetku urušavanje gornjih etaža dok donji dio konstrukcije ostaje stabilan. Oscilacije su znatno izraženije u srednjem dijelu grafa, što ukazuje na period najvećeg djelovanja potresa. Nakon  $t=16s$  sustav se smiruje.

Na slici 12. prikazani su nastanak i širenje pukotina pod utjecajem potresa u Petrovcu za vrijednost vršnog ubrzanja  $a_g=0.30g$ . Prva pukotina pojavljuje se u 6. sekundi te se nastavlja širenje sve do  $t=7,5s$  kada primjećujemo prvo odvajanje blokova gornjih etaža. Nakon  $t=17s$  konstrukcija počinje gubiti stabilnost i dolazi do značajnih oštećenja. Vidljivo je značajno odvajanje dijelova građevine poput blokova i stupa najgornje etaže koji se za vrijeme  $t=19s$  urušavaju. Konstrukcija je pretrpjela ozbiljna oštećenja, ali nije došlo do potpunog kolapsa.



Slika 12. Nastanak i širenje pukotina za potres Petrovac,  $a_g=0.30g$

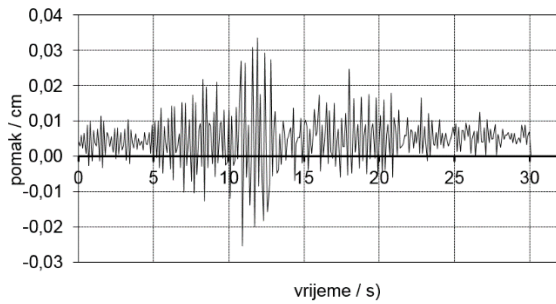
Na slici 13. prikazani su nastanak i širenje pukotina pod utjecajem potresa u Petrovcu za vrijednost vršnog ubrzanja  $a_g=0.35g$  pri kojem dolazi do urušavanja gornjih etaža. Za vrijeme  $t=6,50s$  zabilježena je pojava prvih pukotina te blagog odvajanja kamenih blokova. Pukotine napreduju sve do  $t=8,75s$  kada bilježimo značajno odvajanje dijelova konstrukcije te u vremenu  $t=10,4s$  kada dolazi do urušavanja jednog luka i elemenata iznad njega. U vremenu od  $t=11,5s$  do  $t=13,10s$  konstrukcija jedva uspijeva održati stabilnost nakon čega prelazi granicu te dolazi do totalnog urušavanja gornjih etaža dok donji dio konstrukcije nije izgubio stabilnost.



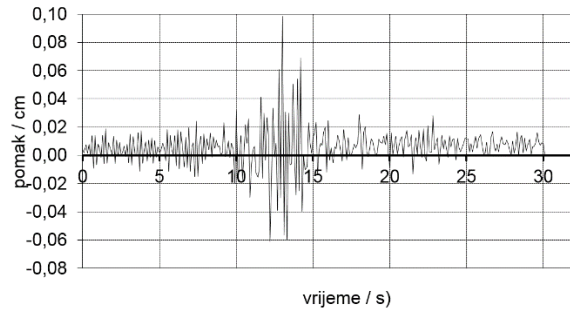
Slika 13. Nastanak i širenje pukotina za potres Petrovac,  $a_g=0.35g$

## 4.2 Rezultati analize za potres Campano Lucano

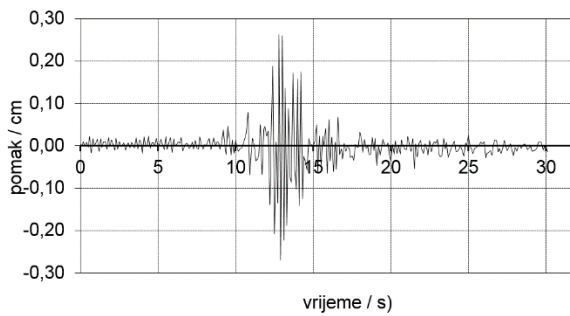
Na sljedećim grafovima prikazani su pomaci vrha konstrukcije u centimetrima pod utjecajem potresa Campano Lucano za različite vrijednosti vršnih ubrzanja.



