

Analiza mjesečnih i godišnjih protoka rijeke Cetine (postaje Han i Vedrine za razdoblje 1970.-2016.)

Tokić, Marko

Master's thesis / Diplomski rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:

University of Split, Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy / Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:123:264285>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-18**



Repository / Repozitorij:

[FCEAG Repository - Repository of the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy, University of Split](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



**SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

DIPLOMSKI RAD

Marko Tokić

Split, 2018.

**SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

Marko Tokić

**Analiza mjesečnih i godišnjih protoka rijeke Cetine
(postaje Han i Vedrine za razdoblje 1970.-2016.)**

Diplomski rad

Split, 2018.

**SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

STUDIJ: **DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ GRAĐEVINARSTVA**
KANDIDAT: Marko Tokić
BROJ INDEKSA: 613
KATEDRA: **Katedra za hidrologiju**
PREDMET: Inženjerska hidrologija

ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD

Tema: Analiza trenda, rijeka Cetina

Opis zadatka: Na temelju raspoloživih podataka o srednjim dnevnim protocima za vodomjerne postaje Han i Vedrine na rijeci Cetini potrebno je izvršiti statističku analizu. Na temelju provedene analize potrebno je utvrditi postojanje trenda. Analiza će se provesti za skup podataka u razdoblju 1970. – 2016. za vodomjernu postaju Han te tijekom 2013. – 2016. za vodomjernu postaju Vedrine.

U Splitu, 06.07.2018

Voditelj Diplomskog rada:

Prof. dr. sc. Vesna Denić – Jukić

Predsjednik Povjerenstva
za završne i diplomske ispite:
Doc. dr. sc. Veljko Srzić

Analiza mjesečnih i godišnjih protoka rijeke Cetine (Postaje Han i Vedrine za razdoblje 1970. – 2016.)

Sažetak:

U radu je izvršena analiza trenda za protoke zabilježene na vodomjernim postajama Han i Vedrine na rijeci Cetini. Analiza je provedena metodama Mann – Kendall testa, linearne i nelinearne regresije te primjenom tzv. RAPS metode. Također je izvršena osnovna statistička analiza podataka za navedene protoke tijekom raspoloživih razdoblja.

Ključne riječi:

krš, Cetina, vodomjerna postaja Han, vodomjerna postaja Vedrine, regresijska analiza, Mann-Kendall test, RAPS, trend

Analysis of the monthly and annual stream flows of the Cetina River (gauging stations Han and Vedrine for the period 1970. – 2016.)

Abstract:

A trend analysis was performed for the stream flows recorded at the Han and Vedrine gauging stations on the river Cetina. The analysis was carried out using the Mann - Kendall test, linear and nonlinear regression and using the so-called RAPS methods. Also, basic statistical data analysis was performed for the specified flows over the available periods.

Keywords:

karst, Cetina, gauging station Han, gauging station Vedrine, regression analysis, Mann-Kendall test, RAPS, trend

Sadržaj

| | |
|--|-----------|
| 1. UVOD | 1 |
| 1.1. Predmet i cilj rada | 1 |
| 1.2. Izvori podataka i metode prikupljanja | 1 |
| 1.3. Sadržaj i struktura rada | 6 |
| 2. OSNOVNA OBILJEŽJA SLIVNOG PODRUČJA RIJEKE CETINE | 7 |
| 2.1. Geografske, geološke i hidrogeološke značajke | 7 |
| 2.2. Hidroenergetski sustav rijeke Cetine | 11 |
| 3. METODOLOGIJA RADA | 13 |
| 3.1. Očekivanje slučajne varijable | 13 |
| 3.2. Varijanca i standardna devijacija | 14 |
| 3.2.1. Varijanca | 14 |
| 3.2.2. Standardna devijacija | 14 |
| 3.3. Hidrogram otjecanja | 16 |
| 3.4. Krivulja trajanja | 17 |
| 3.5. Autokorelacija | 18 |
| 3.6. Testiranje hipoteza | 19 |
| 3.7. Svojstva korelograma - statističko zaključivanje | 23 |
| 3.8. Mann-Kendall trend test | 24 |
| 3.9. Regresijska analiza | 28 |
| 3.9.1. Linearna regresija | 28 |
| 3.9.2. Testiranje hipoteza o koeficijentu linearne regresije | 32 |
| 3.9.3. Nelinearna regresija | 34 |
| 3.10. Metoda RAPS | 36 |
| 4. REZULTATI ANALIZE | 37 |
| 4.1. Obrada podataka | 37 |
| 4.2. Mann-Kendall trend test | 48 |
| 4.2.1. Analiza periodičnosti | 48 |
| 4.2.2. Sezonski Mann-Kendall test | 51 |
| 4.3. Linearna i nelinearna regresijska analiza | 60 |

| | |
|--|----|
| 4.3.1. Vodomjerna postaja Han – srednji dnevni protoci..... | 62 |
| 4.3.2. Vodomjerna postaja Han – srednji mjesečni protoci..... | 64 |
| 4.3.3. Vodomjerna postaja Han – srednji godišnji protoci..... | 66 |
| 4.3.4. Vodomjerna postaja Han – minimalni godišnji protoci..... | 69 |
| 4.3.5. Vodomjerna postaja Han – maksimalni godišnji protoci..... | 71 |
| 4.3.6. Vodomjerna postaja Vedrine – srednji dnevni protoci..... | 73 |
| 4.3.7. Vodomjerna postaja Vedrine – srednji mjesečni protoci..... | 75 |
| 4.3.8. Vodomjerna postaja Vedrine – minimalni mjesečni protoci..... | 78 |
| 4.3.9. Vodomjerna postaja Vedrine – maksimalni mjesečni protoci..... | 80 |
| 4.4. Metoda RAPS..... | 83 |
| 5. ZAKLJUČAK..... | 86 |
| 6. LITERATURA..... | 87 |

1. UVOD

1.1. Predmet i cilj rada

Hidrološki ciklus predstavlja najveće kretanje neke tvari na zemlji. Samim time klimatske promjene i utjecaj čovjeka najviše pridonose promjenama u hidrološkom ciklusu. (Kottegoda, 1980). Nagli razvoj tehnologije tijekom dvadesetog stoljeća znatno je ubrzao negativno djelovanje na okoliš. Klimatske promjene prati prvenstveno rast temperature te otapanje ledenih pokrova na zemljinim polovima. Time, distribucija padalina se znatno promijenila prethodnih desetljeća. Padaline imaju direktan utjecaj na riječni režim promatranog područja. Zbog navedenih razloga u radu će se izvršiti analiza trenda u hidrološkom smislu za gornji tok rijeke Cetine. Općenito, hidrološki trend se provodi s ciljem boljeg razumijevanja hidroloških veličina te prognoziranja istih u budućnosti. Osim samih klimatskih promjena, znatan faktor predstavljaju i značajke promatranog slivnog područja. Cilj ovog rada je na temelju dobivenih rezultata donijeti zaključak te prethodno opisanim pojavama obrazložiti postojanost trenda, ukoliko je prisutan. Za hidrološku analizu trenda koristit će se protoci zabilježeni u prethodnih 50 godina.

1.2. Izvori podataka i metode prikupljanja

Analiza trenda provest će se na temelju podataka o protocima zabilježenih na dvije vodomjerne postaje u gornjem toku rijeke Cetine. Podaci su dostavljeni od strane Državnog hidrometeorološkog zavoda. Prikazani su u obliku srednjih dnevnih protoka za razdoblje 1970. – 2016. godine za vodomjernu postaju Han te 2013. – 2016. godine za vodomjernu postaju Vedrine. Uz srednje dnevne protoke prikazani su minimalni, srednji i maksimalni mjesečni protoci.

Vodomjerna postaja Han nalazi se u samom gornjem toku Cetine u sjeverno-istočnom dijelu Sinjskog polja. Udaljenost od ušća iznosi 63 km.

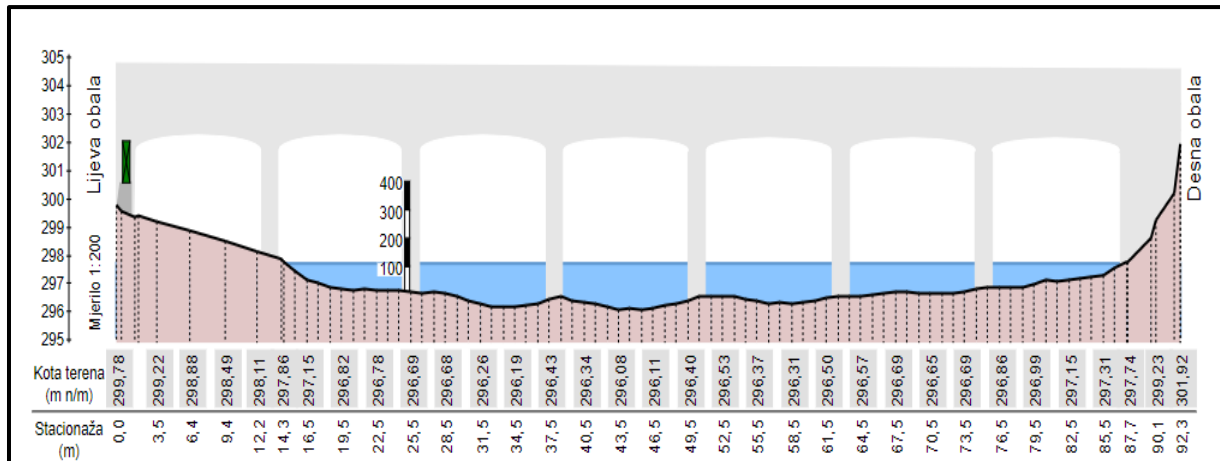
Postaja je započela rad 01.01.1894. godine. Kota nule vodokaza nalazi se na 296,63 m.n.m. (Slika 1, Slika 2, Slika 3).



Slika 1. Geografski položaj vodomjerne postaje Han



Slika 2. Vodomjerna postaja Han



Slika 3. Prikaz poprečnog presjeka vodomjerne postaje Han (DHMZ, 2014)

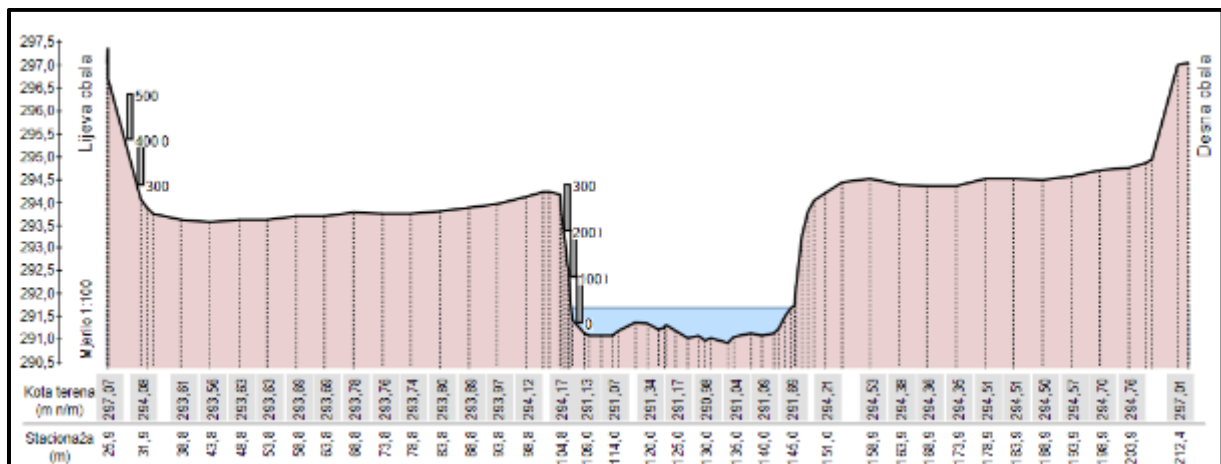
Vodomjerna postaja Vedrine nalazi se 11 km nizvodno od vodomjerne postaje Han na južnom djelu Sinjskog polja, u blizini grada Trilja. Postaja je započela s radom 01.01.1997. godine. Mjerenja protoka započela su 2013. godine. Kota nule vodokaza iznosi 291,383 m.n.m. (Slika 4, Slika 5, Slika 6).



Slika 4. Geografski položaj vodomjerne postaje Vedrine



Slika 5. Vodomjerna postaja Vedrine



Slika 6. Prikaz poprečnog presjeka vodomjerne postaje Vedrine (DHMZ, 2014)

Protoci na vodomjernim postajama određeni su posrednim metodama. Posredne metode predstavljaju najjednostavnije i cjenovno najprihvatljivije metode mjerenja protoka u velikim vodotocima. Zasnivaju se na definiranju nekog drugog elementa vodotoka, u ovom slučaju brzine. Brzine se određuju uz pomoć hidrometrijskog krila (Slika 8) u nizu točaka poprečnog presjeka vodotoka. Nakon izrade profila brzina proračunava se srednja brzina. Uz pomoć

vodomjernih letvi (Slika 7) poznat je vodostaj u svakom trenutku, a time i protok za navedeni poprečni presjek.



Slika 7. Vodomerne letve



Slika 8. Hidrometrijsko krilo

Bitni element hidrometrijskog krila je okretni dio ili propeler, koji se kada se krilo unese u vodu, okreće pod utjecajem toka vode. Upotreba hidrometrijskog krila zasniva se na pretpostavci da između brzine toka vode i brzine okretaja propelera postoji određena konstantna ovisnost.

1.3. Sadržaj i struktura rada

Rad je podijeljen u četiri osnovne cjeline. To su redom osnovna obilježja slivnog područja rijeke Cetine, odabrana metodologija, rezultati analize te zaključak. Prije same obrade dobivenih podataka opisane su osnovne geografske, geološke i hidrogeološke značajke rijeke Cetine. Prvenstveno geografski položaj same rijeke i njenog slivnog područja. Zatim vrste tla koje se javljaju na slivu s pripadajućim karakteristikama, podjela slivnog područja s obzirom na opisane karakteristike te hidroenergetski sustav rijeke Cetine. Uz tekstualni opis prikazane su i slike hidroenergetskog sustava i hidrogeoloških karakteristika slivnog područja. Prva cjelina daje uvid u same značajke promatranog područja u svrhu boljeg razumijevanja problematike ovog rada. Druga cjelina opisuje metode koje su korištene za analizu trenda. Počevši od osnovnih hidroloških i statističkih pojmova hidrograma, krivulje trajanja, srednje vrijednosti i standardne devijacije do kompleksnijih metoda Mann-Kendall testa, linearne i nelinearne regresije te metode RAPS za analizu trenda. Za svaku metodu numerirane su jednadžbe koje su se koristile u daljnjoj analizi. Treća cjelina predstavlja obradu podataka te prikaz rezultata provedene analize. Dobiveni podaci su osrednjeni te prikazani u obliku hidrograma. Za svaki hidrogram priložen je i tekstualni opis. Također su izrađene i krivulje trajanja za svaki mjernu postaju. Nakon toga prikazana je analiza trenda metodom Mann-Kendall testa. Rezultati su prikazani u tablicama te na osnovu dobivenih podataka donesen je zaključak o samoj analizi. Zatim je provedena analiza Linearne i Nelinearne regresije. Za skupove podataka o srednjim dnevnim, mjesečnim i godišnjim protocima te minimalnim i maksimalnim mjesečnim i godišnjim protocima izrađeni su linearni i nelinearni modeli. Prikazani su na grafovima s pripadajućom linijom trenda uz tablicu koja sadrži parametre modela. Svaki model je detaljno tekstualno opisan te je na temelju rezultata donesen zaključak. U svrhu provjere rezultata izvršena je analiza srednjih godišnjih protoka za vodomjernu postaju Han metodom RAPS. Rezultati su prikazani na grafu uz usporedbu RAPS koeficijenata s polinomskom linijom modela za srednje godišnje protoke s vodomjerne postaje Han. Na temelju provedene analize donesen je zaključak o postojanosti trenda.

2. OSNOVNA OBILJEŽJA SLIVNOG PODRUČJA RIJEKE CETINE

2.1. Geografske, geološke i hidrogeološke značajke

Rijeka Cetina je najveća rijeka u Splitsko-dalmatinskoj županiji. Izvor Cetine nalazi se u podnožju Dinare na 385 metara nadmorske visine blizu sela Cetine. Ima više izvora, a glavni izvor je jezero duboko preko stotinu metara. Izvorišta se napajaju s područja Livanjskog polja te Buškog blata. Ispitivanjima je utvrđena podzemna veza s tim područjima te preko njih s Duvanjskim, Šuičkim i Kupreškim poljima gdje se nalazi najviša stepenica Jadranskog sliva (Slika 9). S tog krškog područja slijevaju se velike količine podzemne vode prema koritu rijeke Cetine. Tok rijeke je paralelan pružanju struktura Dinarida. Duljina vodotoka od izvora do ušća kraj Omiša iznosi 100,5 km. Ukupna površina slivnog područja procijenjena je na 4090 km². (Hrvatske vode, 2008)

Blizu samog izvora rijeka se ulijeva u Perućko jezero. Ono je stvoreno umjetnom branom 25 km nizvodno od mjesta ulijevanja. Nakon jezera rijeka prolazi Sinjskim poljem prema gradu Sinju. Kod grada Trilja napušta Sinjsko polje, ulazi u kanjon te teče prema jugu. Obale u kanjonu su bliže i više, a rijeka je na tom području duboka i spora. Na samu brzinu tečenja utjecale su i mnogobrojne izgrađene brane. Cetina kod Biskog skreće prema jugoistoku do Šestanovca odakle skreće prema jugu. Kod Zadvarja se zaokreće oko Mosora i dalje plovi prema zapadu. U Omišu se ulijeva u Jadransko more. (Hrvatske vode, 2008)

Prema hidrogeološkoj podjeli dinarskog krša sliv Cetine pripada središnjem dijelu, a samo jednim malim dijelom jadranskom pojasu. Središnji pojas se odlikuje neskladom između morfoloških i hidrogeoloških razvodnica. Jadranski pojas karakteriziran je pojavom vrulja i priobalnih slatkih i bočatih izvora. Stijene kao što su donjotrijaske klastične naslage te debele naslage neogena u pojedinim krškim poljima u potpunosti presijecaju put podzemnim vodama. U priobalnom pojasu ulogu hidrogeološke barijere imaju naslage eocenskog fliša. Značajnu ulogu u usmjeravanju podzemnih voda u slivu Cetine

imaju gornjotrijaski dolomiti i dolomiti jure. Izmjena vapnenaca i dolomita ne predstavlja veće prepreke protjecanju voda, iako ih mjestimično usmjeruje. Prominske naslage, uz povoljan tektonski položaj, također usporavaju kretanje podzemnih voda. Spomenute stijene, osim što imaju utjecaja na kretanje podzemnih voda, omogućuju i postojanje normalne površinske hidrografske mreže. Glavnina vode u podzemlju cirkulira u vapnencima. Voda se kreće putovima najmanjeg otpora po pukotinama najrazličitijih oblika i dimenzija.

U slivnom području Cetine najzastupljenije stijene su vapnenci. Nalazimo ih od srednjeg trijasa pa sve do eocena. Karakterizira ih velik broj pukotina, vrtača, jama, spilja, itd. te ih smatramo sekundarno dobro propusnim stijenama. S obzirom na veliku nepravilnost i neravnomjernost pojave pukotina vapnenice u cjelini možemo tretirati kao nehomogenu i anizotropnu sredinu.

Druga najzastupljenija vrsta stijena su dolomiti. (Magdalenčić, 1971). Njihova hidrogeološka uloga može biti različita. Katkad predstavljaju dobro propusne sredine, a katkad nepropusne stijene. U slivu Cetine različite su stratigrafske pripadnosti. Najstariji pripadaju gornjem trijasu, zatim dolaze jurski dolomiti i dolomiti krede. Granica prema vapnencima je koji put oštra, jasno izražena, a katkad je prijelaz postupan. Hidrogeološka uloga dolomita u slivu Cetine je različita. Na slivnom području Cetine često lokalno usmjeravaju kretanje podzemnih voda, a na nekim mjestima nemaju definiranu hidrogeološku ulogu. Najznačajniju ulogu odigrali su gornjotrijaski dolomiti koji zajedno sa srednje trijaskim klastičnim i karbonatnim naslagama i dolomitom lijasa čini izrazitu barijeru i razdvaja vode Crnomorskog i Jadranskog sliva.

Na području sliva Cetine, hidrogeološki odnosi uvjetovani su prvenstveno prostornim položajem nepropusnih neogenskih naslaga. Ove naslage ispunjavaju krška polja do velikih dubina. One omogućuju pojavu izvora, površinsko tečenje i na kontaktu s karbonatnim stijenama pojavu ponora. Unutar neogena imamo litološki različite vrste stijena. To su konglomerati, laporoviti vapnenci, vapneni laporati, laporati, gline i pijesci. Iako ih u cjelini tretiramo kao vodonepropusne stijene, na onim mjestima, gdje prevladavaju laporoviti vapnenci ili vapneni laporati mogu se pojaviti ponori i

estavele. Neogenske naslage prisutne su na području Kupreškog, Livanjskog i Glamočkog polja.

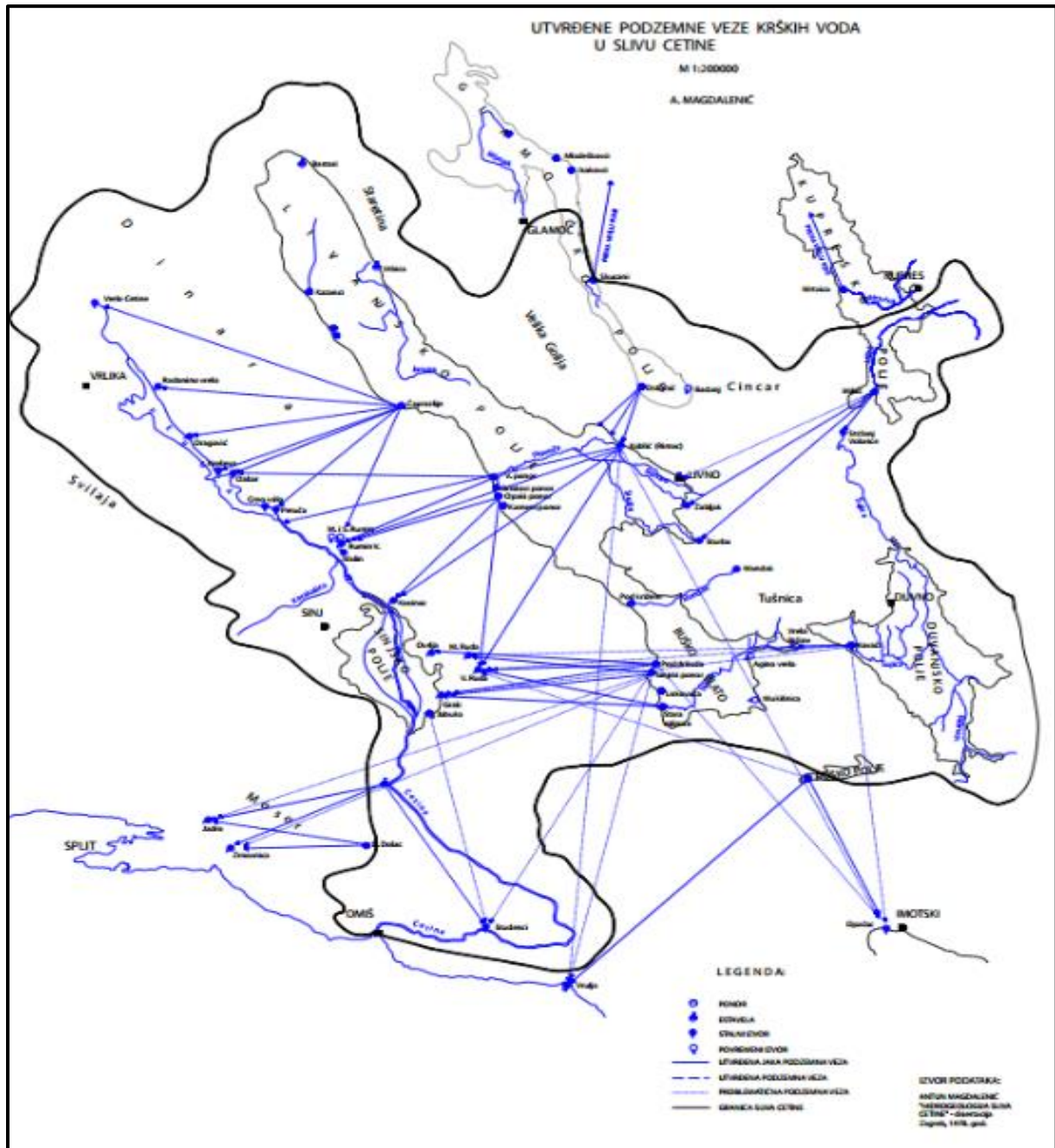
Također su zastupljene i donjetrijaske klastične naslage koje po svojim hidrogeološkim osobinama predstavljaju vodonepropusnu sredinu. S obzirom da su najstarije stijene u slivu Cetine, dolaze u podlozi ostalih naslaga. Njihovo pojavljivanje na površini ima značajnu hidrogeološku ulogu. One predstavljaju barijere kretanja podzemnih voda. Nalazimo ih na sjevernoistočnom dijelu Kupreškog polja, Vrličkom i Koljanskom polju, zatim od Sinja prema Muću i s druge strane Jabuci. Zajedno s ostalim nepropusnim naslagama neogena i prominskog kompleksa, te dolomitima u jezgri Svilaje, imaju funkciju barijere koja usmjerava vode Cetine bilo površinom ili podzemljem manje-više paralelno dolinom Cetine.

Eocenski fliš možemo naći na području Omiške Dinare te kod Livna. Predstavlja vodonepropusnu sredinu te se sastoji pretežno od lapora i vapnenih pješčenjaka. Uz povoljne geološkotektonske odnose čini barijeru podzemnim vodama u vapnencima. Na području Roškog polja i jugozapadnom dijelu Duvanjskog polja možemo naći promina naslage. Njihova hidrogeološka uloga je raznolika. Ukoliko prevladavaju konglomerati, onda im je propusnost bliska vapnencima, ako se javlja više laporovite komponente, tada se približavaju manje propusnim stijenama. (Magdalenić, 1971).

Zbog veličine slivnog područja i samih hidrogeoloških odnosa, sliv rijeke Cetine može se podijeliti na tri hidrografske cjeline. To su sliv gornjeg toka Cetine, srednji tok i sliv donjeg toka Cetine. Sliv gornjeg toka Cetine predstavlja $\frac{3}{4}$ površine ukupnog sliva. Ovaj sliv karakterističan je po tome što se istjecanje podzemnih voda s viših razina polja jugozapadne Bosne odvija duž regionalne rasjedne zone Vrlika – Sinj – Trilj uzduž koje su propusni mezozojski karbonati došli u kontakt s nepropusnim neogenskim laporima Sinjskog polja, stvorivši barijeru podzemnim vodama i lokalnu erozijsku bazu. Prosječna količina padalina u slivu je 1450 mm što na širokom području omogućava koncentraciju velikih količina vode.

Na lijevoj obali gornjeg toka Cetine osobito u Sinjskom polju, javljaju se mnogobrojni jaki krški izvori kao što su Šilovka, Rumin Veliki i Mali,

Kosinac, Ruda Velika i Mala, Grab. Samo izvorište rijeke sastoji se od nekoliko jakih vrela kao što su Veliko vrilo, Vukovića vrelo, Preočko vrelo, Kotluša. Nizvodno se također javljaju jaka krška vrela Dabar, Dragovića vrelo, Radonjino vrelo. U vode gornjeg toka Cetine ubrajaju se i vode Buškog blata koje dotiču tunelom za He Orlovac.



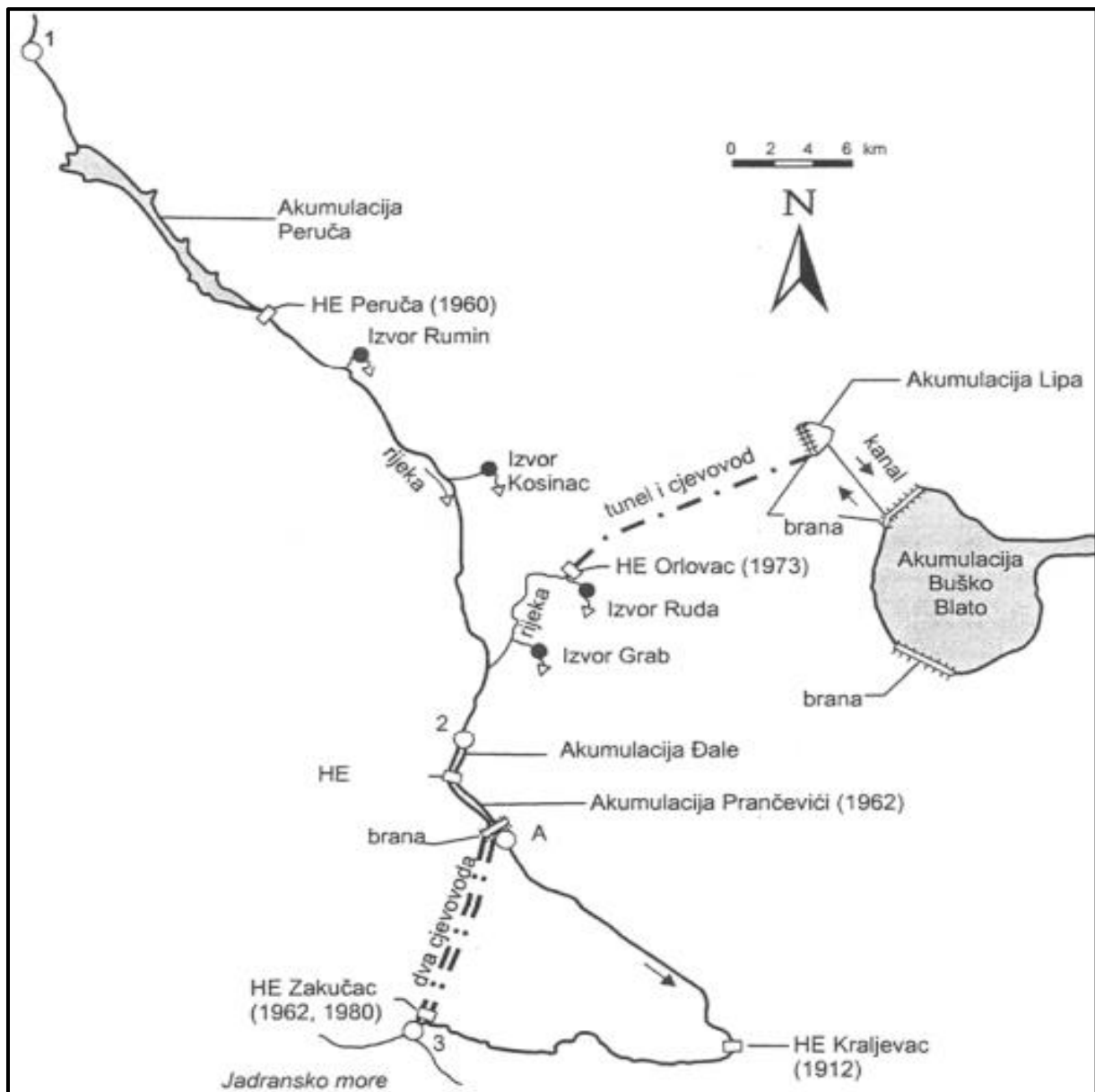
Slika 9. Hidrogeološke karakteristike slivnog područja rijeke Cetine (Hrvatske vode, 2008)

Srednji tok Cetine predstavlja tok od Trilja pa do Zadvarja. To područje karakterizira intenzivna okršenost i dobra propusnost slojeva tla. Zbog toga Cetina na ovom području ima tzv. viseći tok osobito u sušnom periodu, kada vode rijeke hrane podzemlje i nizvodne izvore kao što su Jadro, Žrnovnica i Studenac.

