

Analiza nosivosti zidanog svoda iz Samostana sv. Franje Asiškog, Kaptol

Mijić, Dario

Master's thesis / Diplomski rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:

University of Split, Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy / Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:123:533459>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-04-01**



Repository / Repozitorij:

[FCEAG Repository - Repository of the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy, University of Split](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE

DIPLOMSKI RAD

Dario Mijić

Split, 2024.

SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE

Dario Mijić

**Analiza nosivosti zidanog svoda iz Samostana sv.
Franje Asiškog, Kaptol**

Diplomski rad

Split, 2024.

*Ovim putem zahvaljujem mentoru prof. dr. sc. Borisu Trogrliću
na strpljenju, dostupnosti i pomoći pri izradi ovog rada.*

Zahvaljujem g. Damiru Foretiću,

ovl. arh., ing. građ.,

na inicijativi za ovo istraživanje.

Zahvaljujem i izv. prof. dr. sc. Vladimiru Diviću

na pomoći pri ispitivanju konstrukcije.

Rad posvećujem svojoj obitelji koja je bila bezuvjetna podrška pri mom školovanju.

Također, hvala svim prijateljima i kolegama, a posebno Karlu

koji je trenutno "preko bare".

Zajednička učenja i crtanja do ranih jutarnjih sati

te slavlja nakon položenih kolokvija/ispita zauvijek će mi biti u sjećanju



STUDIJ: SVEUČILIŠNI DIPLOMSKI STUDIJ GRAĐEVINARSTVO

KANDIDAT: Dario Mijić

MATIČNI BROJ (JMBAG): 1015 (0083223798)

KATEDRA: Katedra za teoriju konstrukcija

KOLEGIJ: Zidane konstrukcije

ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD

Tema:

Analiza nosivosti zidanog svoda iz Samostana sv. Franje Asiškog, Kaptol

Opis zadatka:

Potrebno je provesti analizu nosivosti zidanog svoda, koji se nalazio u Samostanu sv. Franje Asiškog, Kaptol.

Analizu provesti eksperimentalnim ispitivanjem u laboratoriju FGAG, pri čemu je potrebno utvrditi slomnu silu (nosivost) svoda.

Izraditi numerički model svoda, prikazati relevantne rezultate proračuna te usporediti s dobivenom slomnom silom i mehanizmom loma.

U Splitu, 12.04.2024.

Mentor:

prof. dr. sc. Boris Trogrlić

Predsjednik Povjerenstva za završne
i diplomske ispite studija Građevinarstvo:
izv. prof. dr. sc. Ivan Balić



IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

kojom ja, Dario Mijić, JMBAG: 0083223798, student Fakulteta građevinarstva, arhitekture i geodezije Sveučilišta u Splitu, kao autor ovog diplomskog rada izjavljujem da sam ga izradio samostalno pod mentorstvom prof. dr. sc. Borisa Trogrlića.

U radu sam primijenio metodologiju znanstvenoistraživačkog rada i koristio literaturu koja je navedena na kraju rada. Tuđe spoznaje, zaključke, teorije, formulacije i grafičke prikaze koje sam izravno ili parafrazirajući naveo u radu citirao sam i povezao s korištenim bibliografskim jedinicama.

(vlastoručni potpis studenta)

Analiza nosivosti zidanog svoda iz Samostana sv. Franje Asiškog, Kaptol

Sažetak:

Zadatak diplomskog rada je eksperimentalno ispitivanje te analiza nosivosti zidanog svoda iz Samostana sv. Franje Asiškog, Kaptol. Također, napravljen je i 3D model svoda u računalnom programu SCIA Engineer 22.0 te su prikazani rezultati. U skladu s dobivenim rezultatima, donesen je zaključak.

Ključne riječi:

Srednjovjekovni, svod, luk, nosivost, slom, ziđe

Capacity analysis of masonry vault from St. Francis of Assisi Monastery, Kaptol

Abstract:

The thesis of this graduate work is experimental testing and capacity analysis of masonry vault from St. Francis of Assisi Monastery, Kaptol. Also, 3D model of vault was made in computer program SCIA Engineer 22.0 and the results are presented. In accordance with the obtained results, a conclusion was reached.

Keywords:

Medieval, vault, arc, capacity, breakdown, masonry

Sadržaj

1. Uvod	1
1.1. Povijest i karakteristike Samostana sv. Franje Asiškog, Kaptol	1
1.2. Općenito o zidanim srednjvjekovnim svodovima	4
1.3. Zidani svodovi u srednjovjekovnim samostanima	5
1.4. Karboni.....	9
2. Eksperimentalno istraživanje	12
2.1. Ispitivanje konstrukcija	12
2.2. Provođenje ispitivanja	13
2.3. Rezultati ispitivanja	27
3. Numeričko modeliranje	33
3.1. Geometrijske karakteristike i ulazni podaci.....	33
3.2. Rezultati proračuna	51
4. Zaključak.....	69
5. Literatura	70



Fotografija – Samostan sv. Franje Asiškog, Kaptol

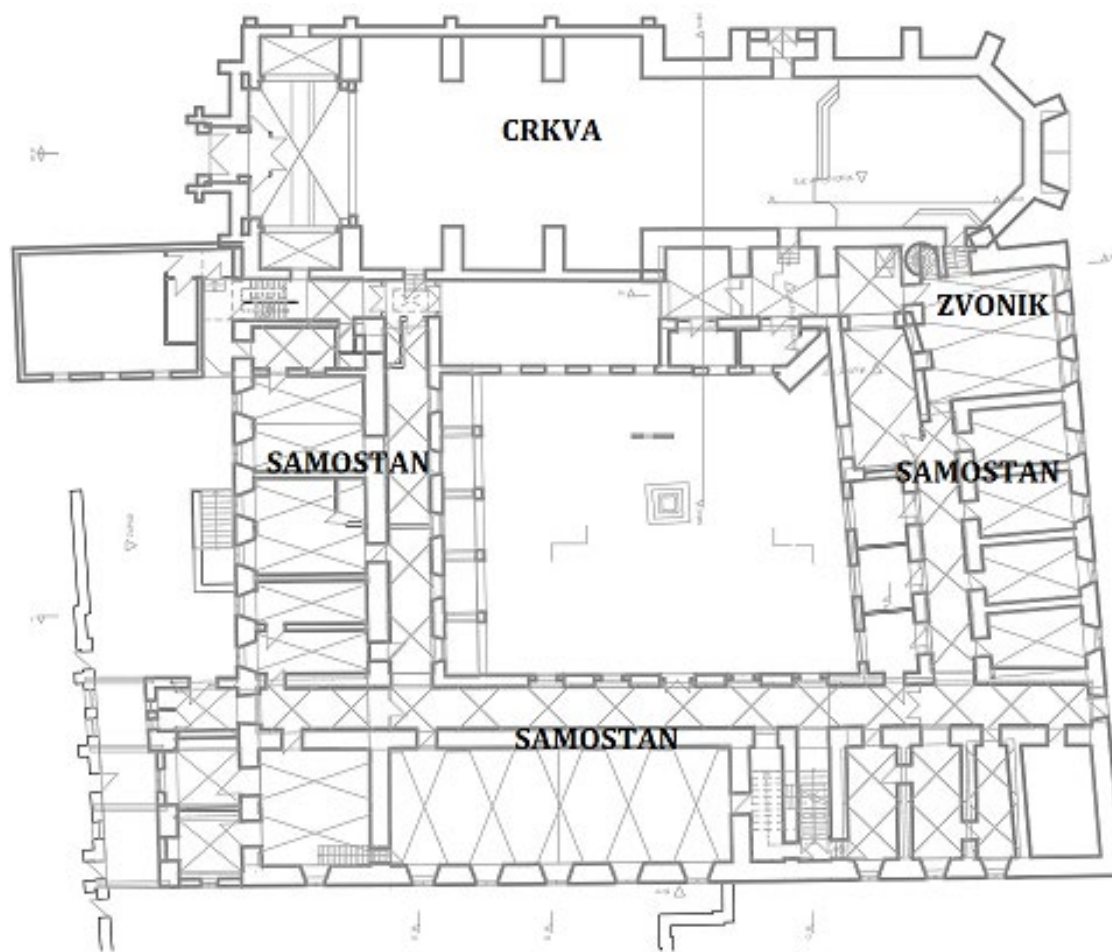


Fotografije – Pogled iz zraka te unutrašnjost kompleksa Franjevački samostan

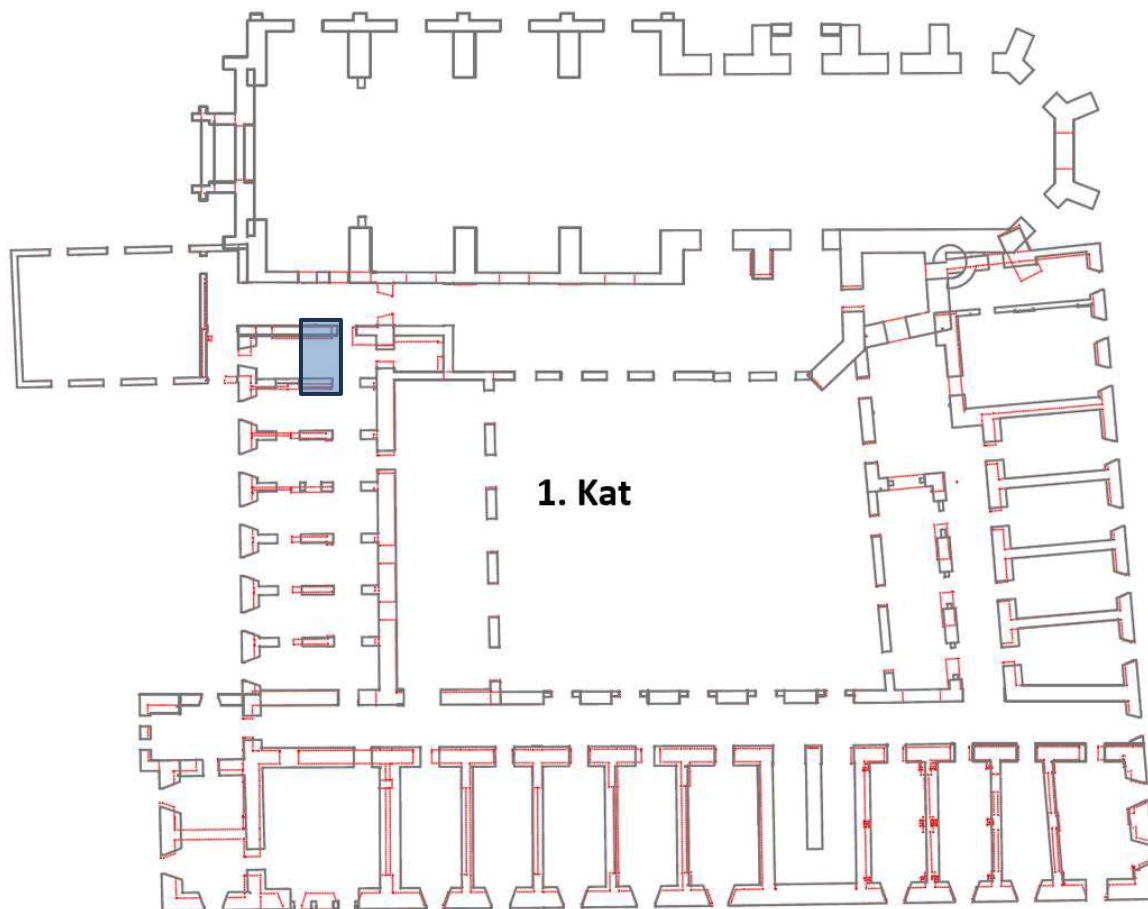
1. Uvod

1.1. Povijest i karakteristike Samostana sv. Franje Asiškog, Kaptol

Promatrani zidani svod nalazio se u Samostanu sv. Franje Asiškog na Kaptolu koji je uz crkvu i toranj (zvonik) sastavni dio kompleksa Franjevački samostan. Cijeli kompleks crkve i samostana sa atrijem između je ukupne tlocrtnne površine oko 2600 m². Današnja crkva sv. Franje je izvorno gotička. Nakon potresa 1880. crkva je rekonstruirana u neogotičkom stilu prema nacrtima graditelja Hermanna Bolléa.



Crtež 1.1 - Tlocrtna shema kompleksa Franjevački samostan, Kaptol [1]



Crtež 1.2 - Položaj promatranog zidanog svoda [1]

Gradnja kompleksa započela je 1255. godine, a do 1264. godine sagrađeni su crkva i samostan. Sredinom XV. stoljeća obnovljena su oštećenja na crkvi uzrokovana požarom iz 1435. godine. Pretpostavka je da tada biva sagrađen i zvonik. [2]

Samostan je obnovljen početkom XVII. stoljeća, ali oštećenja na njemu uzrokovana požarom iz 1646. godine natjerala su franjevce na rušenje samostanske zgrade do temelja. Franjevcima je trebalo 10 godina da potpuno sruše samostan. Do 1669. godine franjevci su obnovili južno i zapadno krilo samostana, hodnik uz crkvu te su podigli istočno krilo uz ulicu Kaptol.

Tlocrtne dimenzije samostana su oko 55 x 38 m. Samostan sadrži podrum (ispod zapadnog i dijela sjevernog krila), prizemlje, 2 kata i potkrovlje. Nosiva konstrukcija nije tlocrtno pravilna (nesimetričan položaj dugih zidova, U-oblik). Također, nosiva konstrukcija nije ni

visinski pravilna (dio nosivih zidova ne oslanja se na temelje, nego na međukatne konstrukcije koje predstavljaju svodovi).

Samostan je izgrađen od ziđa (puna opeka povezana vapnenim mortom) koje uslijed dotrajalosti ima malu tlačnu čvrstoću. Vlačna i posmična čvrstoća su neznatne.



Fotografija 1.3 – Promatrani svod

Svod, vidljiv na fotografiji 1.3, je promjenjive širine, oko 60 cm i raspona 179 cm između peta luka. Svod je obostrano ojačan FRCM sustavom (karbonsko platno i HDM max, na bazi cementa, 25 MPa). Ziđe nije injektirano, već je samo fugirano.

1.2. Općenito o zidanim srednjvjekovnim svodovima

Od pojave lučnih konstrukcija u Mezopotamiji i Egiptu, lukovi, kupole i svodovi raširili su se svijetom u različitim oblicima. Idealan materijal za gradnju navedenih elemenata u prošlosti bilo je zide. Vremenom su se razvijale različite tehnologije gradnje i oblici ovisno o geografskom položaju. To se odnosilo na karakteristike lokalnog kamena i razvoj lokalnih vještina.

Mnogi povijesni zapisi govore o jakim udarima potresa na navedene konstrukcije, ali bez pretrpljenih većih šteta. Brojni spomenici širom svijeta koji su ostali sačuvani tijekom stoljeća živi su primjer ove činjenice, a posebno se ističu Panteon u Rimu, akvadukt Segovia u Španjolskoj (vidljiv na fotografiji 1.4), Crvena Kupola u Iranu...



Fotografija 1.4 – Akvadukt Segovia, Španjolska

1.3. Zidani svodovi u srednjovjekovnim samostanima

Značajan dio svjetske graditeljske i arhitektonske baštine predstavljaju povijesno vrijedne zidane konstrukcije. Kupole i svodovi su u velikoj mjeri korišteni u krovovima srednjovjekovnih građevina. Tehnika gradnje koja se koristi u lukovima, svodovima i kupolama omogućuje ugradnju složenih tlačnih konstruktivnih oblika bez pojave vlačnih naprezanja.



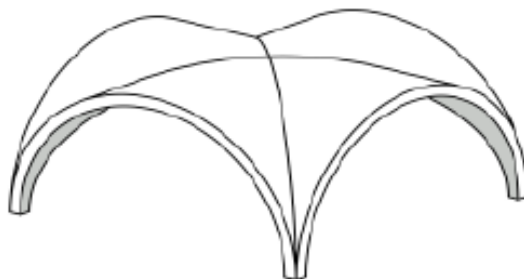
Fotografija 1.5 - Kupola bazilike sv. Petra

U današnje vrijeme svodovi se klasificiraju kao jednostavni ili kompozitni. Jednostavni svodovi ograničeni su jednom plohom, bez promjene zakrivljenosti (npr. bačvasti svod, jedreni svod). S druge strane, kompozitni svodovi su izgrađeni od plohe koja je sastavljena od više dijelova različite zakrivljenosti (npr. križni svod, klaustarski svod).