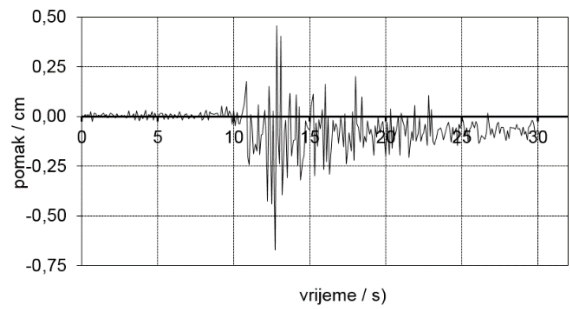
vršno ubrzanje 0.22 g



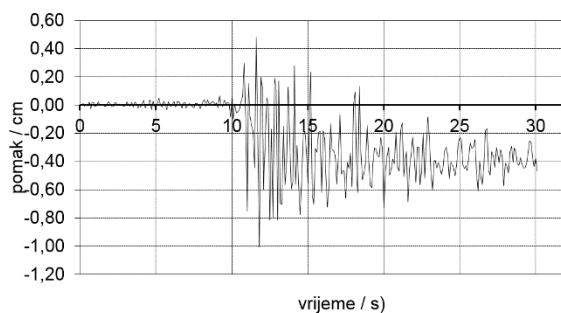
vršno ubrzanje 0.50 g



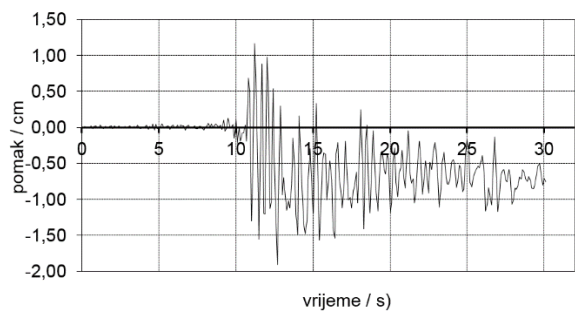
vršno ubrzanje 1.00 g



vršno ubrzanje 1.50 g

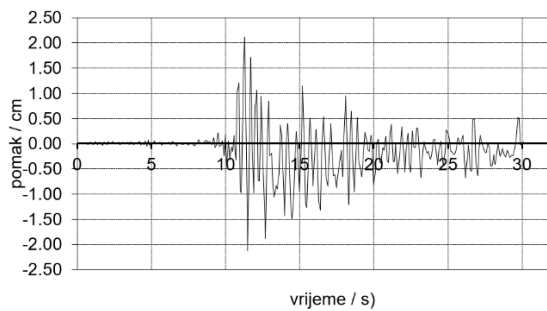


vršno ubrzanje 2.00 g



vršno ubrzanje 2.50 g

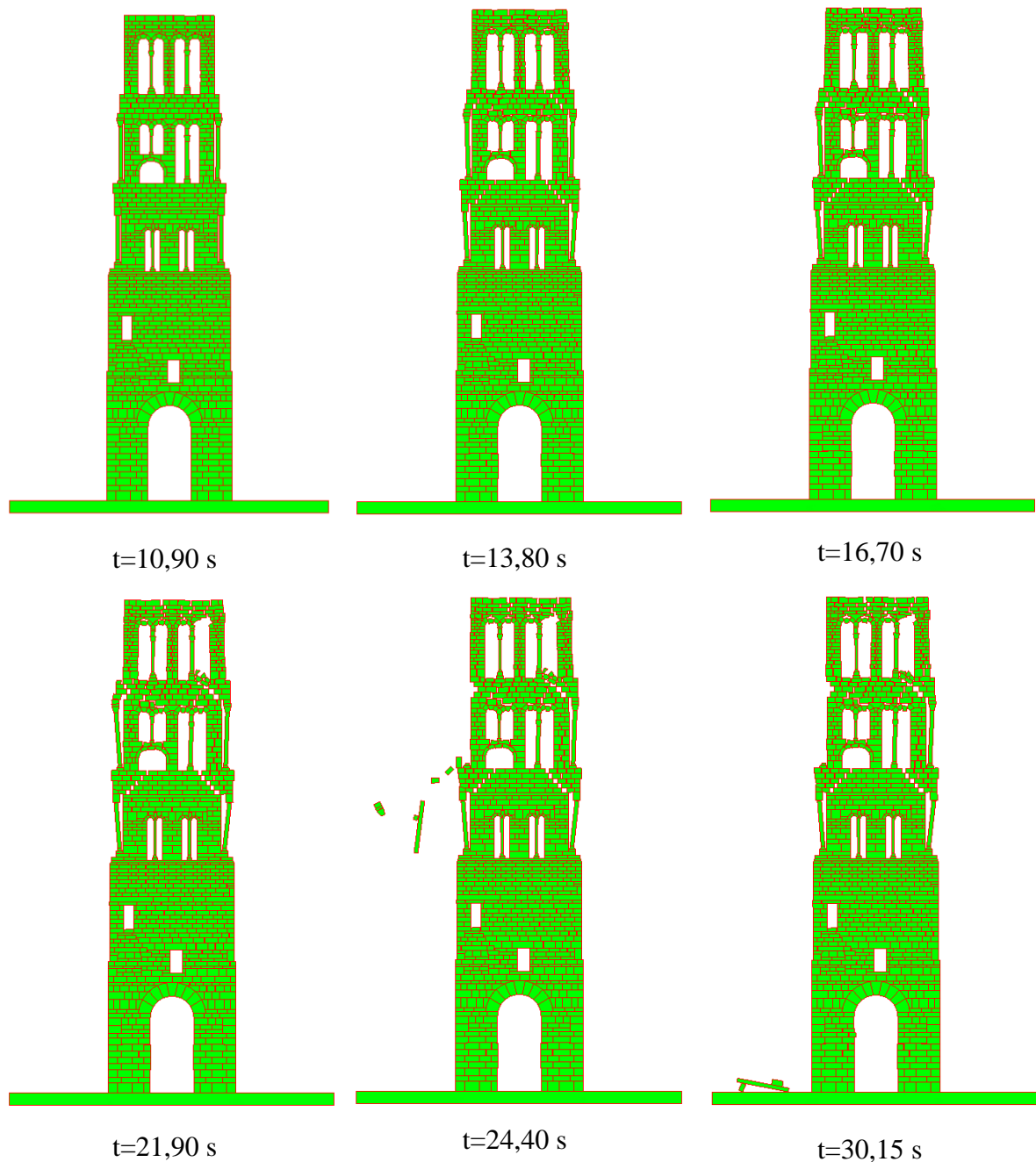




vršno ubrzanje 3.00 g

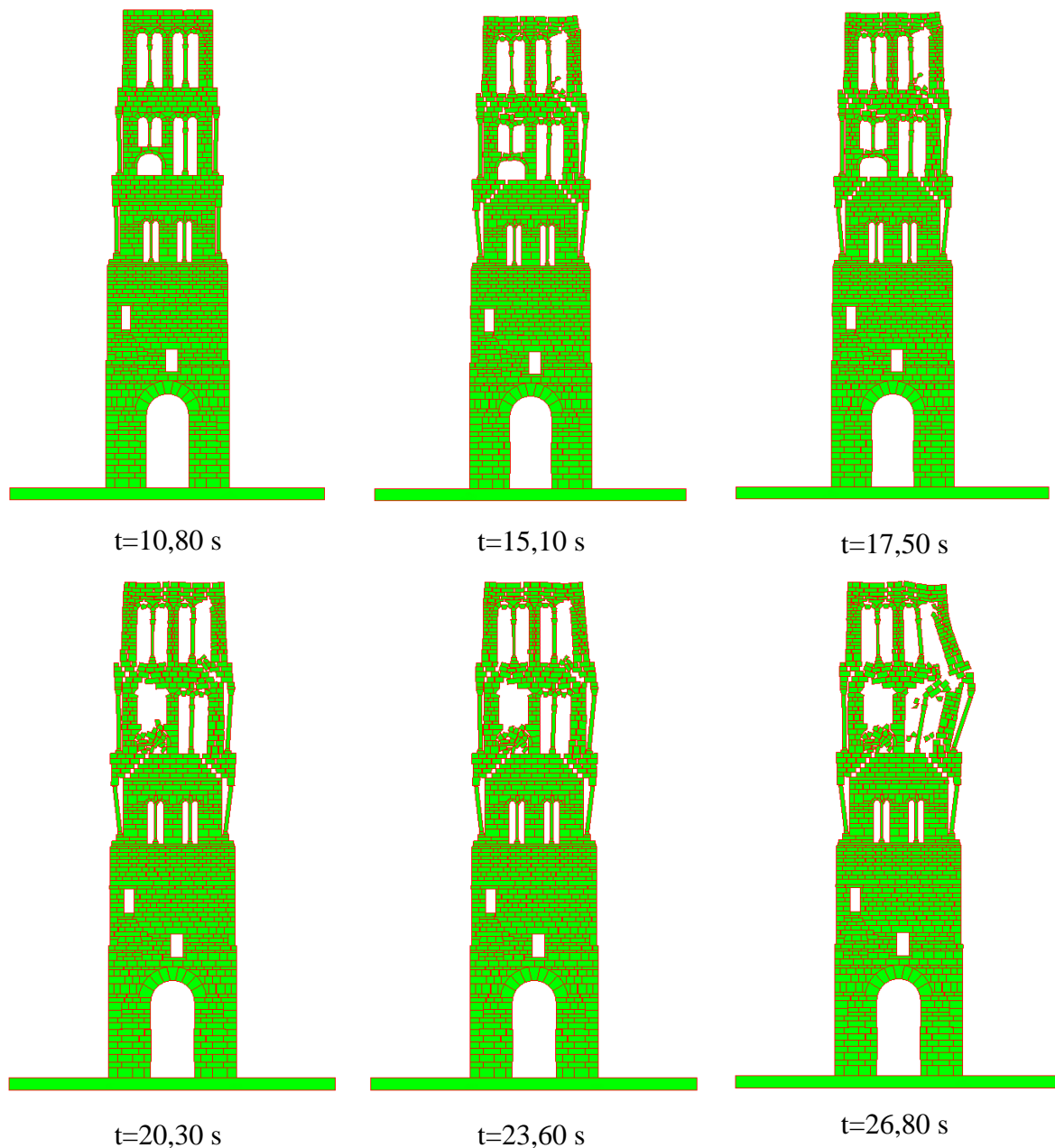
Analiza konstrukcije provedena je za vršna ubrzanja  $a_g=0.22g$ ,  $a_g=0.50g$ ,  $a_g=1.00g$ ,  $a_g=1.50g$ ,  $a_g=2.00g$ ,  $a_g=2.50g$  i  $a_g=3.00g$ . Grafovi pokazuju da se pomaci vrha konstrukcije kreću u rasponu od otprilike 0.032cm do otprilike 1.20cm. Za područje Grada Splita karakteristično je vršno ubrzanje  $a_g=0.22g$ . Graf prikazuje pomake vrha konstrukcije u vremenskom intervalu od 0 do 30 sekundi. Vidljivo je da se najveći pomaci javljaju između  $t=10\text{sek}$  i cca  $t=13\text{sek}$  te iznose najviše 0.032cm. Nakon  $t=13\text{sek}$ , oscilacije počinju opadati, a nakon  $t=20\text{sek}$  postaju minimalne što ukazuje na stabilizaciju i smirivanje sustava. To nam ukazuje da konstrukcija ima dobru sposobnost prigušenja vibracija, što smanjuje rizik od dugoročnih deformacija i oštećenja. Najveći pomaci javljaju se za vršno ubrzanje  $a_g=2.50g$ . Zabilježeni su između  $t=10\text{sek}$  i  $t=13\text{sek}$ , a iznose do otprilike 1.20cm. Oscilacije su posebno izražene između  $t=10\text{sek}$  i  $t=20\text{sek}$  što može izazvati umor materijala, osobito u spojevima. Nakon 20. sekunde oscilacije opadaju, a pomaci postaju manje izraženi te se stabiliziraju. Iako se pomaci smanjuju nakon 25 sekundi, prisutna je trajna oscilacija koja kroz duže vrijeme može izazvati mikro pukotine koje se vremenom šire, dovodeći do većih oštećenja. Za vršno ubrzanje  $a_g=3.00g$  