Sliv donjeg toka Cetine predstavlja usko područje u zaleđu Omiške Dinare. Građeno je od klastičnih, slabopropusnih naslaga eocenskog fliša. Predstavlja površinu od oko 50 km². U dužini 5,5 km uzvodno od ušća Cetina je ravničarska rijeka. Vode u slivu teku uglavnom površinski iz mnogobrojnih malih izvora i iz sliva velikog izvorišta Studenci koji se prazni na desnoj obali donjeg toka Cetine. Neposredno prije ušća Cetine u more, u zaleđu Omiša, dotiču i vode iz tunela za HE Zakučac. (Hrvatske vode, 2008).

2.2. Hidroenergetski sustav rijeke Cetine

Izgradnja hidroelektrana je znatno izmijenila prirodni hidrološki režim rijeke Cetine. Zbog velikih visinskih razlika unutar sliva sam tok rijeke je bio vrlo pogodan za izgradnju hidroenergetskog sustava. Na slivu rijeke Cetine nalazi se pet hidroelektrana koje koriste vodu iz dvije velike akumulacije, Peruća (1958.) i Buško blato (1974.) te tri kompenzacijska bazena, Lipa, Đale i Prančevići. Hidroelektrane su, od izvora prema ušću, HE Peruća (1960.), HE Orlovac (1973.), CS Buško blato (1973.), HE Đale (1989.), HE Zakučac (1962., 1980.) i HE Kraljevac (1912.). U hidrološkom smislu tok rijeke Cetine se može podijeliti u dvije cjeline. Prvi dio obuhvaća područje od izvora Cetine do akumulacije Prančevići. Drugi dio obuhvaća područje nizvodno od brane Prančevići do ušća u more, gdje hidrološki režim rijeke ovisi o radu hidroelektrane Zakučac, kao i o propuštanju biološkog minimuma kroz temeljni ispust brane Prančevići. Hidroenergetski sustav s pripadajućim branama i hidroelektranama prikazan je na (Slika 10).



Slika 10. Hidroenergetski sustav rijeke Cetine

3. METODOLOGIJA RADA

U ovom poglavlju opisat će se matematičke formulacije koje će se koristiti za analizu podataka. Opisani su osnovni statistički pojmovi te metode iz numeričke matematike koje se koriste za obrade podataka. Posebna pozornost je dana metodama za identificiranje postojećeg trenda.

3.1. Očekivanje slučajne varijable

U teoriji vjerojatnosti, matematičko očekivanje slučajne varijable predstavlja osrednjenu vrijednost pokusa koji se ponavlja beskonačno mnogo puta. (Ross, 2007) Set podataka beskonačne veličine vrlo je teško naći u praksi. Najčešće se koriste konačni skupovi podataka. Iz tog razloga srednja vrijednost konačnog skupa podataka je nepristrani procjenitelj matematičkog očekivanja slučajne varijable. Srednja vrijednost se definira na sljedeći način:

Neka je X slučajna varijabla diskretnog tipa s konačnim skupom vrijednosti $R(X)=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. U N ponovljenih neovisnih pokusa registriramo vrijednosti za X . Neka se vrijednost x_1 ostvari u N_1 pokusa, vrijednost x_2 u N_2 pokusa, vrijednost x_n u N_n pokusa, gdje je:

$$N_1 + N_2 + \dots + N_n = N \quad ,$$

slijedi izraz:

$$\bar{X}_N = \frac{N_1 x_1 + N_2 x_2 + \dots + N_n x_n}{N} \quad , \quad (1)$$

koji predstavlja srednju vrijednost slučajne varijable X .

(B.Vrdoljak, 2007).

3.2. Varijanca i standardna devijacija

3.2.1. Varijanca

Varijanca predstavlja matematičko očekivanje kvadratnog odstupanja slučajne varijable od srednje vrijednosti. Predstavlja mjeru raspršenosti podataka odnosno njihove udaljenosti od srednje vrijednosti.

Varijanca za skup od N jednako vjerojatnih vrijednosti računa se prema sljedećem izrazu:

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 \quad (2)$$

pri čemu μ predstavlja matematičko očekivanje,

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad .$$

Također se definira i uzoračka varijanca prema izrazu:

$$S^2(X) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 \quad .$$

(B.Vrdoljak, 2007).

3.2.2. Standardna devijacija

Standardna devijacija predstavlja mjeru kojom se definira veličina raspršenosti podataka od njihove srednje vrijednosti.

Mala vrijednost standardne devijacije ukazuje na mala odstupanja vrijednosti podataka od srednje vrijednosti, odnosno podatci su grupirani oko srednje vrijednosti. Velike vrijednosti standardne devijacije ukazuju na značajnu raspršenost podataka. Često se koristi u znanstvene svrhe za proračun intervala povjerenja.

Standardna devijacija računa se kao korijen varijance, za diskretnu slučajnu varijablu slijedi izraz:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2} \quad . \quad (3)$$

Također se definira korigirana standardna devijacija prema izrazu:

$$S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2} \quad .$$

Za kontinuiranu slučajnu varijablu X sa pripadajućom funkcijom gustoće $p(x)$ slijedi izraz:

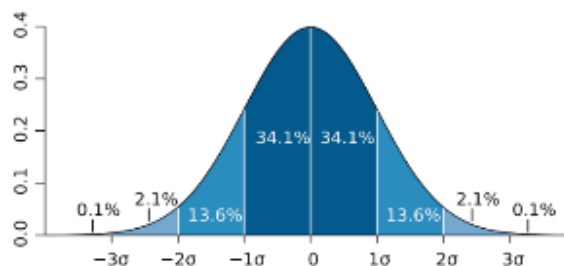
$$\sigma = \sqrt{\int_{x_1}^{x_2} (x - \mu)^2 p(x) dx} \quad ,$$

pri čemu je:

$$\mu = \int_{x_1}^{x_2} xp(x) dx \quad .$$

(B.Vrdoljak, 2007).

Interval veličine 6σ u kojem se nalazi gotovo 100% podataka prikazan je na (Slika 11).



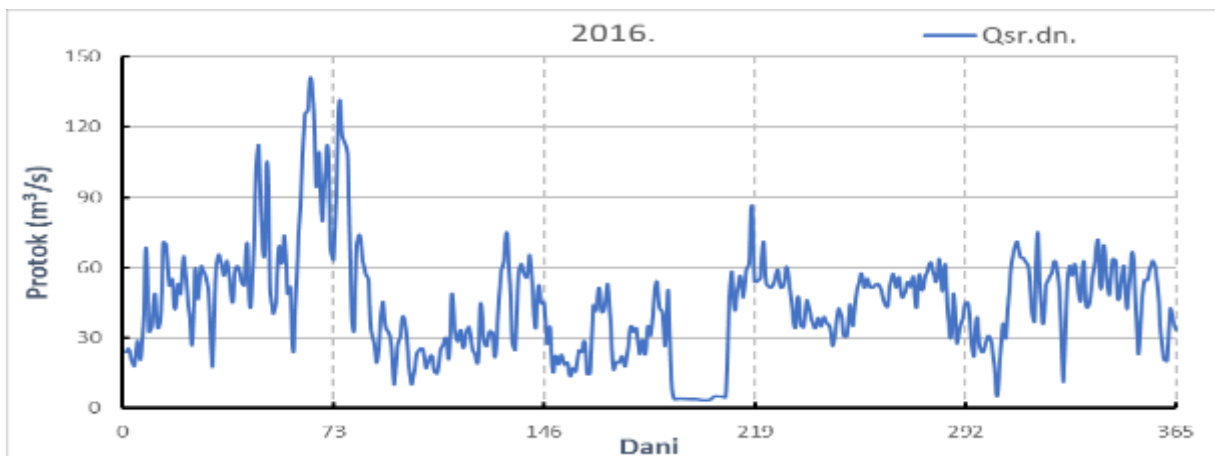
Slika 11. Svojstva normalne razdiobe (Petra, 2012)

3.3. Hidrogram otjecanja

Hidrogram otjecanja predstavlja grafički prikaz promjene protoka u promatranom vodotoku kroz određeni vremenski period. Hidrogram otjecanja primarno ovisi o klimatskim obilježjima područja u kojem se nalazi rijeka, odnosno padalinama i temperaturi. Također ovisi o evapotranspiraciji te karakteristikama pripadajućeg slivnog područja. Sekundarni utjecaji na režim otjecanja su geometrijske karakteristike korita kao što su širina, dubina te pad.

Hidrogram otjecanja najčešće se prikazuje u obliku srednjih mjesečnih protoka prikazanih na godišnjoj skali. Detaljniji prikaz predstavljaju srednji dnevni protoci na godišnjoj skali. Hidrogram otjecanja može se prikazati za period od više godina u obliku srednjih mjesečnih ili srednjih godišnjih protoka.

Prikaz podataka u obliku hidrograma pridonosi boljoj preglednosti podataka te uvid u riječni režim. Na temelju hidrograma mogu se donositi razni zaključci te provoditi razne hidrološke analize kao i analiza trenda prikazana u ovom radu.



Slika 12. Godišnji hidrogram otjecanja, vodomjerna postaja Han

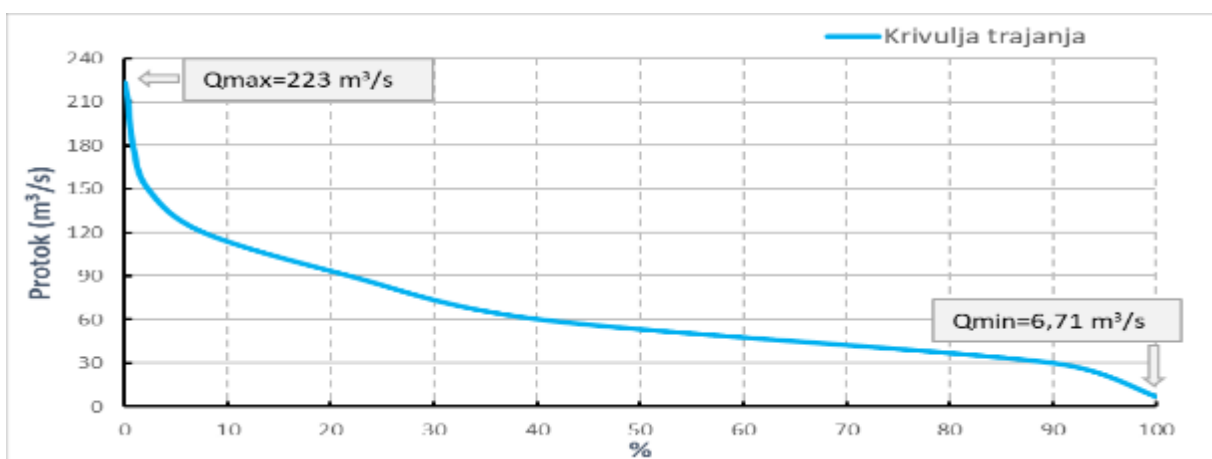
3.4. Krivulja trajanja

Krivulja trajanja protoka je krivulja koja pokazuje postotak vremena ili broj dana u godini, tijekom kojih je protok jednak danim količinama ili veći od njih bez obzira na kronološki slijed. (Žugaj, 2011).

Za konstrukciju krivulje trajanja polazi se od kumulativne učestalosti neke vrijednosti. Ona predstavlja zbroj učestalosti svih vrijednosti manjih ili jednakih toj vrijednosti ili obrnuto. Kumulativna učestalost predstavlja trajnost i grafički se predstavlja krivuljom trajanja.

Nagib krivulje trajanja ovisi o vrsti ulaznih podataka, odnosno jesu li protoci srednji dnevni, srednji mjesečni ili srednji godišnji. Uobičajeno je, a i najispravnije, primjenjivati krivulje trajanja određene na osnovi srednjih dnevnih protoka. Krivulje trajanja srednjih dnevnih protoka za prosječnu godinu, konstruirane na osnovi podataka iz višegodišnjeg razdoblja, redovito su zaglađene.

Krivulja trajanja protoka jedna je od najvažnijih hidroloških podloga. Predstavlja osnovu za definiranje krivulje snaga-trajanje na temelju koje se određuje moguća snaga vodotoka, te se mogu izvesti zaključci o iskoristivosti raspoloživosti vodnih količina u odabranome profilu. (Žugaj, 2011).



Slika 13. Krivulja trajanja, vodomjerna postaja Han

3.5. Autokorelacija

Autokorelacija predstavlja matematički prikaz stupnja povezanosti između promatrane vremenske serije te iste vremenske serije s određenim vremenskim korakom. Proračun autokorelacije predstavlja isti postupak kao i proračun korelacije između dvije nezavisne varijable osim što se u slučaju autokorelacije vremenska serija uspoređuje sama sa sobom.

Autokorelacija predstavlja povezanost trenutne vrijednosti promatrane varijable s prethodnom vrijednošću. Vrijednosti autokorelacije mogu biti u rasponu od -1 do 1. Vrijednost 1 predstavlja pozitivnu korelaciju gdje povećanje vrijednosti u jednoj vremenskoj seriji implicira jednako povećanje u drugoj seriji. Vrijednost -1 predstavlja negativnu korelaciju gdje povećanje vrijednosti u jednoj vremenskoj seriji implicira proporcijonalno smanjenje u drugoj seriji. Vrijednost 0 predstavlja odsustvo korelacije između vremenskih serija.

Autokorelacija se može izraziti kao funkcija vremenskog koraka τ prema sljedećem izrazu:

$$R(\tau) = \frac{E[(x_t - \mu)(x_{t+\tau} - \mu)]}{\sigma^2} ,$$

odnosno za diskretnu slučajnu varijablu s N raspoloživih podataka koristi se izraz:

$$\hat{R}(\tau) = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^{N-\tau} (x_t - \mu) (x_{t+\tau} - \mu) . \quad (4)$$

(Dunn, 2005).

3.6. Testiranje hipoteza

Testiranje statističkih hipoteza je postupak koji uključuje formuliranje statističke hipoteze i upotrebu podataka iz uzorka, kako bi se moglo odlučiti o ispravnosti formulirane statističke hipoteze. Za svako testiranje statističkih hipoteza može se koristiti sljedeći postupak:

1. Postaviti nultu hipotezu i alternativne hipoteze
2. Definirati postupak testiranja uključujući odabir razine statističke značajnosti i snage testa
3. Izračunati test statistiku i pripadajuću P vrijednost
4. Zaključiti jesu li podatci u skladu s nultom hipotezom, odnosno donijeti odluku o nultoj hipotezi

U odlučivanju o nultoj hipotezi mogu se potkrasti dvije pogreške:

1. Pogreška tipa I događa se u slučaju kada je uočljiv učinak kojeg zapravo nema. Vjerojatnost da će se napraviti pogreška tipa I obično se naziva alfa (α) i njena se vrijednost određuje prije testiranja statističke hipoteze. Alfa se naziva „razina značajnosti” i njena je vrijednost najčešće postavljena na 0,05 ili 0,01.
2. Pogreška tipa II događa se kada razlika nije uočljiva, a ona je zapravo prisutna. Vjerojatnost da će se napraviti pogreška tipa II naziva se beta (β) i njena vrijednost uvelike ovisi o veličini učinka koji se promatra, veličini uzorka i odabranoj razini statističke značajnosti. Beta se povezuje sa snagom testa u otkrivanju učinka navedene veličine. (Ilakovac, 2009).

Testiranje parametra μ u slučaju normalne razdibe $N(\mu, \sigma^2)$ može se promotriti kroz dva slučaja:

- Dvostrani Z test – varijanca σ^2 je poznata

Testira se $H_0(\mu = \mu_0)$ protiv $H_1(\mu \neq \mu_0)$ uz zadanu razinu značajnosti α . Nepristrani procjenitelj za parametar μ je \bar{X} aritmetička sredina uzorka (X_1, \dots, X_n) i vrijedi

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{N}\right).$$

Standardiziranjem varijable \bar{X} dobije se varijabla

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{N} \sim N(0,1)$$

koja se koristi kao test statistika.

Za dani nivo značajnosti α kritično područje određuje se iz uvjeta

$$P(|Z| \geq z_{(1-\alpha)/2}) = \alpha$$

pa je kritično područje oblika

$$C_0 = \left(-\infty, -z_{\frac{(1-\alpha)}{2}}\right] \cup \left[z_{\frac{(1-\alpha)}{2}}, \infty\right),$$

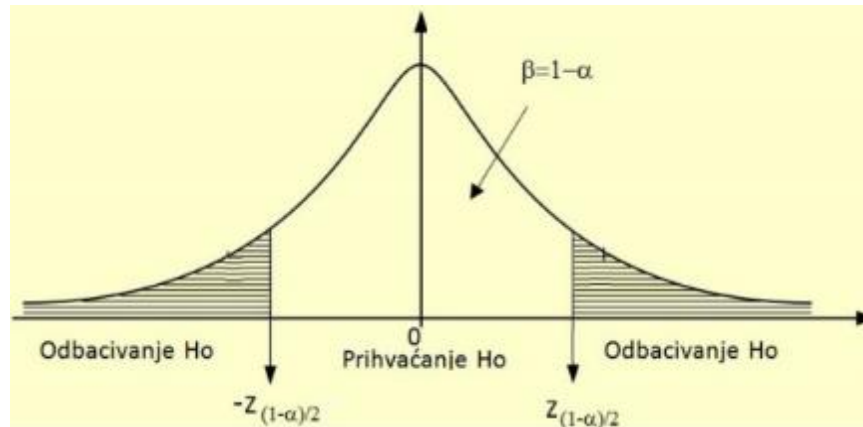
pri čemu se vrijednost $z_{(1-\alpha)/2}$ određuje prema formuli

$$z_{(1-\alpha)/2} = \Phi^{-1}\left(\frac{1-\alpha}{2}\right), \quad (5)$$

ako je $z \in C_0$ hipoteza $H_0(\mu = \mu_0)$ se odbacuje,

ako je $z \in C_0$ hipoteza H_0 se prihvaća uz zadani nivo značajnosti α .

(Bradanović, 2015).



Slika 14. Grafički prikaz kritičnog područja (Bradanić, 2015)

- Dvostrani T test – varijanca σ^2 je nepoznata

Testira se $H_0(\mu = \mu_0)$ protiv $H_1(\mu \neq \mu_0)$ uz zadanu razinu značajnosti α . Nepristrani procjenitelj za parametar μ je \bar{X} aritmetička sredina uzorka (X_1, \dots, X_n) i vrijedi

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{N}\right).$$

Varijanca σ^2 nije poznata, a nepristrani procjenitelj za σ^2 je korigirana uzoračka varijanca S^2 .

Varijabla $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{N}$ se aproksimira varijablom

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{N} \sim t(n - 1)$$

koja ima t -razdiobu s $n-1$ stupnjeva slobode.

Za dani nivo značajnosti α kritično područje se određuje iz uvjeta

$$P(|T| \geq t_{n-1, \alpha}) = \alpha, \quad (6)$$

pa se kritično područje određuje prema

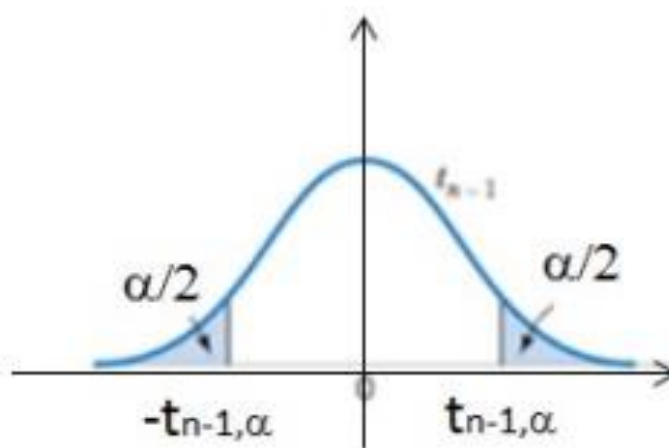
$$C_0 = (-\infty, -t_{n-1,\alpha}] \cup [t_{n-1,\alpha}, \infty) ,$$

pri čemu se vrijednost $t_{n-1,\alpha}$ iščitava iz odgovarajuće tablice na osnovi uvjeta (6).

ako je $t \in C_0$ hipoteza $H_0(\mu = \mu_0)$ se odbacuje,

ako je $t \in C_0$ hipoteza H_0 se prihvata uz zadani nivo značajnosti α .

(Bradanović, 2015).



Slika 15. Grafički prikaz kritičnog područja (Bradanović, 2015)

3.7. Svojstva korelograma - statističko zaključivanje

Ukoliko je potrebno odrediti postojanost periodičnosti na promatranom korelogramu, uz nivo značajnosti α , može se koristiti sljedeći izraz:

$$B = \pm \frac{z_{1-\alpha/2}}{\sqrt{N}} \quad (7)$$

Pri čemu je:

B – gornja i donja granica područja definicije korelograma

$z_{1-\alpha/2}$ – empirijski z-omjer

N – broj podataka

Nakon što se odrede granice područja definicije korelograma uz nivo značajnosti α može se odrediti postojanost periodičnosti za promatrani skup podataka. Ukoliko se sve vrijednosti korelograma nalaze unutar granica definicije možemo zaključiti da periodičnost ne postoji za promatrani skup podataka uz zadani nivo značajnosti α . U suprotnom periodičnost postoji.

(Friendly, 2002).

3.8. Mann-Kendall trend test

Svrha Mann-Kendall testa je statistička procjena prisutnosti rastućeg ili padajućeg trenda promatrane varijable u određenom vremenskom periodu. Rastući ili padajući trend znači da varijabla dosljedno raste ili opada tokom vremena dok trend može, a i ne mora biti linearan. MK test može se koristiti umjesto parametarskog testa linearne regresije koji se temelji na pretpostavci da se reziduali aproksimacijske linije ravnaju po normalnoj raspodjeli. MK test ne zahtijeva pretpostavku o normalnoj raspodjeli odnosno predstavlja neparametarski test.

Temeljne pretpostavke za MK test:

- Kada trend nije prisutan, mjerenja (zapažanja ili podatci) izvršena tokom vremena su nezavisna i jednoliko raspodijeljena. Pretpostavka o nezavisnosti znači da mjerenja nisu korelirana u vremenu.
- Zapažanja izvršena tokom vremena predstavljaju stvarne uvjete za vrijeme uzimanja uzoraka.
- Skup uzoraka, rukovanje i mjerne metode pružaju objektivna i reprezentativna zapažanja osnovne populacije u vremenu.

MK test ne zahtijeva da se mjerenja ravnaju po normalnoj distribuciji ili da trend, ukoliko prisutan, bude linearan ali zahtijeva pretpostavku o nezavisnosti. Da bi se zadovoljila pretpostavka o nezavisnosti vremenski korak između mjerenja mora biti dovoljno velik. Time se osigurava odsustvo korelacije između mjerenja u različitim trenucima.

MK test testira treba li odbaciti nultu hipotezu (H_0) ili prihvatiti alternativnu hipotezu (H_1).

Proračun se odvija prema sljedećem redoslijedu:

1. Podatci se razvrstaju u redoslijedu u kojem su prikupljeni u vremenu, x_1, x_2, \dots, x_n , što označava mjerenja dobivena u vremenu $1, 2, \dots, n$.

2. Odredi se predznak svih $n(n-1)/2$ razlika $x_j - x_k$, pri čemu je $j > k$.

Tražene razlike su

$$x_2 - x_1, x_3 - x_1, \dots, x_n - x_1, x_3 - x_2, x_4 - x_2, \dots, x_n - x_{n-2},$$

$$x_n - x_{n-1}.$$

3. Neka je $sgn(x_j - x_k)$ indikator funkcija koja poprima vrijednosti 1 , 0 ili -1 ovisno o predznaku $x_j - x_k$, odnosno,

$$sgn(x_j - x_k) = \begin{cases} 1; & x_j - x_k > 0 \\ 0; & x_j - x_k = 0 \\ -1; & x_j - x_k < 0 \end{cases} . \quad (8)$$

4. Izračuna se

$$S = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n sgn(x_j - x_k) , \quad (9)$$

Mann-Kendall statistika S predstavlja razliku između pozitivnih i negativnih razlika. Pozitivna vrijednost S implicira da su zapažanja izvršena kasnije veća od ranijih zapažanja.

5. Izračuna se varijanca od S prema sljedećem izrazu:

$$VAR(S) = \frac{1}{18} \left[n(n-1)(2n+5) - \sum_{p=1}^g t_p(t_p-1)(2t_p+5) \right] , \quad (10)$$

pri čemu je g broj vezanih grupa, dok je t_p broj opažanja u p -toj grupi. Npr. za slijed mjerenja u vremenu $\{23, 24, 29, 6, 29, 24, 24, 29, 23\}$ vrijedi $g=3$ vezanih grupa, pri čemu je $t_1=2$ za vezanu vrijednost 23, $t_2=3$ za vezanu vrijednost 24, i $t_3=3$ za vezanu vrijednost 29.

6. Izračuna se MK test statistika, Z_{MK} , prema izrazu:

$$Z_{MK} = \begin{cases} \frac{S - 1}{\sqrt{\text{VAR}(S)}}; S > 0 \\ 0; S = 0 \\ \frac{S - 1}{\sqrt{\text{VAR}(S)}}; S < 0 \end{cases}, \quad (11)$$

pozitivna vrijednost test statistike implicira rastući trend, dok negativna implicira padajući trend tokom vremena.

7. Ako se testira nul hipoteza

H_0 : nema prisutnog trenda

protiv alternativne hipoteze

H_1 : prisutan je rastući trend

Uz pripadajuću razinu značajnosti α .

Nul hipoteza H_0 se odbacuje te alternativna hipoteza H_1 prihvaća ako vrijedi $Z_{MK} \geq Z_{1-\alpha/2}$.

8. Ako se testira nul hipoteza

H_0 : nema prisutnog trenda

protiv alternativne hipoteze

H_1 : prisutan je padajući trend

Uz pripadajuću razinu značajnosti α .

Nul hipoteza H_0 se odbacuje te alternativna hipoteza H_1 prihvaća ako vrijedi $Z_{MK} \leq -Z_{1-\alpha/2}$.

9. Ako se testira nul hipoteza

H_0 : nema prisutnog trenda

protiv alternativne hipoteze

H_1 : prisutan je padajući ili rastući trend

Uz pripadajuću razinu značajnosti α .

Nul hipoteza H_0 se odbacuje te alternativna hipoteza H_1 prihvaća ako vrijedi $|Z_{MK}| \geq Z_{1-\alpha/2}$.

U slučaju da su podatci sezonskog karaktera potrebno je provesti sezonski Mann-Kendall test. Test se provodi na način da se skup podataka podijeli u 12 sezona. Svaka sezona predstavlja određeni mjesec u godini te sadrži podatke za promatrani mjesec za sve godine. Za svaku skupinu računa se Mann-Kendall statistika S_i te varijanca $Var(S_i)$. Statistika S_i računa se na isti način kao i kod prethodnog slučaja Mann-Kendall testa prema izrazu (9), dok se varijanca $Var(S_i)$ računa prema:

$$\begin{aligned}
 VAR(S_i) = & \frac{1}{18} \left[n_i(n_i - 1)(2n_i + 5) - \sum_{p=1}^{g_i} t_{ip}(t_{ip} - 1)(2t_{ip} + 5) \right. \\
 & \left. - \sum_{q=1}^{h_i} u_{iq}(u_{iq} - 1)(2u_{iq} + 5) \right] \\
 & + \frac{\sum_{p=1}^{g_i} t_{ip}(t_{ip} - 1)(2t_{ip} - 2) \sum_{q=1}^{h_i} u_{iq}(u_{iq} - 1)(2u_{iq} - 2)}{9n_i(n_i - 1)(2n_i - 2)} \\
 & + \frac{\sum_{p=1}^{g_i} t_{ip}(t_{ip} - 1) \sum_{q=1}^{h_i} u_{iq}(u_{iq} - 1)}{2n_i(n_i - 1)}, \tag{12}
 \end{aligned}$$

pri čemu je g_i broj vezanih grupa u sezoni i , dok je t_{ip} broj opažanja u p -toj grupi u sezoni i , h_i je broj vremenskih perioda u sezoni i koji sadrže veći broj podataka, te u_{iq} predstavlja broj podataka u q -tom vremenskom periodu u sezoni i .

Proračunate vrijednosti S_i i $Var(S_i)$ za sve sezone k se zbroje

$$S' = \sum_{i=1}^k S_i \tag{13}$$

$$Var(S') = \sum_{i=1}^k Var(S_i) \tag{14}$$

te s dobivenim veličinama računa MK test statistika prema (11). (Gilbert, 1987).

3.9. Regresijska analiza

Regresijska analiza predstavlja skup statističkih procesa za procjenu odnosa između promatranih varijabli. (Freedman, 2005). Analizira se veza između jedne zavisne te jedne ili više nezavisnih varijabli u svrhu boljeg shvaćanja kako se mijenja vrijednost zavisne varijable promjenom vrijednosti nezavisne varijable. Regresijska analiza je u širokoj primjeni kod procjene i predviđanja određenih pojava. Postoje mnoge metode regresijske analize te u ovom radu koristit će se metoda linearne regresije te nelinearne regresije koje predstavljaju parametarske metode.

3.9.1. Linearna regresija

Linearna regresija je najjednostavnija i najčešće korištena regresijska metoda. Za pretpostavljeni niz mjerenja neka dijagram raspršenja pripadnog niza točaka upućuje na model linearne regresije

$$Y = ax + b + \varepsilon$$

s linearnom regresijskom funkcijom $\mu(x, a, b) = ax + b$. Dakle u ovom slučaju koristi se regresijska funkcija

$$y = ax + b, \quad (15)$$

pri čemu su a i b nepoznati parametri koje treba odrediti tako da se dobije pravac od svih mogućih pravaca, u smislu metode najmanjih kvadrata, koji najbolje aproksimira niz točaka.

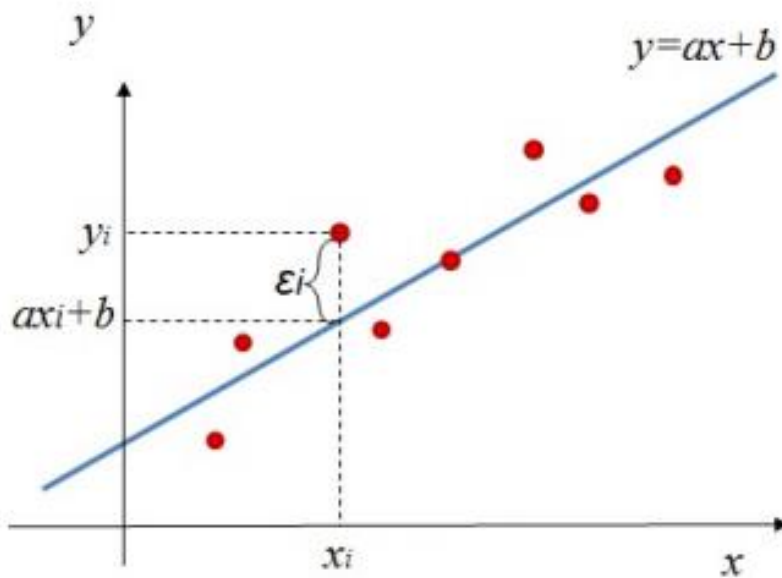
Za niz mjerenja vrijedi

$$y_i = ax_i + b + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Može se uočiti da

$$y_i - ax_i - b = \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

predstavljaju vertikalna odstupanja točaka uzorka (x_i, y_i) , $i=1, 2, \dots, n$, od pravca (15) prikazano na (Slika 16).