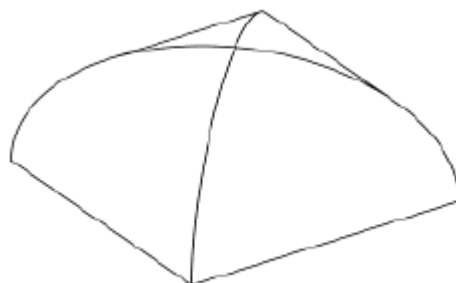
Također, svodovi se mogu klasificirati kao oni dobiveni translacijom zakrivljene direktrise (npr. bačvasti svod) i oni dobiveni rotacijom oko svoje osi (npr. kupole).



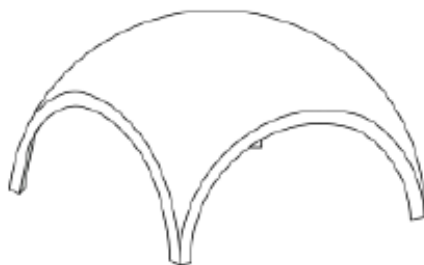
Crtež 1.6 – Bačvasti svod [3]



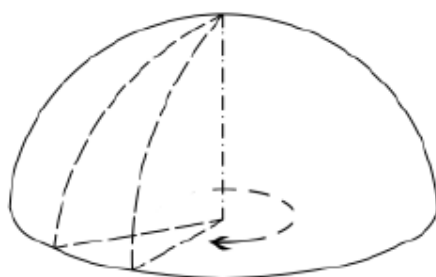
Crtež 1.7 – Križni svod [3]



Crtež 1.8 – Klaustarski svod [3]



Crtež 1.9 – Jedreni svod [3]



Crtež 1.10 – Kupola [3]



Fotografija 1.11 – Zidani svodovi u Samostanu sv. Franje Asiškog, Kaptol

Na fotografiji 1.11, prikazani su karakteristični svodovi za Samostan sv. Franje Asiškog na Kaptolu. Prosječan raspon svodova u Samostanu je 3.5 – 4 m.

1.4. Karboni

U novije vrijeme, za ojačanje zida koriste se trake, lamele i mreže od vlaknima ojačanog polimera (eng. FRP – Fiber Reinforced Polymer). Ti kompoziti su dobiveni od najmanje 2 sloja finih neprekinutih vlakana i polimerne matrice (epoksidna smola, poliester, vinilester) koja ih povezuje. Najčešće se upotrebljavaju vlakna od ugljika (karbona) (eng. carbon fiber reinforced polymer, CFRP), aramida (AFRP), stakla (GFRP) i od prirodnih vlakana celuloze i agave. Vlakna kompozita preuzimaju opterećenje, a matrica osigurava raspodjelu opterećenja među vlaknima istovremeno ih štiteći od štetnog utjecaja okoliša i mehaničkog oštećenja. [4]

Karbonska vlakna sadrže najmanje 90% ugljika, većinom su kružnog poprečnog presjeka promjera 5 do 10 μm i crne su boje, kao što je prikazano na fotografiji 1.12.



Fotografija 1.12 – Karbonska tkanina

Karbonska vlakna su pogodna za saniranje betonskih konstrukcija kao i za poboljšanje čvrstoće na savijanje i čvrstoće na posmik armirano-betonskih konstrukcija koje su oštećene mehaničkim ili fizičkim djelovanjem. Mogu se koristiti, kao u ovom slučaju, za seizmičko ojačanje u područjima ugroženim potresom.

Neke od prednosti ojačanog zida karbonskim vlaknima:

- 1) Povećanje vlačne čvrstoće;
- 2) Postizanje prijašnje ili čak povećane nosivosti;
- 3) Za razliku od čelične armature, vlakna ne korodiraju;
- 4) Za vrijeme sanacije, upotrebljivost građevine je gotovo normalna;
- 5) Rad se odvija ručno, bez posebne opreme;
- 6) Neznatno povećanje mase u odnosu na masu prije sanacije;
- 7) Kratko vrijeme sanacije i sl.



Fotografija 1.13 – Ojačanje svodova po intradosu



Fotografija 1.14 – Ojačanje svoda karbonskim tkaninama (vidljiva sidra od karbonskih užadi)

2. Eksperimentalno istraživanje

2.1. Ispitivanje konstrukcija

Prema stanju objekta ili uzoraka nakon ispitivanja razlikuju se:

- 1) Ispitivanja s razaranjem (destruktivna ispitivanja);
- 2) Ispitivanja s polurazaranjem (semidestruktivna ispitivanja);
- 3) Ispitivanja bez razaranja (nedestruktivna ispitivanja) [5]

Kod ispitivanja razaranjem najviše do izražaja dolaze mehaničke karakteristike materijala, a ostale karakteristike nisu toliko važne. Najčešće se ispituju čvrstoća, tvrdoća, elastičnost i plastičnost. Kako bi odredili većinu tih svojstava, uzorak se mora bitno promijeniti ili čak do kraja razoriti. Ova vrsta ispitivanja korištena je pri ispitivanju promatranog svoda budući je došlo do sloma konstrukcije.

Polurazornim metodama ispitivanja dobiju se oštećenja uzoraka takva da je materijal i dalje upotrebljiv. Može se odrediti korelacija čvrstoće i tvrdoće materijala.

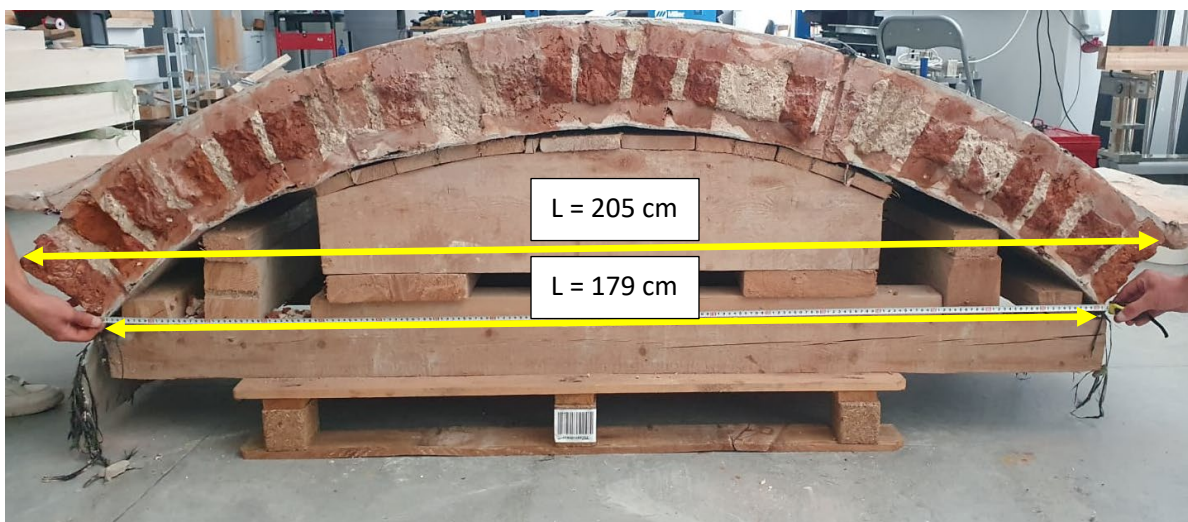
Pri nerazornom ispitivanju, uzorak se ne oštećuje ni razara. Ovim metodama određuju se fizikalne veličine. Ispitivanja su kratkotrajna te se brzo i lako izvode. Manje su pouzdana od ispitivanja s razaranjem, a točnost se može povećati ako se provode u kombinaciji s ispitivanjem s razaranjem te ako uspostavimo dobru korelaciju između njih.

2.2. Provođenje ispitivanja

Uzorak svoda je ispitivan u sklopu Specijalizirane laboratorijske jedinice "Laboratorij za konstrukcije" na Fakultetu građevinarstva, arhitekture i geodezije u Splitu.



Fotografija 2.1 – Ispitivani svod

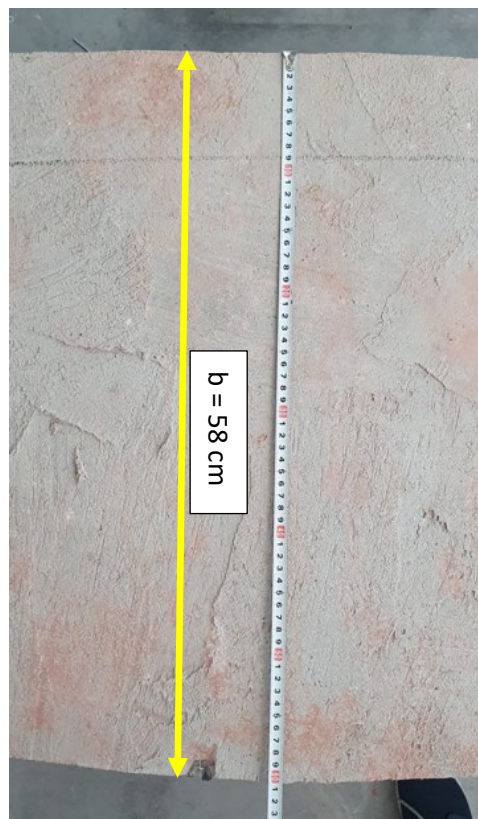


Fotografija 2.2 – Mjerenje raspona svoda

Raspon između peta svoda je 179 cm, dok je udaljenost između gornjih rubnih točaka svoda 205 cm, kao što je prikazano na fotografiji 2.2.



Fotografija 2.3 – Ispitivani svod



Fotografija 2.4 – Mjerenje širine svoda

Svod je geometrijski nepravilan, širine oko 60 cm (najvećim dijelom 58 cm), kao što je prikazano na fotografiji 2.4.



Fotografija 2.5 – Mjerenje debljine svoda

Debljina svoda je također promjenjiva. Njena vrijednost, kao što je vidljivo na fotografiji 2.5, varira oko 18 cm (najvećim dijelom 19 cm).



Fotografija 2.6 – Mjerenje debljine fuge

Kao što je vidljivo na fotografiji 2.6, debljina fuge zida iznosi oko 2.5 cm.



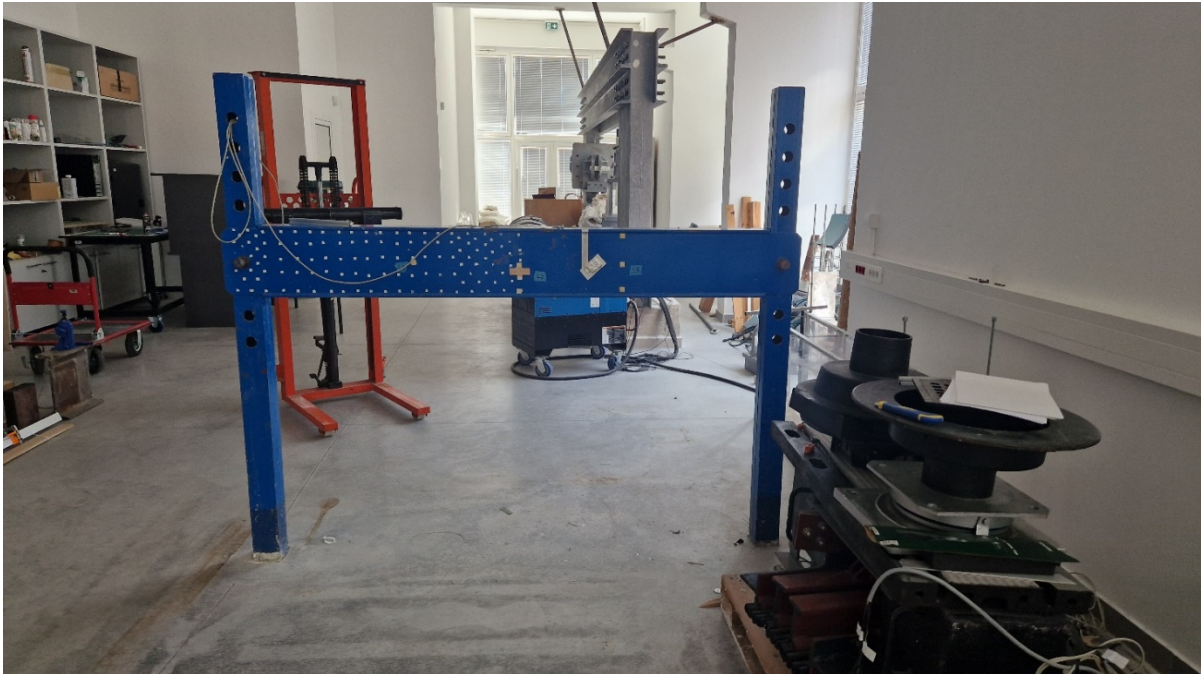
Fotografija 2.7 – Mjerenje debljine sloja karbonskog platna i morta



Fotografija 2.8 – Mjerenje debljine sloja karbonskog platna i morta

Sloj karbonskog platna i reparaturnog morta je debljine 7 mm, kao što je prikazano na fotografijama 2.7 i 2.8.

Za potrebe opisa mehaničkog sklopa mjereno je opterećenje silom u sredini svoda te progibi svoda na rubovima u sredini svoda. Pored progiba na sredini, mjereni su i progibi na osloncima kako bi se eliminirali pomaci krutog tijela (posebice pomaci uslijed deformacije oslonaca). Sila je unošena hidrauličkom dizalicom kapaciteta 8 t (oko 80 kN), razuprtom o kruti okvir.



Fotografija 2.9 – Okvir za ispitivanje



Fotografija 2.10 – Transport svoda do mjesta ispitivanja



Fotografija 2.11 – Svod na mjestu ispitivanja



Fotografija 2.12 – Postavljanje hidrauličke dizalice

Što se rubnih uvjeta tiče, ovako postavljen svod je zapravo zakrivljena prosta greda (s obje strane svoda su klizni oslonci, dopušteni su horizontalni pomaci u petama svoda). Razlozi zašto svod nije testiran kao luk, već kao zakrivljena prosta greda, ponajviše su tehničke prirode. Za simulaciju rubnih uvjeta u slučaju luka bilo bi potrebno spriječiti horizontalne pomake izvedbom "betonske kade" ili na neki drugi način. Pri uvjetima spriječenog horizontalnog pomaka, uz djelovanje vertikalne sile na luk s imperfekcijama u debljini i geometriji te tlak po cijelom presjeku i luku, za očekivati je gubitak stabilnosti u antisimetričnoj formi. Pri tome su sile i naprezanja značajno veći od onih pri slomu proste grede. Slom takvog uzorka bio bi krt, trenutani. Ovaj način oslanjanja i ispitivanja bio bi riskantan i zbog moguće "eksplozije" pri slomu i/ili gubitku stabilnosti.

Okvir je opremljen i sensorima za mjerenje deformacije i progiba te je kalibriran da mjeri silu opterećenja na uzorak svoda.

Senzori deformacije postavljeni su na hrbat grede okvira, na polovini visine i zarotirani za 45° od horizontale kako bi mjerili posmičnu komponentu deformacije. Na ovakav način orijentirani, reducirana je pogreška pozicioniranja unosa opterećenja u odnosu na okvir. Senzori HBM 1-XY11-6/120 su tipa T rozete, mjernog područja 6 mm, temperaturno kompenzirani za čelik te spojeni u konfiguraciju punog mosta.

Progibi su mjereni induktivnim sensorima pomaka (LVDT) hoda 100 mm HBM WA100 u sredini raspona te hoda 10 mm HBM WA10 na osloncima.



Fotografija 2.13 – Postavljanje senzora deformacije i progiba



Fotografija 2.14 – Postavljanje senzora deformacije i progiba

Svi podaci prikupljeni su na sustav za akviziciju podataka koji se sastoji od HBM Quantum MX840B univerzalnog pojačala i konvertera signala te HBM CX22 računala za prikupljanje podataka.