najveći pomak javlja se u vremenu  $t=11,5\text{sek}$  i iznosi oko 2.20cm. Dolazi do odvajanja kamenih blokova, rušenja dijelova gornjih etaža te do potpunog rušenja gornjih dijelova konstrukcije dok donji dio konstrukcije ostaje stabilan. Zaključno, pomaci u ovom rasponu mogu ozbiljno ugroziti sigurnost konstrukcije, ukoliko nije dobro projektirana da ih izdrži.

Na slici 14. prikazani su nastanak i širenje pukotina pod utjecajem potresa Campano Lucano za vrijednost vršnog ubrzanja  $a_g=2.50g$ . Prva pukotina pojavljuje se otprilike u 10. sekundi te se nastavlja širenje sve do  $t=13,8s$  kada primjećujemo prvo odvajanje blokova gornjih etaža. Nakon  $t=21,9s$  konstrukcija počinje gubiti stabilnost i dolazi do značajnih oštećenja. Vidljivo je značajno odvajanje dijelova građevine poput blokova i stupa najgornje etaže koji se za vrijeme  $t=24,4s$  urušavaju. Konstrukcija je pretrpjela ozbiljna oštećenja, ali nije došlo do potpunog sloma.



Slika 14. Nastanak i širenje pukotina za potres Campano Lucano,  $a_g=2.50g$

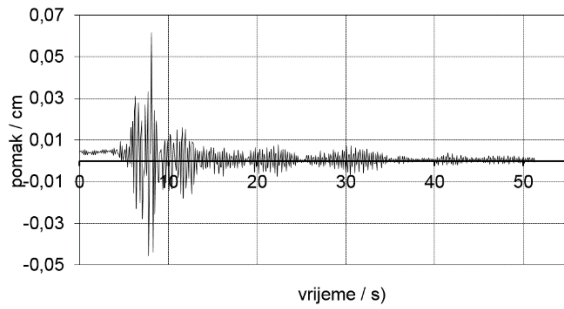
Na slici 15. prikazani su nastanak i širenje pukotina pod utjecajem potresa Campano Lucano za vrijednost vršnog ubrzanja  $a_g=3.00g$ . Ova vrijednost vršnog ubrzanja uzrokovala je urušavanje gornjih etaža konstrukcije, dok donji dio konstrukcije nije izgubio stabilnost. Za vrijeme  $t=10,8s$  zabilježena je pojava prvih pukotina te blagog odvajanja kamenih blokova. Pukotine napreduju sve do  $t=15,1s$  kada bilježimo značajno odvajanje dijelova konstrukcije i početka gubitka stabilnosti. U vremenu od  $t=15,1$  do  $t=23,6s$  konstrukcija jedva uspijeva održati stabilnost, dolazi do znatnog odvajanja kamenih blokova i dijelova konstrukcije, urušavanja lukova i stupova sve do  $t=26,8s$  nakon čega dolazi do totalnog urušavanja gornjih etaža.