Slika 16. Metoda najmanjih kvadrata

Sada se odrede parametri a i b tako da zbroj kvadrata vertikalnih odstupanja (16) bude minimalan odnosno odrede se vrijednosti parametara a i b za koje funkcija

$$H(a, b) = \sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i)^2$$

postigne minimalnu vrijednost.

Funkcija H ima minimum za one vrijednosti a i b za koje vrijedi

$$\frac{1}{2} \frac{\partial H}{\partial a} = 0, \quad \frac{1}{2} \frac{\partial H}{\partial b} = 0$$

što daje sustav jednadžbi

$$\sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i)x_i = 0 ,$$

$$\sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i) = 0 .$$

Prema tome, parametri a i b određuju se iz sustava dviju linearnih jednažbi

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \cdot a + \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot b = \sum_{i=1}^n x_i y_i ,$$

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \cdot a + n \cdot b = \sum_{i=1}^n y_i .$$

Jedinstveno rješenje ovog sustava jednažbi je

$$a = \hat{a} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \right)}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} , \quad (17)$$

$$b = \hat{b} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - a \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i . \quad (18)$$

U izrazima (17) i (18) mogu se uočiti srednje vrijednosti

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ,$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i ,$$

pa se može pisati

$$\hat{a} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x} \bar{y}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2} , \quad (19)$$

$$\hat{b} = \bar{y} - \hat{a} \cdot \bar{x} . \quad (20)$$

Izrazi (19) i (20) služe za proračun koeficijenta a i b te se time dobije jednadžba regresijskog pravca (15). (B.Vrdoljak, 2007).

Mjera linearne zavisnosti može se kvantificirati koeficijentom korelacije. Vrijednost koeficijenta korelacije se kreće u intervalu $-1 - 1$. Ako je vrijednost koeficijenta korelacije 0 to znači da između danih setova podataka nema linearne veze. Ukoliko je vrijednost -1 ili 1 to znači da između setova podataka postoji savršena linearna veza. Koeficijent korelacije definira se izrazom

$$r = \frac{s_{xy}^2}{s_x s_y} , \quad (21)$$

pri čemu su

$$s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 ,$$

i

$$s_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

standardne devijacije uzorka a

$$s_{xy}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

kovarijanca uzorka.

Uz koeficijent korelacije može se definirati i koeficijent determinacije koji predstavlja postotak vrijednosti zavisne varijable koji se mogu objasniti nezavisnom varijablom. Jednak je kvadratu koeficijenta korelacije r^2 .

3.9.2. Testiranje hipoteza o koeficijentu linearne regresije

Ako se za nepoznati koeficijent linearne regresije a dobije po modulu mala vrijednost procjene \hat{a} , može se posumnjati da je stvarna vrijednost parametra jednaka nuli i da je regresijski model oblika

$$Y = b + \varepsilon .$$

Tada se može pisati

$$y_i = b + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

što znači da vrijednost y_i ne ovisi o vrijednosti x_i . U ovom slučaju se problem regresijske analize svodi na problem procjene nepoznatog očekivanja i nepoznate varijance slučajne varijable $Y \sim N(b, \sigma^2)$. Stoga, zanimljivo je testirati hipotezu $H_0 : a = 0$, prema nekoj od alternativnih hipoteza.

Testirat će se općenitija hipoteza $H_0 : a = a_0$, gdje je $a_0 \in R$ određen broj, prema alternativnoj hipotezi $H_1 : a \neq a_0$, pri razini značajnosti α .

Uz uvažavanje hipoteze H_0 , vrijedi

$$t_{n-2} = \frac{\hat{A} - a_0}{s_{\hat{A}}} \sim t(n-2) ,$$

pri čemu je

$$s_{\hat{A}} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} \quad (22)$$

standardna devijacija koeficijenta linearne regresije, te

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{n-2}}, \quad (23)$$

standardna devijacija vertikalnih odstupanja od pravca.

Ovu slučajnu varijablu t_{n-2} se može uzeti kao test statistiku jer na osnovu uzorka (x_i, y_i) , $i=1, 2, \dots, n$, $n>2$, vrijednost

$$t_{n-2} = \frac{\hat{a} - a_0}{s_{\hat{a}}} \quad (24)$$

iskazuje odstupanje procjene \hat{a} , dobivene na osnovu uzorka, od pretpostavljene vrijednosti a_0 za koeficijent α linearne regresije.

Za zadanu razinu značajnosti α , iz tablice vrijednosti koja se odnosi na Studentovu razdiobu, određuje se kritična vrijednost $t_{n-2,\alpha}$ za koju je

$$P(|t_{n-2}| \geq t_{n-2,\alpha}) = \alpha .$$

Sada slijedi zaključak. Ako je $|t_{n-2}| \geq t_{n-2,\alpha}$, hipotezu H_0 treba odbaciti, a ako je $|t_{n-2}| < t_{n-2,\alpha}$, hipotezu H_0 ne treba odbaciti.

(B.Vrdoljak, 2007).

Za koeficijent korelacije može se testirati nulta hipoteza $H_0:r=0$, nema korelacije između podataka, protiv alternativne hipoteze $H_1:r \neq 0$, odnosno prisutna je korelacija. Test statistika se računa prema izrazu

$$t_{n-2} = \frac{\hat{r} - r}{\sqrt{\frac{1 - \hat{r}^2}{n - 2}}} \quad (25)$$

Pri čemu je

$$s_{\hat{r}} = \sqrt{\frac{1 - \hat{r}^2}{n - 2}} \quad (26)$$

standardna devijacija koeficijenta korelacije.

Nakon određene kritične vrijednosti $t_{n-2,\alpha}$ ako vrijedi $|t_{n-2}| \geq t_{n-2,\alpha}$, hipotezu H_0 treba odbaciti, a ako je $|t_{n-2}| < t_{n-2,\alpha}$, hipotezu H_0 ne treba odbaciti.

3.9.3. Nelinearna regresija

Ako na osnovu dijagrama raspršenja nizu točaka ne odgovara linearna regresijska funkcija $y=ax+b$, tada treba uzeti neku nelinearnu funkciju regresije da bi se dobila dobra prilagodba danim podacima.

Za slučaj regresijske funkcije u obliku polinoma $(m-1)$ -og stupnja po varijabli x

$$y = a_1x^{m-1} + a_2x^{m-2} + \dots + a_{m-1}x + a_m,$$

za niz mjerenja (x_i, y_i) ($i=1, \dots, n$) odgovara niz uvjeta

$$y_i - (y = a_1x_i^{m-1} + a_2x_i^{m-2} + \dots + a_{m-1}x + a_m) = \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Nepoznati parametri a_k , prema metodi najmanjih kvadrata, određuju se iz uvjeta o minimumu funkcije

$$H(a_1, a_2, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^n (a_1x_i^{m-1} + a_2x_i^{m-2} + \dots + a_{m-1}x + a_m - y_i)^2,$$

tj. iz uvjeta

$$\frac{1}{2} \frac{\partial H}{\partial a_k}(a_1, a_2, \dots, a_m) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

koji daju linearan sustav od m jednažbi ε s m nepoznanica a_1, a_2, \dots, a_m

$$\sum_{i=1}^n (a_1 x_i^{m-1} + a_2 x_i^{m-2} + \dots + a_{m-1} x + a_m - y_i) x_i^{m-k} = 0,$$

$$k = 1, 2, \dots, n.$$

tj.

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i=1}^n x_i^{2m-1-k} \right) \cdot a_1 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^{2m-2-k} \right) \cdot a_2 + \dots + \left(\sum_{i=1}^n x_i^{m+1-k} \right) \\ & \cdot a_{m-1} + \left(\sum_{i=1}^n x_i^{m-k} \right) \cdot a_m = \sum_{i=1}^n x_i^{m-k} y_i, \quad k \\ & = 1, 2, \dots, m. \end{aligned} \tag{27}$$

iz kojeg se odrede nepoznati parametri.

(B.Vrdoljak, 2007).

Koeficijent korelacije za polinom $m-1$ stupnja može se odrediti prema izrazu

$$r = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \tag{28}$$

Standardna devijacija koeficijenata polinoma $m-1$ stupnja računa se prema izrazu

$$\sigma_k = \sqrt{s^2 a_{kk}} \quad k=1, 2, \dots, m. \tag{29}$$

pri čemu je

$$s^2 = \frac{1}{n - m} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

nepristran procjenitelj za nepoznati parametar σ^2 , a a_{kk} dijagonalni element matrice $(X^T X)^{-1}$ pri čemu je X matrica ulaznih podataka.

3.10. Metoda RAPS

RAPS (eng. Rescaled Adjusted Partial Sums) metoda često je korištena za detektiranje i kvantificiranje trendova i fluktuacija u vremenskim serijama. Grafički prikaz RAPS-a ukazuje na podrazdoblja sa sličnim karakteristikama, veći broj trendova, nagle skokove ili padove vrijednosti, neregularne fluktuacije, postojanje periodičnosti u analiziranom vremenskom nizu itd.

(Bonacci, 2010).

Izraz za proračun vrijednosti RAPS-a:

$$RAPS_k = \sum_{t=1}^k \frac{Y_t - \bar{Y}}{S_y}, \quad (30)$$

pri čemu je:

S_y - standardna devijacija,

n - broj podataka vremenske serije,

\bar{Y} - srednja vrijednost promatranog vremenskog niza.

(Bonacci, 2010).

4. REZULTATI ANALIZE

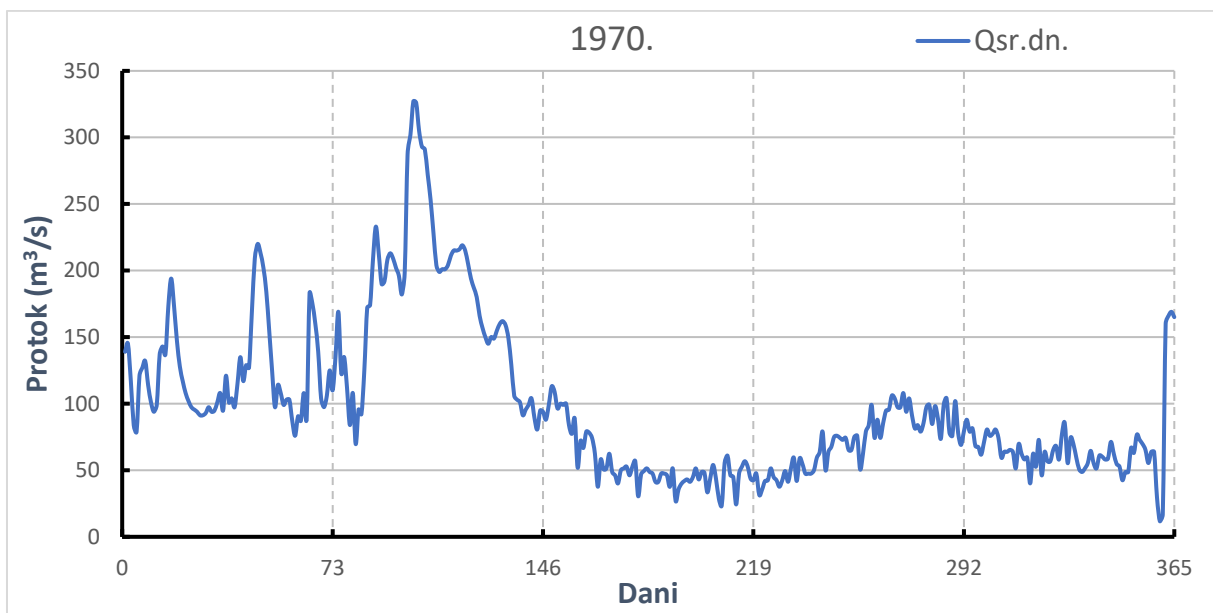
U sljedećem poglavlju prikazat će se postupak analize podataka dobivenih u obliku srednjih dnevnih protoka kao i rezultati provedene analize. Analiza je provedena za dobivene podatke sa vodomjernih postaja Han u razdoblju od 1970. do 2016. godine i Vedrine u razdoblju od 2013. do 2016. godine na rijeci Cetini. Analiza trenda provedena je pomoću Mann-Kendall trend testa, Linearne i Nelinearne regresijske analize, te metode RAPS. Za proračun je korišten program Microsoft Excel te programski jezik C.

4.1. Obrada podataka

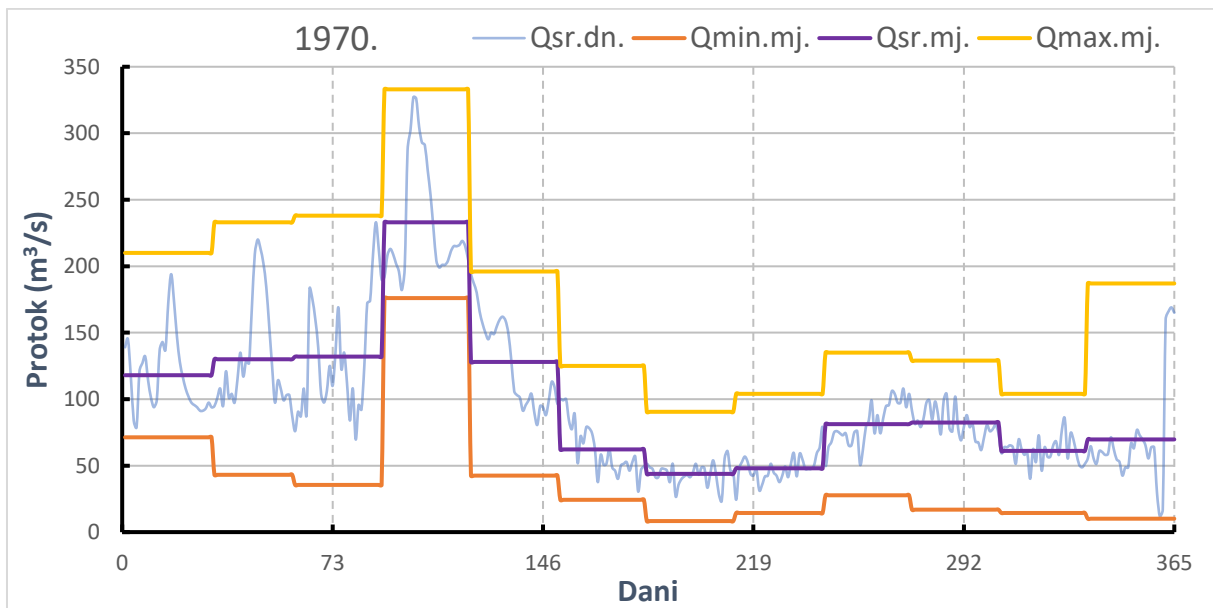
Podaci su osrednjeni na mjesečnoj i godišnjoj razini te prikazani u obliku hidrograma. Također su izrađene i prikazane krivulje trajanja protoka za obje mjerne postaje. Na (Slika 17. - Slika 32.) prikazani su dobiveni hidrogrami i krivulje trajanja.

Vodomjerna postaja Han

Za vodomjernu postaju Han odabrane su četiri godine za koje su prikazani godišnji hidrogrami za srednje dnevne protoke na slikama (Slika 17, Slika 19, Slika 21 i Slika 23). To su 1970., 1985., 2000. i 2016.. Uz srednje dnevne protoke prikazani su minimalni i maksimalni mjesečni protoci za promatrane godine na slikama (Slika 18, Slika 20, Slika 22 i Slika 24). Izrađen je i hidrogram za cijeli promatrani period 1970. – 2016. za srednje dnevne i mjesečne protoke (Slika 25, Slika 26, Slika 27.) uz prikaz minimalnih, srednjih i maksimalnih godišnjih protoka (Slika 28.). Također su prikazani i podaci osnovne statističke obrade (Tablica 1). Na (Slika 29.) prikazana je krivulja trajanja za vodomjernu postaju Han.

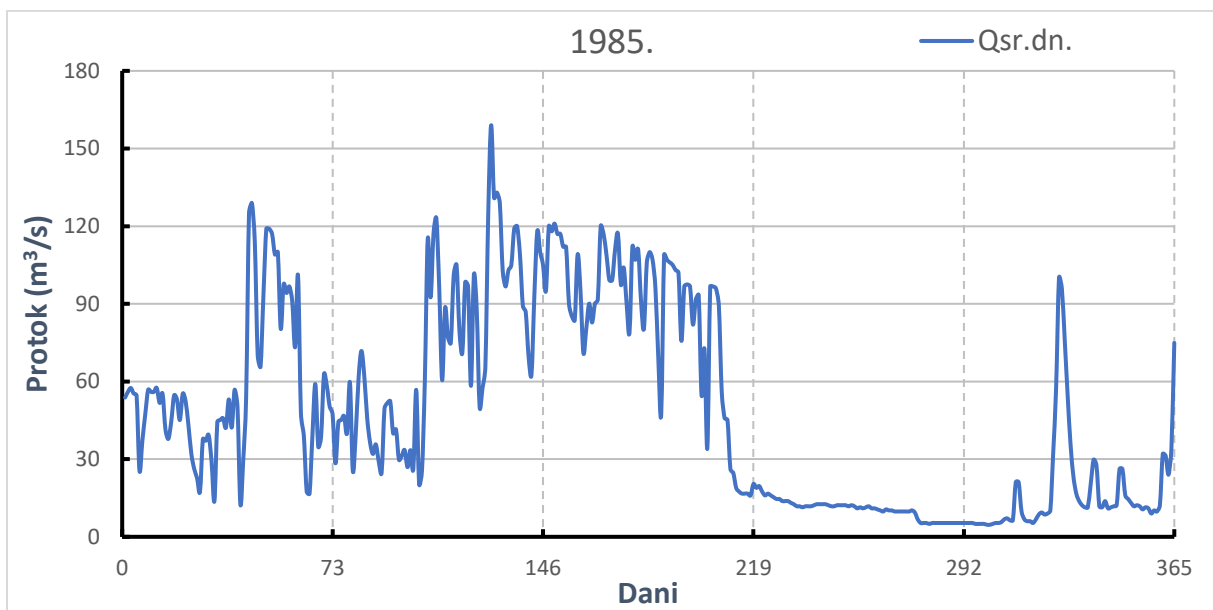


Slika 17. Hidrogram za 1970. godinu, vodomjerna postaja Han

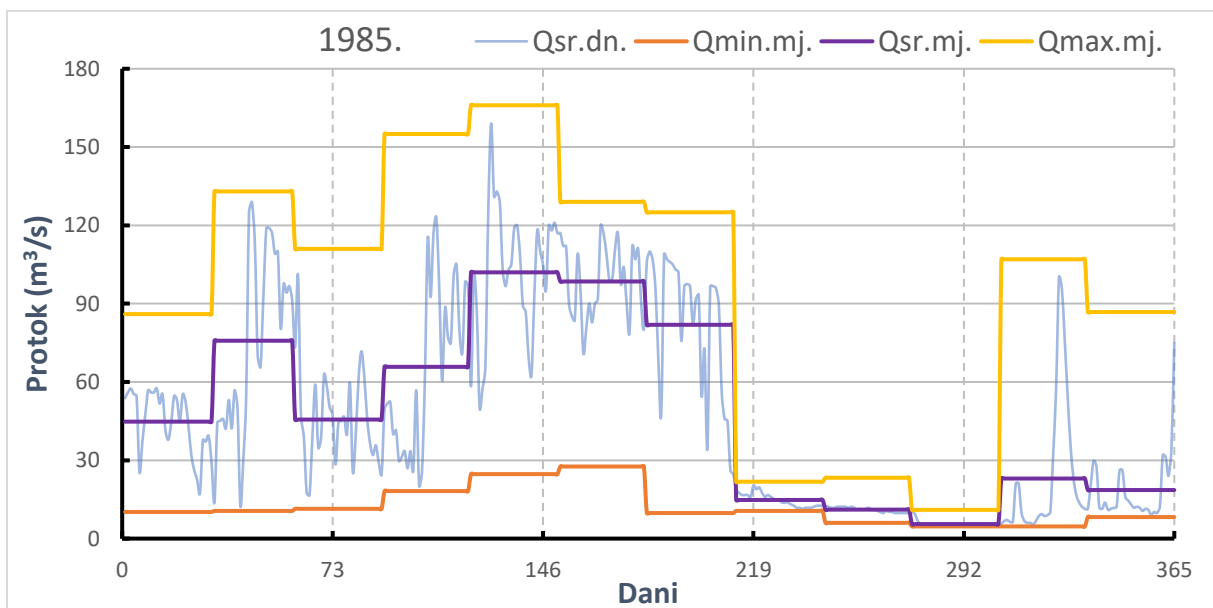


Slika 18. Min, max i srednji mjesečni protoci, vodomjerna postaja Han

Za 1970. godinu može se uočiti povećani protok kroz prva četiri mjeseca u godini sa maksimalnim protokom u četvrtom mjesecu. Nakon toga slijedi nagli pad te sušni period u ljetnom razdoblju do devetog mjeseca. Kroz jesenski period dolazi do blagog porasta te zatim naglog rasta u dvanaestom mjesecu. Kroz sedmi mjesec zabilježeni su minimalni godišnji protoci.

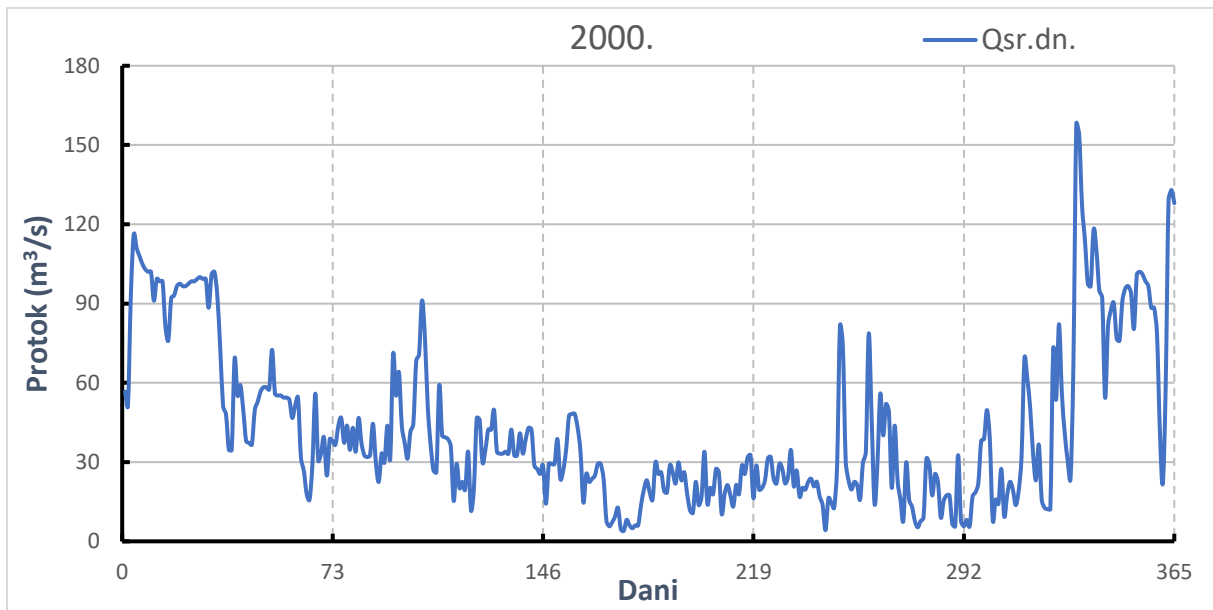


Slika 19. Hidrogram za 1985. godinu, vodomjerna postaja Han

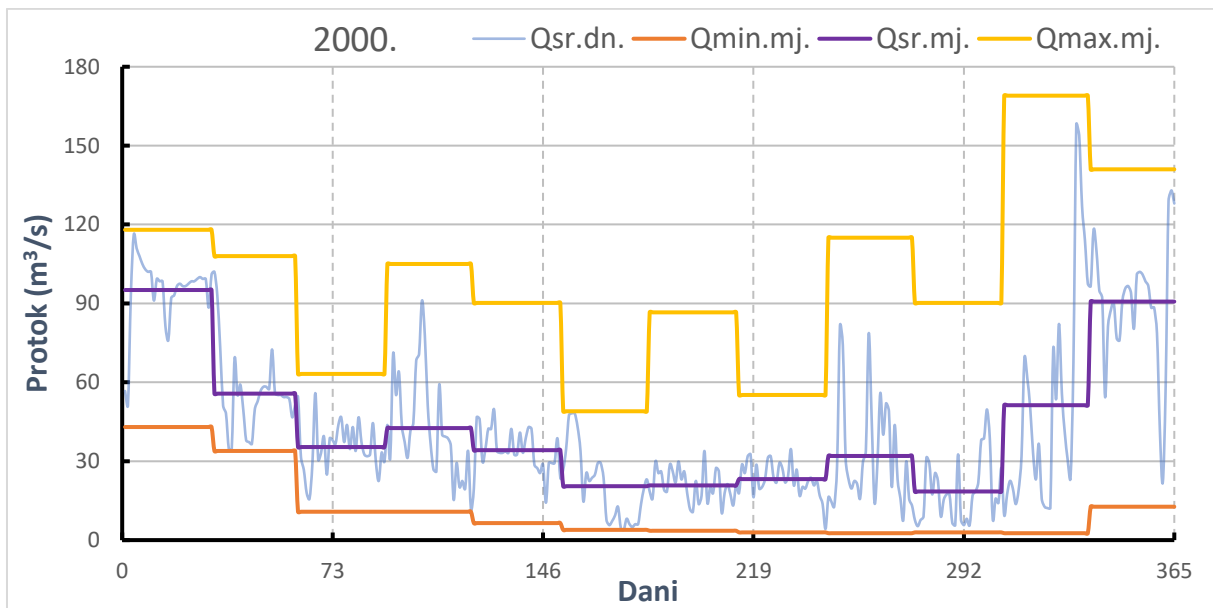


Slika 20. Min, max i srednji mjesečni protoci, vodomjerna postaja Han

Za 1985. godinu veće vrijednosti protoka javljaju se u drugom, te od četvrtog do sedmog mjeseca. Maksimalni protoci zabilježeni su u petom mjesecu. Veći protoci su uglavnom rezultat obilnih padalina u tom razdoblju. Nakon perioda velikih protoka slijedi sušno razdoblje s vrlo malim protocima od sedmog do devetog mjeseca te razdoblje nešto većih protoka do kraja godine.

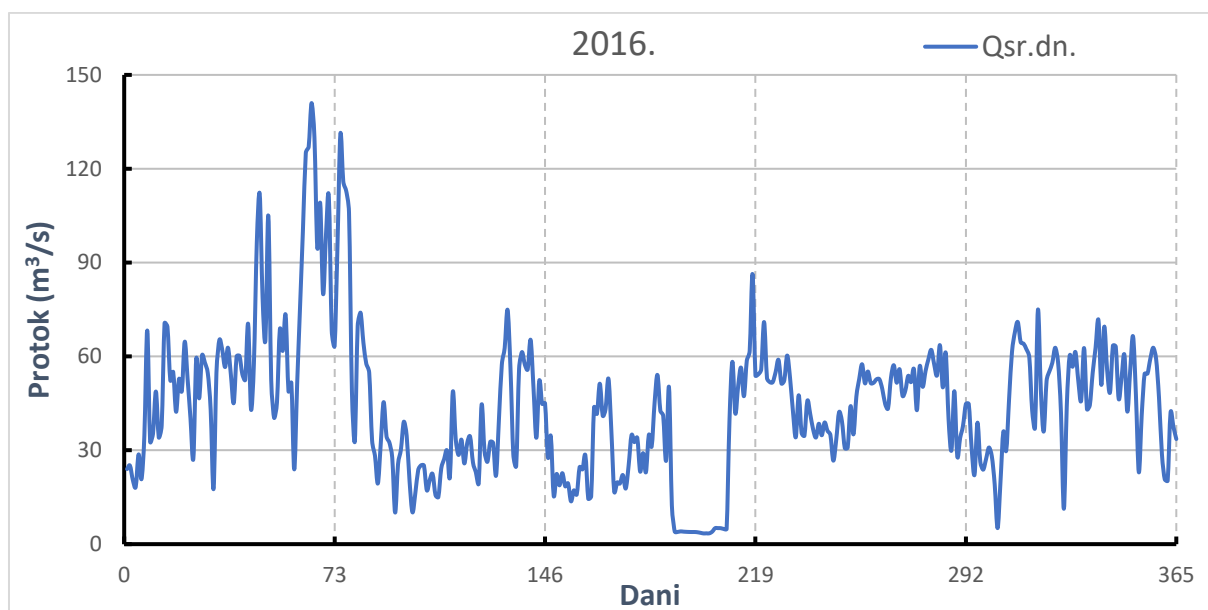


Slika 21. Hidrogram za 2000. godinu, vodomjerna postaja Han

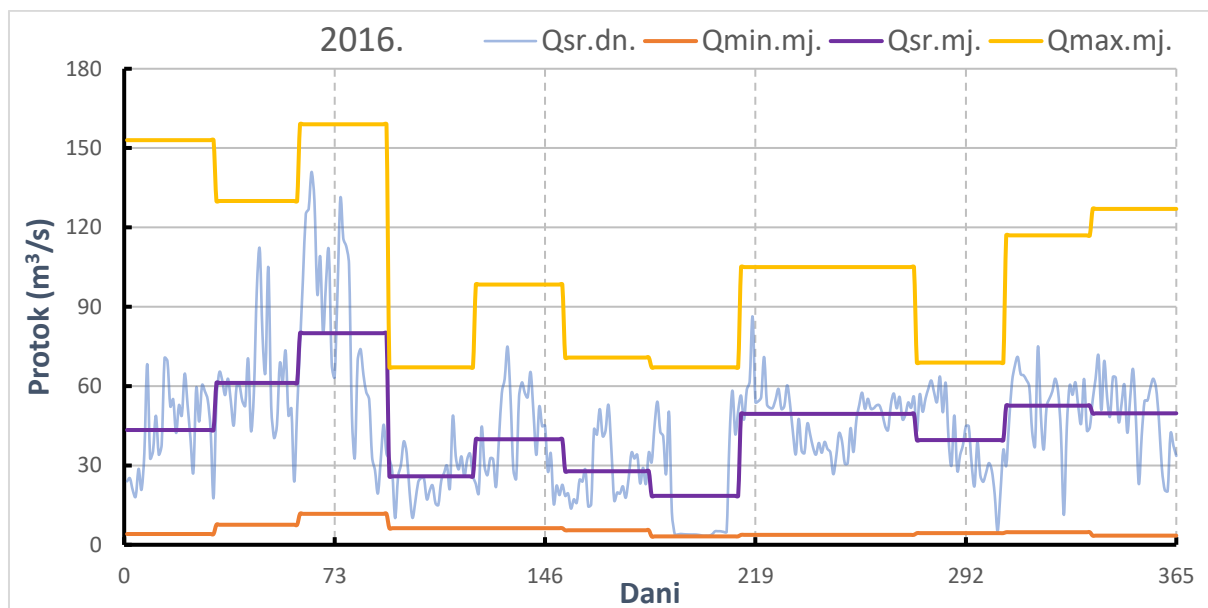


Slika 22. Min, max i srednji mjesečni protoci, vodomjerna postaja Han

Za 2000. godinu mogu se uočiti manje razlike između sušnog perioda i perioda velikih protoka. Veći protoci javljaju se na početku godine u prvom mjesecu te u dvanaestom mjesecu na kraju godine. Od drugog mjeseca do jedanaestog nema većih razlika u protocima. U jedanaestom mjesecu javlja se maksimalni protok te u devetom minimalni.