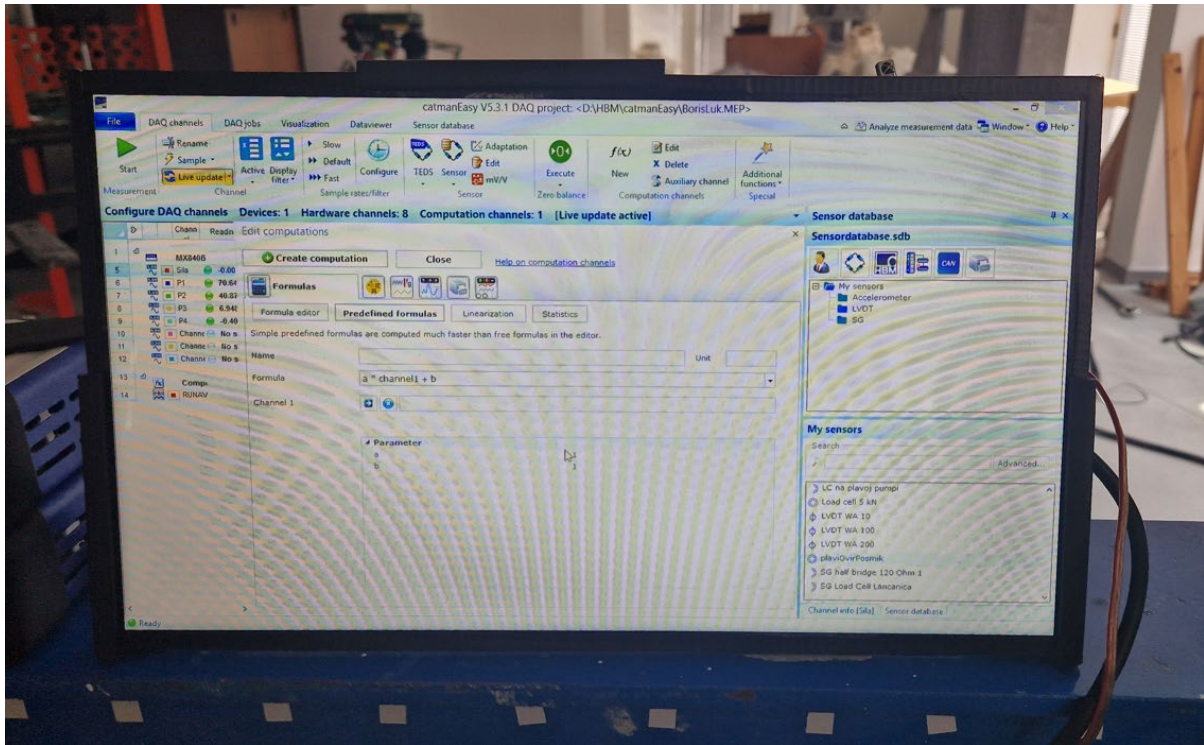
Sila unosa kontrolirana je ručno. Svi podaci prikupljeni su brzinom od 300 uzoraka u sekundi na koje je primijenjen niskopropusni filter frekvencije propuštanja 10 Hz.



Fotografija 2.15 – Postavljanje pojačala i konvertera te računala



Fotografija 2.16 – Računalo za prikupljanje podataka



Fotografija 2.17 – Sučelje računalnog programa catmanEasy V5.3.1



Fotografija 2.18 – Početak ispitivanja



Fotografija 2.19 – Početak ispitivanja

2.3. Rezultati ispitivanja

Po završetku eksperimenta, iz zapisa progiba, oduzeti su pomaci krutog tijela od ukupnog progiba svoda kako bi se analizirala deformacijska svojstva. Horizontalni pomak nije mjereno.

Do sloma svoda došlo je pri vrijednosti sile od 25 kN (oko 2.5 t). Slom se očekivano dogodio po fugi.

Također, pri slomu su izmjerene sljedeće vrijednosti:

Sila: $F = 25.30 \text{ kN}$

Vrijeme: $t = 80.05 \text{ s}$

Progib svoda: $w = 5.95 \text{ mm}$

Pomak sredine svoda (stražnji dio): $u_1 = 7.55 \text{ mm}$

Pomak sredine svoda (prednji dio): $u_2 = 7.15 \text{ mm}$

Pomak lijeve pete svoda: $u_3 = 1.42 \text{ mm}$

Pomak desne pete svoda: $u_4 = 1.37 \text{ mm}$



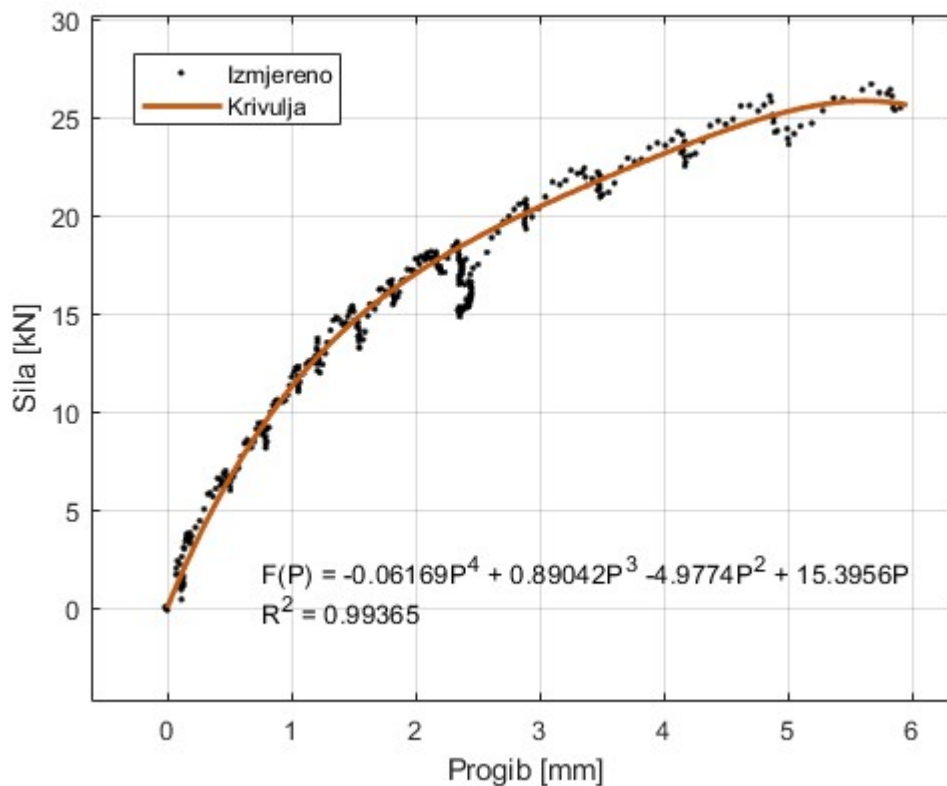
Fotografija 2.20 – Slom svoda



Fotografija 2.21 – Slom svoda

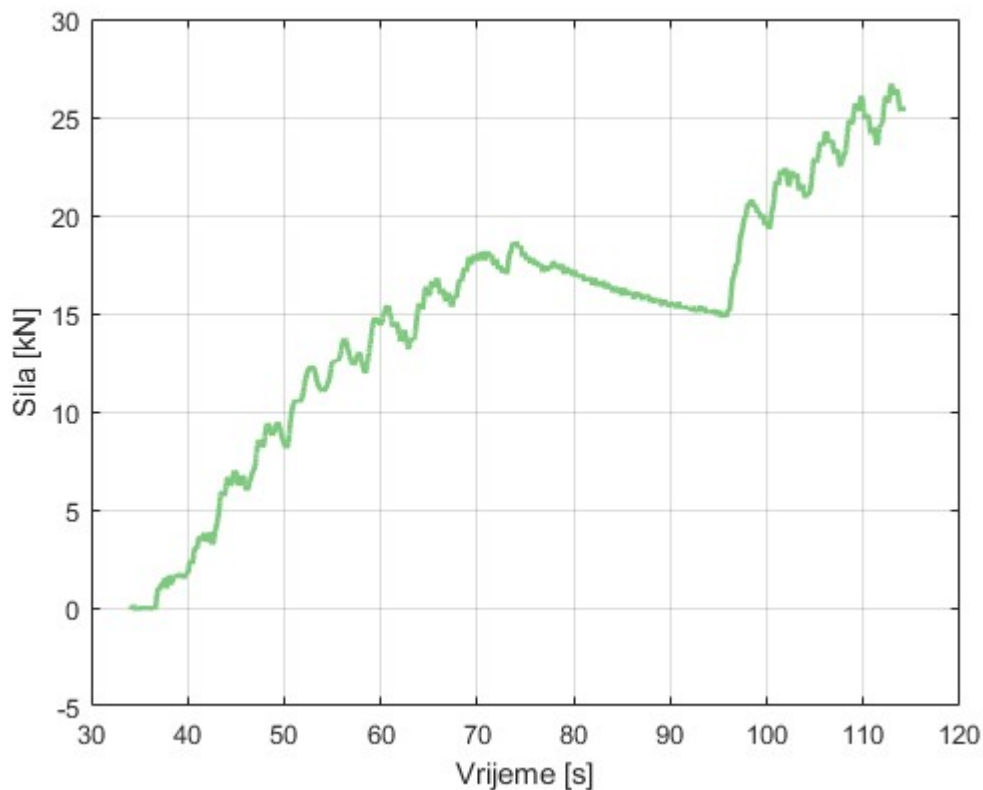


Fotografija 2.22 – Slom svoda



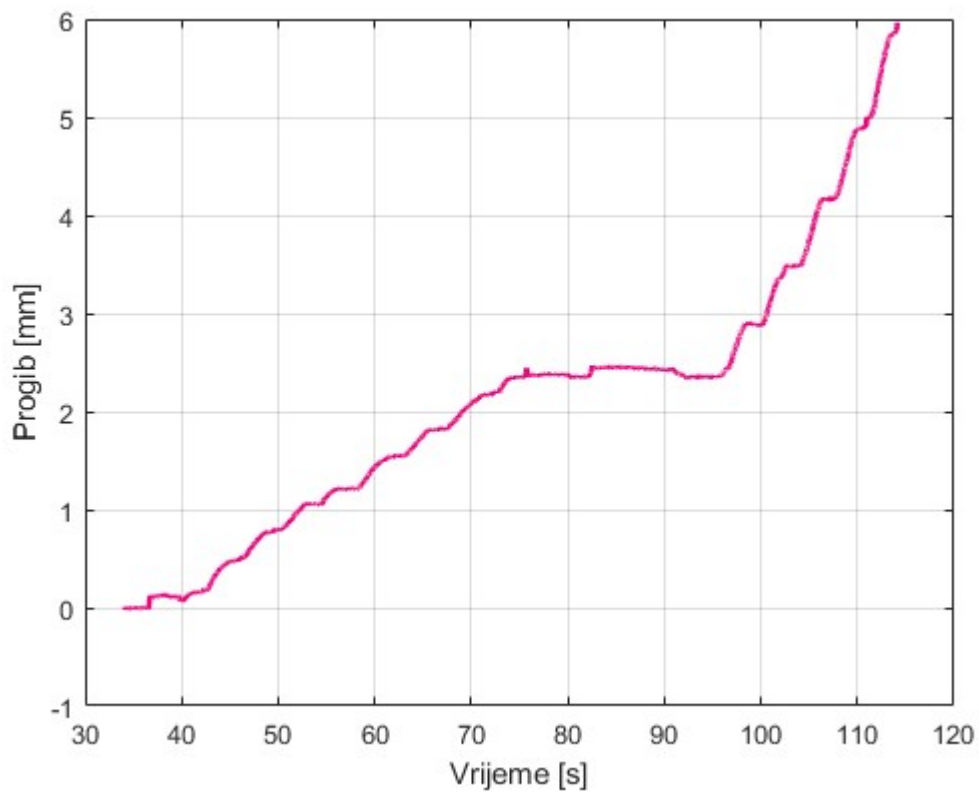
Dijagram 2.23 – Dijagram sila – progib

Ispitivanjem svoda praćene su vrijednosti sile i progiba te je njihova međusobna ovisnost prikazana na dijagramu 2.23. Slom svoda dogodio se pri vrijednosti sile od oko 25 kN, a progib pri toj sili je bio 5.95 mm. Na dijagramu je prikazan i analitički izraz za dobivanje krivulje koja predstavlja osrednjene vrijednosti izmjerenih rezultata.



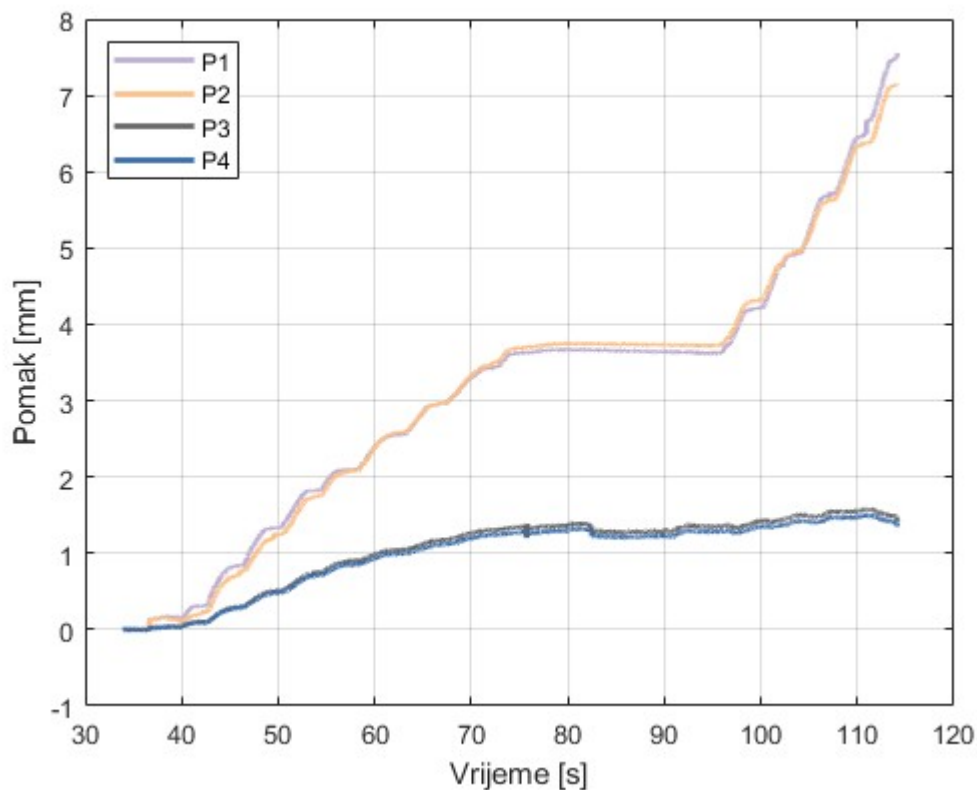
Dijagram 2.24 – Dijagram sila – vrijeme

Također, ispitivanjem je praćeno vrijeme potrebno da dođe do loma svoda pri povećanju sile. Na dijagramu 2.24 prikazano je povećanje sile u vremenu. Slom svoda dogodio se nakon 80 s, a sila je tada dosegla vrijednost 25 kN.



Dijagram 2.25 – Dijagram progib – vrijeme

Ispitivanjem svoda praćena je i vrijednost progiba u vremenu. Njihova međusobna ovisnost prikazana je na dijagramu 2.25. Nakon 80 s ispitivanja, progib svoda imao je vrijednost 5.95 mm te se dogodio slom.