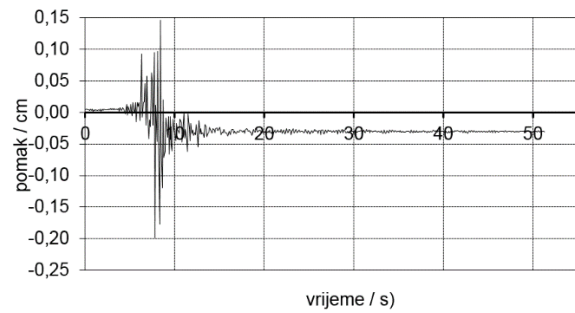
Slika 15. Nastanak i širenje pukotina za potres Campano Lucano,  $a_g=3.00g$

### 4.3 Rezultati analize za potres South Iceland

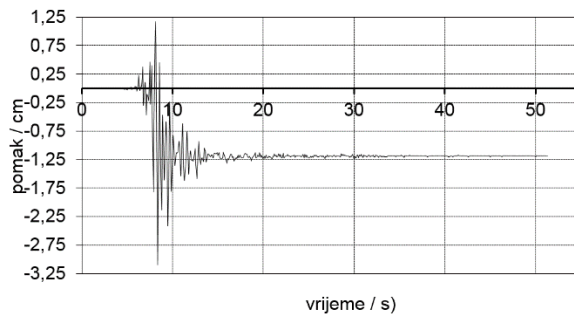
Na sljedećim grafovima prikazani su pomaci vrha konstrukcije u centimetrima pod utjecajem potresa South Iceland za različite vrijednosti vršnih ubrzanja.