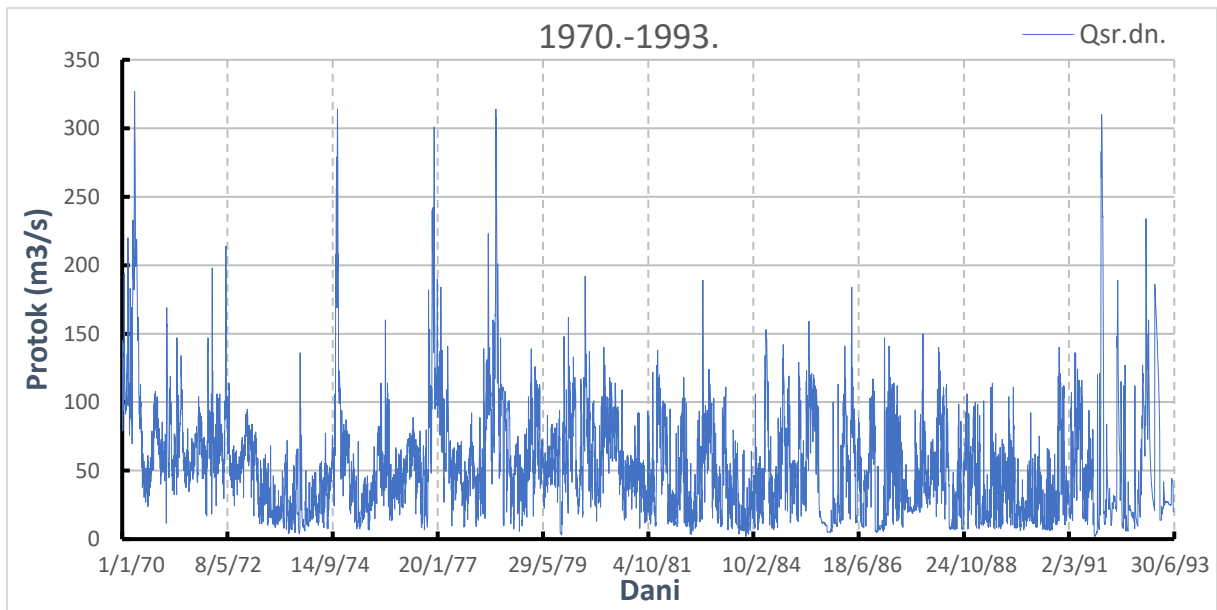


Slika 23. Hidrogram za 2016. godinu, vodomjerna postaja Han

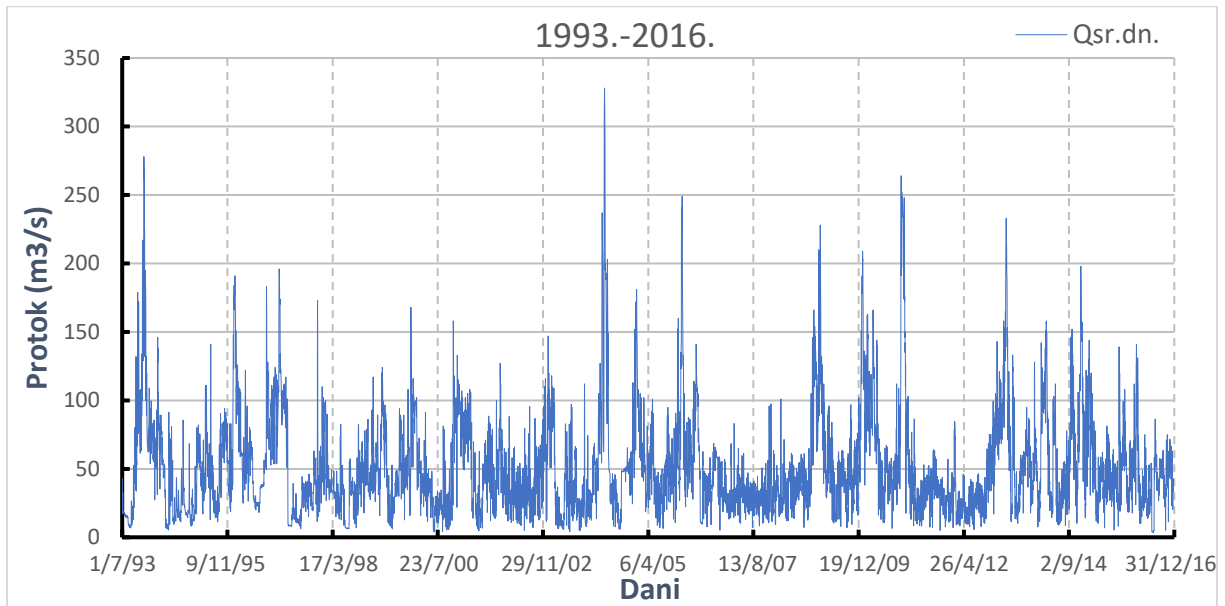


Slika 24. Min, max i srednji mjesečni protoci, vodomjerna postaja Han

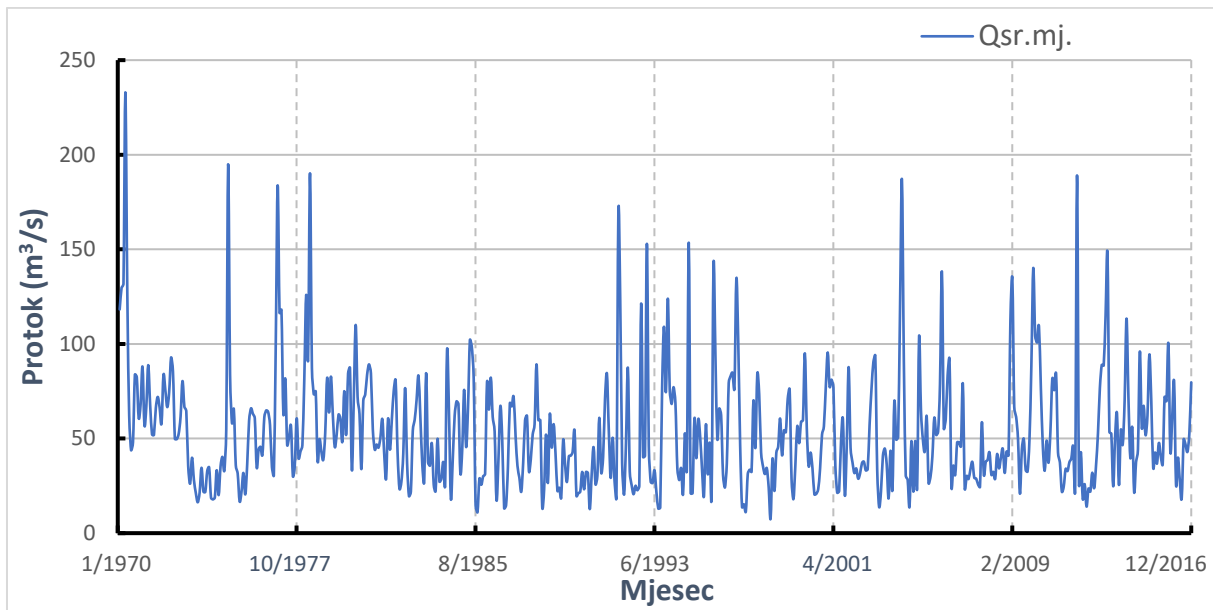
Za 2016. veći protoci javljaju se u prva tri mjeseca. Maksimalni protok javlja se u trećem mjesecu. Nakon toga slijedi pad te do kraja godine pretežito ujednačeni protoci. Izrazito sušni period javlja se u sedmom mjesecu u kojem je i zabilježen minimalni godišnji protok.



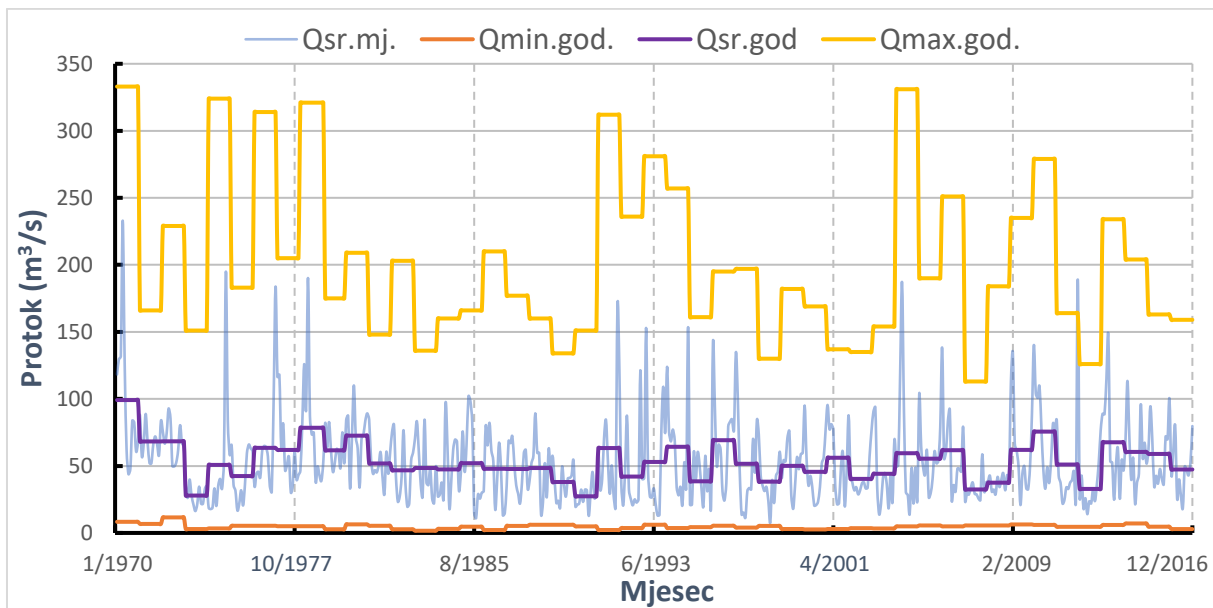
Slika 25. Hidrogram za razdoblje 1970. - 1993., vodomjerna postaja Han



Slika 26. Hidrogram za razdoblje 1993. - 2016., vodomjerna postaja Han



Slika 27. Hidrogram za razdoblje 1970. - 2016., vodomjerna postaja Han

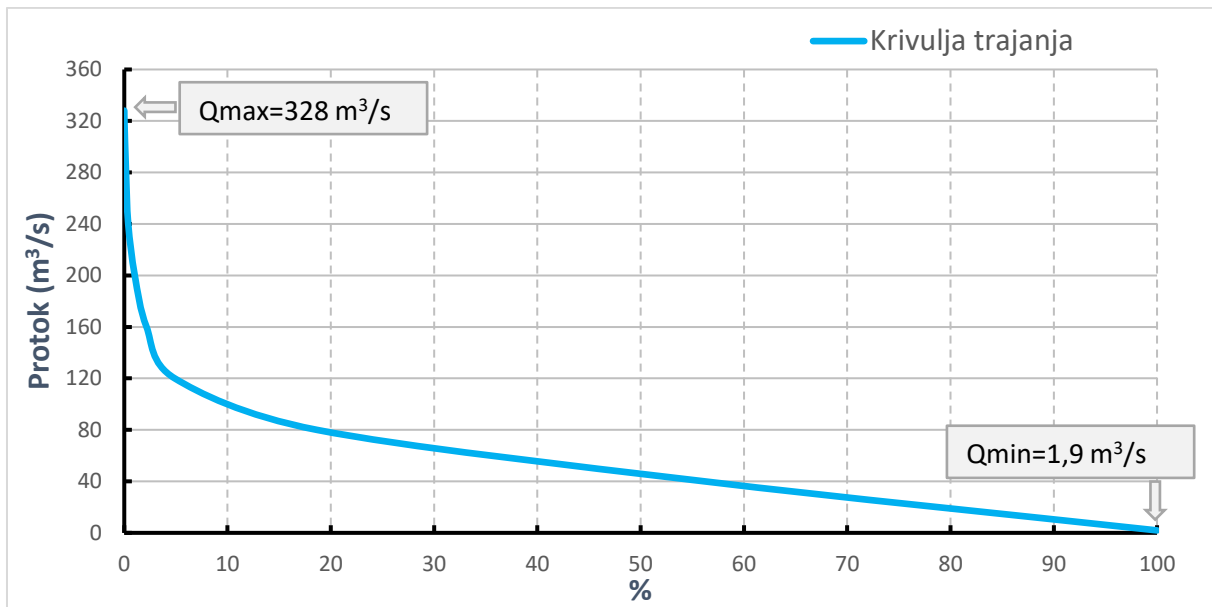


Slika 28. Min, max i srednji godišnji protoci, vodomjerna postaja Han

Za promatrano razdoblje mogu se uočiti određene godine sa znatno većim protocima. Najveći protoci zabilježeni su za 1970. i 2004. godinu. Veći protoci su također zabilježeni 1974., 1976., 1978., 1991., 1993. i 2010. godine. Godine sa znatno manjim protocima su 1973., 1975., 1989., 1995., 1998., 2007., 2008. i 2012. godina.

Tablica 1. Osnovna statistička obrada, vodomjerna postaja Han

| Godina | Qsr.mj. (m ³ /s) | | | | | | | | | | | | Qmin.god. (m ³ /s) | Qsr.god. (m ³ /s) | Qmax.god. (m ³ /s) |
|--------|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| | Mjesec | | | | | | | | | | | | | | |
| | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII | | | |
| 1970 | 118,22 | 129,78 | 131,88 | 232,97 | 127,63 | 62,19 | 43,85 | 48,06 | 83,74 | 82,47 | 60,77 | 68,06 | 8,31 | 99,13 | 333 |
| 1971 | 87,97 | 57,15 | 66,87 | 88,80 | 68,07 | 52,23 | 51,93 | 66,13 | 72,02 | 66,26 | 57,97 | 83,55 | 6,73 | 68,25 | 166 |
| 1972 | 75,48 | 66,59 | 74,43 | 92,79 | 85,50 | 49,88 | 49,67 | 52,47 | 61,69 | 80,40 | 66,80 | 64,40 | 11,6 | 68,34 | 229 |
| 1973 | 35,49 | 26,13 | 39,87 | 28,18 | 21,31 | 16,30 | 21,35 | 34,56 | 22,00 | 21,82 | 32,84 | 34,70 | 2,92 | 27,88 | 151 |
| 1974 | 18,72 | 17,83 | 18,83 | 33,25 | 20,09 | 35,28 | 40,29 | 33,04 | 54,79 | 194,96 | 83,73 | 58,33 | 3,38 | 50,76 | 324 |
| 1975 | 65,35 | 35,89 | 31,63 | 16,88 | 21,81 | 31,84 | 20,44 | 36,34 | 59,47 | 65,93 | 63,04 | 60,71 | 5,34 | 42,44 | 183 |
| 1976 | 34,68 | 44,31 | 45,62 | 41,38 | 61,31 | 64,87 | 64,07 | 57,09 | 34,91 | 30,65 | 98,93 | 183,82 | 5,34 | 63,47 | 314 |
| 1977 | 116,45 | 118,06 | 63,15 | 81,65 | 46,70 | 50,84 | 56,65 | 30,23 | 35,64 | 60,69 | 39,70 | 43,26 | 5,03 | 61,92 | 205 |
| 1978 | 46,52 | 81,47 | 125,95 | 92,36 | 190,17 | 87,28 | 73,34 | 74,91 | 38,05 | 49,67 | 42,88 | 38,90 | 5,03 | 78,46 | 321 |
| 1979 | 52,98 | 82,16 | 63,77 | 82,74 | 62,35 | 45,62 | 52,00 | 62,62 | 60,35 | 48,35 | 75,03 | 51,85 | 2,76 | 61,65 | 175 |
| 1980 | 84,37 | 87,25 | 33,19 | 70,97 | 110,05 | 72,12 | 63,00 | 33,82 | 70,03 | 73,15 | 83,66 | 89,22 | 6,39 | 72,57 | 209 |
| 1981 | 84,57 | 54,97 | 44,23 | 46,84 | 45,21 | 50,60 | 60,28 | 41,68 | 28,83 | 60,50 | 44,10 | 60,22 | 5,34 | 51,84 | 148 |
| 1982 | 75,24 | 80,64 | 42,81 | 23,51 | 27,08 | 41,90 | 76,67 | 37,20 | 19,56 | 21,94 | 54,20 | 59,92 | 2,76 | 46,72 | 203 |
| 1983 | 70,39 | 83,26 | 60,85 | 36,33 | 27,31 | 84,55 | 37,60 | 35,62 | 47,53 | 25,60 | 22,35 | 49,93 | 1,63 | 48,44 | 136 |
| 1984 | 27,29 | 28,60 | 37,64 | 25,41 | 96,72 | 64,84 | 18,26 | 38,80 | 61,98 | 69,71 | 68,09 | 31,64 | 3,06 | 47,41 | 160 |
| 1985 | 44,81 | 75,74 | 45,60 | 65,85 | 101,89 | 98,47 | 81,88 | 14,83 | 10,91 | 28,76 | 25,56 | 30,14 | 4,66 | 52,04 | 166 |
| 1986 | 31,32 | 79,61 | 65,31 | 82,21 | 61,41 | 53,75 | 17,37 | 38,87 | 67,15 | 49,40 | 13,21 | 14,63 | 2,18 | 47,85 | 210 |
| 1987 | 34,99 | 68,71 | 66,98 | 71,98 | 51,40 | 35,56 | 29,42 | 21,93 | 37,09 | 59,65 | 61,87 | 32,98 | 5,24 | 47,71 | 177 |
| 1988 | 39,05 | 52,23 | 57,62 | 89,21 | 59,69 | 59,69 | 13,97 | 22,89 | 52,09 | 26,49 | 62,89 | 45,20 | 6,1 | 48,42 | 160 |
| 1989 | 57,62 | 41,94 | 22,31 | 24,03 | 18,82 | 49,23 | 36,32 | 27,08 | 40,59 | 40,94 | 42,97 | 54,12 | 6,1 | 38,00 | 134 |
| 1990 | 19,63 | 21,16 | 21,99 | 32,35 | 23,16 | 32,30 | 31,72 | 12,69 | 31,29 | 45,48 | 25,77 | 30,44 | 4,88 | 27,33 | 151 |
| 1991 | 60,96 | 31,99 | 40,15 | 70,83 | 84,27 | 53,88 | 29,18 | 50,44 | 27,77 | 18,81 | 168,74 | 122,88 | 2,2 | 63,33 | 312 |
| 1992 | 37,14 | 20,31 | 47,13 | 87,52 | 32,56 | 25,33 | 20,56 | 25,03 | 22,64 | 24,93 | 121,36 | 40,23 | 3,66 | 42,06 | 236 |
| 1993 | 40,96 | 152,93 | 46,39 | 27,15 | 26,48 | 33,23 | 21,67 | 12,93 | 13,52 | 76,65 | 109,08 | 74,48 | 6,12 | 52,96 | 281 |
| 1994 | 123,94 | 75,88 | 68,26 | 77,17 | 68,68 | 34,15 | 28,05 | 34,35 | 20,60 | 52,77 | 33,92 | 153,52 | 3,66 | 64,27 | 257 |
| 1995 | 21,08 | 21,08 | 60,75 | 39,62 | 60,23 | 50,70 | 33,15 | 19,79 | 57,58 | 31,05 | 47,83 | 19,41 | 4,32 | 38,52 | 161 |
| 1996 | 142,04 | 94,38 | 49,97 | 65,85 | 62,35 | 30,92 | 24,14 | 37,00 | 79,42 | 83,07 | 84,68 | 76,48 | 5,39 | 69,19 | 195 |
| 1997 | 134,52 | 100,78 | 46,69 | 13,73 | 15,24 | 11,47 | 31,28 | 33,53 | 32,48 | 70,23 | 44,94 | 84,16 | 3,98 | 51,59 | 197 |
| 1998 | 73,39 | 42,67 | 35,29 | 31,23 | 34,33 | 23,98 | 7,62 | 39,38 | 22,29 | 42,46 | 45,78 | 60,59 | 5,24 | 38,25 | 130 |
| 1999 | 41,08 | 54,29 | 53,37 | 71,02 | 75,86 | 28,55 | 17,94 | 35,72 | 56,48 | 47,55 | 58,89 | 59,82 | 2,93 | 50,05 | 182 |
| 2000 | 95,05 | 55,67 | 35,41 | 42,60 | 34,16 | 20,49 | 20,77 | 23,21 | 34,13 | 51,97 | 56,50 | 77,27 | 2,63 | 45,60 | 169 |
| 2001 | 95,49 | 77,45 | 81,14 | 76,98 | 35,93 | 21,39 | 22,29 | 48,45 | 60,17 | 19,91 | 46,19 | 87,77 | 2,93 | 56,10 | 137 |
| 2002 | 45,13 | 37,57 | 31,76 | 34,19 | 28,80 | 31,53 | 36,99 | 37,80 | 33,12 | 33,83 | 57,08 | 76,18 | 3,55 | 40,33 | 135 |
| 2003 | 90,41 | 93,76 | 33,56 | 13,90 | 22,03 | 40,87 | 44,70 | 36,18 | 18,30 | 43,57 | 22,74 | 69,51 | 3,33 | 44,13 | 154 |
| 2004 | 49,37 | 50,98 | 118,67 | 187,24 | 91,02 | 30,52 | 28,38 | 14,03 | 48,67 | 21,94 | 48,72 | 24,15 | 4,9 | 59,48 | 331 |
| 2005 | 103,57 | 64,73 | 49,61 | 43,18 | 61,85 | 26,52 | 29,78 | 40,54 | 60,90 | 51,86 | 53,64 | 78,80 | 5,59 | 55,41 | 190 |
| 2006 | 138,36 | 55,48 | 60,12 | 83,32 | 91,73 | 24,46 | 35,61 | 30,84 | 47,95 | 47,94 | 45,88 | 79,02 | 4,9 | 61,72 | 251 |
| 2007 | 23,69 | 30,18 | 28,63 | 33,77 | 37,65 | 29,31 | 28,84 | 25,69 | 24,43 | 58,66 | 31,04 | 37,60 | 5,59 | 32,46 | 113 |
| 2008 | 38,66 | 42,67 | 30,82 | 32,41 | 28,78 | 41,77 | 34,23 | 39,92 | 44,59 | 31,81 | 43,22 | 41,12 | 5,59 | 37,50 | 184 |
| 2009 | 112,56 | 134,71 | 66,84 | 61,40 | 49,37 | 20,80 | 44,20 | 49,92 | 33,47 | 32,58 | 49,33 | 88,34 | 6,34 | 61,96 | 235 |
| 2010 | 140,19 | 104,29 | 100,73 | 109,20 | 76,47 | 46,46 | 32,95 | 48,95 | 37,18 | 53,58 | 81,52 | 75,54 | 5,99 | 75,59 | 279 |
| 2011 | 84,02 | 42,75 | 37,35 | 22,06 | 24,51 | 33,95 | 32,77 | 37,52 | 39,51 | 45,77 | 23,16 | 189,05 | 4,56 | 51,03 | 164 |
| 2012 | 26,43 | 42,83 | 18,09 | 25,92 | 14,00 | 23,51 | 22,03 | 31,94 | 23,72 | 36,04 | 52,88 | 76,74 | 4,56 | 32,84 | 126 |
| 2013 | 88,95 | 88,64 | 115,20 | 147,57 | 53,54 | 52,63 | 24,74 | 50,66 | 63,13 | 25,45 | 54,33 | 46,83 | 5,95 | 67,64 | 234 |
| 2014 | 69,96 | 113,40 | 71,87 | 39,69 | 56,00 | 21,71 | 37,62 | 44,10 | 96,03 | 55,89 | 67,32 | 51,73 | 7,08 | 60,44 | 204 |
| 2015 | 62,14 | 94,48 | 70,02 | 34,77 | 42,62 | 36,79 | 47,67 | 40,48 | 36,33 | 71,92 | 69,84 | 100,22 | 4,67 | 58,94 | 163 |
| 2016 | 43,40 | 61,17 | 80,00 | 25,89 | 39,96 | 27,80 | 18,46 | 49,50 | 46,78 | 42,97 | 52,60 | 79,71 | 2,9 | 47,35 | 159 |

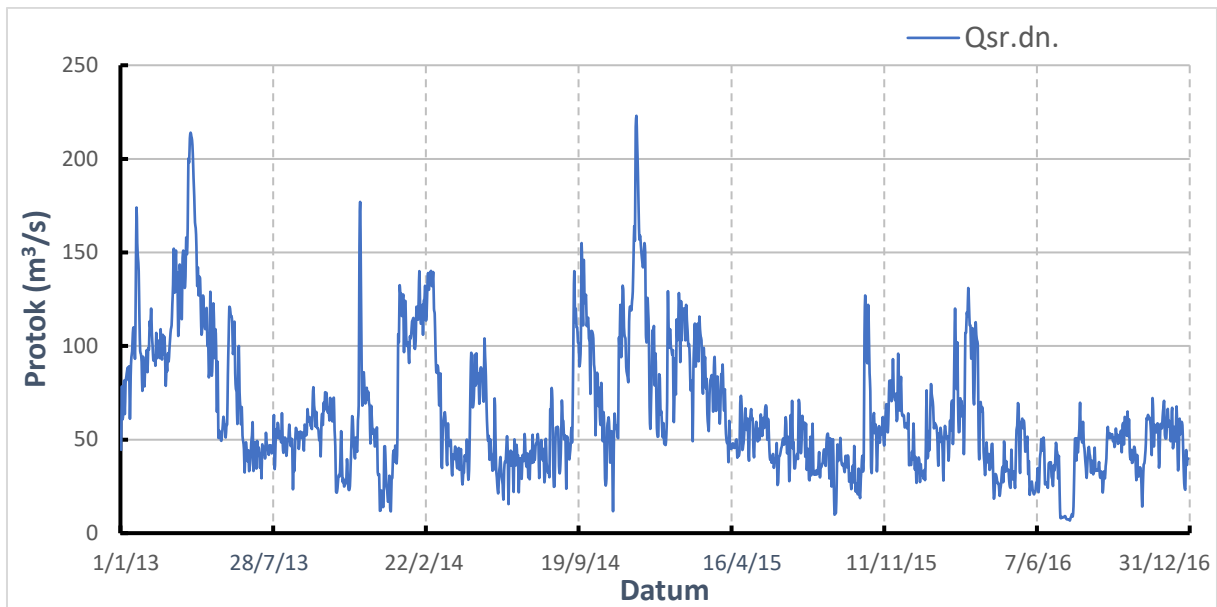


Slika 29. Krivulja trajanja, vodomjerna postaja Han

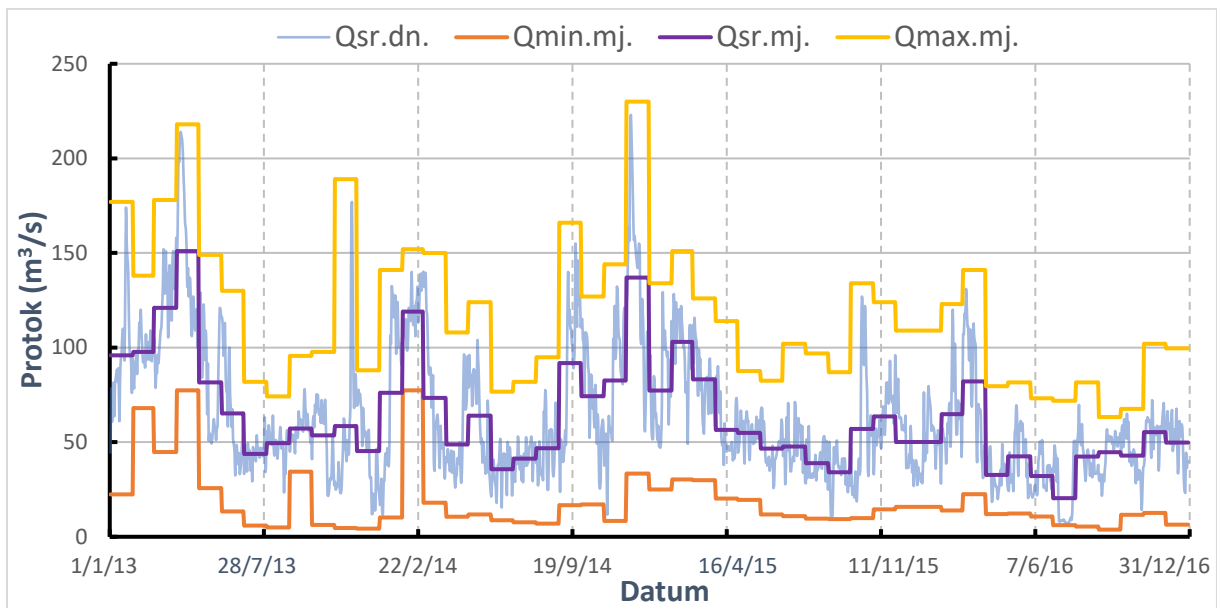
Krivulja trajanja za vodomjernu postaju Han izrađena je na temelju srednjih dnevnih protoka. Protoci su podijeljeni u razrede širine $40 \text{ m}^3/\text{s}$. Za svaki razred proračunata je učestalost te vjerojatnost pojave. Na temelju vjerojatnosti pojave određenog razreda proračunata je vjerojatnost pojave promatranog ili većeg protoka što je prikazano na apscisi. Na krivulji trajanja može se uočiti da je 95 posto protoka manje od $120 \text{ m}^3/\text{s}$. Samo 5 posto protoka se javlja u rasponu od 120 do $328 \text{ m}^3/\text{s}$, pri čemu je $328 \text{ m}^3/\text{s}$ maksimalni zabilježen protok. Minimalni protok je $1,9 \text{ m}^3/\text{s}$. Zbog velikog broja podataka krivulja trajanja ima izglađen oblik.

Vodomjerna postaja Vedrine

Za vodomjernu postaju Vedrine prikazan je hidrogram sa srednjim dnevnim protocima za cijeli period 2013. – 2016. godine (Slika 30). Također su i prikazani minimalni, srednji i maksimalni mjesečni protoci za promatrani period (Slika 31). Za vodomjernu postaju Vedrine izrađena je i krivulja trajanja prikazana na (Slika 32).

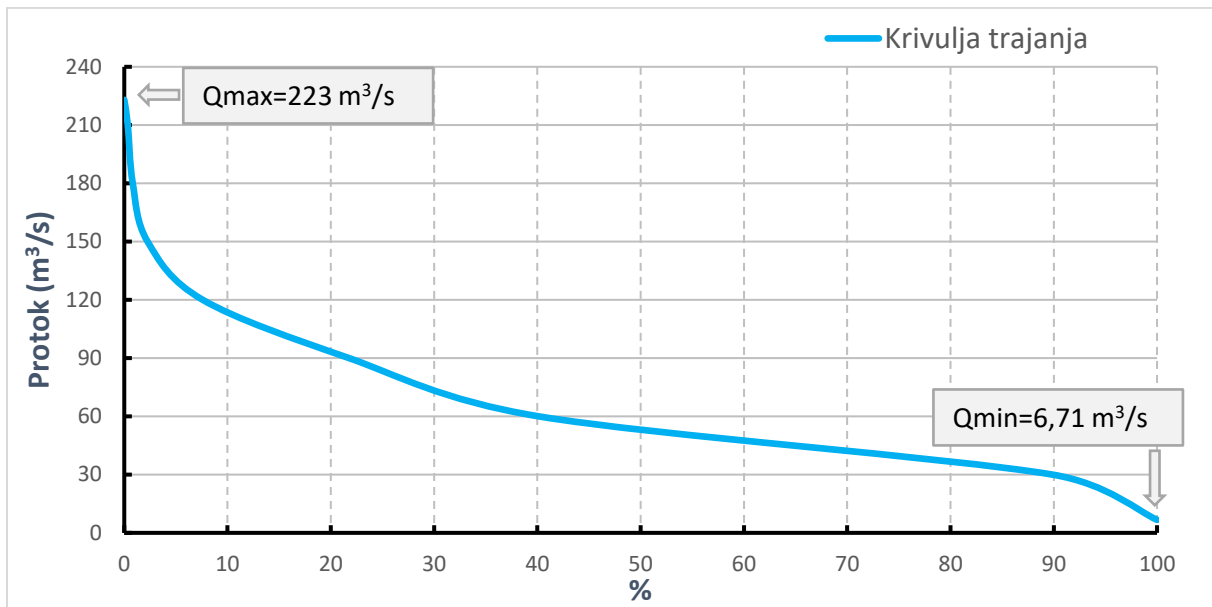


Slika 30. Hidrogram za razdoblje 2013. - 2016. godine, vodomjerna postaja Vedrine



Slika 31. Min, max i srednji mjesečni protoci, vodomjerna postaja Vedrine

Za promatrani period mogu se uočiti tri mjeseca sa znatno većim protocima, 4./2013., 11./2013. i 12./2014.. 2015. i 2016. godina imaju znatno manje protoke od prethodne dvije. Također za spomenute dvije godine vidljive su i manje oscilacije. Minimalni protoci zabilježeni su u ljetnim mjesecima, 7 i 8, za 2013. i 2016. godinu.