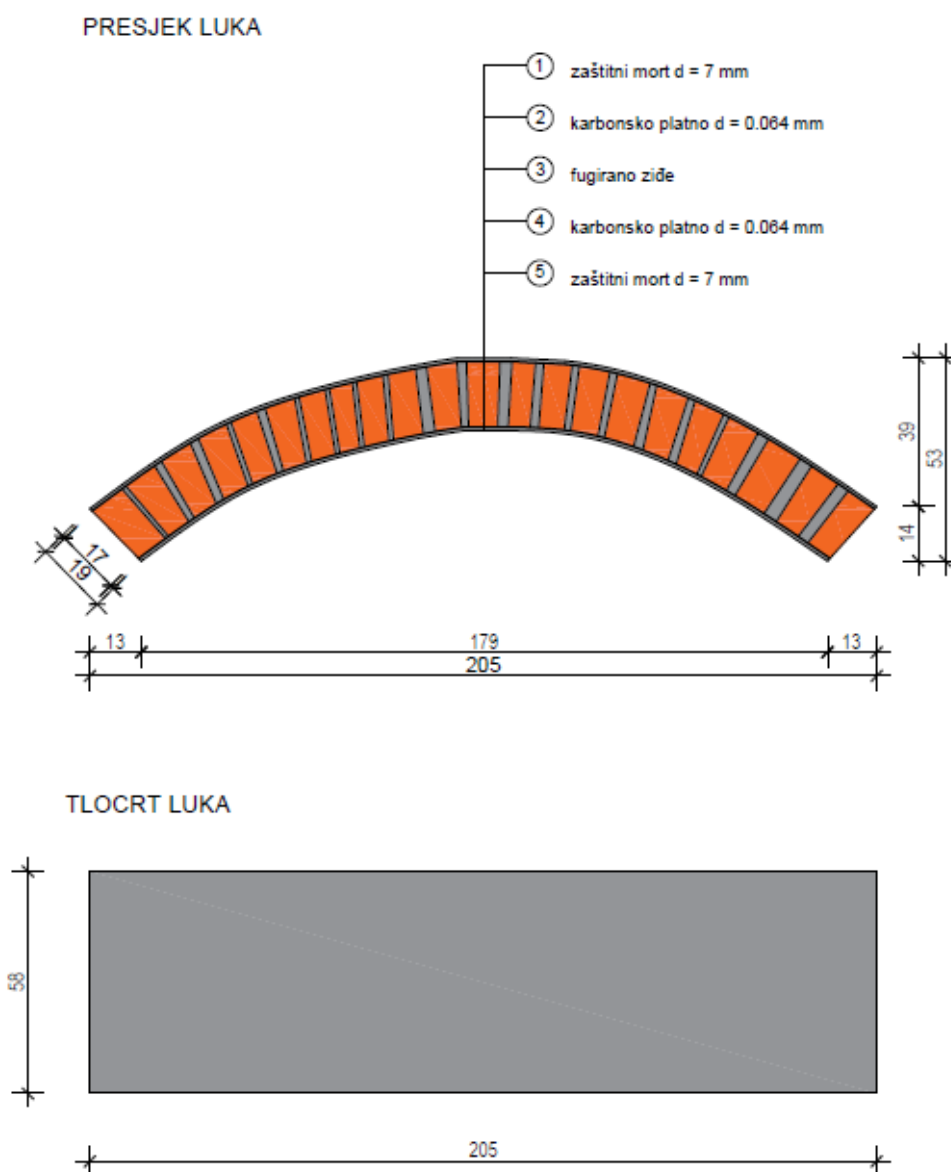
Dijagram 2.26 – pomak – vrijeme

Na dijagramu 2.26 prikazane su vrijednosti pomaka karakterističnih točaka svoda u vremenu. Nakon 80 s ispitivanja (slom svoda), pomak lijevog ruba svoda (crna krivulja) bio je 1.42 mm, a desnog ruba (plava krivulja) 1.37 mm. Također, pomak sredine svoda s prednje strane u pogledu (narančasta krivulja) bio je 7.15 mm, a pomak sa stražnje strane (ljubičasta krivulja) iznosio je 7.55 mm.

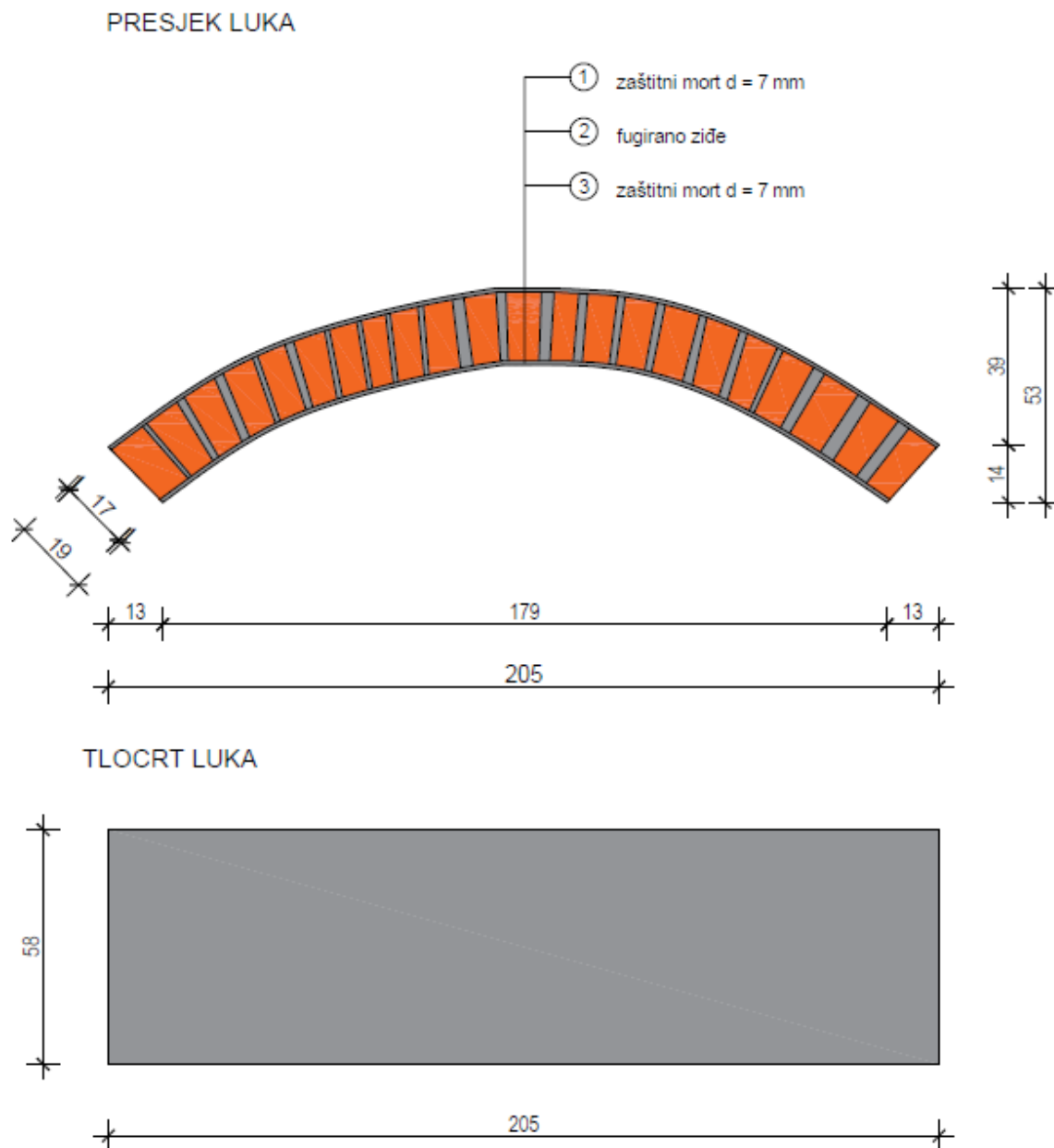
3. Numeričko modeliranje

3.1. Geometrijske karakteristike i ulazni podaci

Promatrani svod geometrijski je nepravilan. Raspon svoda u petama iznosi 179 cm. Širina svoda je blago promjenjiva, najvećim dijelom 58 cm. Također, debljina svoda je blago promjenjiva, najvećim dijelom 19 cm. Na crtežu 3.1 prikazane su geometrijske karakteristike sa slojevima svoda.



Crtež 3.1 – Presjek i tlocrt svoda



Crtež 3.2 – Presjek i tlocrt svoda

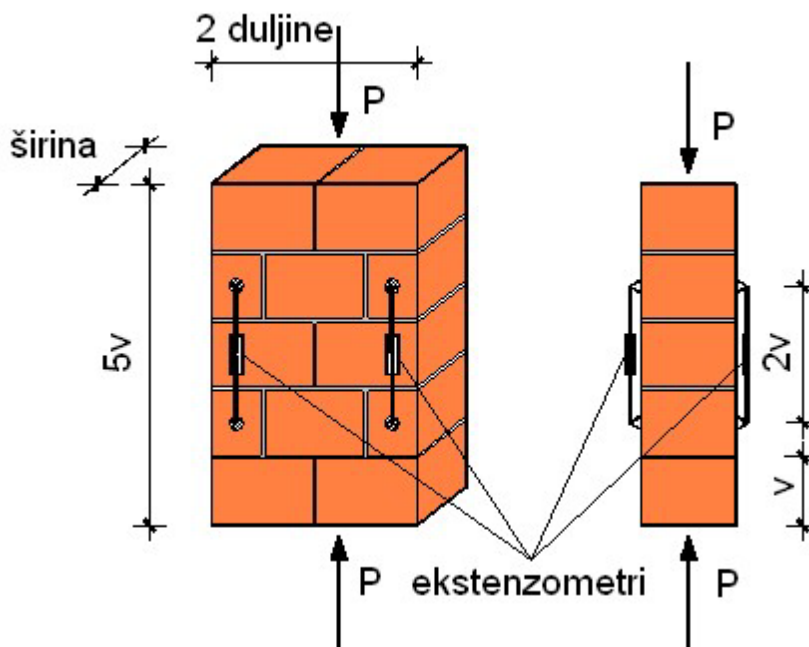
Na crtežu 3.2 prikazan je svod bez karbonskih ojačanja. Numerički proračun provest će se i za ovakav svod kako bi u rezultatima vidjeli doprinos karbonskih vlakana u ojačanom svodu.

Za numeričko modeliranje korišten je računalni program SCIA Engineer 22.0 (32bit) koja proračune vrši metodom konačnih elemenata.

Da bi rezultati proračuna bili što sličniji stvarnom ponašanju svoda, potrebno je primijeniti stvarne vrijednosti mehaničkih i deformacijskih svojstava gradiva.

Kod ziđa, kao najvažnija mehanička svojstva ističu se tlačna čvrstoća, vlačna čvrstoća i posmična čvrstoća. Modul elastičnosti i modul posmika predstavljaju deformacijska svojstva ziđa.

Karakteristična tlačna čvrstoća ziđa (f_k) je ona iznad koje se očekuje više od 95% rezultata ispitivanja bez utjecaja ekscentričnosti, vitkosti i spriječenih bočnih deformacija. Potrebno ju je odrediti eksperimentalno ili empirijskim formulama na temelju eksperimentalno određenih tlačnih čvrstoća morta i zidnog bloka. Tlačna čvrstoća ziđa pri djelovanju opterećenja okomito na smjer prostiranja sljubnice znatno je veća u odnosu na onu pri djelovanju opterećenja koje nije okomito na smjer prostiranja sljubnice.



Crtež 3.3 – Ispitivanje tlačne čvrstoće ziđa [4]

Jednadžba prema kojoj se računa tlačna čvrstoća ziđa glasi:

$$f_k = K \cdot f_b^\alpha \cdot f_m^\beta;$$

gdje je:

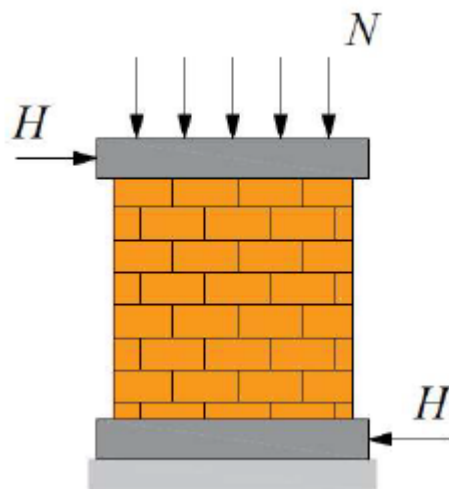
K – konstanta koja ovisi o tipu zidnog elementa

f_b – normalizirana tlačna čvrstoća zidnog elementa [N/mm^2]

f_m – tlačna čvrstoća morta [N/mm^2]

α, β – konstante

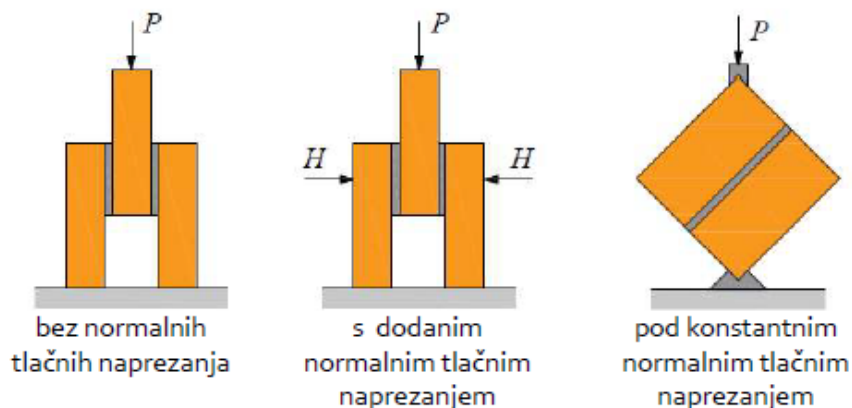
Vlačna čvrstoća zida (f_t) je ona čvrstoća pri kojoj dolazi do vlačnog otkazivanja zida koje je istovremeno opterećeno i vertikalno i horizontalno. Relativno je mala i promjenjiva.



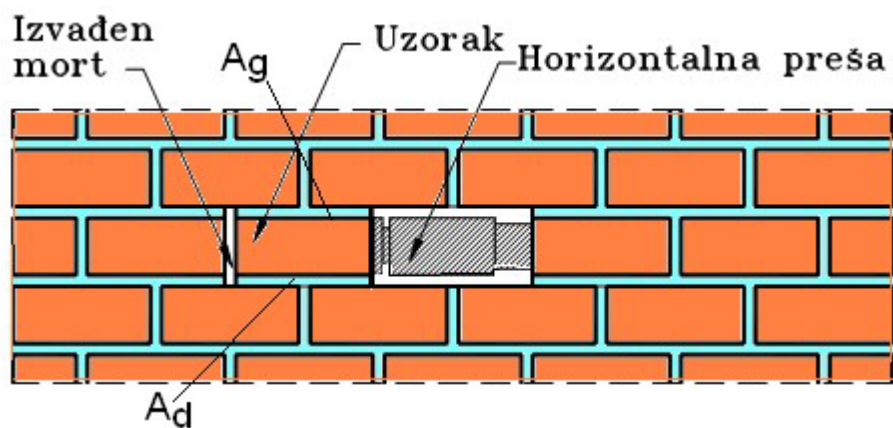
Crtež 3.4 – Ispitivanje vlačne čvrstoće zida [4]

Karakteristična posmična čvrstoća nearmiranog zida (f_{vk}) je ona iznad koje se očekuje više od 95% rezultata ispitivanja. Posmična čvrstoća zida je u direktnoj vezi s vertikalnom komponentom tlačnog naprezanja te ovisi o visini i debljini zida. Može se odrediti eksperimentalno ili proračunski.

Eksperimentalno, posmična čvrstoća određuje se odgovarajućim ispitivanjem uzoraka ili ispitivanjem na zidu.



Crtež 3.5 – Određivanje posmične čvrstoće zida [4]



Crtež 3.6 – Ispitivanje posmične čvrstoće zida [4]

Proračunski, posmična čvrstoća određuje se prema izrazu:

$$f_{vk} = f_{vk0} + 0.4\sigma_d;$$

ali ne veće od $0.065f_b$ ili f_{vt} .

gdje je:

f_{vk0} – karakteristična početna posmična čvrstoća pri nultom tlačnom napreznju

f_b – normalizirana tlačna čvrstoća zidnog elementa

f_{vt} – granična vrijednost f_{vk}

σ_d – proračunsko tlačno naprežanje okomito na posmik u elementu na promatranoj razini

Navedena jednačba može se koristiti za zida čije su sljubnice potpuno ispunjene mortom (opće namjene ili tankoslojnim mortom u horizontalnim sljubnicama debljine 0.5 mm do 3 mm).