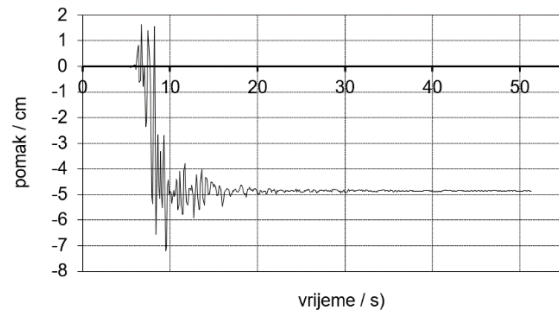
vršno ubrzanje 0.22 g



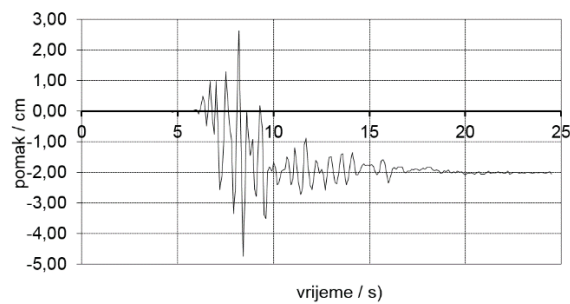
vršno ubrzanje 0.50 g



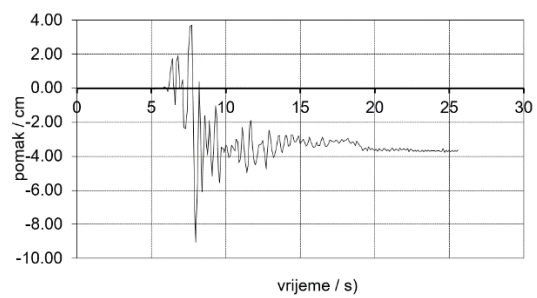
vršno ubrzanje 1.00 g



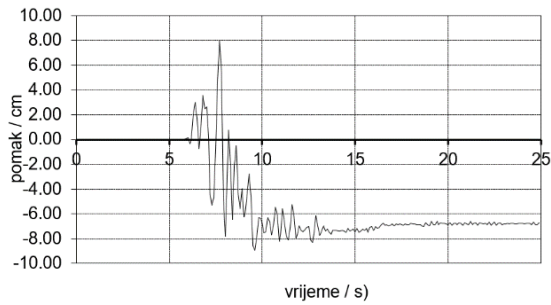
vršno ubrzanje 1.50 g



vršno ubrzanje 2.00 g



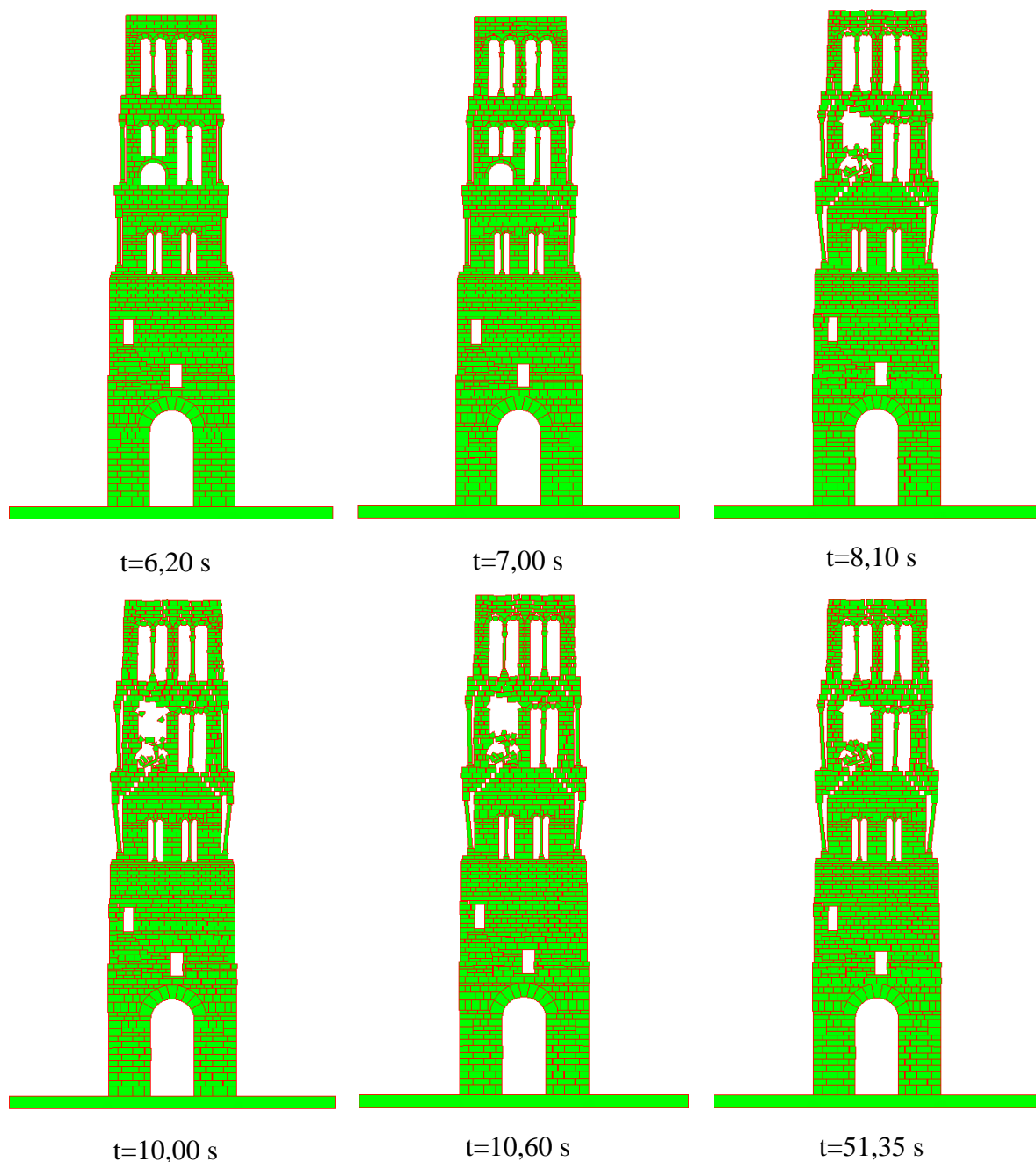
vršno ubrzanje 2.50 g



vršno ubrzanje 3.00 g

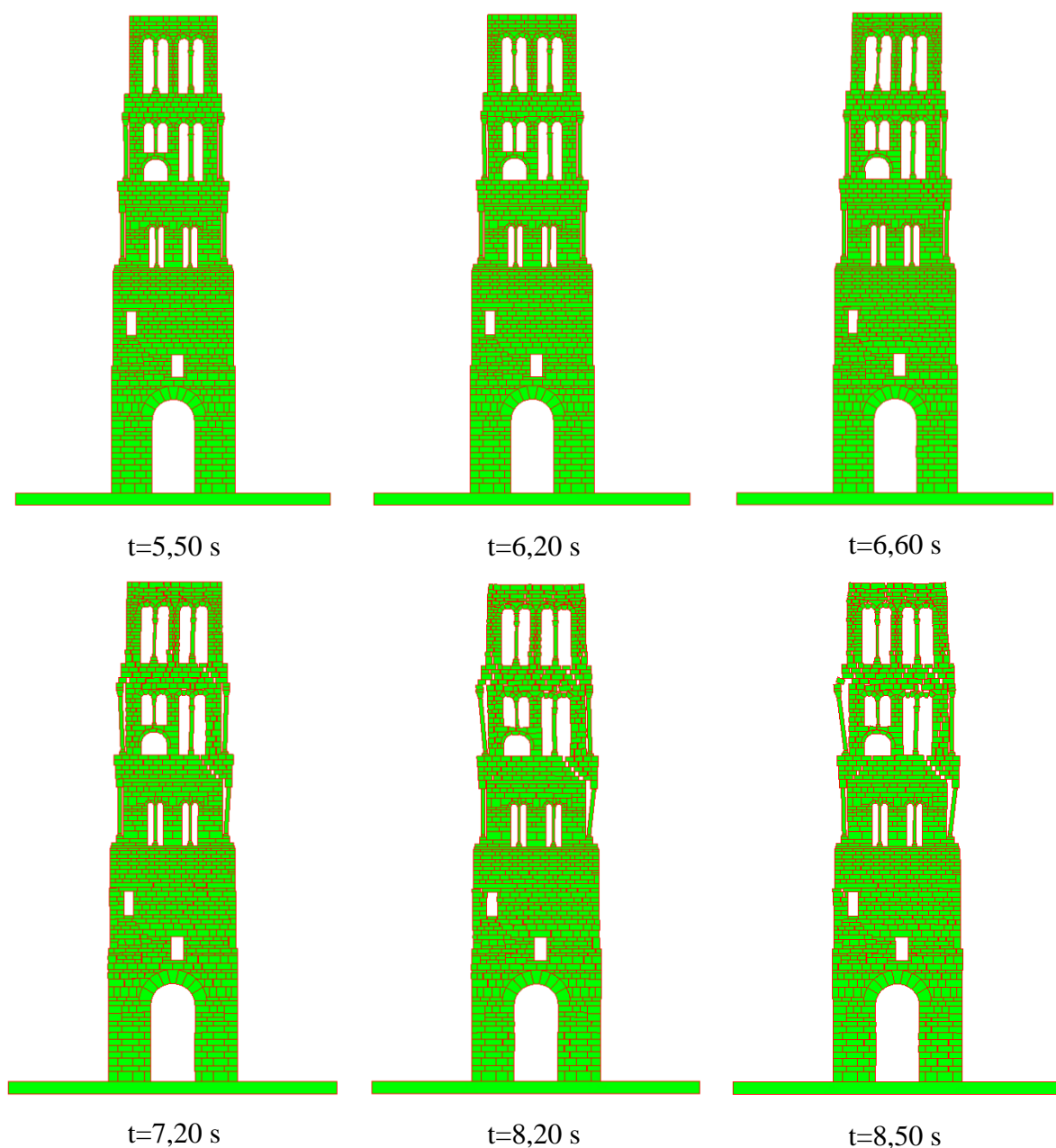
Grafovi prikazuju da se pomaci vrha konstrukcije kreću u rasponu od približno 0,06cm do približno 2.60cm. Takvi pomaci mogu uzrokovati strukturna oštećenja sa povećanim rizikom od urušavanja. Za vršna ubrzanja  $a_g=2.50g$  i  $a_g=3.00g$  javljaju se najveći pomaci u iznosima cca 4.0cm za  $a_g=2.50g$  te cca 8.0cm za  $a_g=3.00g$ , za koje je konstrukcija izgubila stabilnost. U oba slučaja najveći pomaci se javljaju za  $t=7$ sek, nakon čega oscilacije postaju sve manje izražene i stabiliziraju se. Dolazi do urušavanja gornjih etaža konstrukcije dok donji dio konstrukcije ne gubi stabilnost. Analiza konstrukcije provedena je i za vršna ubrzanja  $a_g=0.22g$ ,  $a_g=0.50g$ ,  $a_g=1.00g$ ,  $a_g=1.50g$  te  $a_g=2.00g$ . Iz grafa za vršno ubrzanje  $a_g=0.22g$ , koje je karakteristično za područje Grada Splita, vidimo da se javljaju izuzetno mali pomaci i oscilacije vrha konstrukcije tijekom vremena koji nemaju značajan utjecaj na stabilnost konstrukcije. Konstrukcija će ostati sigurna i funkcionalna unatoč ovakvim malim pomacima i oscilacijama.