Slika 32. Krivulja trajanja, vodomjerna postaja Vedrine

Krivulja trajanja za vodomjernu postaju Vedrine izrađena je na temelju srednjih dnevnih protoka. Protoci su podijeljeni u razrede širine $30 \text{ m}^3/\text{s}$. Za svaki razred proračunata je učestalost te vjerojatnost pojave. Na temelju vjerojatnosti pojave određenog razreda proračunata je vjerojatnost pojave promatranog ili većeg protoka što je prikazano na apscisi. Na krivulji trajanja može se uočiti da je 95 posto protoka manje od $130 \text{ m}^3/\text{s}$. Samo 5 posto protoka se javlja u rasponu od 130 do $223 \text{ m}^3/\text{s}$, pri čemu je $223 \text{ m}^3/\text{s}$ maksimalni zabilježen protok. Minimalni protok je $6,71 \text{ m}^3/\text{s}$. Zbog manjeg broja podataka krivulja trajanja ima nepravilan oblik u odnosu na krivulju trajanja vodomjerne postaje Han.

4.2. Mann-Kendall trend test

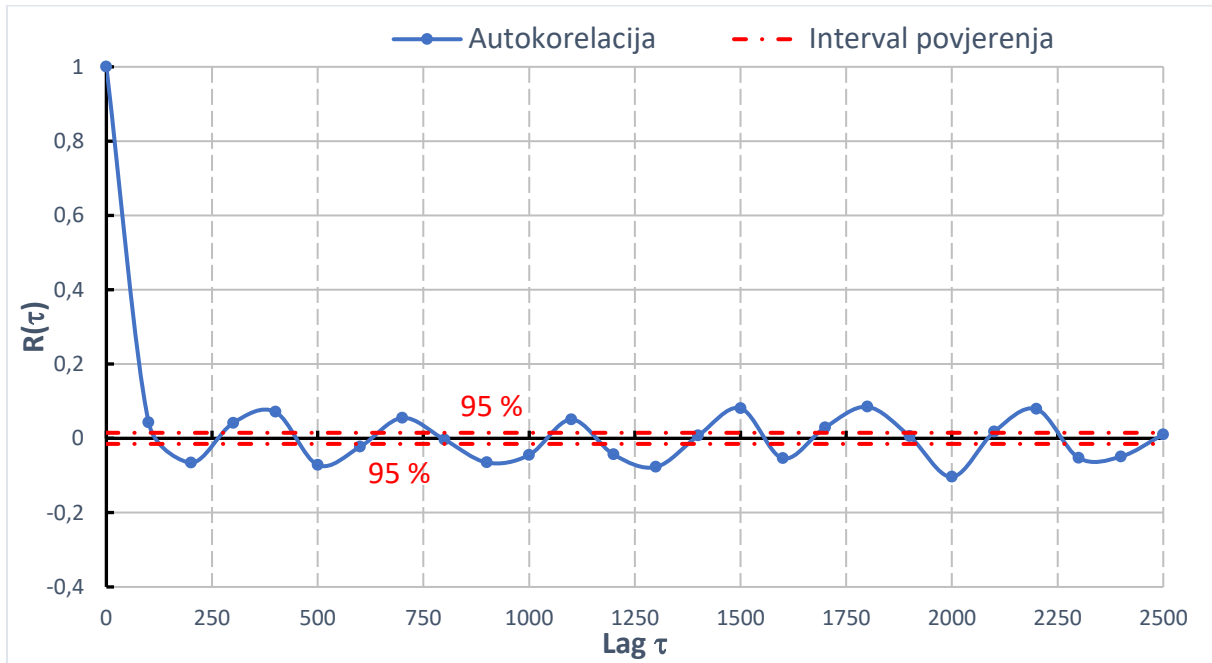
Analiza trenda, za skup podataka srednjih dnevnih protoka, provedena je pomoću Mann-Kendall trend testa. Prethodno provođenju testa potrebno je ispitati postojanost periodičnosti za dani skup podataka, odnosno provjeriti jesu li podaci sezonskog karaktera. Na taj način može se odrediti najmjerodavniji postupak Mann-Kendall trend testa. U slučaju postojanosti periodičnosti koristi se Sezonski Mann- Kendall trend test koji uzima u obzir sezonski karakter podataka.

4.2.1. Analiza periodičnosti

Prvi korak u određivanju postojanja periodičnosti je izrada korelograma. Za izradu korelograma proračunata je srednja vrijednost μ koja je određena prema izrazu (1). Varijanca σ^2 zadanog skupa podataka proračunata je prema izrazu (2). Srednja vrijednosti i varijanca koriste se za proračun koeficijenta autokorelacije $R(\tau)$, za pripadajući vremenski korak τ , koji su proračunati prema izrazu (4). Sljedeći korak predstavlja provjeru postojanosti periodičnosti za zadani nivo značajnosti α . Granice područja pouzdanosti određene su prema izrazu (7) uz zadani nivo značajnosti α . Osnovna pretpostavka analize je da se autokorelacijski koeficijent ravna po normalnoj raspodjeli s matematičkim očekivanjem nula i varijancom $1/N$, pri čemu je N broj podataka. Time je definirana nulta hipoteza, odnosno pretpostavka o nepostojanosti periodičnosti za zadani nivo značajnosti α , protiv alternativne hipoteze, periodičnost je prisutna. Ukoliko se svi podaci nalaze unutar područja pouzdanosti, nultu hipotezu prihvaćamo, u suprotnome odbacujemo. Rezultati proračuna za vodomjernu postaju Han prikazani su u (Tablica 2.) i (Slika 33.). Rezultati proračuna za vodomjernu postaju Vedrine prikazani su u (Tablica 3.) i (Slika 34.).

Tablica 2. Rezultati proračuna, Han

| N | τ | μ | $\sigma^2 * N$ | α | $z_{\alpha/2}$ | B_1 | B_2 |
|-------|--------|--------|----------------|----------|----------------|--------|-------|
| 17167 | 100 | 53,028 | 26056464,3 | 0,05 | -1,96 | -0,015 | 0,015 |

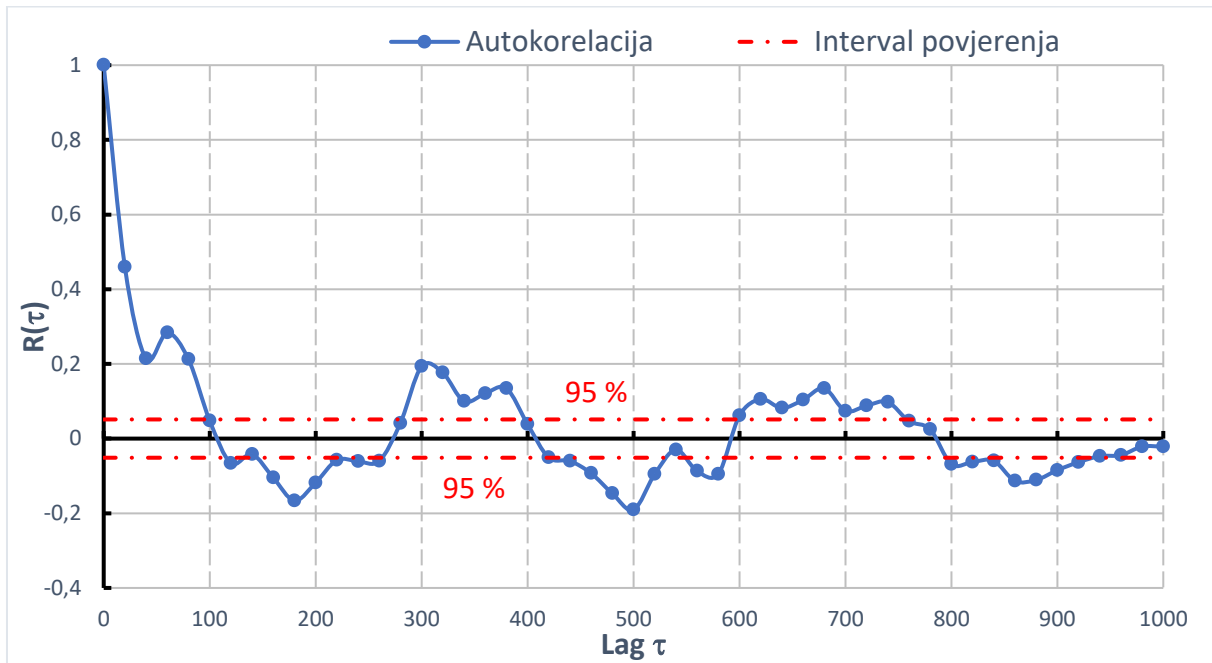


Slika 33. Vodovodna postaja Han – korelogram

Prema dobivenim podacima za vodovodnu postaju Han vidljivo je da se znatan dio vrijednosti koeficijenta autokorelacije nalazi izvan 95 % -tnog intervala povjerenja. Prema tome može se zaključiti da su podaci sezonskog karaktera, odnosno da je prisutna periodičnost. Time se odbacuje nulta hipoteza u korist alternativne uz zadani koeficijent značajnosti α .

Tablica 3. Rezultati proračuna, Vedrine

| N | τ | μ | $\sigma^2 * N$ | α | $z_{\alpha/2}$ | B_1 | B_2 |
|------|--------|--------|----------------|----------|----------------|--------|-------|
| 1461 | 20 | 64,044 | 1768660,688 | 0,05 | -1,96 | -0,051 | 0,051 |



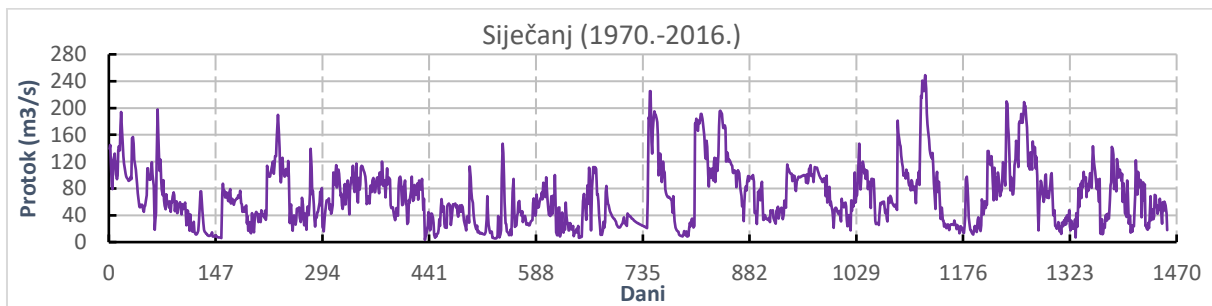
Slika 34. Vodomjerna postaja Vedrine – korelogram

Prema dobivenim podacima za vodomjernu postaju Vedrine vidljivo je da se znatan dio vrijednosti koeficijenta autokorelacije nalazi izvan 95 % -tnog intervala povjerenja. Prema tome može se zaključiti da su podaci sezonskog karaktera, odnosno da je prisutna periodičnost. Time se odbacuje nulta hipoteza u korist alternativne uz zadani koeficijent značajnosti α .

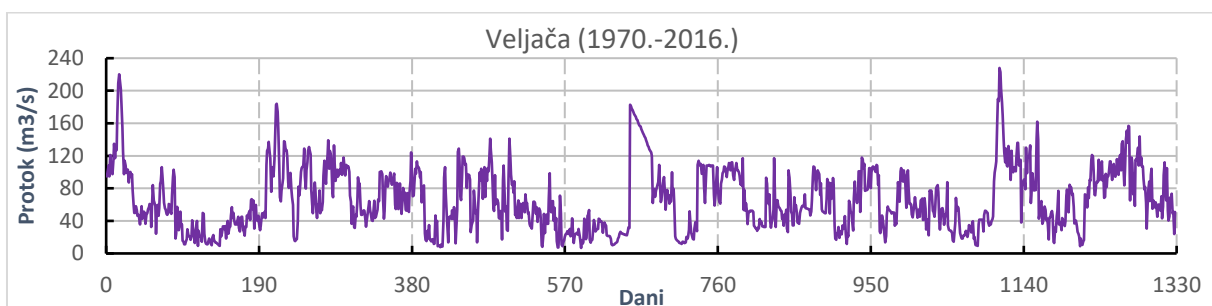
4.2.2. Sezonski Mann-Kendall test

Na temelju prethodne analize koja je pokazala prisutnost periodičnosti korišten je Sezonski Mann-Kendall trend test. Prvi korak je podjela podataka u 12 razreda. Podjelom podataka u razrede ispunjen je uvjet nezavisnosti podataka. Svaki razred predstavlja jedan mjesec u godini te sadrži sve podatke za taj mjesec kroz cijeli promatrani period. Razvrstani podaci prikazani su za vodomjernu postaju Han na slikama (Slika 35. - Slika 46.) te vodomjernu postaju Vedrine na slikama (Slika 47. - Slika 58.) u obliku hidrograma. Za svaki razred određen je predznak svih $n(n-1)/2$ razlika te proračunata indikator funkcija za svaku razliku (8). Nakon toga proračunata je Mann-Kendell statistika S_i za i -ti mjesec prema (9) te pripadajuća varijanca $Var(S_i)$ prema (12). Proračunate vrijednosti Mann-Kendall statistike te pripadajuće varijance su sumirane (13) i (14) te je proračunata Mann-Kendall test statistika Z_{MK} prema (11). Rezultati proračuna za vodomjernu postaju Han prikazani su u (Tablica 4.) te za vodomjernu postaju Vedrine u (Tablica 6.).

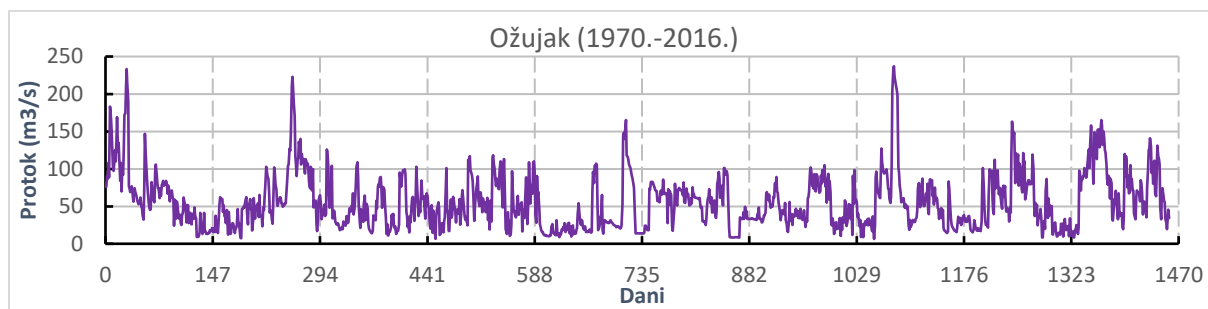
Vodomjerna postaja Han



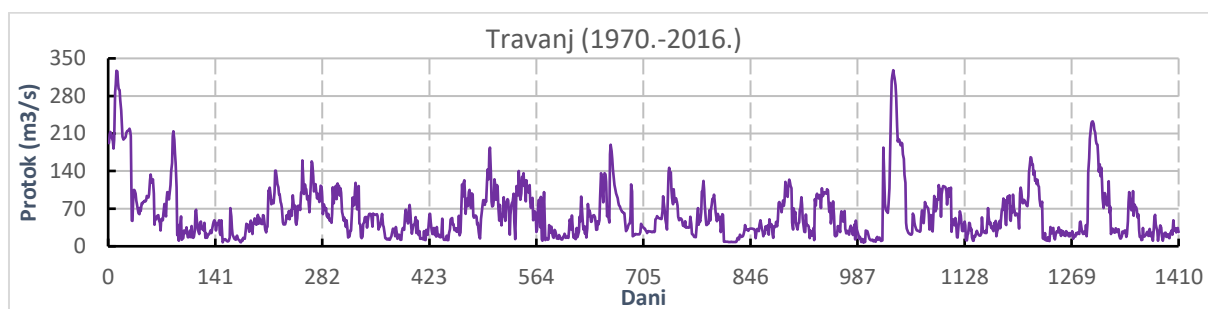
Slika 35. Hidrogram za prvi mjesec, Han



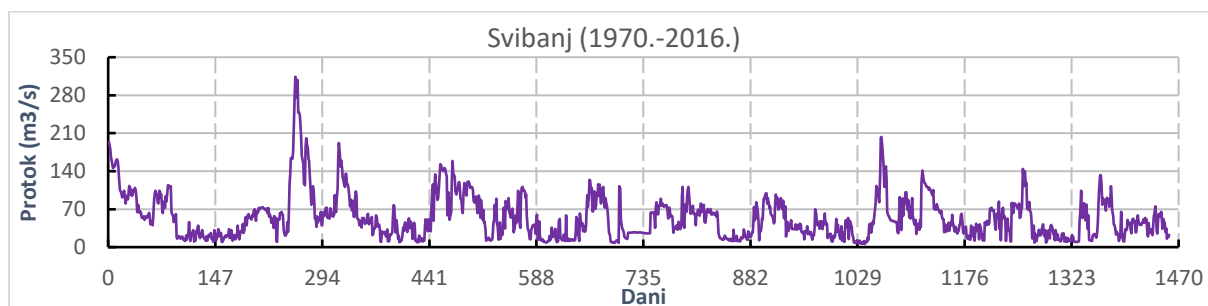
Slika 36. Hidrogram za drugi mjesec, Han



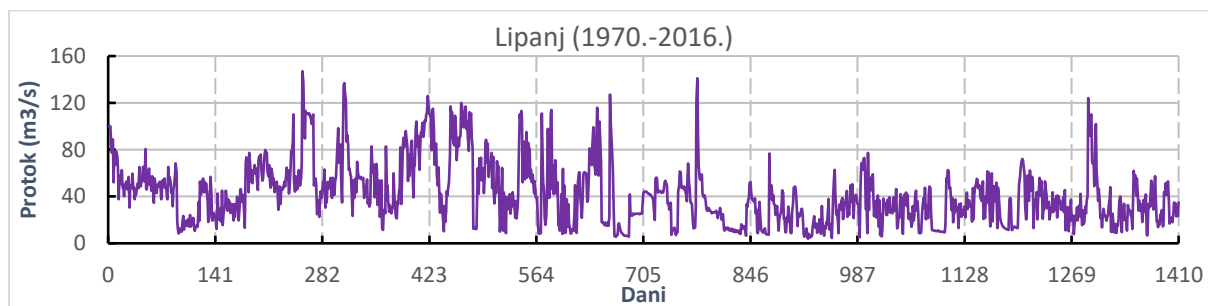
Slika 37. Hidrogram za treći mjesec, Han



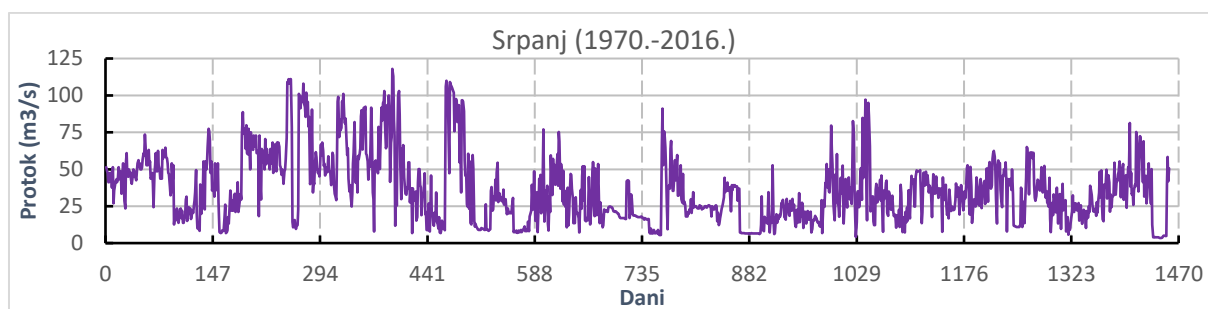
Slika 38. Hidrogram za četvrti mjesec, Han



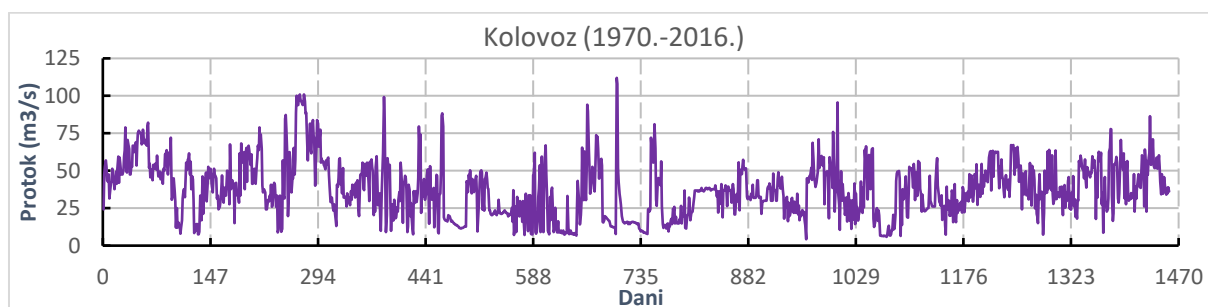
Slika 39. Hidrogram za peti mjesec, Han



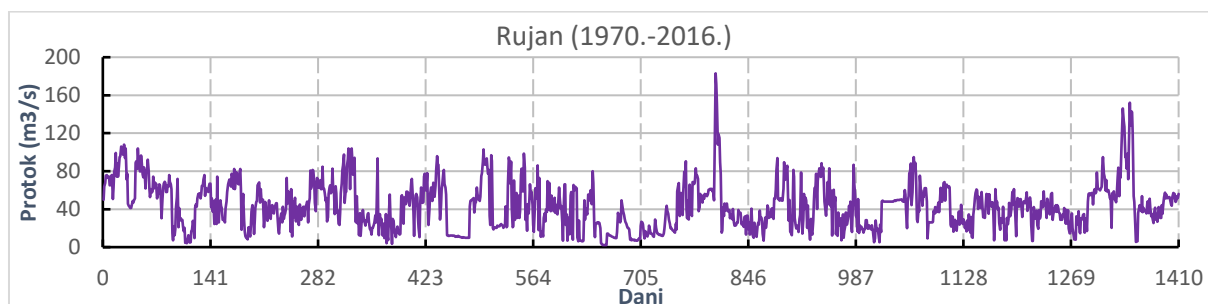
Slika 40. Hidrogram za šesti mjesec, Han



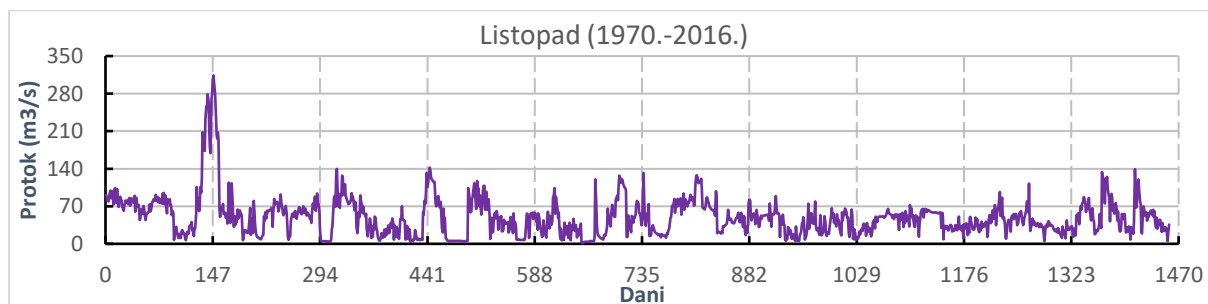
Slika 41. Hidrogram za sedmi mjesec, Han



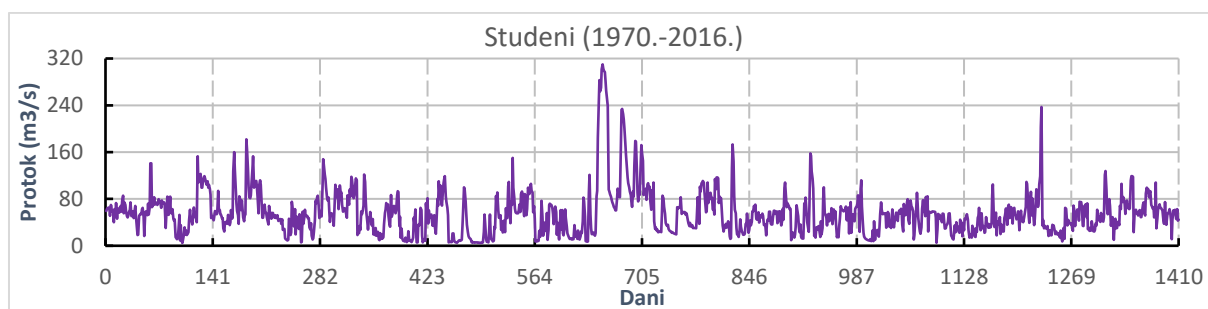
Slika 42. Hidrogram za osmi mjesec, Han



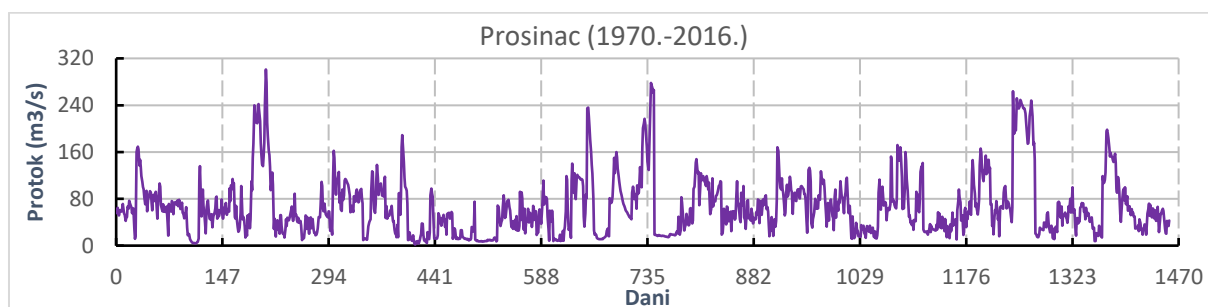
Slika 43. Hidrogram za deveti mjesec, Han



Slika 44. Hidrogram za deseti mjesec, Han



Slika 45. Hidrogram za jedanaesti mjesec, Han



Slika 46. Hidrogram za dvanaesti mjesec, Han

Tablica 4. Rezultati proračuna MK test statistike, Han

| i | S_i | $Var(S_i)$ | S' | $Var(S')$ |
|----|---------|------------|----------------------------|-----------|
| 1 | 53134 | 3,44E+08 | -712325 | 3,91E+09 |
| 2 | 45927 | 2,60E+08 | | |
| 3 | 13463 | 3,44E+08 | Z_{MK} | |
| 4 | -94082 | 3,12E+08 | -11,386 | |
| 5 | -124103 | 3,44E+08 | | |
| 6 | -234617 | 3,12E+08 | | |
| 7 | -163810 | 3,44E+08 | | |
| 8 | -39393 | 3,44E+08 | | |
| 9 | -55668 | 3,12E+08 | | |
| 10 | -103141 | 3,44E+08 | | |
| 11 | -46096 | 3,12E+08 | | |
| 12 | 36061 | 3,44E+08 | | |

Rezultat proračuna je negativna vrijednost MK test statistike koja implicira padajući trend. Zbog toga će se testirati nul hipoteza H_0 : nema prisutnog trenda protiv alternativne hipoteze H_1 : prisutan je padajući trend uz pripadajuću razinu značajnosti α . Odabran je dvostrani Z test te je vrijednost $Z_{(1-\alpha)/2}$ određena prema (5) pri čemu je korištena tablica Laplaceovih vrijednosti. U (Tablica 5.) prikazani su rezultati analize.

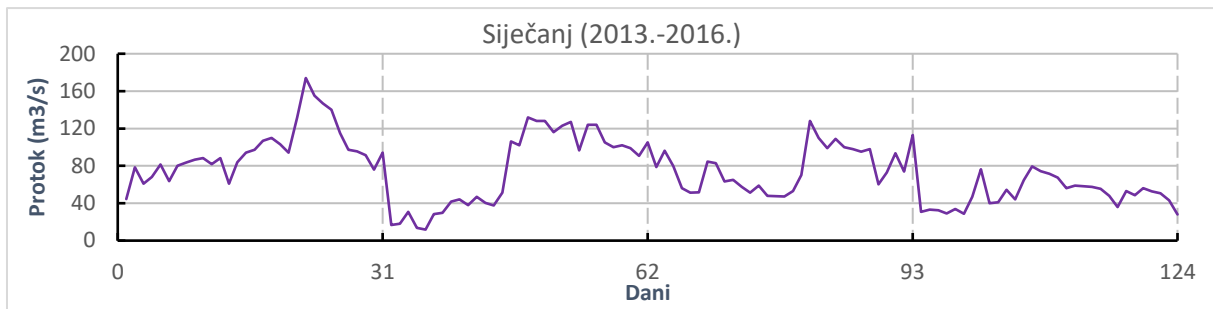
Tablica 5. Testiranje hipoteze, Han

| α | Z_{MK} | | $-Z_{(1-\alpha)/2}$ |
|----------|----------|---|---------------------|
| 0,05 | -11,386 | < | -1,96 |

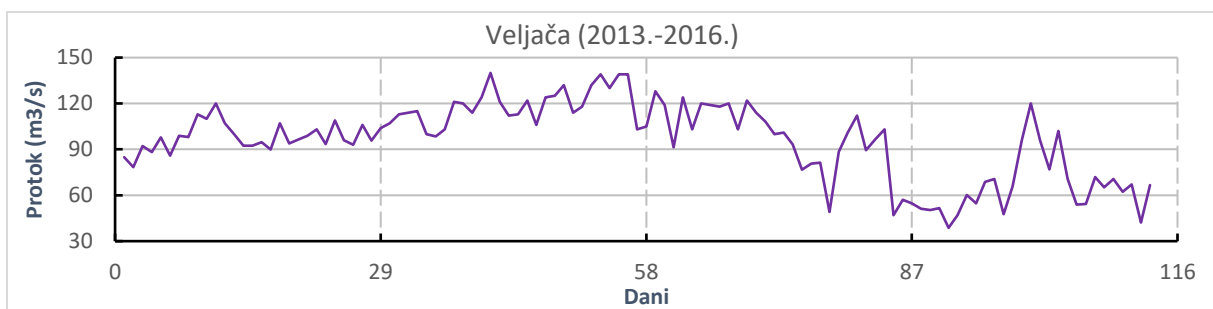
Pošto vrijedi $Z_{MK} < -Z_{1-\alpha/2}$, nul hipoteza H_0 se odbacuje te alternativna hipoteza H_1 prihvaća uz razinu značajnosti α .