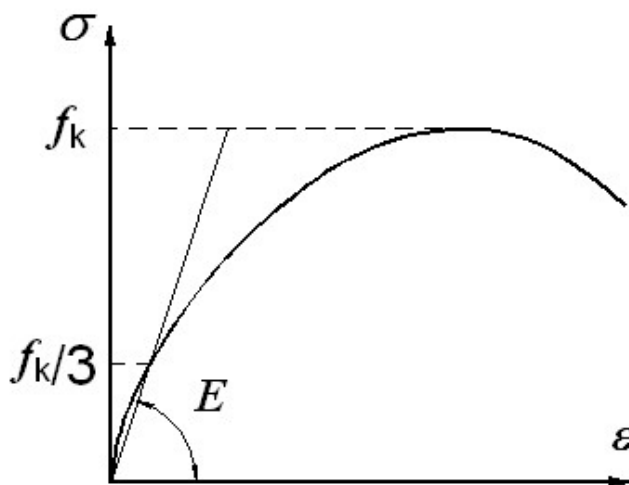
Modul elastičnosti (E) je koeficijent razmjernosti između naprežanja i deformacija pri jednoosnom stanju naprežanja. Eksperimentalno, sekantni modul elastičnosti pod opterećenjem određuje se pri 1/3 slomnog opterećenja. Ukoliko ne postoje eksperimentalna ispitivanja, sekantni modul elastičnosti se može odrediti prema jednačbi:

$$E = K_e \cdot f_k;$$

gdje je:

$$K = 1000$$

f_k = tlačna čvrstoća zida



Dijagram 3.7 – Sekantni modul elastičnosti [4]

Vrijednost modula elastičnosti zida je oko 4 GPa.

Modul posmika (G) je faktor proporcionalnosti između posmičnih napreznja i kutne deformacije kod linearno elastičnog, homogenog i izotropnog materijala. Kod zida, kao vrijednost modula posmika uzima se 40% vrijednosti modula elastičnosti. Vrijedi relacija:

$$G = 0.4 \cdot E$$

Na temelju serije eksperimentalnih ispitivanja, mehanička i deformacijska svojstva karakterističnog zida prikazana su tablicom 3.1:

Tablica 3.1 – Referentne vrijednosti mehaničkih svojstava za razne tipologije zidova povijesnih građevina [6]

Vrsta gradiva	Tlačna čvrstoća f_c [MPa]	Vlačna čvrstoća f_t [MPa]	Modul elastičnosti E [MPa]	Modul posmika G [MPa]	Specifična težina γ [kN/m ³]
Zid od nepravilnog kamena (obluci, nejednak i nepravilan kamen)	1 – 1.80	0.020 – 0.048	200 - 1050	130 - 350	19
Zid od neobrađenog kamena s fasadnim zidom ograničene debljine i središnjom ispunom	2.00 – 3.00	0.053 – 0.080	1020 - 1440	340 - 480	20
Zid od obrađenog kamena dobrih vezivnih svojstava	2.60 – 3.80	0.084 – 0.111	1500 – 1980	500 – 660	21
Zid od mekog kamena (tuf, vapnenac, itd.)	1.40 – 2.40	0.042 – 0.063	900 – 1700	300 - 420	16
Zid od pravokutno obrađenog kamena	4.70 – 8.00	0.135 – 0.180	740 – 3200	200 - 940	22
Zid od pune cigle s vapnenim mortom	2.00 – 4.00	0.040 – 0.140	240 – 1800	80 - 600	18

Nakon pregleda građevine i provedenih ispitivanja, za potrebe numeričkog modeliranja promatranog svoda korištene su sljedeće vrijednosti mehaničkih i deformacijskih svojstava:

Tlačna čvrstoća (okomito na sljubnice): $f_k = 1.50$ MPa


Vlačna čvrstoća: $f_t = 0.05$ MPa

Posmična čvrstoća: $f_{vk,0} = 0.20$ MPa

Modul elastičnosti: $E = 400$ MPa

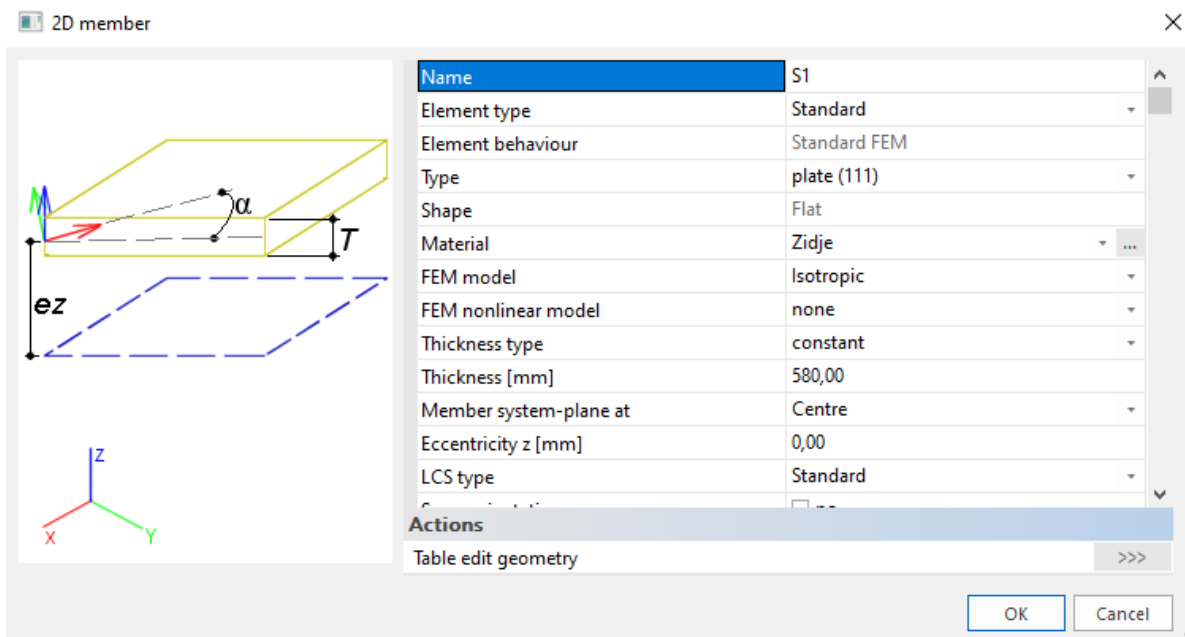
Modul posmika: $G = 70$ MPa

Tablica 3.2 – Materijalna svojstva zida

Name	Zidje
Code independent	
Material type	Concrete
Thermal expansion [m/mK]	0,01e-003
Unit mass [kg/m ³]	1800,00
Density in fresh state [kg/m ³]	1800,00
E modulus [MPa]	4,0000e+02
Poisson coeff.	0,2
Independent G modulus	<input checked="" type="checkbox"/>
G modulus [MPa]	7,0000e+02
Log. decrement (non-uniform da...)	0,2
Colour	
Specific heat [J/gK]	6,0000e-01
Thermal conductivity [W/mK]	4,5000e+01
Order in code	5
Price per unit [€/m ³]	1,00
EN 1992-2	
Characteristic compressive cylind...	1,50
Calculated depended values	<input type="checkbox"/>
Mean compressive strength fcm...	10,00
fcm(28) - fck(28) [MPa]	8,50
Mean tensile strength fctm(28) [...]	0,05
fctk 0,05(28) [MPa]	0,30
fctk 0,95(28) [MPa]	0,50
Design compressive strength - pe...	1,00
Design compressive strength - ac...	1,25
Strain at reaching maximum stre...	20,0
Ultimate strain eps cu2 [1e-4]	35,0
Strain at reaching maximum stre...	17,5
Ultimate strain eps cu3 [1e-4]	35,0
Stone diameter (dg) [mm]	32,00
Cement class	N (normal hardening - CEM 32,5 ▾)
Silica fume	<input type="checkbox"/>

Zide je zadano kao 2D element u obliku ploče sa materijalnim svojstvima prikazanim u tablici 3.2.

Tablica 3.3 – Zadavanje ziđa



Širina svoda je 58 cm, kao što je prikazano u tablici 3.3.


Promatrani svod je ojačan karbonskim vlaknima. Korištena je tkanina s vlaknima u dva smjera (BI-AX) visokog modula elastičnosti i otpornosti na vlak.

Iz tehničkog lista korištenog karbonskog platna iščitana je debljina istog koja je u ovom slučaju 0.064 mm. Sloj karbonskog platna i reparaturnog morta je debljine 7 mm.

Nakon provedenog eksperimenta zaključeno je da je došlo do pojave tlaka u gornjoj zoni svoda te vlaka u donjoj zoni. Stoga, zadane su dvije vrste kompozita karbonskog platna i reparaturnog morta sa različitim materijalnim svojstvima.

U tlačnoj zoni, ekstrados svoda, postavljen je kompozit sa materijalnim svojstvima prikazanim u tablici 3.4.

Tablica 3.4 – Materijalna svojstva kompozita karbonskog platna i reparaturnog morta u tlačnoj zoni

Name	K+M Tlak
Code independent	
Material type	Steel
Thermal expansion [m/mK]	0,01e-003
Unit mass [kg/m ³]	1750,00
E modulus [MPa]	2,0000e+04
Poisson coeff.	0,3
Independent G modulus	<input checked="" type="checkbox"/>
G modulus [MPa]	8,0000e+03
Log. decrement (non-uniform da...)	0,15
Colour	
Thermal expansion (for fire resistan...)	0,01e-003
Specific heat [J/gK]	6,0000e-01
Thermal conductivity [W/mK]	4,5000e+01
Price per unit [€/kg]	1,00
EC3	
Ultimate strength [MPa]	360,0
Yield strength [MPa]	235,0
Thickness range	...


Kao što je vidljivo u tablici 3.4, korišten je modul elastičnosti od $E = 20000$ MPa dobiven iz relacije:

$$E_{sr} = \frac{(7-0.064) \cdot 20000}{7} = 19817.14 \text{ MPa}$$

Većinu tlačnih naprezanja preuzet će reparaturni mort. Dobivena vrijednost je zaokružena na veću vrijednost budući je modul elastičnosti karbonskog platna u tlaku gotovo neznan.

U vlačnoj zoni, intrados svoda, postavljen je kompozit sa materijalnim svojstvima prikazanim u tablici 3.5.

Tablica 3.5 – Materijalna svojstva kompozita karbonskog platna i reparaturnog morta u vlačnoj zoni

Name	K+M Vlak
Code independent	
Material type	Steel
Thermal expansion [m/mK]	0,01e-003
Unit mass [kg/m ³]	1750,00
E modulus [MPa]	2,5000e+03
Poisson coeff.	0,3
Independent G modulus	<input checked="" type="checkbox"/>
G modulus [MPa]	8,0000e+03
Log. decrement (non-uniform da...)	0,15
Colour	
Thermal expansion (for fire resistan...)	0,01e-003
Specific heat [J/gK]	6,0000e-01
Thermal conductivity [W/mK]	4,5000e+01
Price per unit [€/kg]	1,00
EC3	
Ultimate strength [MPa]	360,0
Yield strength [MPa]	235,0
Thickness range	...

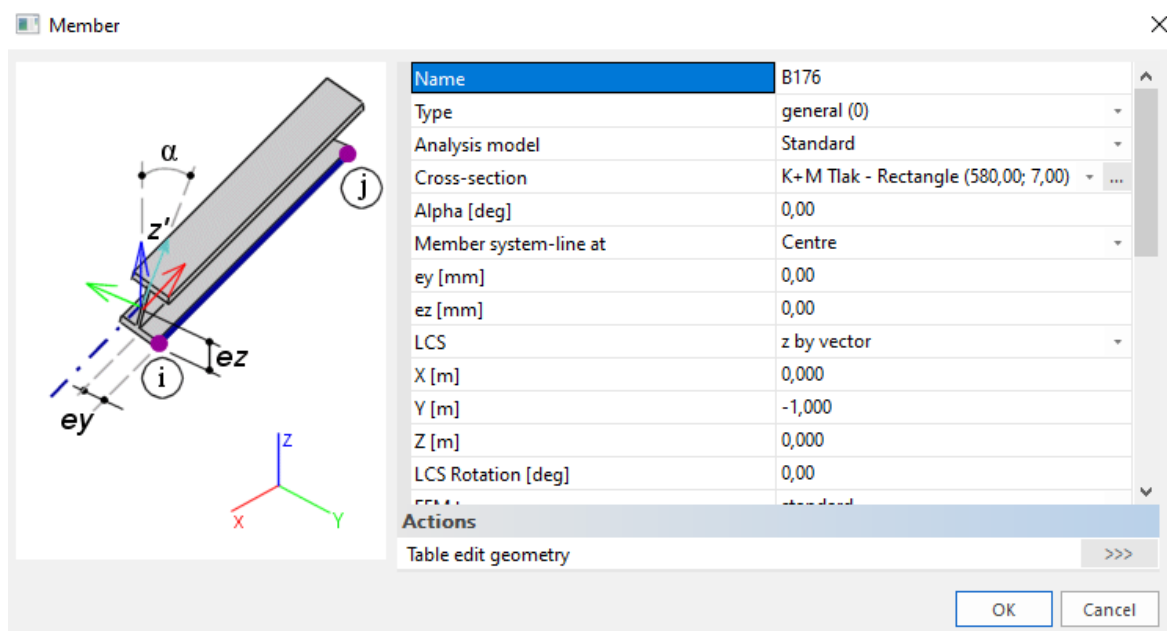
Kao što je vidljivo u tablici 3.6, korišten je modul elastičnosti od $E = 2500$ MPa dobiven iz relacije:

$$E_{st} = \frac{0.064 \cdot 230000}{7} = 2102.86 \text{ MPa}$$

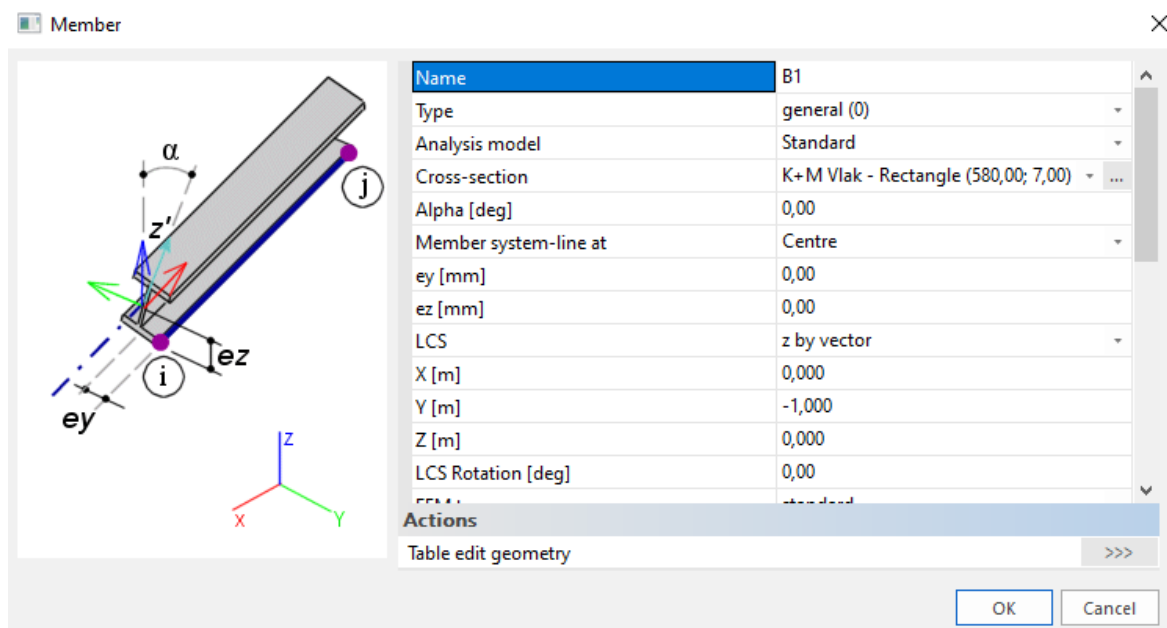
Većinu vlačnih naprezanja preuzet će karbonsko platno. Dobivena vrijednost je zaokružena na veću vrijednost budući je modul elastičnosti reparaturnog morta u vlaku jako mala.

Korišteni kompoziti zadani su kao 1D elementi.