Na slici 16. prikazani su nastanak i širenje pukotina pod utjecajem potresa South Iceland za vrijednost vršnog ubrzanja  $a_g=2.00g$ . Prve pukotine javljaju se otprilike u 6. sekundi te se nastavlja naglo širenje sve do  $t=8,1s$  kada primjećujemo značajno odvajanje blokova gornjih etaža te urušavanje luka i stupova. Nakon  $t=10s$  konstrukcija počinje gubiti stabilnost i dolazi do značajnih oštećenja. Vidljivo je značajno odvajanje dijelova građevine poput blokova i stupova najgornje etaže. Konstrukcija je pretrpjela ozbiljna oštećenja, ali nije došlo do potpunog sloma.



Slika 16. Nastanak i širenje pukotina za potres South Iceland,  $a_g=2.00g$

Na slici 17. prikazani su nastanak i širenje pukotina pod utjecajem potresa South Iceland za vrijednost vršnog ubrzanja  $a_g=2.50g$ . Ova vrijednost vršnog ubrzanja uzrokovala je urušavanje gornjih etaža konstrukcije, dok donji dio konstrukcije nije izgubio stabilnost. Prve pukotine pojavljuju se za vrijeme  $t=5,50s$ . Pukotine izrazito brzo napreduju sve do  $t=6,6s$  kada bilježimo značajno odvajanje dijelova konstrukcije i početka gubitka stabilnosti. Također, vidljive su i deformacije konstrukcije. U vremenu od  $t=7,2$  do  $t=8,2s$  konstrukcija jedva uspijeva održati stabilnost, dolazi do znatnog odvajanja kamenih blokova i dijelova konstrukcije. Zadnja slika za  $t=8,50s$  predstavlja trenutak prije totalnog urušavanja gornjih etaža konstrukcije.

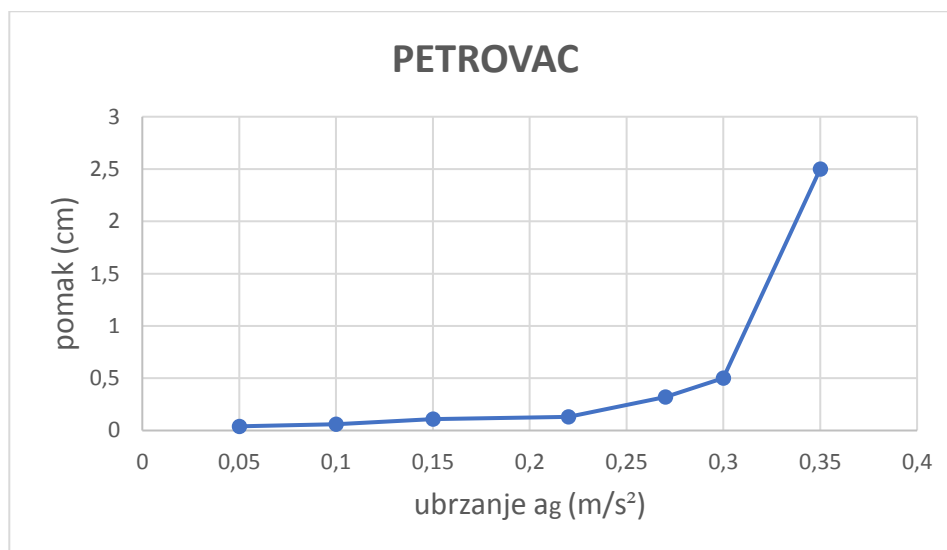


Slika 17. Nastanak i širenje pukotina za potres South Iceland,  $a_g=2.50g$

## 5. ANALIZA NUMERIČKIH REZULTATA

Nakon što su izračuni utjecaja potresa završeni, pristupilo se analizi prikupljenih podataka u vidu pomaka za različita ubrzanja  $a_g$ . Ovaj analitički proces obuhvaćao je promatranje ponašanja konstrukcije tijekom potresa, pojedinačno za svaki potres.

Na slici 18. prikazani su rezultati proračuna za ponašanje konstrukcije zvonika Katedrale sv. Duje za različita vršna ubrzanja potresa „Petrovac”.

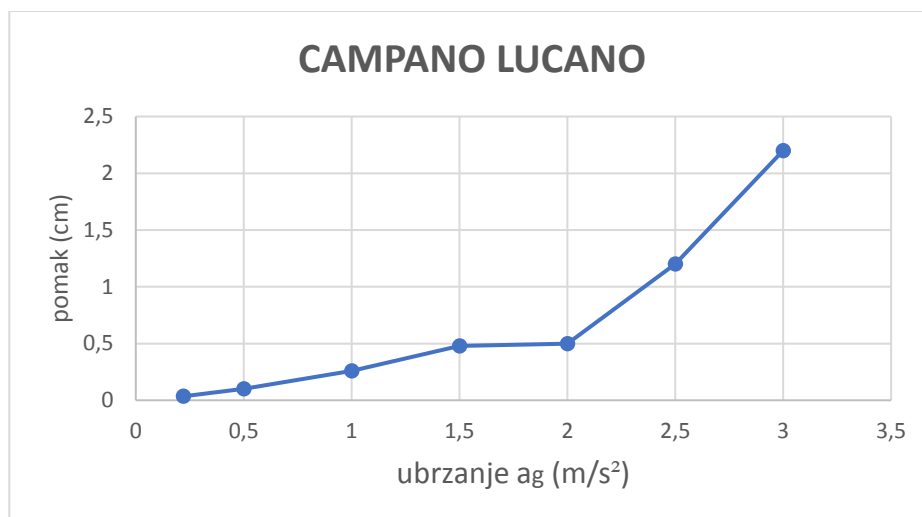


Slika 18. Grafički prikaz ponašanja konstrukcije uslijed djelovanja potresa „Petrovac”

Iz grafa možemo uočiti da se povećanjem ubrzanja, pomak također povećava. Najveći pomak javlja se za ubrzanje  $a_g=0.35g$  i iznosi oko 2.50cm. Rast pomaka nije linearan, ali se eksponencijalno povećava. Za početna ubrzanja od  $a_g=0.05g$  do  $a_g=0.15g$ , pomak raste vrlo sporo i gotovo linearno. Nakog toga se rast pomaka povećava, ali je i dalje vrlo blag. Za ubrzanja iznad  $a_g=0.22g$  dolazi do naglog povećanja pomaka, a posebno skok između  $a_g=0.22g$  i  $a_g=0.30g$ . Za veća ubrzanja kao npr.  $a_g=0.35g$  dolazi do gubitka stabilnosti i rušenja konstrukcije.