Iz provedene analize za skup podataka o srednjim dnevnim protocima prikupljenim na vodomjernoj postaji Han u razdoblju 1970.-2016. može se zaključiti kako je prisutan statistički značajan padajući trend.

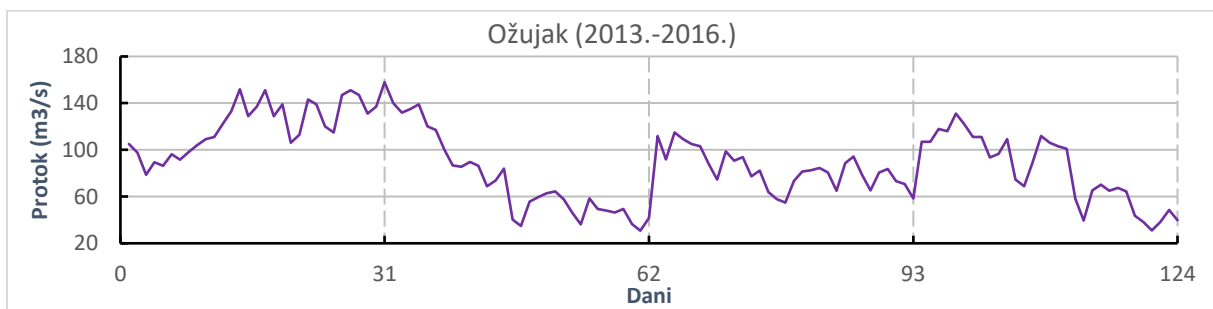
Vodomjerna postaja Vedrine



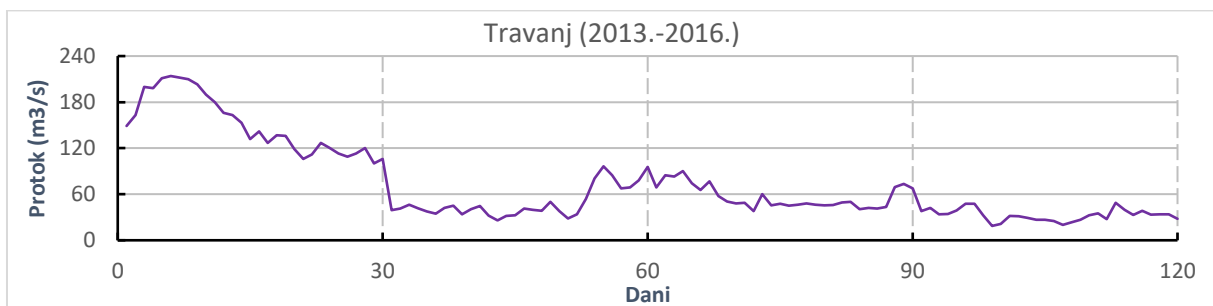
Slika 47. Hidrogram za prvi mjesec, Vedrine



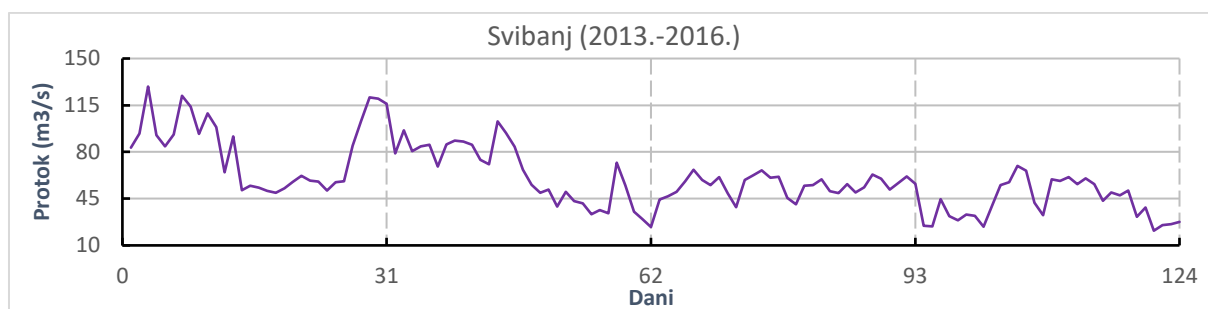
Slika 48. Hidrogram za drugi mjesec, Vedrine



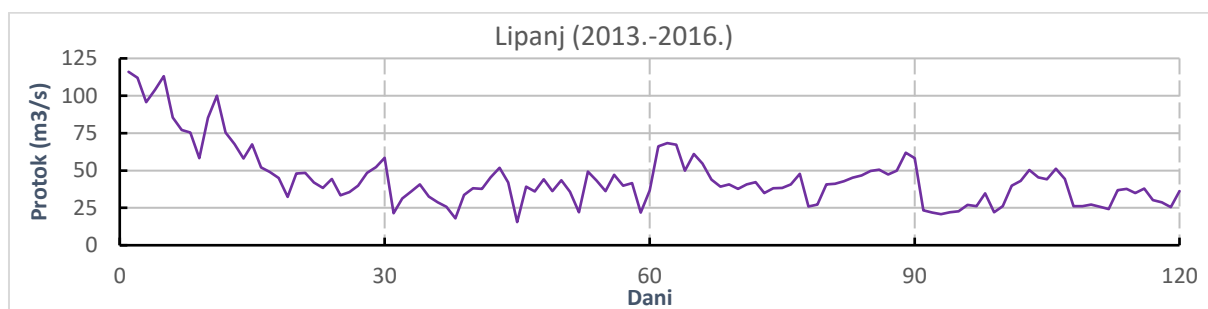
Slika 49. Hidrogram za treći mjesec, Vedrine



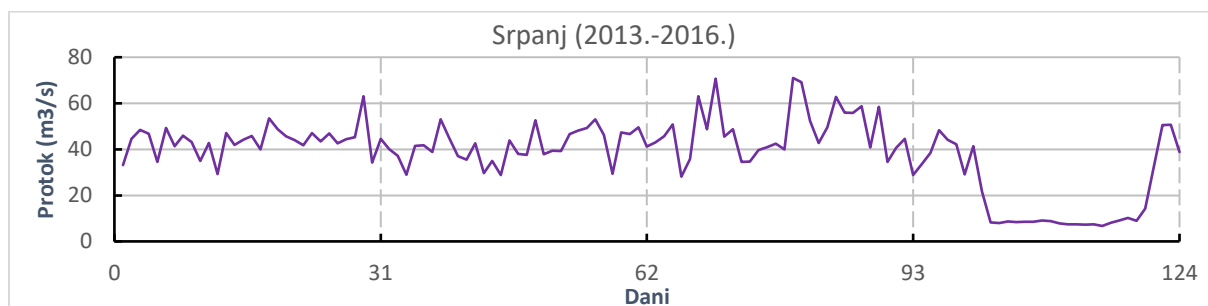
Slika 50. Hidrogram za četvrti mjesec, Vedrine



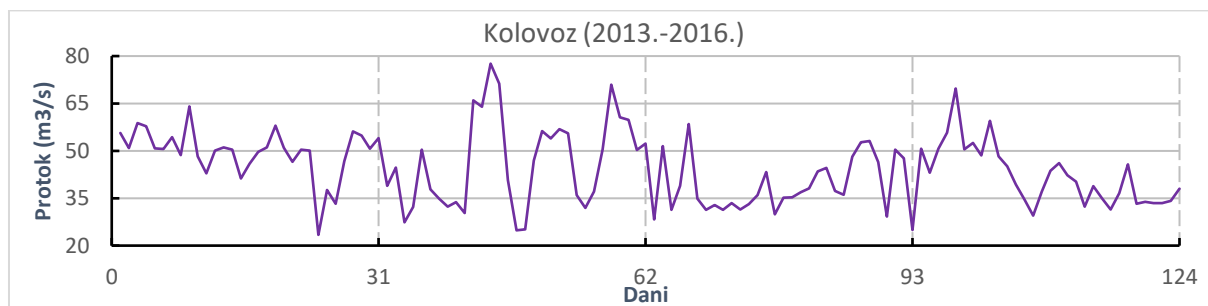
Slika 51. Hidrogram za peti mjesec, Vedrine



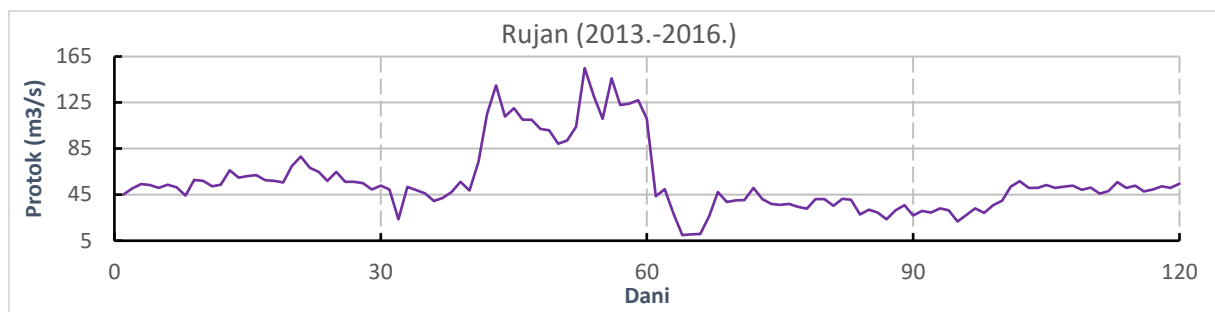
Slika 52. Hidrogram za šesti mjesec, Vedrine



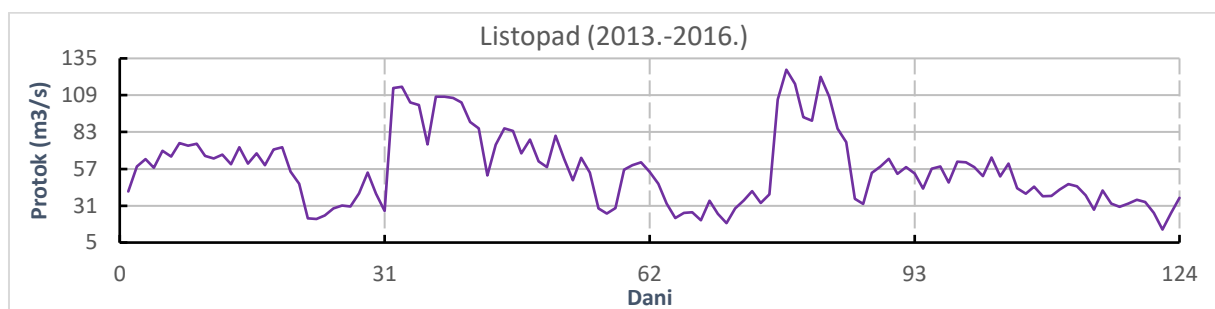
Slika 53. Hidrogram za sedmi mjesec, Vedrine



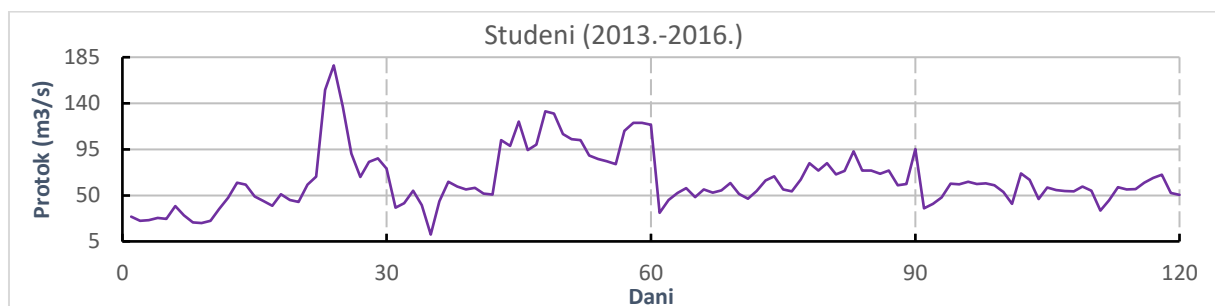
Slika 54. Hidrogram za osmi mjesec, Vedrine



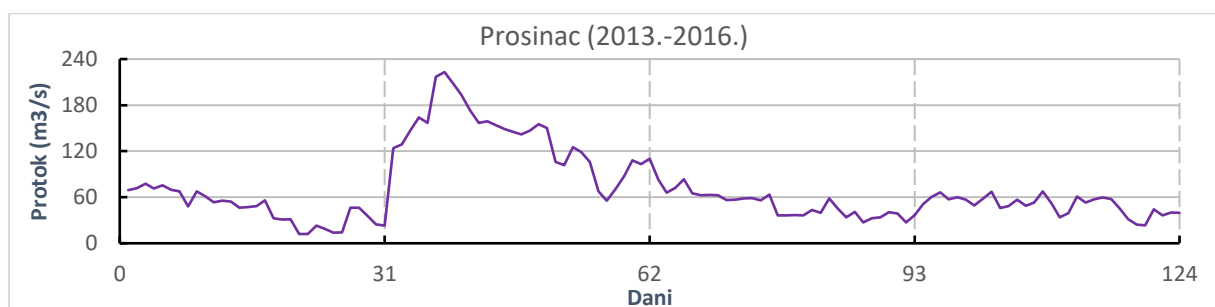
Slika 55. Hidrogram za deveti mjesec, Vedrine



Slika 56. Hidrogram za deseti mjesec, Vedrine



Slika 57. Hidrogram za jedanaesti mjesec, Vedrine



Slika 58. Hidrogram za dvanaesti mjesec, Vedrine

Tablica 6. Rezultati proračuna MK test statistike, Vedrine

| i | S_i | $Var(S_i)$ | S' | $Var(S')$ |
|----|-------|------------|----------------------------|-----------|
| 1 | -1622 | 2,01E+05 | -22436 | 2,28E+06 |
| 2 | -1439 | 1,52E+05 | | |
| 3 | -2242 | 2,01E+05 | Z_{MK} | |
| 4 | -4021 | 1,82E+05 | -14,849 | |
| 5 | -3125 | 2,01E+05 | | |
| 6 | -2221 | 1,82E+05 | | |
| 7 | -1729 | 2,01E+05 | | |
| 8 | -1568 | 2,01E+05 | | |
| 9 | -1573 | 1,82E+05 | | |
| 10 | -1808 | 2,01E+05 | | |
| 11 | 640 | 1,82E+05 | | |
| 12 | -1728 | 2,01E+05 | | |

Rezultat proračuna je negativna vrijednost MK test statistike koja implicira padajući trend. Zbog toga će se testirati nul hipoteza H_0 : nema prisutnog trenda protiv alternativne hipoteze H_1 : prisutan je padajući trend uz pripadajuću razinu značajnosti α . Odabran je dvostrani Z test te je vrijednost $Z_{(1-\alpha)/2}$ određena prema (5) pri čemu je korištena tablica Laplaceovih vrijednosti. U (Tablica 7.) prikazani su rezultati analize.

Tablica 7. Testiranje hipoteze, Vedrine

| α | Z_{MK} | | $-Z_{(1-\alpha)/2}$ |
|----------|----------------|-------------|---------------------|
| 0,05 | -14,849 | < | -1,96 |

Pošto vrijedi $Z_{MK} < -Z_{1-\alpha/2}$, nul hipoteza H_0 se odbacuje te alternativna hipoteza H_1 prihvaća uz razinu značajnosti α .

Iz provedene analize za skup podataka o srednjim dnevnim protocima prikupljenim na vodomjernoj postaji Vedrine u razdoblju 2013.-2016. može se zaključiti kako je prisutan statistički značajan padajući trend.

4.3. Linearna i nelinearna regresijska analiza

Linearna i nelinearna regresijska analiza, za razliku od Mann-Kendall testa predstavlja parametarsku metodu određivanje trenda. Razlog zbog kojeg ova metoda spada u parametarsku je poznavanje parametara funkcije koja opisuje dani skup podataka. U ovom poglavlju za podatke o protocima izrađena su dva modela, linearni i polinomski. Za svaki model prikazani su pripadajući parametri te njihova statistička svojstva.

Podaci s vodomjerne postaje Han osrednjeni se na mjesečnoj i godišnjoj razini. Analiza trenda provedena je za podatke o srednjim dnevnim, srednjim mjesečnim, srednjim godišnjim te minimalnim i maksimalnim godišnjim protocima. Podaci s vodomjerne postaje Vedrine osrednjeni su na mjesečnoj razini te je analiza provedena za srednje dnevne, srednje mjesečne, minimalne i maksimalne mjesečne protoke. Razlog osrednjavanja protoka na mjesečnoj i godišnjoj bazi je povećanje koeficijenta korelacije koji je određen prema izrazu (21) za linearni model te (28) za polinom. Koeficijent korelacije, za veliki broj podataka, poprima malu vrijednost te kao takav upućuje na malu točnost odabranog modela. Osrednjavanjem podataka postiže se veća vrijednost koeficijenta korelacije, odnosno veća točnost modela. Nedostatak određivanja je gubitak ekstremnih vrijednosti u samom procesu čime se smanjuje točnost procjene.

Za svaki skup podataka izrađen je linearni i polinomski model. Polinomski model bolje opisuje skup podataka, te za razliku od linearnog modela koji daje jednoznačne rezultate, prikazuje trend za više razdoblja. Parametri linearnog modela a i b određeni su prema izrazima (19) i (20). Parametri polinoma n -tog stupnja a_1, a_2, \dots, a_n određeni su iz sustava jednadžbi (27).

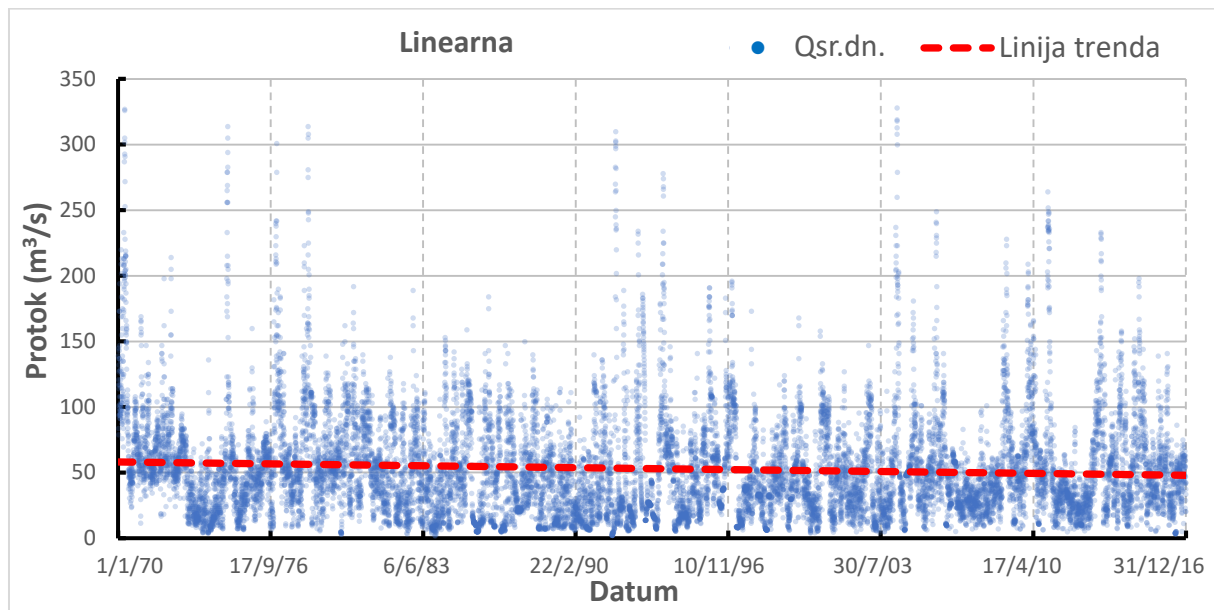
Povećanjem stupnja polinoma povećava se koeficijent korelacije, ali samo do određene granice. Polinom, povećanjem stupnja, bolje opisuje dani skup podataka dok ne postane preodređen. Za svaki skup podataka odabran je polinom stupnja koji ga najbolje opisuje.

Vrijednost koeficijenta korelacije često je blizu nuli. Time se dovodi u pitanje valjanost modela. Iz navedenog razloga za svaki model provedena je analiza valjanosti. Testirana je hipoteza $H_0:r=0$, nema korelacije između podataka, protiv alternativne hipoteze $H_1:r\neq 0$, odnosno prisutna je korelacija pri razini značajnosti $\alpha=5\%$. Zbog velikog broja podataka umjesto T testa proveden je dvostrani Z test. Test statistika z_n određena je prema izrazu (25). Vrijednost standardne devijacije s_{koef} koeficijenta korelacije određena je prema izrazu (26).

Analiza valjanosti također je provedana i za koeficijent linearnog modela a te koeficijente polinoma n -tog stupnja a_1, a_2, \dots, a_n . Za svaki model testirana je hipoteza $H_0:a=0$ prema alternativnoj hipotezi $H_1:a\neq 0$, pri razini značajnosti $\alpha=5\%$. Test statistika z_n određena je prema izrazu (25). Vrijednost standardne devijacije s_{koef} koeficijenta linearne regresije određena je prema (22) pri čemu je standardna devijacija vertikalnih odstupanja određena prema (23). Vrijednosti standardne devijacije koeficijenata odabranog polinoma određene su prema izrazu (29).

Rezultati analize prikazani su u obliku hidrograma na kojem je prikazana linija trenda crvenom isprekidanom bojom te pripadajuća tablica s izračunatim parametrima. Rezultati su prikazani na slikama (Slika 59 - Slika 68) i tablicama (Tablica 8 - Tablica 17) za vodomjernu postaju Han te slikama (Slika 69 - Slika 76) i tablicama (Tablica 18 - Tablica 25) za vodomjernu postaju Vedrine.

4.3.1. Vodomjerna postaja Han – srednji dnevni protoci



Slika 59. Linearni model za srednje dnevne protoke, Han

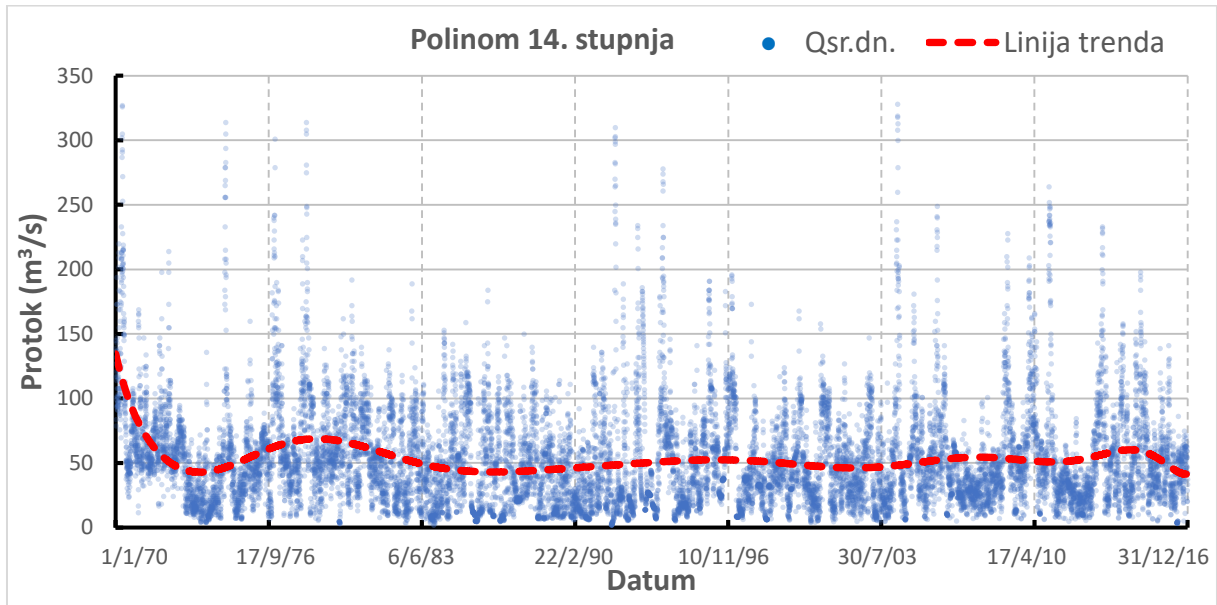
Tablica 8. Parametri linearnog modela, Han

| | | | | | | | | |
|------------------|--------------------------|----------------------------------|----------|---------------------|----------|-------------------------|------------------------|--|
| Jednadžba pravca | $y = -0,00059x + 58,109$ | | | | | | | |
| Nagib pravca | $y' = -0,00059$ | | | | | | | |
| r | r² | $\hat{\sigma}$ | n | Koeficijenti | | S_{koef} | z_n | Z_{(1-α)/2} |
| 0,075 | 0,0057 | 38,851 | 17167 | a | -0,00059 | 0,5931 | 9,89 | > 1,96 |
| | | | | r | 0,0753 | 0,0761 | 9,89 | > 1,96 |

Linearni model za srednje dnevne protoke sadrži 17167 podataka, što je vrlo velik broj u odnosu na druge modele. Iz tog razloga vrijednost koeficijenta korelacije r je vrlo mala. Model opisuje samo 0,57 % podataka. Mala vrijednost koeficijenta korelacije upućuje na nevaljanost modela. Ipak, testiranje hipoteze pokazalo je prisutnost trenda. Test statistike z_n znatno su veće od granične vrijednosti $Z_{(1-\alpha)/2}$ pri razini značajnosti $\alpha = 5 \%$ (Tablica 8). Negativna vrijednost nagiba pravca pokazuje padajući trend. U razdoblju 1970. – 2016. godine model prikazuje pad vrijednosti protoka od 17 %, odnosno $0,215 \text{ m}^3/\text{s}$ godišnje (Slika 59).

Podaci su također opisani polinomskim modelom. Analizom je utvrđeno da polinom 14. stupnja najbolje opisuje dani skup podataka. Daljnjim

povećanjem stupnjeva koeficijenti bi težili u nula što se može objasniti preodređenošću. Iako je koeficijent korelacije znatno veći od linearnog modela



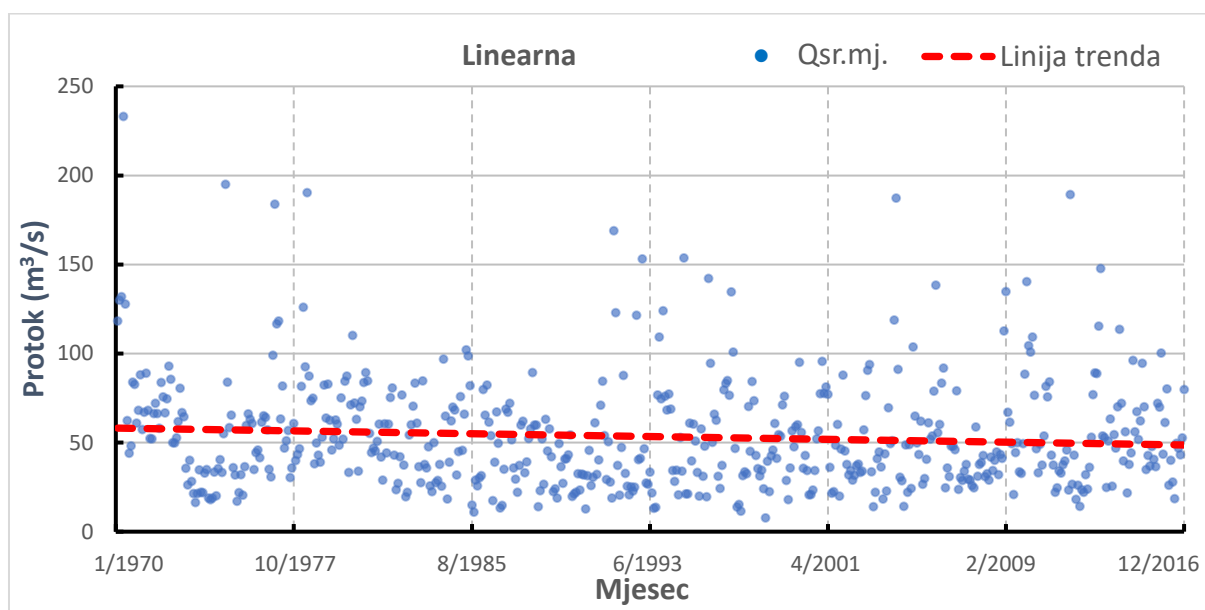
Slika 60. Polinomski model za srednje dnevne protoke, Han

Tablica 9. Parametri polinomskog modela, Han

| | | | | | | | | | | | |
|--------------------|---|----------|----------------|----------------------|--------------|-----------------|-----------|----------------|----------------------|---|------|
| Jednadžba krivulje | $Y=1,29E-51x^{14} - 1,5E-46x^{13} + 8,09E-42x^{12} - 2,5E-37x^{11} + 5,12E-33x^{10} - 7,1E-29x^9 + 6,97E-25x^8 - 4,8E-21x^7 + 2,27E-17x^6 - 7,3E-14x^5 + 1,54E-10x^4 - 2,2E-07x^3 + 2,44E-04x^2 - 0,212x + 134,628$ | | | | | | | | | | |
| Nagib krivulje | $Y'=1,81E-50x^{13} - 1,95E-45x^{12} + 9,71E-41x^{11} - 2,75E-36x^{10} + 5,12E-32x^9 - 6,39E-28x^8 + 5,58E-24x^7 - 3,36E-20x^6 + 1,36E-16x^5 - 3,65E-13x^4 + 6,16E-10x^3 - 6,6E-07x^2 + 4,88E-04x - 0,212$ | | | | | | | | | | |
| r | r² | σ | n | | | | | | | | |
| 0,267 | 0,071 | 37,559 | 17167 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| Koeficijenti | | Skoef | z _n | Z _{(1-α)/2} | Koeficijenti | | Skoef | z _n | Z _{(1-α)/2} | | |
| a ₁ | 1,29E-51 | 3E-52 | 4,02 | > | 1,96 | a ₉ | 2,27E-17 | 7,6E-18 | 2,99 | > | 1,96 |
| a ₂ | -1,53E-46 | 4E-47 | 3,96 | > | 1,96 | a ₁₀ | -7,28E-14 | 2,7E-14 | 2,70 | > | 1,96 |
| a ₃ | 8,09E-42 | 2E-42 | 3,89 | > | 1,96 | a ₁₁ | 1,54E-10 | 6,41E-11 | 2,41 | > | 1,96 |
| a ₄ | -2,52E-37 | 7E-38 | 3,81 | > | 1,96 | a ₁₂ | -2,20E-07 | 9,55E-08 | 2,30 | > | 1,96 |
| a ₅ | 5,12E-33 | 1E-33 | 3,71 | > | 1,96 | a ₁₃ | 2,44E-04 | 8,00E-06 | 3,02 | > | 1,96 |
| a ₆ | -7,14E-29 | 2E-29 | 3,58 | > | 1,96 | a ₁₄ | -0,212 | 0,032 | 6,53 | > | 1,96 |
| a ₇ | 6,97E-25 | 2E-25 | 3,42 | > | 1,96 | r | 0,267 | 0,2672 | 36,36 | > | 1,96 |
| a ₈ | -4,78E-21 | 1E-21 | 3,23 | > | 1,96 | | | | | | |

opisuju samo 0,71 % podataka. Test statistike Z_n svih koeficijenata veće su od granične vrijednosti $Z_{(1-\alpha)/2}$, pri razini značajnosti $\alpha=5 \%$, što ukazuje na valjanost modela (Tablica 9). Na (Slika 60) može se uočiti period 1/1970. – 8/1973. znatnog pada protoka od 67%. Nakon toga slijedi period 8/1973. – 12/1978. rasta protoka od 38 % te period 12/1978. – 6/1986. pada od 36 %. U periodu 6/1986. – 7/2014. prisutne su manje oscilacije. U periodu 6/1986. – 6/1996. može se uočiti rast protoka od 17 %, te 6/1996. – 4/2002. pad od 12 %. Za razdoblje 4/2002. – 10/2007. model prikazuje rast protoka od 15 % te 10/2007. – 2/2011. pad od 7 %. Zatim slijedi period 2/2011. – 7/2014. rasta protoka od 17 %, te 7/2014. – 12/2016. pada protoka od 33%.