Tablica 3.6 – Zadavanje kompozita u tlačnoj zoni



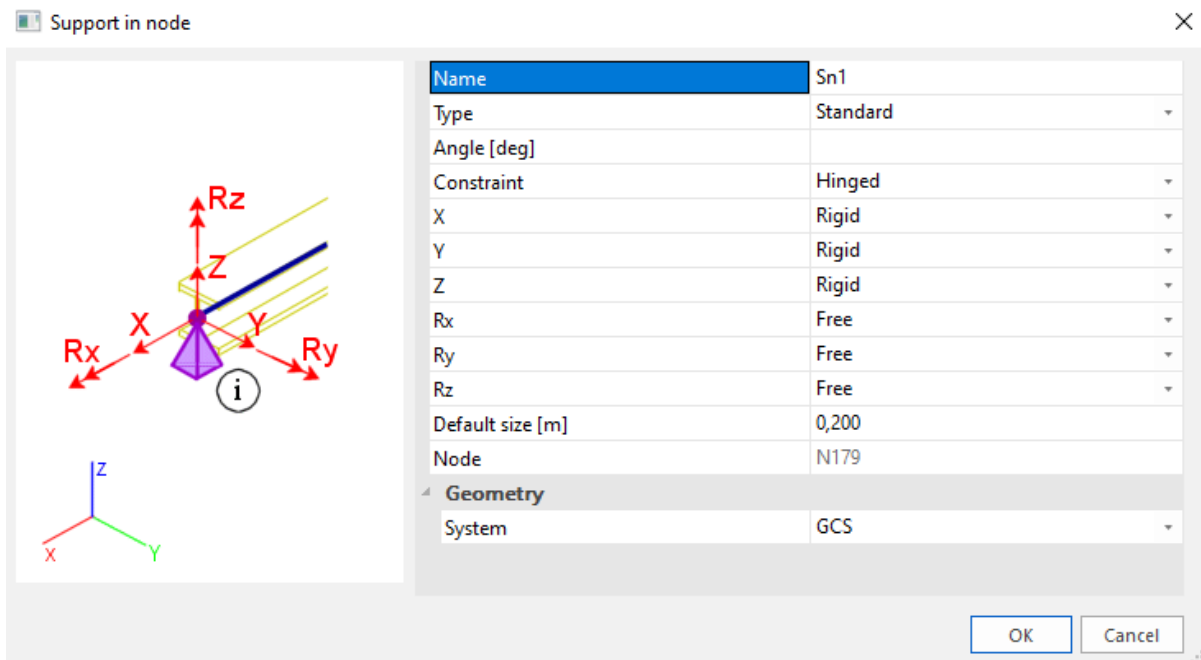
Tablica 3.7 – Zadavanje kompozita u vlačnoj zoni



Kompozit karbonskog platna i reparaturnog morta je istih geometrijskih karakteristika i u tlačnoj i u vlačnoj zoni, kao što je vidljivo u tablicama 3.6 i 3.7.

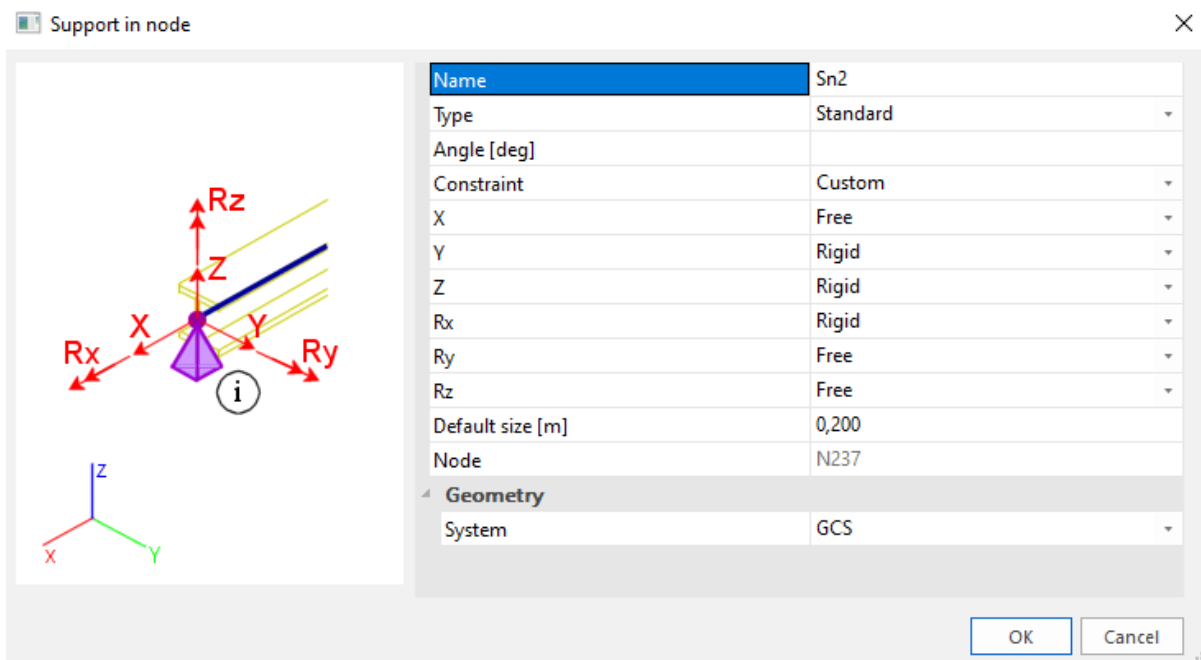
Za potrebe proračuna u SCIA-i, s lijeve strane svoda postavljen je točkasti nepomični oslonac. Postavke oslonca prikazane su tablicom 3.8.

Tablica 3.8 – Postavke korištenog oslonca



Desna strana svoda je točkasto zglobno oslonjena, dopušten je horizontalni pomak u smjeru osi X te je spriječena rotacija oko iste osi, što je prikazano tablicom 3.9.

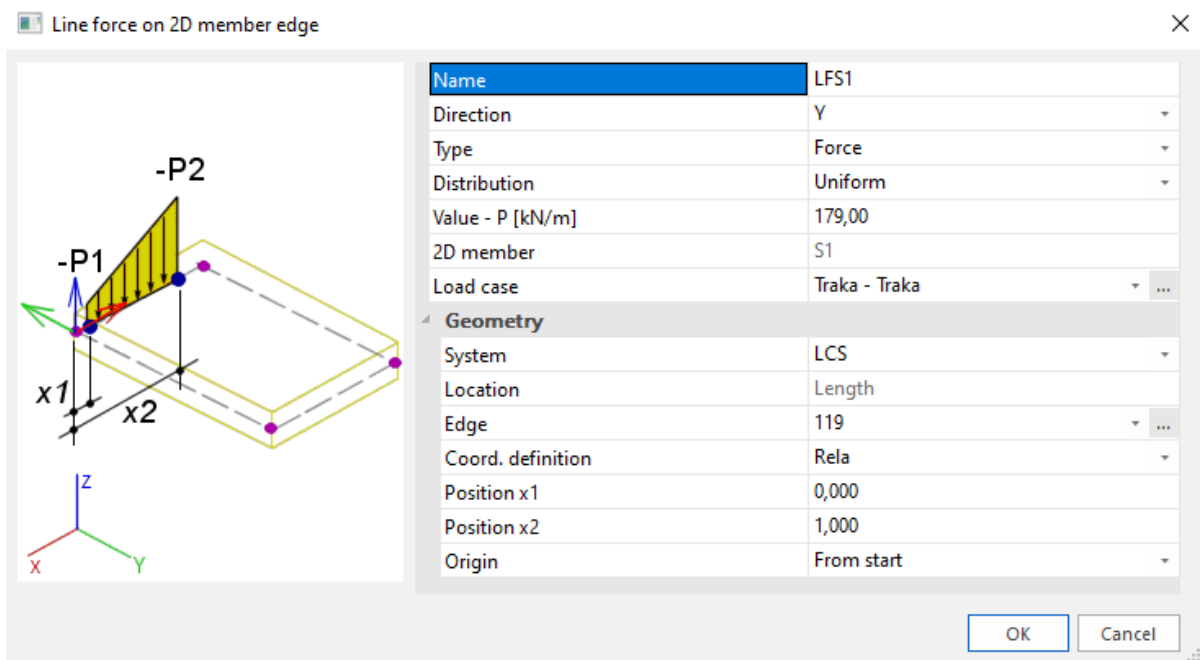
Tablica 3.9 – Postavke korištenog oslonca



Dobiven je statički određen sustav i ovakvom postavkom svod zapravo nije postavljen u stanje luka, već se ponaša kao zakrivljena prosta greda.

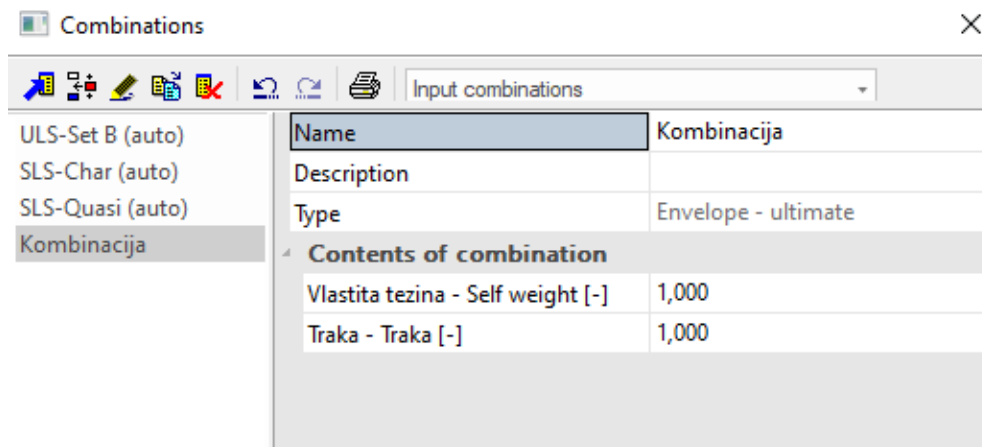
Kao prikladno opterećenje odabrano je linijsko opterećenje. Koncentrirana slobodna sila dobivena eksperimentanim ispitivanjem svoda iznosi 25 kN, a u SCIA-i je zadano linijsko opterećenje duljine 14 cm što nam daje vrijednost linijskog opterećenja od približno $25 \text{ kN} / 0.14 \text{ m} = 178,58 \text{ kN/m}$. Zadavanje linijskog opterećenja prikazano je u tablici 3.10.

Tablica 3.10 – Zadavanje linijskog opterećenja

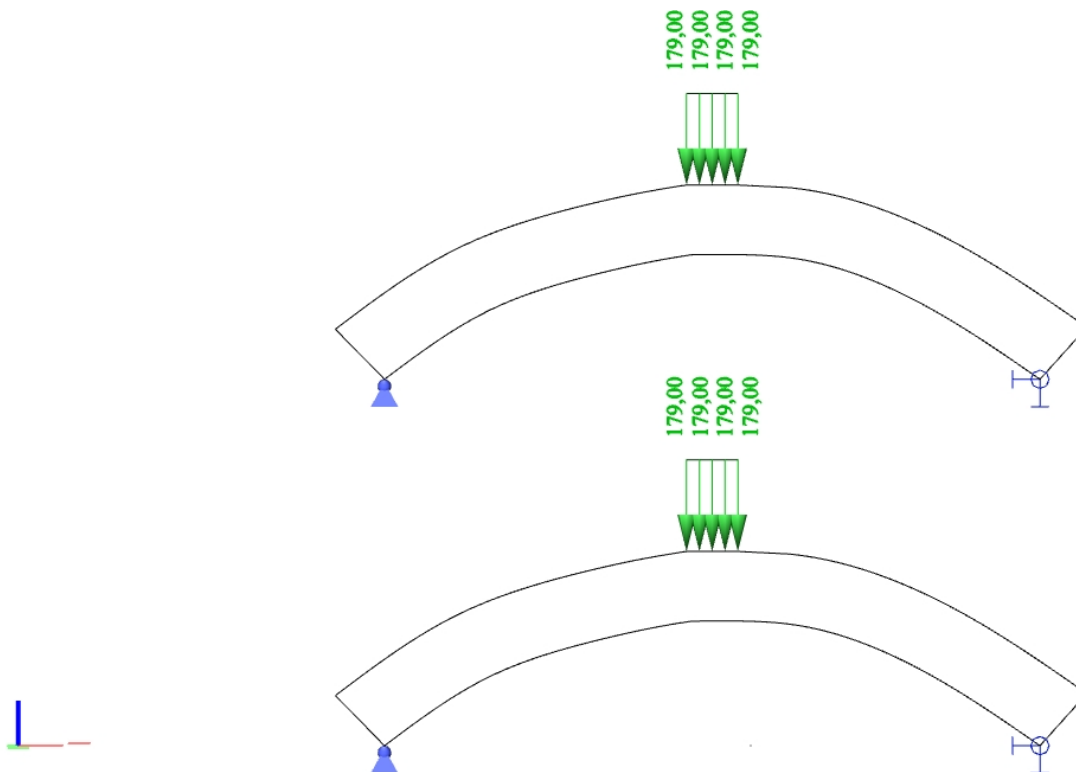


Potrebno je zadati i kombinaciju opterećenja koja u ovom slučaju obuhvaća vlastitu težinu i linijsko opterećenje. Rezultati za kombinaciju biti će najbližnji stvarnom ponašanju svoda. Zadavanje kombinacije prikazano je tablicom 3.11.

Tablica 3.11 – Zadavanje kombinacije



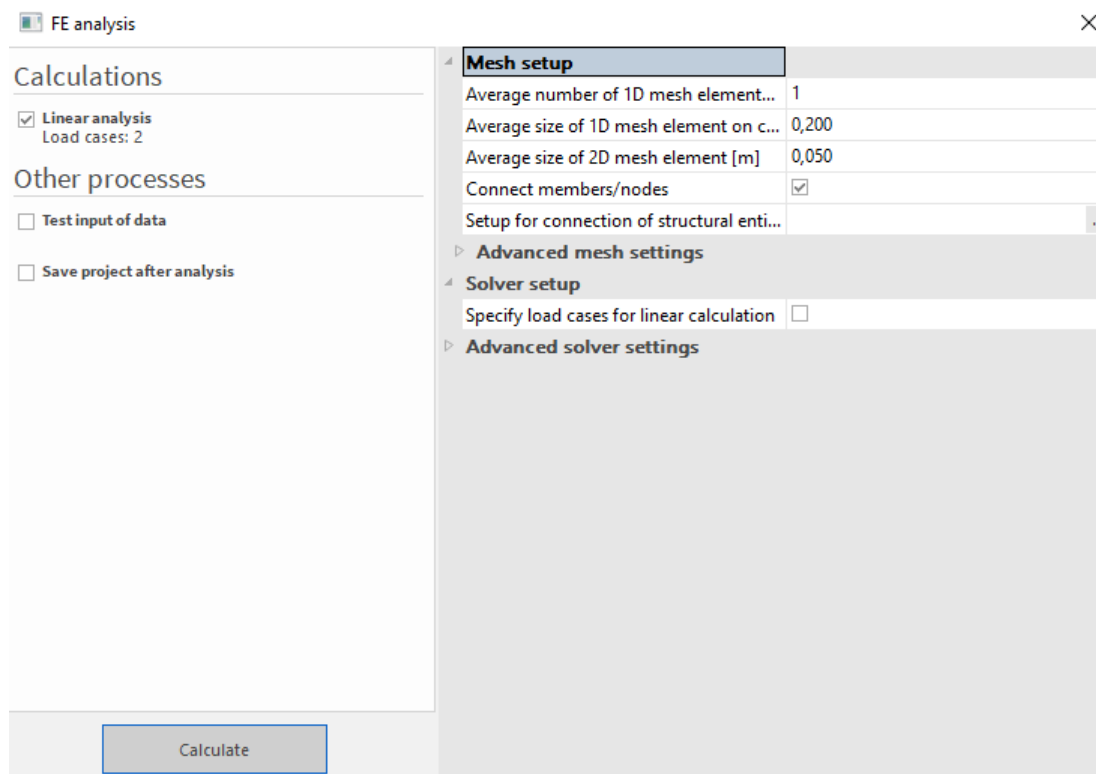
Promatrani svod prethodno je nacrtan u programu AutoCAD 2022 te je prebačen u SCIA-u kao .dxf datoteka. Izrađen je 3D prostorni model.



Crtež 3.8 – Prikaz modela (rubnih uvjeta i opterećenja) svoda

Na crtežu 3.8, prikazana su 2 modela svoda sa rubnim uvjetima i opterećenjima pri čemu je gornji svod ojačan karbonskim platnom, a donji je bez karbonskog ojačanja.

Tablica 3.12 – Postavke proračuna



Kao što je prikazano u tablici 3.12, u postavkama proračuna navedeno je kako je veličina 1D konačnih elemenata svoda 0.2 m, a 2D konačnih elemenata 0.05 m.