Na slici 19. prikazani su rezultati proračuna za ponašanje konstrukcije zvonika Katedrale sv. Duje za različita vršna ubrzanja potresa „Campano Lucano”.

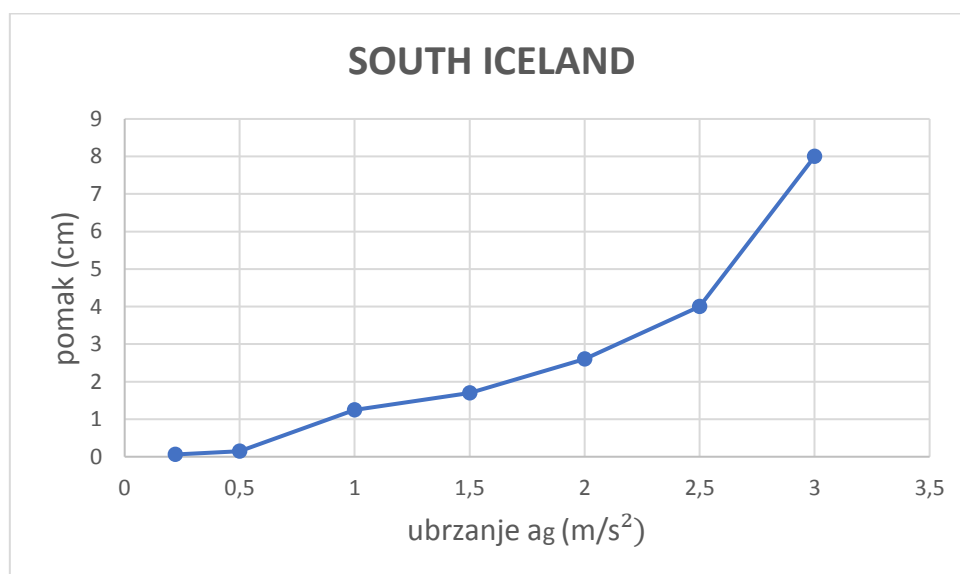




Slika 19. Grafički prikaz ponašanja konstrukcije uslijed djelovanja potresa „Petrovac”

Na slici je prikazan graf koji predstavlja odnos između ubrzanja  $a_g$  (izraženog u metrima po sekundi kvadratnoj,  $m/s^2$ ) i pomaka (izraženog u centimetrima, cm) za lokaciju Campano Lucano. Najveći pomak javlja se pri najvećoj vrijednosti ubrzanja  $a_g=3.00g$  i iznosi otprilike 2.20cm. Pomak za ubrzanje  $a_g=0.22g$  iznosi otprilike 0.032cm, za  $a_g=0.50g$  otprilike 0.15cm dok za  $a_g=1.00g$  iznosi otprilike 0.25cm. Rast pomaka između ubrzanja  $a_g=1.50g$  i  $a_g=2.00g$  je relativno nizak, dok za vrijednost ubrzanja  $a_g=3.00g$  dolazi do naglog rasta pomaka te potpunog kolapsa i rušenja konstrukcije.

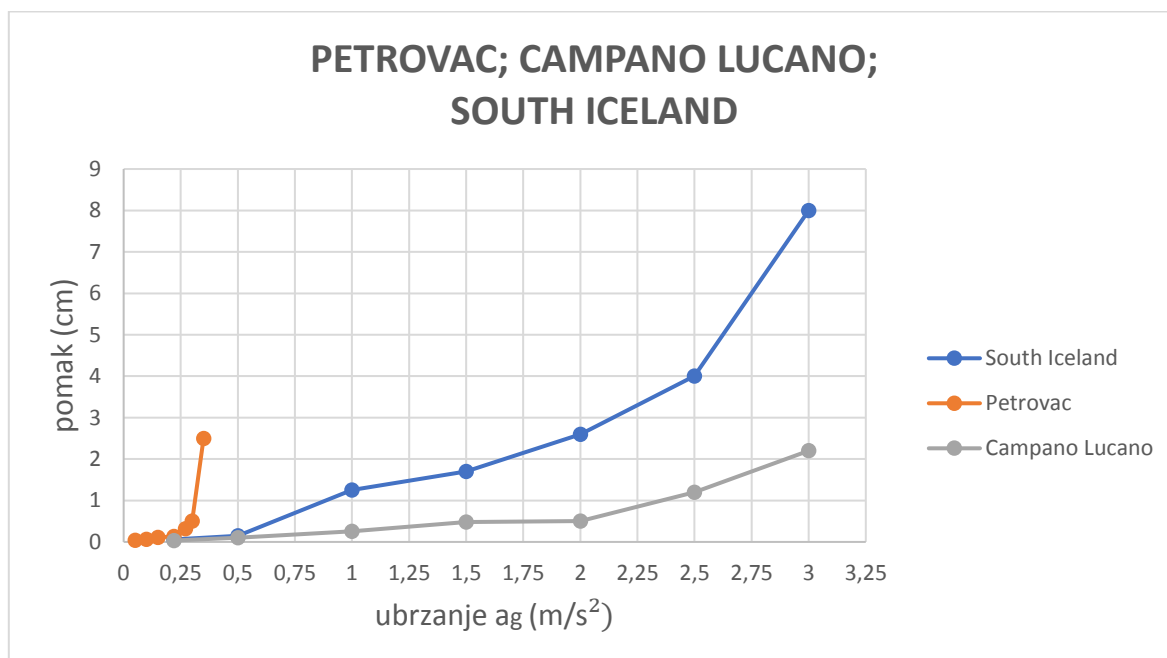
Na slici 20. prikazani su rezultati proračuna za ponašanje konstrukcije zvonika Katedrale sv. Duje za različita vršna ubrzanja potresa „South Iceland”.



Slika 20. Grafički prikaz ponašanja konstrukcije uslijed djelovanja potresa „South Iceland”

Na slici je prikazan graf koji predstavlja odnos između ubrzanja  $a_g$  (izraženog u metrima po sekundi kvadratnoj,  $m/s^2$ ) i pomaka (izraženog u centimetrima, cm) za lokaciju South Iceland. Najveći pomak javlja se pri najvećoj vrijednosti ubrzanja  $a_g=3.00g$  i iznosi otprilike 8.00cm. Pomak za ubrzanje  $a_g=0.22g$  iznosi otprilike 0.06cm, za  $a_g=0.50g$  otprilike 0.15cm dok za  $a_g=1.00g$  naglo raste i iznosi otprilike 1.25cm. Za vrijednost ubrzanja  $a_g=2.50g$  dolazi do naglog rasta pomaka, u vrijednosti od 4.00cm, te potpunog kolapsa i rušenja konstrukcije.