4.3.2. Vodomjerna postaja Han – srednji mjesečni protoci

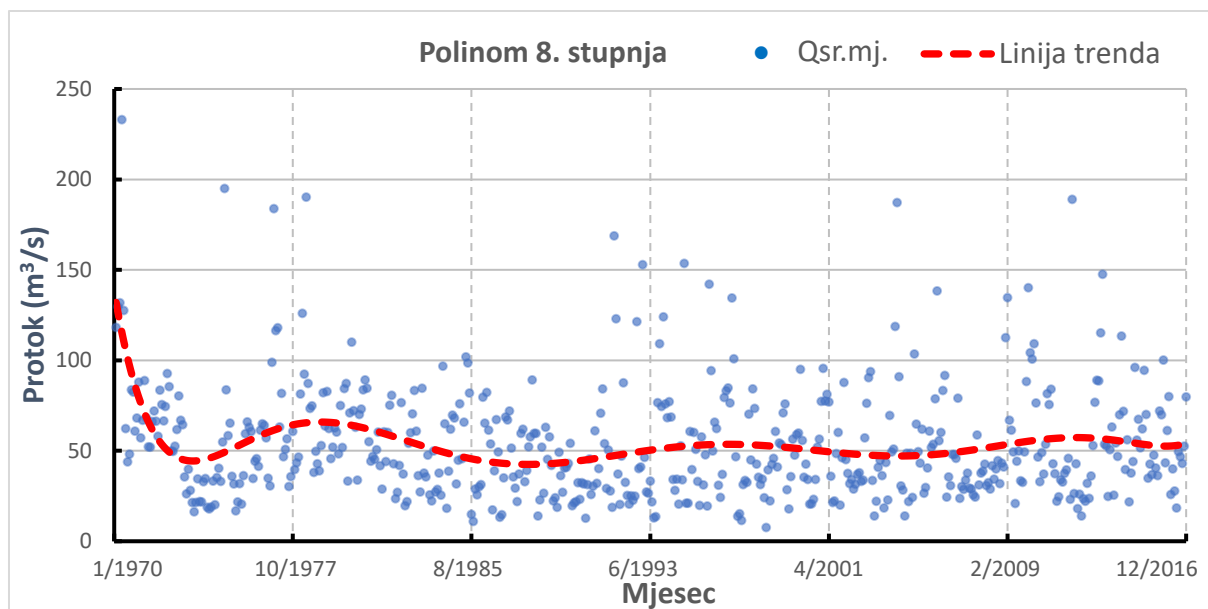


Slika 61. Linearni model za srednje mjesečne protoke, Han

Tablica 10. Parametri linearnog modela, Han

| Jednadžba pravca | $y = -0,0168x + 58,14$ | | | | | | | | |
|------------------|------------------------|----------------|-----|--------------|---------|-------------------|---------|---|--------------------|
| Nagib pravca | $y' = -0,0168$ | | | | | | | | |
| r | r^2 | $\hat{\sigma}$ | n | Koeficijenti | | S_{koef} | $ z_n $ | | $Z_{(1-\alpha)/2}$ |
| 0,088 | 0,008 | 30,933 | 564 | a | -0,0168 | 0,008 | 2,1 | > | 1,96 |
| | | | | r | 0,088 | | | | |

Linearni model za srednje mjesečne protoke sadrži 564 podatka te daje nešto veći koeficijent korelacije r . Ipak samo je 0,8 % podataka opisano modelom. Nagib pravca je negativan te upućuje na padajući trend. Testiranje hipoteza za koeficijent korelacije i koeficijent pravca pokazuje valjanost



Slika 62. Polinomski model za srednje mjesečne protoke, Han

Tablica 11. Parametri polinomskog modela, Han

| | | | | | | | | | | | |
|----------------------|--|------------------------|----------------------------|---------------------|--------------|------------------------|----------------------------|----------|------|---|------|
| Jednadžba krivulje | $Y=2,12E-17x^8 - 5,24E-14x^7 + 5,34E-11x^6 - 2,89E-08x^5 + 8,94E-06x^4 - 1,57E-03x^3 + 0,146x^2 - 6,18x + 134,628$ | | | | | | | | | | |
| Nagib krivulje | $Y'=1,7E-16x^7 - 3,67E-13x^6 + 3,2E-10x^5 - 1,45E-07x^4 + 3,58E-05x^3 - 4,71E-03x^2 - 0,292x + 6,18$ | | | | | | | | | | |
| r | r² | σ | n | | | | | | | | |
| 0,325 | 0,106 | 29,55 | 564 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| Koeficijenti | Skoef | z_n | Z_{(1-α)/2} | Koeficijenti | Skoef | z_n | Z_{(1-α)/2} | | | | |
| a₁ | 2,12E-17 | 6,45E-18 | 3,29 | > | 1,96 | a₆ | -1,57E-03 | 4,46E-17 | 5,33 | > | 1,96 |
| a₂ | -5,24E-14 | 1,46E-14 | 3,59 | > | 1,96 | a₇ | 0,146 | 3,37E-14 | 5,91 | > | 1,96 |
| a₃ | 5,34E-11 | 1,36E-11 | 3,93 | > | 1,96 | a₈ | -6,18 | 1,48E-21 | 6,56 | > | 1,96 |
| a₄ | -2,89E-08 | 6,68E-09 | 4,33 | > | 1,96 | r | 0,325 | 1,89E-02 | 8,16 | > | 1,96 |
| a₅ | 8,94E-06 | 1,86E-06 | 4,80 | > | 1,96 | | | | | | |

modela, odnosno postojanost trenda (Tablica 10). Na (Slika 61) u razdoblju 1/1970 – 12/2016 prikazan je pad protoka od 17 % odnosno 0,202 m³/s godišnje.

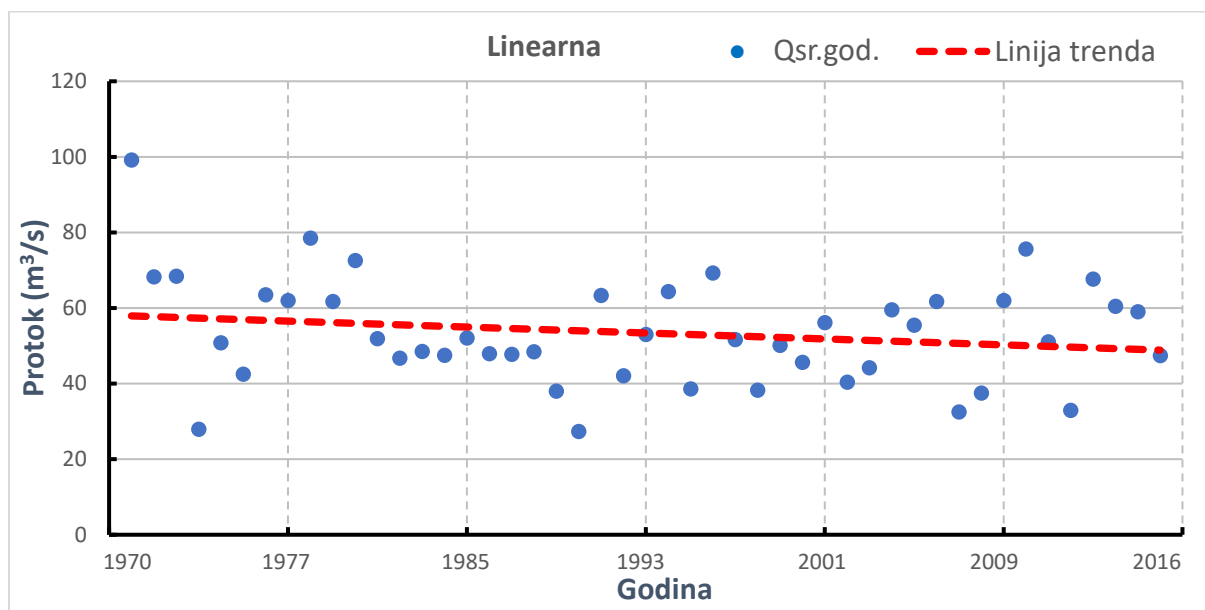
Skup podataka o srednjim mjesečnim protocima opisan je i polinomom 8. stupnja. Polinomskim modelom postignut je četiri puta veći koeficijent korelacije. Model opisuje 10,6 % podataka što je znatno veće od prethodnih modela. Testiranjem hipoteza sve vrijednosti test statistika Z_n su veće od granične vrijednosti (Tablica 11). Time je utvrđena valjanost modela. Na (Slika 62) može se uočiti da model daje vrlo slične rezultate kao i prethodni. Početni period 1/1970. – 5/1973. prikazuje pad protoka od 67 %. U razdoblju 5/1973. – 3/1979. rast od 32 % te u razdoblju 3/1979. – 5/1988. pad od 35 %. Nakon toga slijedi period 5/1988. – 12/2016. znatno manjih oscilacija. Za period 5/1988. – 8/1996. prisutan je rast protoka od 21 %, te pad od 9 % 8/1996. - 7/2014. Za razdoblje 7/2014. – 12/2016. nema znatnih oscilacija. Odsustvo pada protoka u razdoblju 7/2014. – 12/2016. može se objasniti gubitkom ekstremnih vrijednosti u procesima osrednjavanja, te opisanošću modela polinomom manjeg stupnja.

4.3.3. Vodomjerna postaja Han – srednji godišnji protoci

Srednji mjesečni protoci osrednjeni su na godišnjoj razini te model ima 47 podataka. Time je postignut znatno veći koeficijent korelacije od prethodnih modela. Linearni model opisuje 3,6 % podataka. Negativna vrijednost koeficijenta nagiba ukazuje na padajući trend. Testiranje hipoteza za koeficijente nagiba i korelacije pokazalo je vrijednosti test statistike Z_n manju od granične vrijednosti (Tablica 12). Iz navedenog mogu se usvojiti nulte hipoteze $H_0:r=0$ i $H_0:a=0$, odnosno linearni model ne opisuje dani skup podataka. Ovaj rezultat može se objasniti gubitkom ekstremnih vrijednosti u procesima osrednjavanja te malim brojem podataka koji smanjuju vrijednost test statistike.

Polinomski model daje slične rezultate kao prethodna dva modela. Vrijednost koeficijenta korelacije je $r=0,654$ što ukazuje da odabrani model

dobro opisuje skup podataka, odnosno opisano je 42,8 % podataka. Testiranjem hipoteza, test statistike svih koeficijenata, osim koeficijenta a_1 , imaju

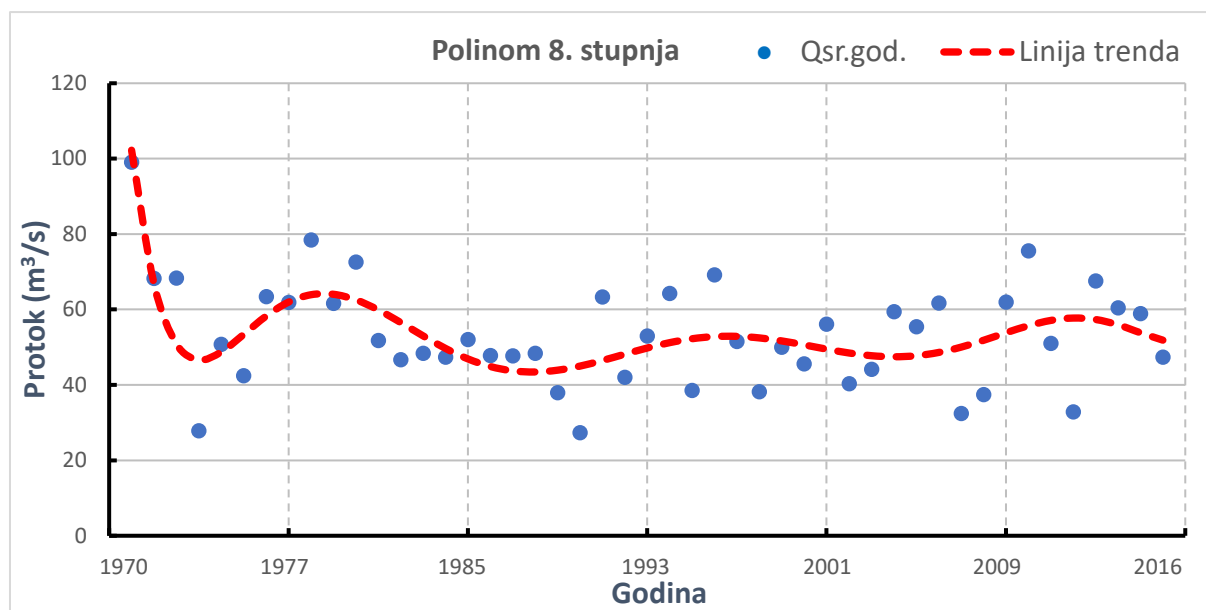


Slika 63. Linearni model za srednje godišnje protoke, Han

Tablica 12. Parametri linearnog modela, Han

| Jednadžba pravca | $y = -0,1967x + 58,111$ | | | | | | | | |
|------------------|-------------------------|----------------|----|--------------|---------|-------|---------|---|--------------------|
| Nagib pravca | $y' = -0,1967$ | | | | | | | | |
| r | r^2 | $\hat{\sigma}$ | n | Koeficijenti | | Skoef | $ z_n $ | | $Z_{(1-\alpha)/2}$ |
| 0,191 | 0,036 | 14,008 | 47 | a | -0,1967 | 0,151 | 1,31 | < | 1,96 |
| | | | | r | 0,191 | 0,146 | 1,31 | < | 1,96 |

vrijednosti veće od granične $Z_{(1-\alpha)/2}$ pri razini značajnosti $\alpha=5\%$ (Tablica 13). Time je dokazana valjanost modela. Za koeficijent a_1 može se usvojiti nulta hipoteza $H_0: a=0$, odnosno da je ovaj koeficijent jednak nuli. Iz (Slika 64) može se uočiti razdoblje 1970. -1973. pada protoka od 55 %. Nakon toga slijedi period 1973. - 1978. rasta protoka od 28 %, te 1978. - 1988. pada od 33 %. Ovaj model daje nešto manje vrijednosti oscilacija od prethodna dva modela za ista razdoblja. Za 1988. - 1997. prisutan je rast od 17 %, te 1997. - 2005. pad od 11 %. Nakon toga slijedi rast od 19 % za 2005. - 2012. te pad od 10 % za 2012. - 2016.



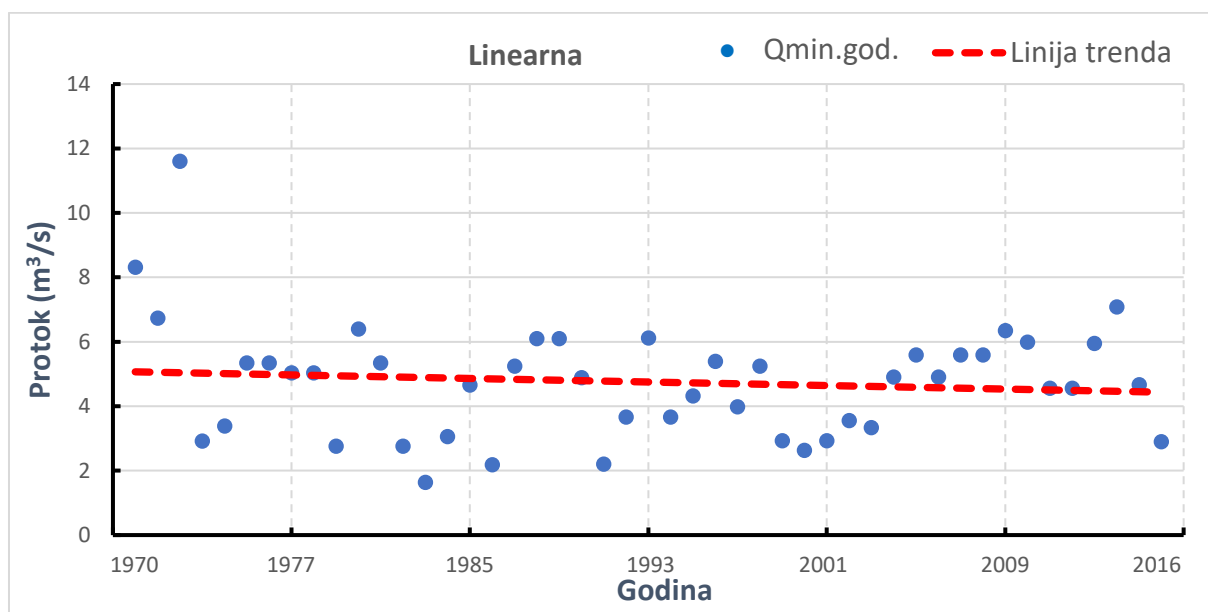
Slika 64. Polinomski model za srednje godišnje protoke, Han

Tablica 13. Parametri polinomskog modela, Han

| | | | | | | | | | | | |
|----------------------|--|----------------------------------|----------|--------------------|--------------|----------------------|---------|--------------------|------|---|------|
| Jednadžba krivulje | $Y=7,28E-09x^8 - 1,55E-06x^7 + 1,36E-04x^6 - 6,35E-03x^5 + 0,17x^4 - 2,619x^3 + 21,714x^2 - 84,596x + 167,577$ | | | | | | | | | | |
| Nagib krivulje | $Y'=5,82E-08x^7 - 1,09E-05x^6 + 8,16E-04x^5 - 3,17E-02x^4 + 0,68x^3 - 7,857x^2 + 43,428x - 84,596$ | | | | | | | | | | |
| r | r² | $\hat{\sigma}$ | n | | | | | | | | |
| 0,654 | 0,428 | 11,744 | 47 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| Koeficijenti | | Skoef | $ z_n $ | $Z_{(1-\alpha)/2}$ | Koeficijenti | Skoef | $ z_n $ | $Z_{(1-\alpha)/2}$ | | | |
| a₁ | 7,28E-09 | 4,00E-09 | 1,82 | < | 1,96 | a₆ | -2,619 | 0,846 | 3,10 | > | 1,96 |
| a₂ | -1,55E-06 | 7,69E-07 | 2,01 | > | 1,96 | a₇ | 21,714 | 6,264 | 3,47 | > | 1,96 |
| a₃ | 1,36E-04 | 6,09E-05 | 2,23 | > | 1,96 | a₈ | -84,596 | 21,717 | 3,90 | > | 1,96 |
| a₄ | -6,35E-03 | 2,56E-03 | 2,48 | > | 1,96 | r | 0,654 | 0,113 | 6,08 | > | 1,96 |
| a₅ | 0,17 | 6,16E-02 | 2,77 | > | 1,96 | | | | | | |

4.3.4. Vodomjerna postaja Han – minimalni godišnji protoci

Uz srednje protoke izrađeni su modeli za minimalne i godišnje protoke. Minimalni godišnji protoci u pravilu su prisutni u sušnom dijelu godine, odnosno u sedmom i osmom mjesecu. Uvelike ovise o trajanju razdoblja bez padalina. Vrijednosti minimalnih protoka nemaju većih oscilacija što je prikazano na (Slika 65). Linearni model opisuje 1,1 % podataka. Negativan koeficijent nagiba ukazuje na padajući trend. Testiranje hipoteza za koeficijent nagiba i korelacije pokazuje da su test statistike Z_n manje od graničnih vrijednosti $Z_{(1-\alpha)/2}$ pri razini značajnosti $\alpha=5\%$ (Tablica 14). Time se usvajaju nulte hipoteze $H_0:r=0$ i $H_0:a=0$ te se može zaključiti kako ne postoji linearna veza između podataka. Odabrani linearni model ne opisuje podatke o minimalnim godišnjim protocima.

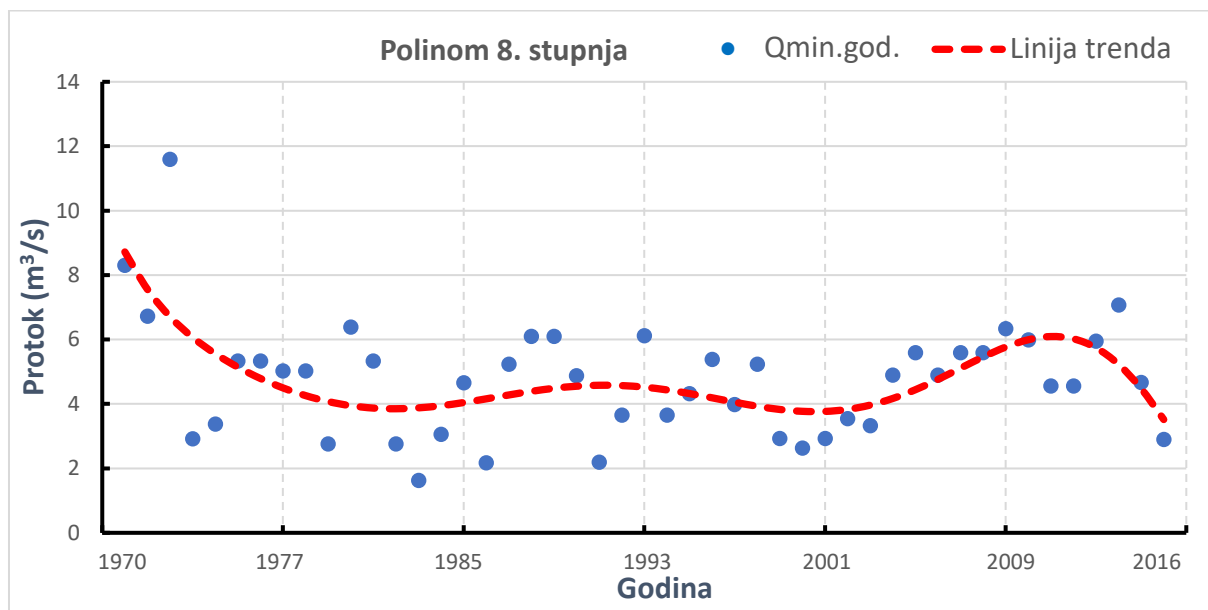


Slika 65. Linearni model za minimalne godišnje protoke, Han

Tablica 14. Parametri linearnog modela, Han

| Jednadžba pravca | | y = -0,0138x + 5,081 | | | | | | |
|------------------|----------------|----------------------|----|--------------|---------|----------------|----------------------|--------|
| Nagib pravca | | y' = -0,0138 | | | | | | |
| r | r ² | $\hat{\sigma}$ | n | Koeficijenti | Skoef | Z _n | Z _{(1-α)/2} | |
| 0,105 | 0,011 | 1,797 | 47 | a | -0,0138 | 0,019 | 0,71 | < 1,96 |
| | | | | r | 0,105 | 0,148 | 0,71 | < 1,96 |

Za polinomski model odabran je polinom osmog stupnja. Model opisuje 35,2 % podataka. Ipak, testiranjem hipoteza utvrđeno je da su test statistike Z_n svih koeficijenata znatno manje od granične vrijednosti $Z_{(1-\alpha)/2}$ pri razini značajnosti $\alpha=5\%$ (Tablica 15). Iz navedenog se može zaključiti kako su svi



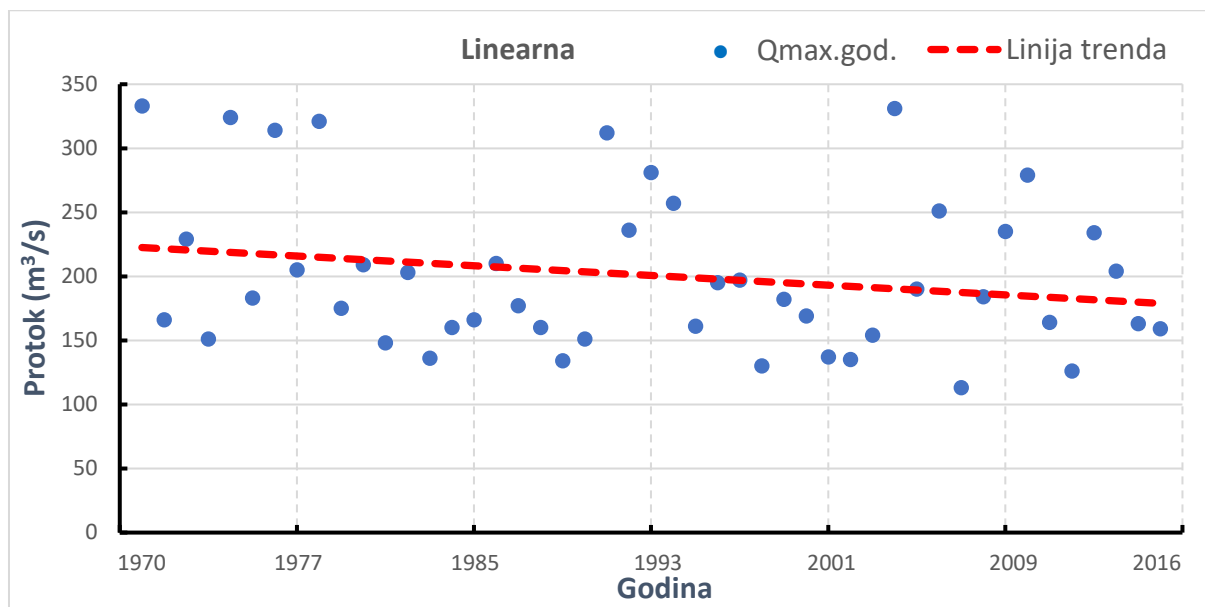
Slika 66. Polinomski model za minimalne godišnje protoke, Han

Tablica 15. Parametri polinomskog modela, Han

| | | | | | | | | | | | |
|----------------------|--|----------------------------------|----------|--|---------------------|----------------------|------------------------|-------|--|---|------|
| Jednadžba krivulje | $Y=2,66E-10x^8 - 5,09E-08x^7 + 3,9E-06x^6 - 1,54E-04x^5 + 3,4E-03x^4 - 4,3E-02x^3 + 0,344x^2 - 1,935x + 10,35$ | | | | | | | | | | |
| Nagib krivulje | $Y'=2,13E-09x^7 - 3,56E-07x^6 + 2,34E-05x^5 - 7,7E-04x^4 + 1,36E-02x^3 - 0,129x^2 + 0,688x - 1,935$ | | | | | | | | | | |
| r | r² | $\hat{\sigma}$ | n | | | | | | | | |
| 0,593 | 0,352 | 1,584 | 47 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| Koeficijenti | Skoef | z_n | | Z_{(1-α)/2} | Koeficijenti | Skoef | z_n | | Z_{(1-α)/2} | | |
| a₁ | 2,66E-10 | 5,39E-10 | 0,49 | < | 1,96 | a₆ | -0,043 | 0,114 | 0,38 | < | 1,96 |
| a₂ | -5,09E-08 | 1,04E-07 | 0,49 | < | 1,96 | a₇ | 0,344 | 0,845 | 0,41 | < | 1,96 |
| a₃ | 3,90E-06 | 8,22E-06 | 0,48 | < | 1,96 | a₈ | -1,935 | 2,928 | 0,66 | < | 1,96 |
| a₄ | -1,54E-04 | 3,46E-04 | 0,45 | < | 1,96 | r | 0,654 | 0,12 | 4,94 | > | 1,96 |
| a₅ | 3,40E-03 | 8,30E-03 | 0,41 | < | 1,96 | | | | | | |

koeficijenti jednaki nuli te da odabrani model ne opisuje podatke o minimalnim godišnjim protocima. Iz prethodne analize može se zaključiti kako nije prisutan trend za promatrani skup podataka.

4.3.5. Vodomjerna postaja Han – maksimalni godišnji protoci



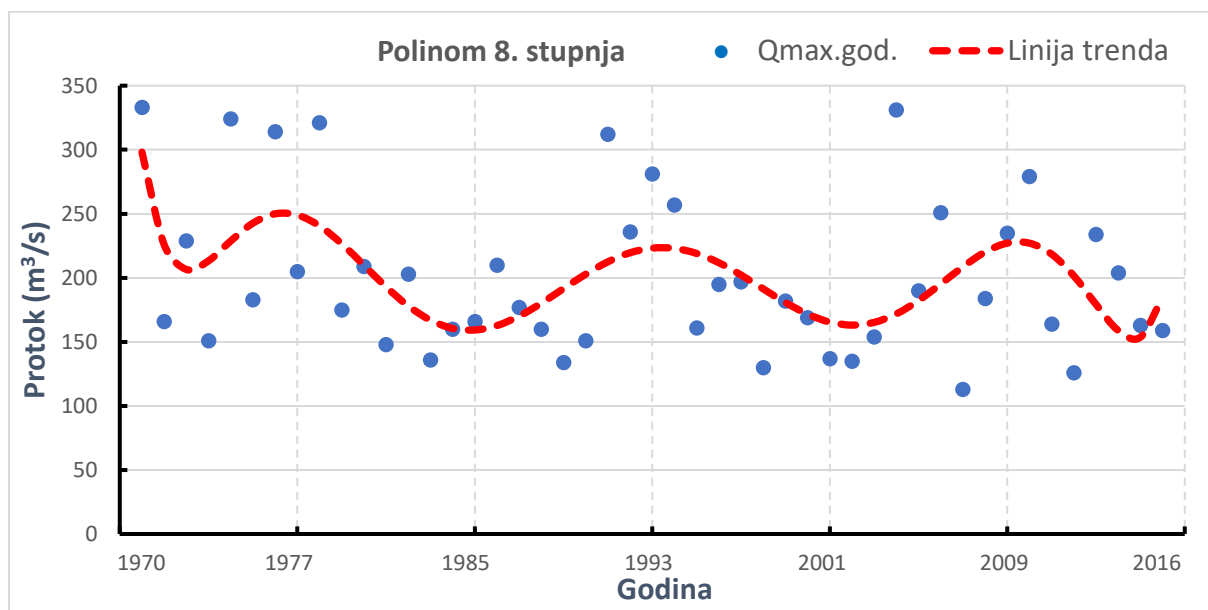
Slika 67. Linearni model za maksimalne godišnje protoke, Han

Tablica 16. Parametri polinomskog modela, Han

| Jednadžba pravca | $y = -0,948x + 223,475$ | | | | | | | |
|------------------|-------------------------|----------------|----|--------------|--------|-------|----------------|----------------------|
| Nagib pravca | $y' = -0,948$ | | | | | | | |
| r | r ² | $\hat{\sigma}$ | n | Koeficijenti | | Skoef | z _n | Z _{(1-α)/2} |
| 0,212 | 0,045 | 60,502 | 47 | a | -0,948 | 0,651 | 1,46 | < 1,96 |
| | | | | r | 0,212 | 0,146 | 1,46 | < 1,96 |

Linearni model za maksimalne godišnje protoke ima dva puta veći koeficijent korelacije od linearnog modela za minimalne godišnje protoke. Opisuje 4,5 % podataka. Ipak testiranje hipoteza je pokazalo manje vrijednosti test statistika Z_n od granične vrijednosti pri razini značajnosti $\alpha=5\%$ za koeficijente nagiba i korelacije (Tablica 16). Iz navedenog se može zaključiti kako ne postoji linearna veza između promatranog skupa podataka.