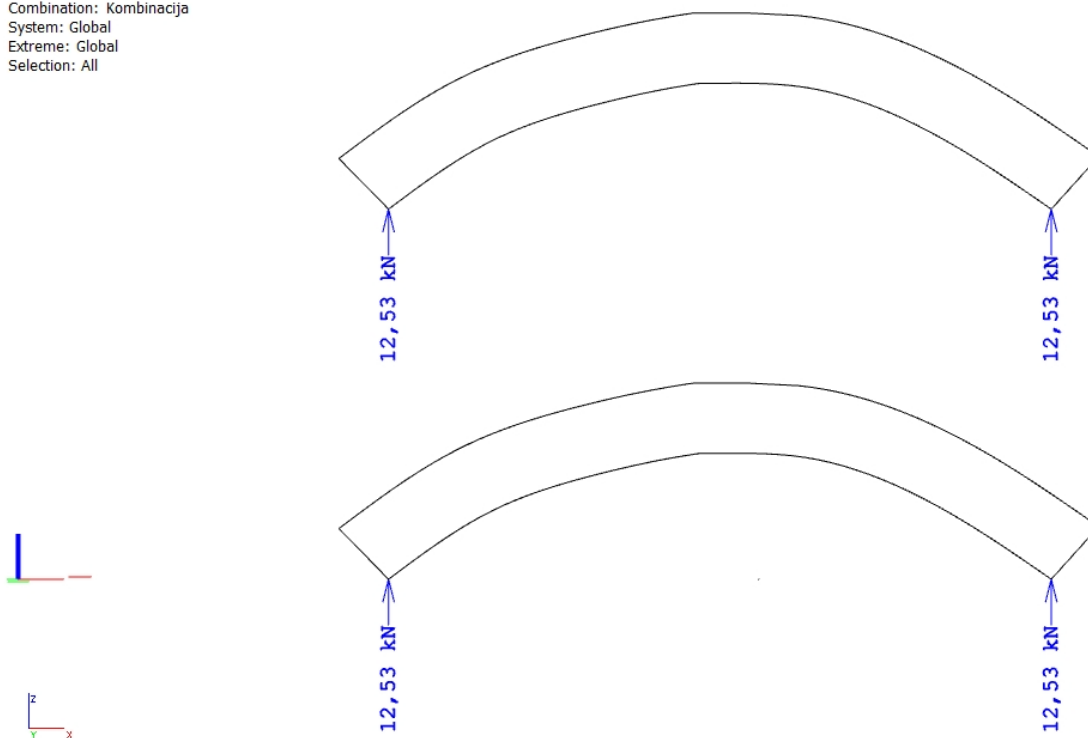
3.2. Rezultati proračuna

Proveden je proračun za 2 tipa svoda i to:

- 1) Svod sa ojačanjima karbonskim vlaknima;
- 2) Svod bez ojačanja karbonskim vlaknima.

Napomena: Na sljedećim slikama gornji svod je sa, a donji bez karbonskih ojačanja.

Reactions
Values: R_z
Linear calculation
Combination: Kombinacija
System: Global
Extreme: Global
Selection: All

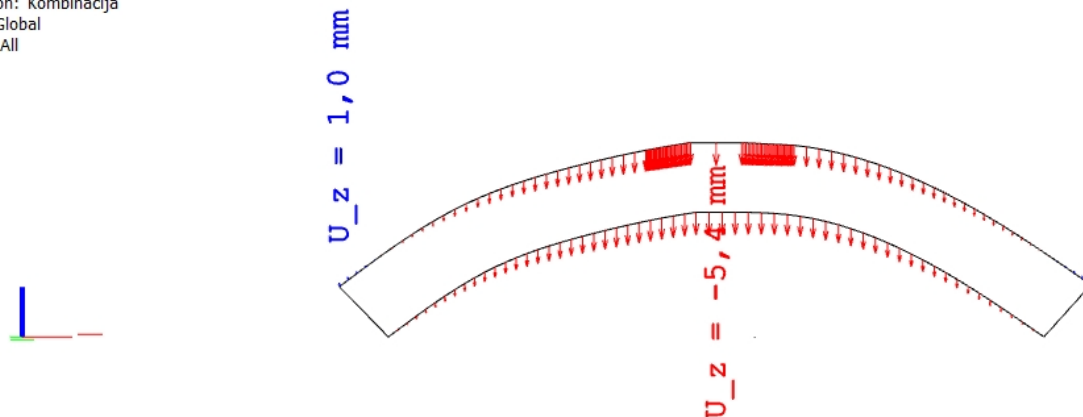


Dijagram 3.9 – Reakcije u osloncima u Z smjeru

Na dijagramu 3.9, prikazane su vrijednosti reakcija R_z u osloncima svoda za mjerodavnu kombinaciju (vlastita težina svoda + linijsko opterećenje).

Displacement of nodes

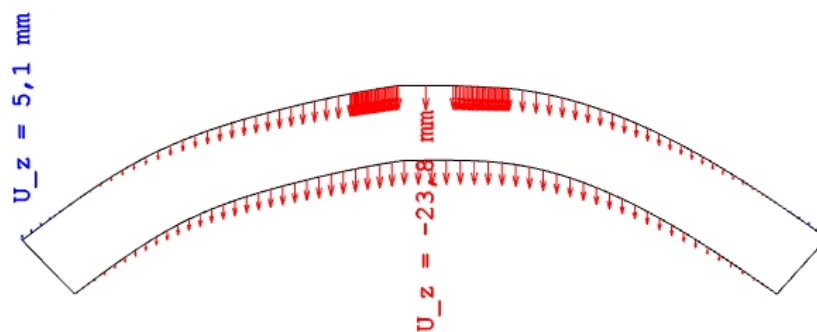
Values: U_z
 Linear calculation
 Combination: Kombinacija
 Extreme: Global
 Selection: All



Dijagram 3.10 – Progib svoda U_z (ojačani svod)

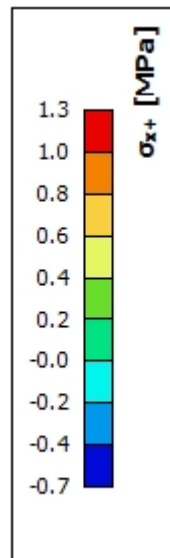
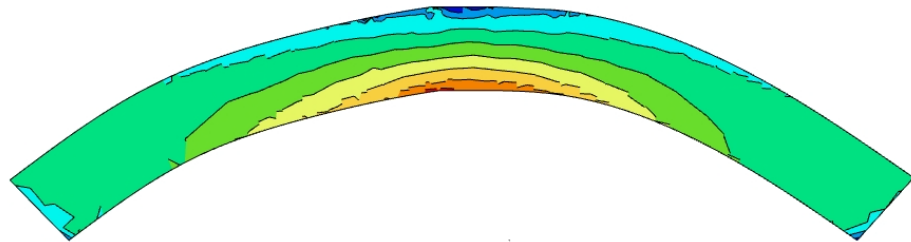
Displacement of nodes

Values: U_z
 Linear calculation
 Combination: Kombinacija
 Extreme: Global
 Selection: All



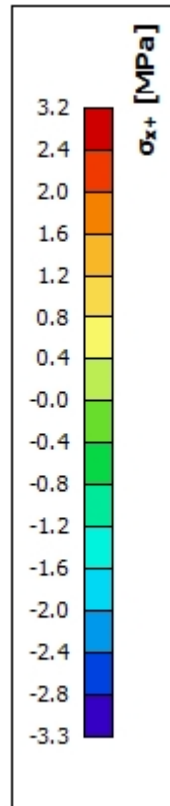
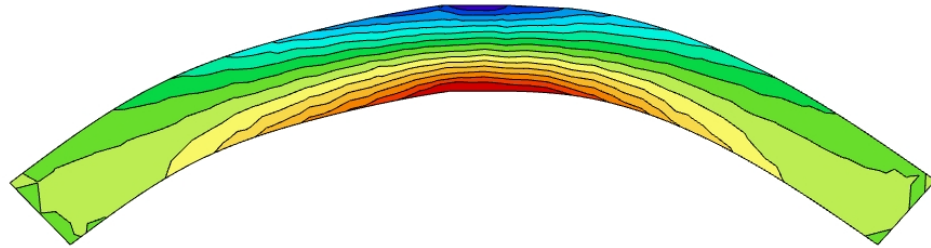
Dijagram 3.10 – Progib svoda U_z (svod bez ojačanja)

2D stress/strain
Values: σ_{x+}
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Extreme: Global
Selection: All
Location: In nodes avg. on macro.
System: LCS mesh element



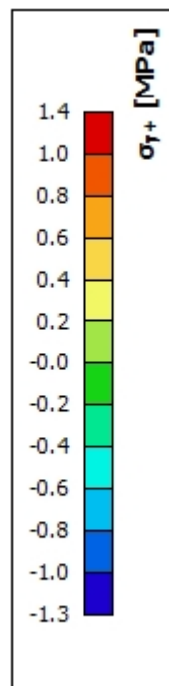
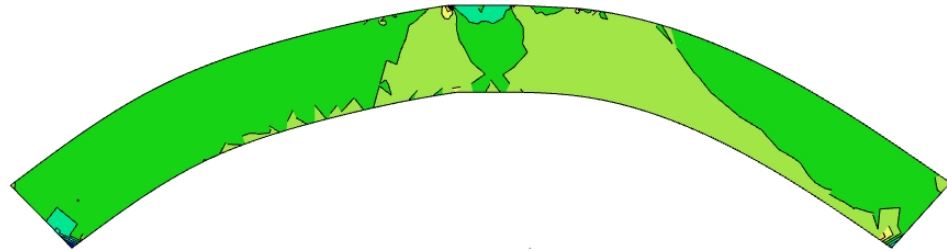
Dijagram 3.11 - Naprezanja σ_x u zidu (ojačani svod)

2D stress/strain
Values: σ_x
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Extreme: Global
Selection: All
Location: In nodes avg. on macro.
System: LCS mesh element



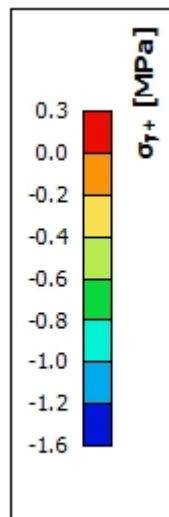
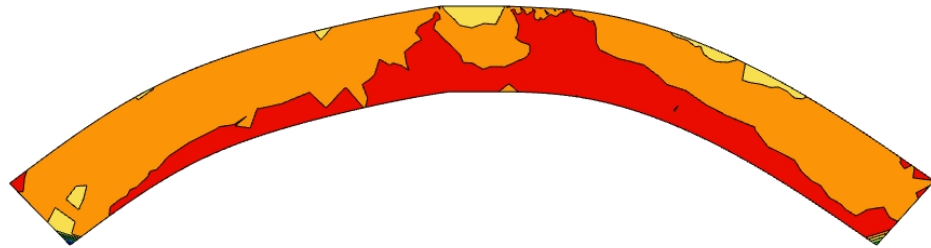
Dijagram 3.12 - Naprezanja σ_x u zidu (svod bez ojačanja)

2D stress/strain
Values: σ_y
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Extreme: Global
Selection: All
Location: In nodes avg. on macro.
System: LCS mesh element



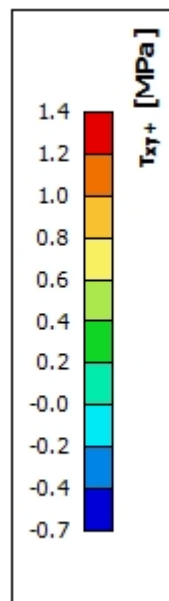
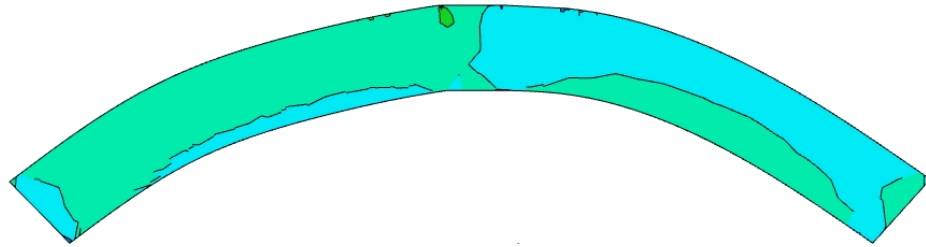
Dijagram 3.13 - Naprezanja σ_y u zidu (ojačani svod)

2D stress/strain
Values: σ_y
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Extreme: Global
Selection: All
Location: In nodes avg. on macro.
System: LCS mesh element



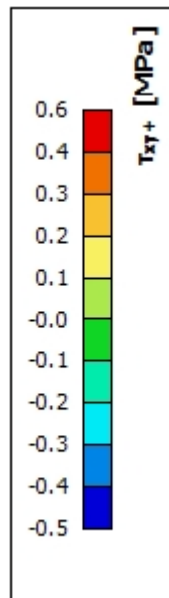
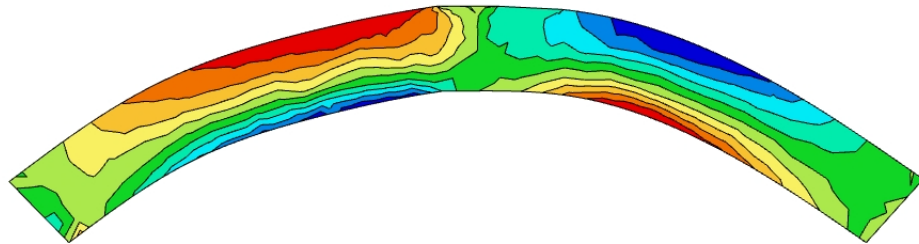
Dijagram 3.14 - Naprezanja σ_y u zidu (svod bez ojačanja)

2D stress/strain
Values: τ_{xy}
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Extreme: Global
Selection: All
Location: In nodes avg. on macro.
System: LCS mesh element



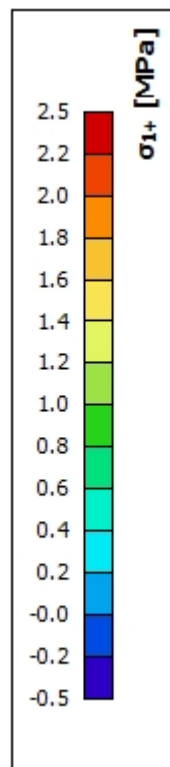
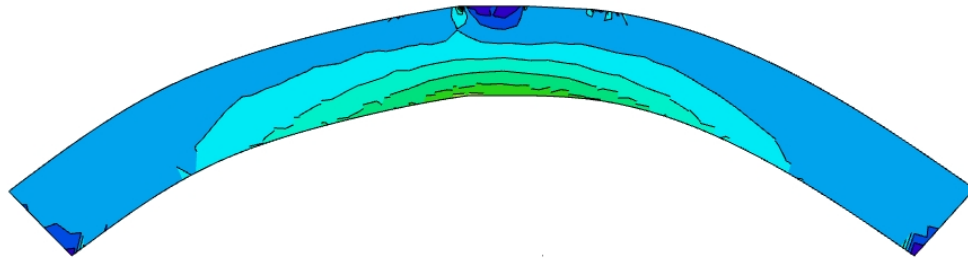
Dijagram 3.15 – Posmična naprezanja τ_{xy} u zidu (ojačani svod)

2D stress/strain
Values: τ_{xy}
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Extreme: Global
Selection: All
Location: In nodes avg. on macro.
System: LCS mesh element



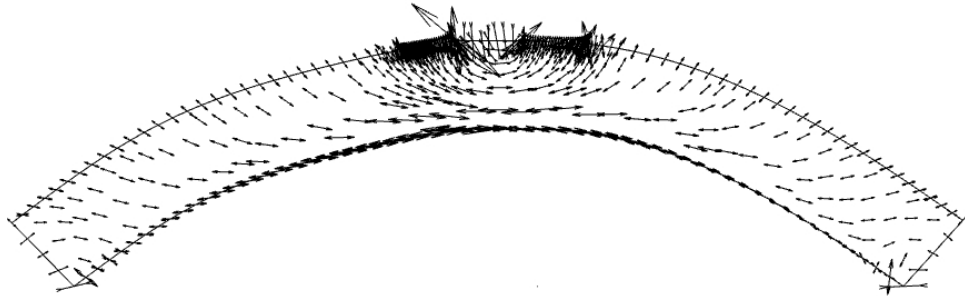
Dijagram 3.16 – Posmična naprezanja τ_{xy} u zidu (svod bez ojačanja)