Na slici 21. prikazani su rezultati proračuna za ponašanje konstrukcije zvonika Katedrale sv. Duje uslijed djelovanja potresa „Petrovac”, potresa „Campano Lucano” te potresa „South Iceland”.



Slika 21. Grafički prikaz ponašanja konstrukcije uslijed djelovanja svih potresa

Na slici je prikazan graf koji predstavlja odnos između ubrzanja  $a_g$  (izraženog u metrima po sekundi kvadratnoj,  $m/s^2$ ) i pomaka (izraženog u centimetrima, cm) za sve lokacije. Za odabrana vršna ubrzanja pokazalo se da je najrazorniji potres za zvonik Katedrale Sv. Duje potres koji se dogodio u Petrovcu. Iz grafa je vidljivo da za veoma malo vršno ubrzanje dolazi do kolapsa i otkazivanja stabilnosti konstrukcije. U usporedbi s potresom u Petrovcu, potresi Campano Lucano i South Iceland zabilježili su manje ekstremne pomake pri jednakim vršnim ubrzanjima. Do otkazivanja stabilnosti dolazi tek pri znatno većim vršnim ubrzanjima, dok za manja ubrzanja pomaci ukazuju na ozbiljnija oštećenja, ali ne i na gubitak stabilnosti.

## 6. ZAKLJUČAK

Potresi su prirodne pojave koje mogu uzrokovati značajne štete na građevinama i ozbiljno ugroziti ljudske živote. Kako bi razvili određene strategije za sprječavanje i minimalizaciju šteta, od iznimne važnosti je poznavanje potresnog djelovanja na konstrukcije.

Inženjerske metode analize i simulacije imaju ključnu ulogu u procjeni otpornosti konstrukcija na potresna djelovanja. U tom kontekstu, nastala je i kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata koju je razvio profesor dr.sc. Antonijo Munjiza, a koja je korištena u ovom diplomskom radu za seizmičku analizu istočnog pročelja zvonika Katedrale Sv. Duje u Splitu. Za analizu su korišteni podaci o tri stvarna potresa: potres u Petrovcu 1979., potres Campano Lucano 1980., te potres u South Icelandu 2000.

Cilj ovog rada bio je procijeniti otpornost zvonika na različita potresna djelovanja. Kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata omogućava detaljnu analizu interakcije između kontinuiranih i diskretnih dijelova konstrukcije pružajući precizne rezultate o ponašanju konstrukcije pod potresnim djelovanjem. Analiza rezultata pokazala je ponašanje zvonika tijekom različitih potresnih djelovanja, s naglaskom na pomake vrha konstrukcije. Kao najrazorniji potres za zvonik Katedrale Sv. Duje pokazao se potres u Petrovcu 1979. godine, što je vidljivo iz provedenih analiza i grafičkih prikaza. Kod ovog potresa vidljivo je da vrlo malo vršno ubrzanje dovodi do gubitka stabilnosti i potpunog kolapsa konstrukcije. Za potrese Campano Lucano i South Iceland, do gubitka stabilnosti dolazi tek pri znatno većim vršnim ubrzanjima dok za manja vršna ubrzanja dolazi do oštećenja konstrukcije, ali ne i do kolapsa.

Za procjenu učinka potresa na konstrukcije, potrebno je analizirati nekoliko potresa kako bi se dobila pouzdana slika o njihovom utjecaju na stabilnost i sigurnost građevinskih objekata. Specifičan broj potresa koji treba analizirati može varirati ovisno o standardima i metodama koje se primjenjuju. Eurokod 8 predstavlja europski standard za seizmičko projektiranje građevina te preporučuje razmotriti minimalno tri različita potresa.

Zaključno, primjenom kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata u analizi istočnog pročelja zvonika Katedrale Sv. Duje u Splitu, dobili smo detaljan uvid u njegovu seizmičku otpornost i ponašanje konstrukcije tijekom potresnog djelovanja. Rezultati su pokazali da mala ubrzanja mogu imati ozbiljne posljedice na konstrukciju, stoga je iznimno važno razvijati metode za sanaciju i ojačanje zvonika kako bi se smanjio rizik od oštećenja tijekom budućih seizmičkih događaja.

## 7. LITERATURA

- [1] <https://www.essentialitaly.co.uk/blog/sardinias-nuraghe-monuments>
- [2] <https://www.viator.com/en-NZ/Split-attractions/Cathedral-of-St-Dominus-Cathedral-of-St-Duje/overview/d4185-a9994>
- [3] [https://www.hkig.hr/docs/Opatija\\_2021/prezentacije/01-web\\_prezentacije/Potresno%20in%C5%BEenjerstvo/Seizmi%C4%8Dka%20analiza%20suho%20zidanih%20kamenih%20konstrukcija.pdf](https://www.hkig.hr/docs/Opatija_2021/prezentacije/01-web_prezentacije/Potresno%20in%C5%BEenjerstvo/Seizmi%C4%8Dka%20analiza%20suho%20zidanih%20kamenih%20konstrukcija.pdf)
- [4] Smoljanović, H. (2013). 'Seizmička analiza zidanih konstrukcija metodom konačno-diskretnih elemenata : disertacija', Disertacija, Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije
- [5] Y: FEM/DEM COMPUTER PROGRAM, Copyright (C) 2000, Dr. Antonio Munjiza
- [6] Munjiza A.: The combined finite-discrete element method, John Wiley&Sons, 2004
- [7] Hauser, A., Arhitektonski snimak postojećeg stanja s kraja 19. stoljeća u mj 1:40
- [8] Lourenço P.B., Computational strategies for masonry structures, Ph.D. Dissertation, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 1996.
- [9] Trosković, T., & Mirošević, K. (2008). Brački kamen – povijest, eksploatacija i primjena. Znanstvena biblioteka
- [10] A. Doljanin, Zvonik Katedrale Sv. Dujma u Splitu – konzervatorsko-restauratorski zahvati na sjevernoj strani, 2023.
- [11] Smoljanović H., Živaljić N., Nikolić Ž., Pregled metoda za modeliranje povijesnih zidanih konstrukcija, Građevinar 2013
- [12] Munjiza A., Andrews K.R.F. and White J.K., Penalty function method for combined finite-discrete element system comprising large number of separate bodies, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 49, pp. 1377-1396, 2000.