2D stress/strain
Values: σ_1
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Extreme: Global
Selection: All
Location: In nodes avg. on macro.
System: LCS mesh element



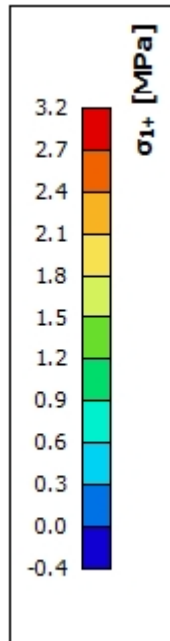
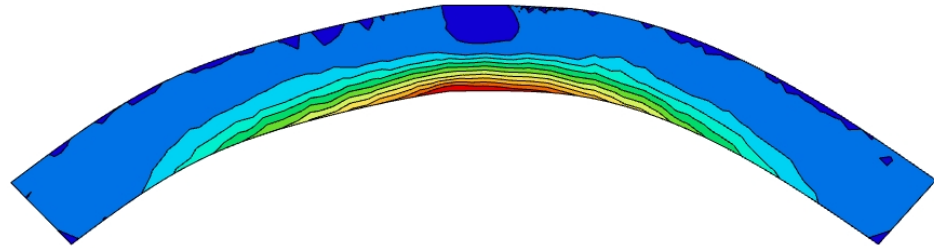
Dijagram 3.17 – Glavna vlačna naprezanja σ_1 (ojačani svod)

2D stress/strain
Values: σ_1
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Extreme: Global
Selection: All
Location: In nodes avg. on macro.
System: LCS mesh element



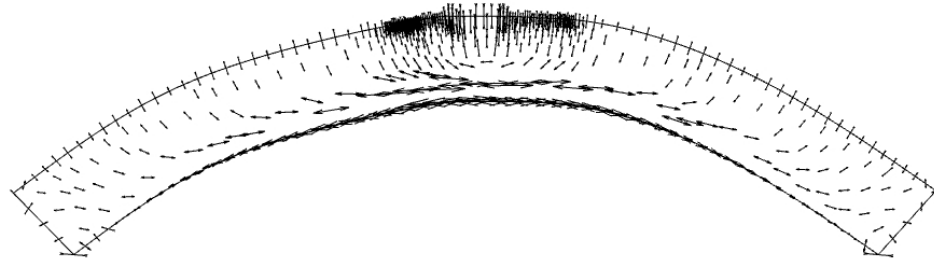
Dijagram 3.18 – Trajektorije glavnih vlačnih naprezanja σ_1 (ojačani svod)

2D stress/strain
Values: σ_{1+}
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Extreme: Global
Selection: All
Location: In nodes avg. on macro.
System: LCS mesh element



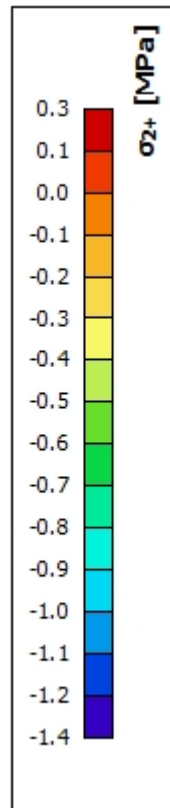
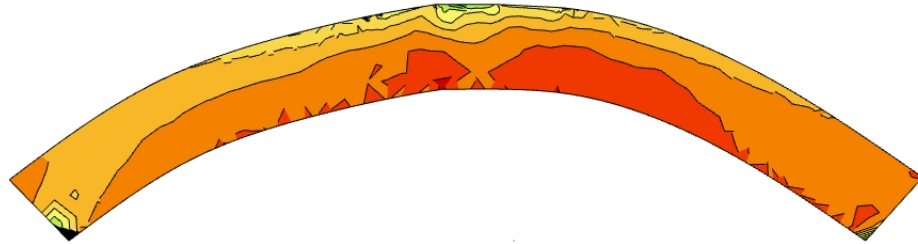
Dijagram 3.19 – Glavna vlačna naprezanja σ_1 (svod bez ojačanja)

2D stress/strain
Values: σ_1
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Extreme: Global
Selection: All
Location: In nodes avg. on macro.
System: LCS mesh element



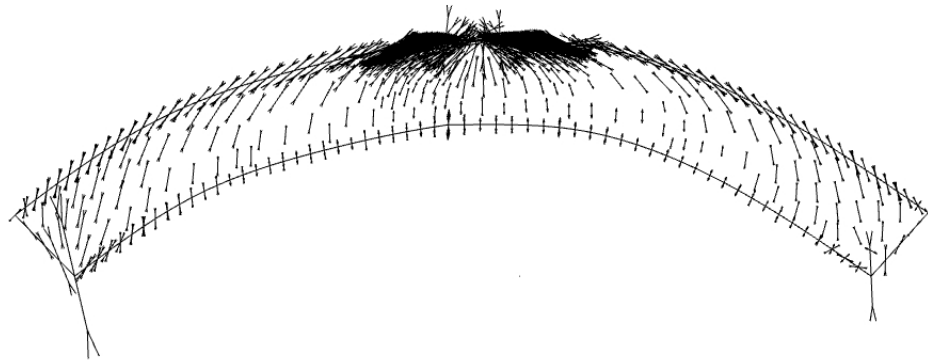
Dijagram 3.20 – Trajektorije glavnih vlačnih naprezanja σ_1 (svod bez ojačanja)

2D stress/strain
Values: σ_z
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Extreme: Global
Selection: All
Location: In nodes avg. on macro.
System: LCS mesh element



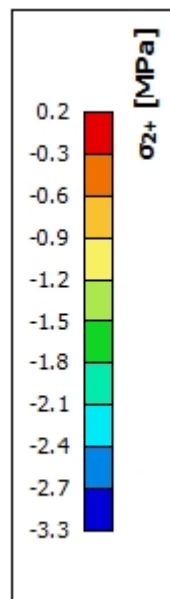
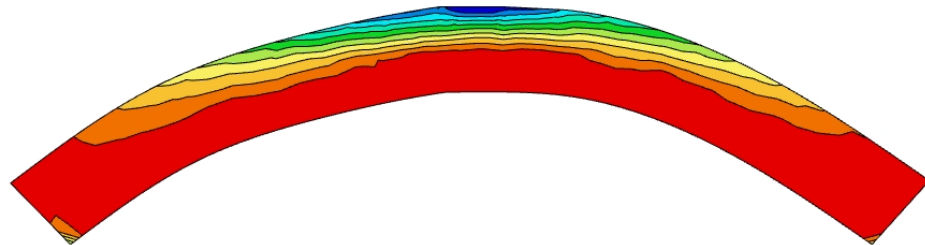
Dijagram 3.21 – Glavna tlačna naprezanja σ_z (ojačani svod)

2D stress/strain
Values: σ_2+
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Extreme: Global
Selection: All
Location: In nodes avg. on macro.
System: LCS mesh element



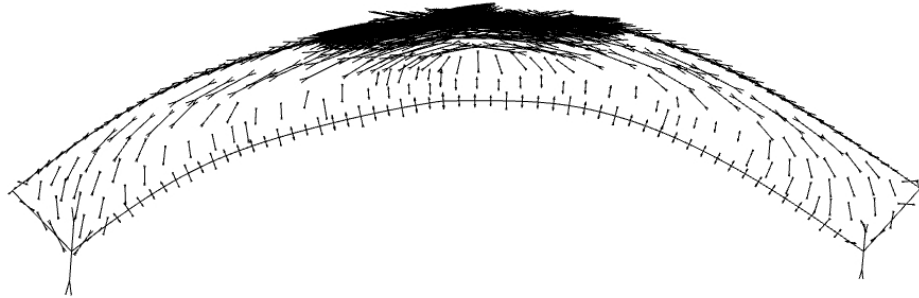
Dijagram 3.22 – Trajektorije glavnih tlačnih naprezanja σ_2 (ojačani svod)

2D stress/strain
Values: σ_2
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Extreme: Global
Selection: All
Location: In nodes avg. on macro.
System: LCS mesh element



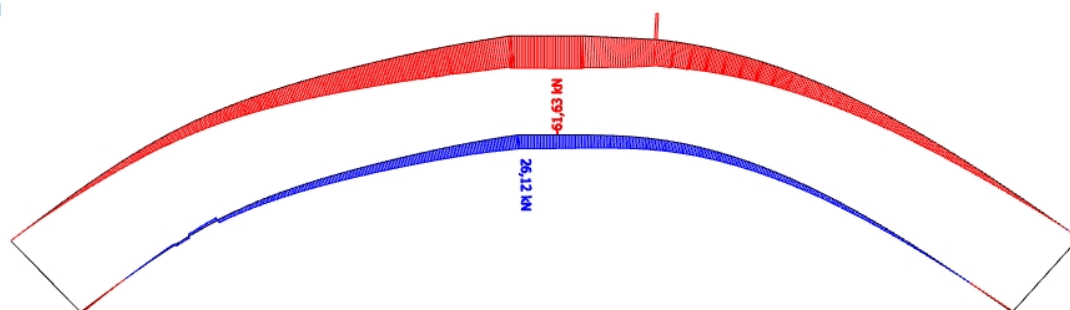
Dijagram 3.23 – Glavna tlačna naprezanja σ_2 (svod bez ojačanja)

2D stress/strain
Values: σ_2
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Extreme: Global
Selection: All
Location: In nodes avg. on macro.
System: LCS mesh element



Dijagram 3.24 – Trajektorije glavnih tlačnih naprezanja σ_2 (svod bez ojačanja)

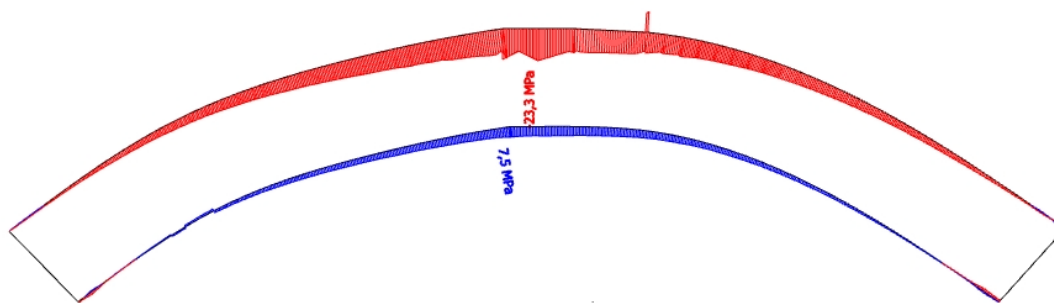
1D internal forces
Values: **N**
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Coordinate system: Principal
Extreme 1D: Global
Selection: All



Dijagram 3.25 – Uzdužne sile N u karbonskim platnima

Kao što je prikazano na dijagramu 3.25, maksimalna vlačna uzdužna sila iznosi 26.12 kN, dok je maksimalna tlačna uzdužna sila 61.63 kN.

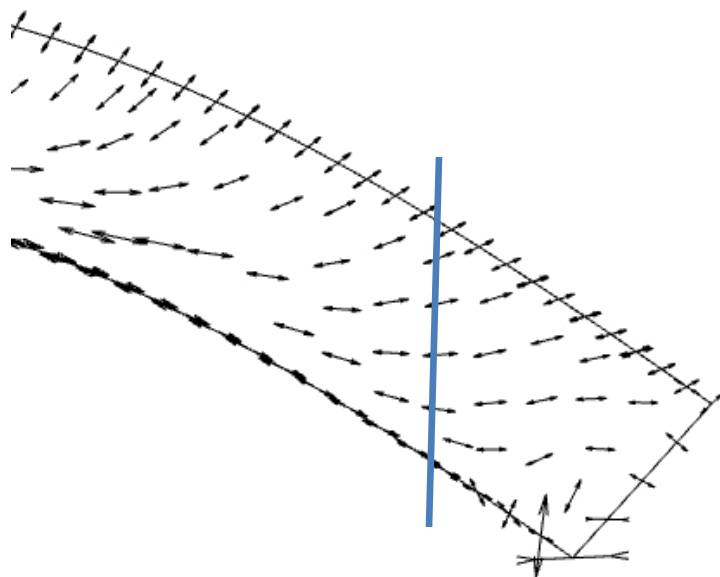
1D stresses
Values: σ_x
Linear calculation
Combination: Kombinacija
Coordinate system: Principal
Extreme 1D: Global
Selection: All



Dijagram 3.26 – Naprezanja σ_x u karbonskim platnima

Maksimalna vlačna naprezanja imaju vrijednost 7.5 MPa, a maksimalna tlačna naprezanja su 23.3 MPa, što je prikazano na dijagramu 3.26.

Tlačna sila izazvala je savijanje te se svod slomio zbog prekoračenja posmičnih te vlačnih napreznja. Međutim, zbog svih nesavršenosti proračuna (npr. nepravilna geometrija svoda, vrijednosti korištene u proračunu nisu u potpunosti identične stvarnima, ne znamo gdje su postavljeni moždanici u svodu itd.), u stvarnosti je došlo do sitnih odstupanja od prethodno prikazanih rezultata (stvarni progib svoda je $w = 5.95$ mm, a progib dobiven računalnim modelom je $U_z = 5.4$ mm). Iz trajektorija vlačnih napreznja za ojačani svod, vidljivo je mjesto sloma svoda. Slom svoda je na mjestu okomice na trajektorije vlačnih napreznja, prikazano na dijagramu 3.27.



Dijagram 3.27 – Detalj dijagrama trajektorija glavnih vlačnih napreznja σ_1 ojačanog svoda (mjesto sloma svoda)

4. Zaključak

Svod je slomljen kao zakrivljena prosta greda. Slomna sila je reda veličine 25 kN (2.5 t). Slom svoda se očekivano dogodio po fugi, uslijed prekoračenja posmične odnosno vlačne čvrstoće zida. Ovakav način oslanjanja svoda, sa slobodnim horizontalnim pomacima u petama svoda, je jako nepovoljan. Ovaj slučaj može se dogoditi kada zidovi nisu dovoljno kruti da prime horizontalnu silu u peti svoda. Stoga, ovaj način ispitivanja nosivosti svoda je na strani sigurnosti. Prema analogiji jednakih momenata, koncentrirana slomna sila od 25 kN, na svodu širine 58 cm je ekvivalent od oko 46 kN/m² plošnog slomnog opterećenja. Ova nosivost svoda je solidna s obzirom da su dodatno stalno i korisno opterećenje reda veličine 5 – 6 kN/m².

Zbog vrste sloma, analogija jednakih momenata možda i nije najbolja. Ali zato, linijsko opterećenje od $25 / 0.14 = 178,6$ kN je vrlo dobro budući su slobodni horizontalni pomaci.

Prosječan raspon svodova u Samostanu je oko 3.5 – 4 m. Kada bi nosivost od 46 kN/m² s raspona od 1.79 m projicirali na raspon od 4 m (odnos kvadrata raspona), onda bi nosivost svoda raspona 4 m (sa slobodnim horizontalnim pomacima) bila oko $\frac{1.79^2}{4^2} \cdot 46 = 9.3$ kN/m².

Također, predlaže se:

- 1) Testirati svod sa spriječenim horizontalnim pomacima (pravi luk);
- 2) Testirati veći broj uzoraka;
- 3) Testirati uzorke sa i bez ojačanja kako bi utvrdili kakav je kvantitativni i kvalitativni (tip sloma) doprinos ojačanja svoda;
- 4) itd.

5. Literatura

[1]

Trogrić B., Foretić D., Nižetić Đ. – Franjevački samostan Kaptol – Glavni projekt konstrukcije, 2021.

[2]

Foretić D., Foretić I. – Franjevački samostan – Plan i program obnove, Zagreb, 2020.

[3]

De Matteis G., Cacace D., Rouhi J. – Masonry vaults: Architectural evolution, structural behaviour and collapse mechanisms, 2019.

[4]

Trogrić B. – Zidane konstrukcije predavanje, Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Split, 2024.

[5]

Krolo J., Šimić D. – Mehanika materijala, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Zagreb, 2011.

[6]

Uranjek M., Žarnić R., Bokan – Bosiljkov V., Bosiljkov V. – Seismic resistance of stone masonry building and effect of grouting, GRAĐEVINAR 66, 2014.