Za polinomski model odabran je polinom osmog stupnja koji opisuje 25 % podataka. Testiranjem hipoteza utvrđeno je da su test statistike Z_n za sve koeficijente veće od granične vrijednosti $Z_{(1-\alpha)/2}$ pri razini značajnosti $\alpha=5\%$ (Tablica 17). Iz navedenog može se zaključiti da odabrani model dobro opisuje



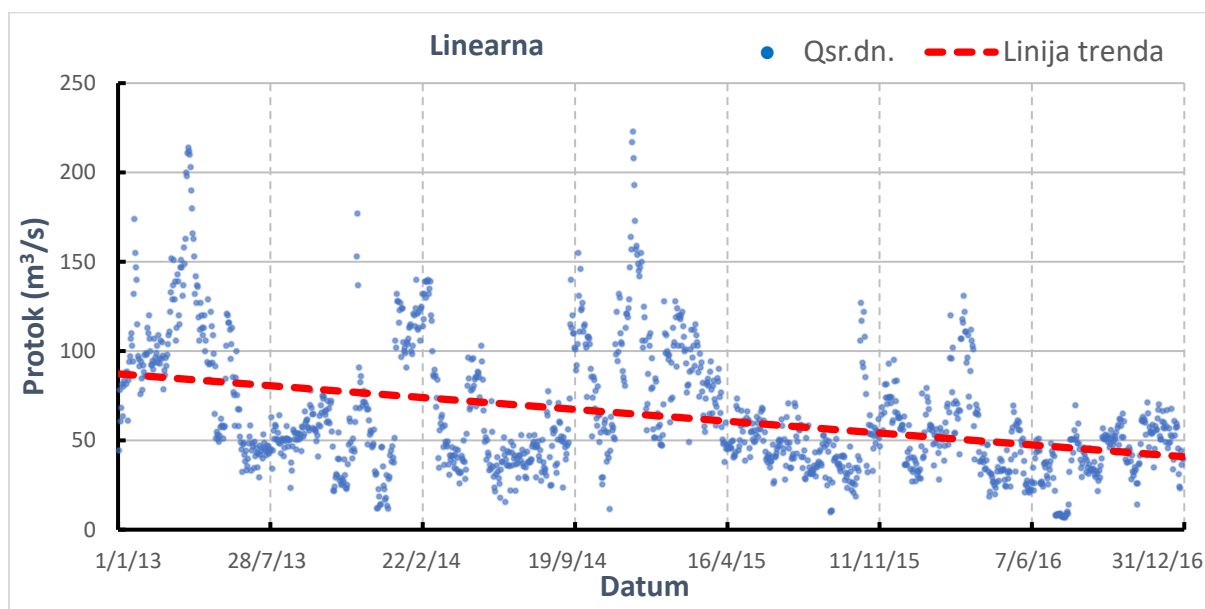
Slika 68. Polinomski model za maksimalne godišnje protoke, Han

Tablica 17. Parametri polinomskog modela, Han

| | | | | | | | | |
|----------------------|---|----------------------------------|----------------------------|---------------------|----------------------|------------------------|----------------------------|------|
| Jednadžba krivulje | $Y=5,22E-08x^8 - 1,01E-05x^7 + 8,07E-04x^6 - 3,37E-02x^5 + 0,795x^4 - 10,479x^3 + 72,221x^2 - 226,432x + 462,027$ | | | | | | | |
| Nagib krivulje | $Y'=4,18E-07x^7 - 7,07E-05x^6 + 4,84E-03x^5 - 0,169x^4 + 3,18x^3 - 31,437x^2 + 144,442x - 226,432$ | | | | | | | |
| r | r² | $\hat{\sigma}$ | n | | | | | |
| 0,5 | 0,25 | 58,348 | 47 | | | | | |
| | | | | | | | | |
| Koeficijenti | Skoef | z_n | Z_{(1-α)/2} | Koeficijenti | Skoef | z_n | Z_{(1-α)/2} | |
| a₁ | 5,22E-08 | 1,99E-08 | 2,63 > | 1,96 | a₆ | -10,479 | 4,201 > | 1,96 |
| a₂ | -1,01E-05 | 3,82E-06 | 2,66 > | 1,96 | a₇ | 72,221 | 31,118 > | 1,96 |
| a₃ | 8,07E-04 | 3,03E-04 | 2,66 > | 1,96 | a₈ | -226,432 | 107,894 > | 1,96 |
| a₄ | -3,37E-02 | 1,27E-02 | 2,65 > | 1,96 | r | 0,500 | 0,129 > | 1,96 |
| a₅ | 0,795 | 0,306 | 2,60 > | 1,96 | | | | |

podatke o maksimalnim godišnjim protocima. Iz (Slika 68) može se uočiti period 1970. – 1972. pada protoka od 31 %. Zatim u periodu 1972. – 1977. prisutan je rast od 17 % te 1977. – 1985. pad od 36 %. Nakon toga slijedi rast od 29 % 1985. – 1993. te pad od 27 % 1993. 2003. U razdoblju 2003. – 2010. prisutan je rast protoka od 28 % te pad od 33 % u razdoblju od 2010. – 2014. Za period 2014. – 2016. prisutan je rast protoka od 17 %. Oscilacije linije trenda za maksimalne godišnje protoke većim dijelom se poklapaju s oscilacijama linije trenda za srednje godišnje protoke za vodomjernu postaju Han.

4.3.6. Vodomjerna postaja Vedrine – srednji dnevni protoci



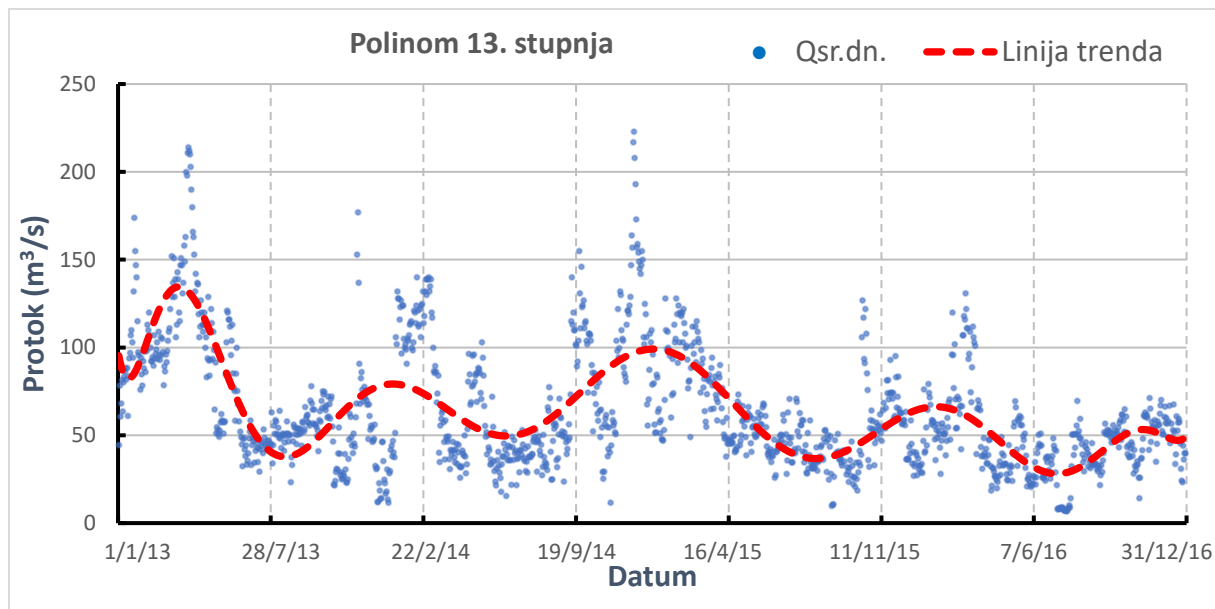
Slika 69. Linearni model za srednje dnevne protoke, Vedrine

Tablica 18. Parametri linearnog modela, Vedrine

| | | | | | | | | | |
|------------------|-------------------------|----------------------------------|----------|---------------------|--------------|------------------------|----|--|------|
| Jednadžba pravca | $y = -0,0317x + 87,222$ | | | | | | | | |
| Nagib pravca | $y' = -0,0317$ | | | | | | | | |
| r | r² | $\hat{\sigma}$ | n | Koeficijenti | Skoef | z_n | | Z_{(1-α)/2} | |
| 0,384 | 0,148 | 32,143 | 1461 | a | -0,0317 | 0,002 | 16 | > | 1,96 |
| | | | | r | 0,0753 | 0,0242 | 16 | > | 1,96 |

Linearni model za srednje dnevne protoke sadrži 1461 podatak što je dvanaest puta manje od linearnog modela za srednje dnevne protoke za vodomjernu postaju Han. Koeficijent korelacije je znatno veći od navedenog

modela i opisuje 14,8 % podataka. Negativna vrijednost koeficijenta nagiba ukazuje na padajući trend. Testiranjem hipoteza vrijednosti test statistika Z_n , za koeficijente nagiba i korelacije, znatno su veće od granične vrijednosti



Slika 70. Polinomski model za srednje dnevne protoke, Vedrine

Tablica 19. Parametri polinomskog modela, Vedrine

| | | | | | | | | | | | |
|--------------------|--|----------|----------------|----------------------|--------------|-----------------|-----------|----------------|----------------------|---|------|
| Jednadžba krivulje | $Y = -5,61E-34x^{13} + 6,76E-30x^{12} - 3,52E-26x^{11} + 1,04E-22x^{10} - 1,99E-19x^9 + 2,52E-16x^8 - 2,17E-13x^7 + 1,27E-10x^6 - 4,91E-08x^5 + 1,21E-05x^4 - 1,7E-03x^3 + 0,116x^2 - 2,403x + 97,563$ | | | | | | | | | | |
| Nagib krivulje | $Y = -7,29E-33x^{12} + 8,11E-29x^{11} - 3,87E-25x^{10} + 1,04E-21x^9 - 1,79E-18x^8 + 2,02E-15x^7 - 1,52E-12x^6 + 7,62E-10x^5 - 2,464E-07x^4 + 4,84E-05x^3 - 5,1E-03x^2 + 0,232x - 2,403$ | | | | | | | | | | |
| R | r² | | σ | | n | | | | | | |
| 0,693 | 0,48 | | 25,2 | | 1461 | | | | | | |
| Koefficienti | | | | | | | | | | | |
| Koefficienti | | Skoef | z _n | Z _{(1-α)/2} | Koefficienti | | Skoef | z _n | Z _{(1-α)/2} | | |
| a ₁ | -5,61E-34 | 2,58E-34 | 3,29 | > | 1,96 | a ₈ | 1,27E-10 | 1,48E-21 | 5,64 | > | 1,96 |
| a ₂ | 6,76E-30 | 2,45E-30 | 6,28 | > | 1,96 | a ₉ | -4,9E-08 | -6,31E-09 | 4,85 | > | 1,96 |
| a ₃ | -3,52E-26 | 1,04E-26 | 7,74 | > | 1,96 | a ₁₀ | 1,21E-05 | 1,49E-06 | 4,10 | > | 1,96 |
| a ₄ | 1,05E-22 | 2,56E-23 | 8,07 | > | 1,96 | a ₁₁ | -1,71E-03 | -2,21E-04 | 3,40 | > | 1,96 |
| a ₅ | -1,99E-19 | 4,09E-20 | 7,79 | > | 1,96 | a ₁₂ | 0,116 | 1,84E-02 | 2,76 | > | 1,96 |
| a ₆ | 2,52E-16 | 4,46E-17 | 7,19 | > | 1,96 | a ₁₃ | -2,403 | -0,729 | 2,18 | > | 1,96 |
| a ₇ | -2,17E-13 | 3,37E-14 | 6,44 | > | 1,96 | r | 0,693 | 1,89E-02 | 36,73 | > | 1,96 |

(Tablica 18). Iz navedenog se može zaključiti kako je prisutna linearna veza između podataka, odnosno da model dobro opisuje podatke. Na (Slika 69) trend linija u razdoblju 1/1/2013. – 31/12/2016. prikazuje pad protoka od 47 %, odnosno 11,57 m³/s godišnje.

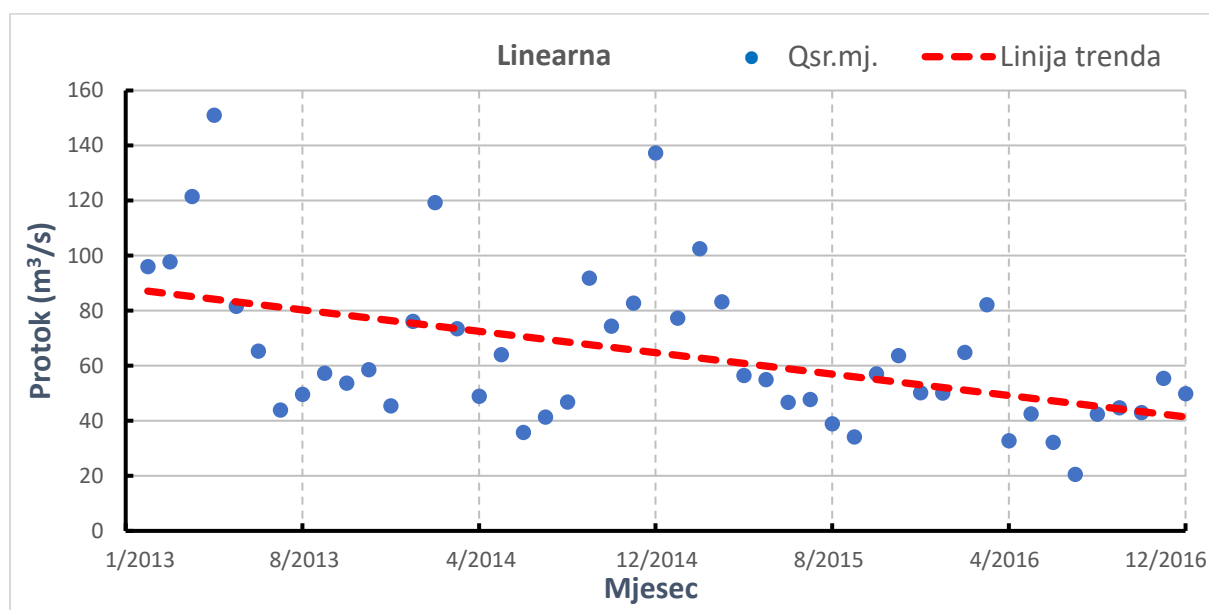
Za polinomski model koji najbolje opisuje srednje dnevne protoke izabran je polinom trinaestog stupnja. Postignut je visok koeficijent korelacije te model opisuje 48 % podataka. Testiranjem hipoteza test statistike Z_n , za sve koeficijente modela, prikazuju vrijednosti manje od granične $Z_{(1-\alpha)/2}$ pri razini značajnosti $\alpha=5\%$ (Tablica 19). Time se može zaključiti kako model dobro opisuje dani skup podataka. Na (Slika 70) model prikazuje kratki period 1/1/2013. – 16/1/2013. pada protoka od 13 %. Zatim slijede veće oscilacije protoka. U razdoblju 16/1/2013. – 29/3/2013. prisutan je rast protoka od 38 %, zatim veliki pad od 70 % 29/3/2013. – 19/8/2013. U periodu 19/8/2013. – 13/1/2014. slijedi rast protoka od 52 % te 13/1/2014. – 19/6/2014. pad od 37 %. Za razdoblje 19/6/2014. – 3/1/2015. model prikazuje rast protoka od 51 % te 3/1/2015. – 15/8/2015. pad od 63 %. Za period 15/8/2015. – 2/2/2016. prisutan je rast od 45 % zatim pad od 58 % 2/2/2016. – 9/7/2016. U razdoblju 9/7/2016. – 9/11/2016. slijedi rast od 47 % te 9/11/2016. – 31/12/2016. blagi pad od 11 %. Iz navedenog je vidljivo da se rast protoka javlja u jesenskim i zimskim mjesecima, dok se pad javlja u sušnom periodu u kasnim proljetnim i ljetnim mjesecima.

4.3.7. Vodomjerna postaja Vedrine – srednji mjesečni protoci

Podaci o srednjim dnevnim protocima su osrednjeni na mjesečnoj razini. Time je dobiven veći koeficijent korelacije te linearni model za srednje mjesečne protoke opisuje 23,4 % podataka. Negativna vrijednost koeficijenta nagiba ukazuje na padajući trend. Testiranjem hipoteza utvrđena je valjanost modela. Vrijednosti test statistika z_n , za koeficijente nagiba i korelacije, pokazuju veće vrijednosti od granične $Z_{(1-\alpha)/2}$ pri razini značajnosti $\alpha=5\%$ (Tablica 20). Time je utvrđeno da linearni model dobro opisuje dani skup podataka. Iz (Slika 71) za razdoblje 1/2013. – 12/2016. može se uočiti pad

protoka od 53 %, odnosno $11,67 \text{ m}^3/\text{s}$ godišnje što je sličan rezultat kao i kod prethodnog modela.

Za polinomski model odabran je polinom dvanaestog stupnja. Model opisuje 73,3 % podataka što je najveća postignuta vrijednost u ovoj analizi. Testiranjem hipoteza test statistike Z_n , za sve koeficijente modela, prikazuju vrijednosti manje od granične $Z_{(1-\alpha)/2}$ pri razini značajnosti $\alpha=5 \%$ (Tablica 21).



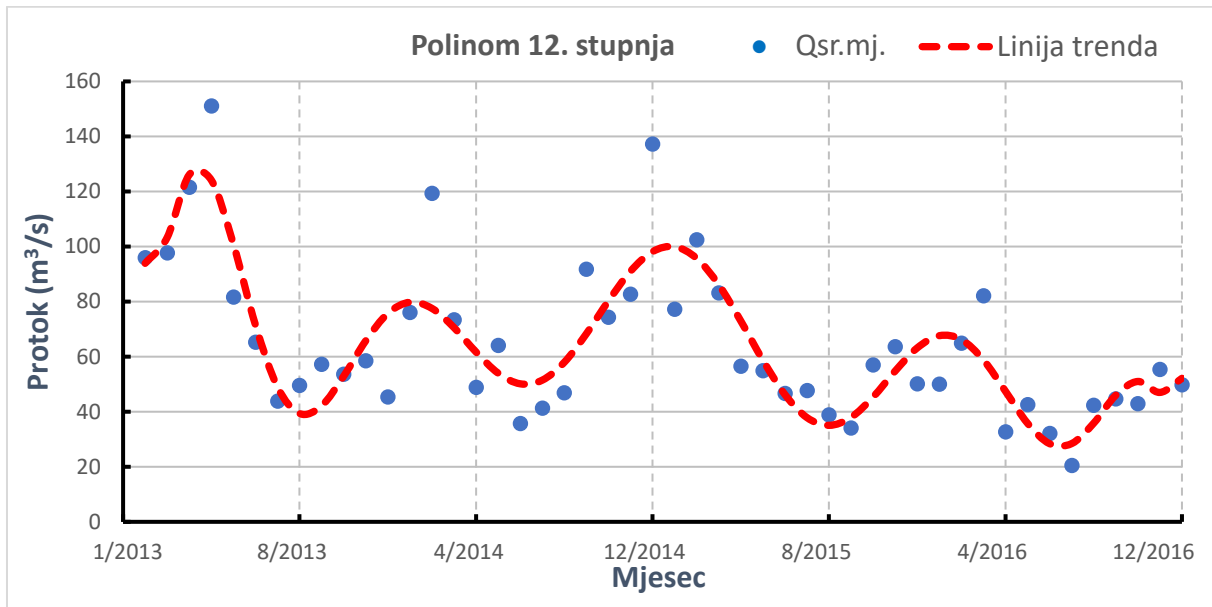
Slika 71. Linearni model za srednje mjesečne protoke, Vedrine

Tablica 20. Parametri linearnog modela, Vedrine

| Jednadžba pravca | | $y = -0,9722x + 88,076$ | | | | | | | |
|------------------|-------|-------------------------|-----|--------------|---------|--------|---------|---|--------------------|
| Nagib pravca | | $y' = -0,9722$ | | | | | | | |
| r | r^2 | $\hat{\sigma}$ | n | Koeficijenti | | Skoef | $ Z_n $ | | $Z_{(1-\alpha)/2}$ |
| 0,484 | 0,234 | 24,869 | 48 | a | -0,9722 | 0,2591 | 3,75 | > | 1,96 |
| | | | | r | 0,484 | 0,129 | 3,75 | > | 1,96 |

Time se može zaključiti kako polinom dobro opisuje dani skup podataka. Na (Slika 72) model prikazuje period 1/2013. – 4/2013. rasta protoka od 24 %. Zatim slijedi razdoblje 4/2013. – 8/2013. u kojem je prisutan veliki pad protoka od 69 %, te rast od 50 % 8/2013. – 2/2014. U periodu 2/2014. – 6/2014. slijedi pad protoka od 38 % te 6/2014. – 1/2015. rast od 50 %. Za razdoblje 1/2015. –

8/2015. model prikazuje pad protoka od 68 % te 8/2015. – 2/2016. rast od 68 %. Za period 2/2016. – 7/2016. prisutan je pad od 59 %, zatim rast od 45 % 7/2016. – 10/2016. U razdoblju 10/2016. – 12/2016. nema značajnih oscilacija.



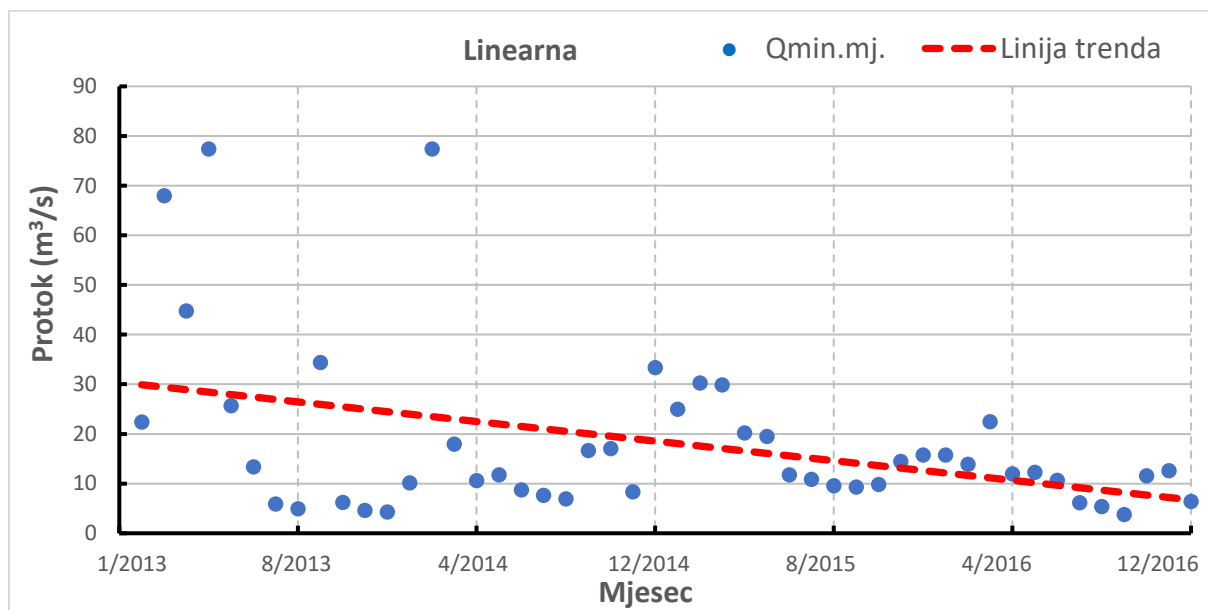
Slika 72. Polinomski model za srednje mjesečne protoke, Vadrine

Tablica 21. Parametri polinomskog modela, Vadrine

| | | | | | | | | | | | |
|--------------------|---|----------|----------------|---|----------------------|-----------------|----------|----------|----------------|----------------------|------|
| Jednadžba krivulje | $Y=1,05E-12x^{12} - 3,13E-10x^{11} + 4,11E-08x^{10} - 3,11E-06x^9 + 1,5E-04x^8 - 4,79E-03x^7 + 0,103x^6 - 1,465x^5 + 13,435x^4 - 74,348x^3 + 222,025x^2 - 298,225x + 232,378$ | | | | | | | | | | |
| Nagib krivulje | $Y'=1,26E-11x^{11} - 3,44E-09x^{10} + 4,11E-07x^9 - 2,8E-05x^8 + 1,2E-03x^7 - 3,35E-02x^6 + 0,618x^5 - 7,325x^4 + 53,74x^3 - 223,044x^2 + 444,05x - 298,225$ | | | | | | | | | | |
| r | r² | | σ | | | n | | | | | |
| 0,856 | 0,733 | | 16,828 | | | 48 | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| Koeficijenti | | Skoef | z _n | | Z _{(1-α)/2} | Koeficijenti | | Skoef | z _n | Z _{(1-α)/2} | |
| a ₁ | 1,05E-12 | 2,54E-13 | 4,13 | > | 1,96 | a ₈ | -1,465 | 0,369 | 3,97 | > | 1,96 |
| a ₂ | -3,13E-10 | 7,46E-11 | 4,20 | > | 1,96 | a ₉ | 13,435 | 3,637 | 3,69 | > | 1,96 |
| a ₃ | 4,11E-08 | 9,67E-09 | 4,26 | > | 1,96 | a ₁₀ | -74,348 | 22,666 | 3,28 | > | 1,96 |
| a ₄ | -3,11E-06 | 7,26E-07 | 4,29 | > | 1,96 | a ₁₁ | 222,025 | 82,270 | 2,70 | > | 1,96 |
| a ₅ | 1,50E-04 | 3,49E-05 | 4,29 | > | 1,96 | a ₁₂ | -298,225 | 149,6 | 1,99 | > | 1,96 |
| a ₆ | -4,79E-03 | 1,13E-03 | 4,25 | > | 1,96 | r | 0,856 | 7,60E-02 | 11,25 | > | 1,96 |
| a ₇ | 1,03E-01 | 2,48E-02 | 4,15 | > | 1,96 | | | | | | |

Iz navedenog je vidljivo da oscilacije većim dijelom prate ponašanje prethodnog modela. Razlika je u početnom periodu u kojem prethodni model prikazuje blagi pad koji je odsutan u ovom modelu, te u završnom periodu u kojem prethodni model također prikazuje blagi pad koji je odsutan u ovom modelu.

4.3.8. Vodomjerna postaja Vedrine – minimalni mjesečni protoci



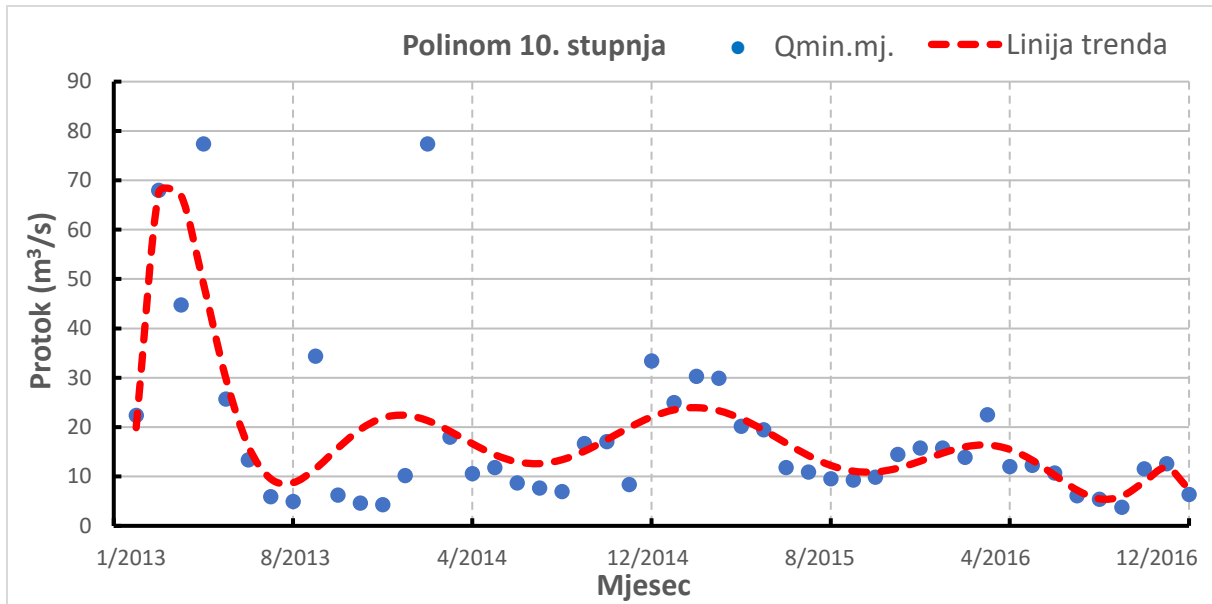
Slika 73. Linearni model za minimalne mjesečne protoke, Vedrine

Tablica 22. Parametri linearnog modela, Vedrine

| | | | | | | | | | |
|------------------|-------------------------|----------------------------------|----------|---------------------|--------------|------------------------|------|--|------|
| Jednadžba pravca | $y = -0,4936x + 30,403$ | | | | | | | | |
| Nagib pravca | $y' = -0,4936$ | | | | | | | | |
| r | r² | $\hat{\sigma}$ | n | Koeficijenti | Skoef | z_n | | Z_{(1-α)/2} | |
| 0,403 | 0,136 | 15,848 | 48 | a | -0,4936 | 0,1651 | 2,99 | > | 1,96 |
| | | | | r | 0,403 | 0,1349 | 2,99 | > | 1,96 |

Za vodomjernu postaju Vedrine, izvršena je analiza minimalnih i maksimalnih mjesečnih protoka. Minimalni mjesečni protoci znatno odstupaju od vrijednosti minimalnih godišnjih protoka, odnosno imaju znatno veću varijabilnost. Razlog tome je sezonski karakter podataka na mjesečnoj razini koji nije prisutan kod analize na godišnjoj razini. Naime za jesenski i zimski period, u kojem su prisutne znatne oborine, minimalni protoci će biti znatno

veći nego kod sušnih razdoblja. Navedene tvrdnje mogu se uočiti na (Slika 74) gdje je model prikazao oscilacije protoka, za razliku od minimalnih godišnjih protoka za vodomjernu postaju Han (Slika 66) gdje model nije pokazao prisutnost trenda. Linearni model prikazan je na (Slika 73) gdje linija trenda



Slika 74. Polinomski model za minimalne mjesečne protoke, Vedrine

Tablica 23. Parametri polinomskog modela, Vedrine

| | | | | | | | | | | | |
|--------------------|--|----------------|----------------------|--------------|-------|-----------------|----------------------|----------|------|---|------|
| Jednadžba krivulje | $Y = -6,96E-11x^{10} + 1,79E-08x^9 - 1,98E-06x^8 + 1,23E-04x^7 - 4,72E-03x^6 + 0,115x^5 - 1,785x^4 + 16,887x^3 - 89,697x^2 + 221,841x - 127,473$ | | | | | | | | | | |
| Nagib krivulje | $Y' = -6,96E-10x^9 + 1,61E-07x^8 - 1,58E-05x^7 + 8,61E-04x^6 - 2,83E-02x^5 + 0,575x^4 - 7,14x^3 + 50,661x^2 - 179,394x + 221,841$ | | | | | | | | | | |
| r | r² | σ | n | | | | | | | | |
| 0,732 | 0,536 | 13,151 | 48 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| Koeficijenti | Skoef | z _n | Z _{(1-α)/2} | Koeficijenti | Skoef | z _n | Z _{(1-α)/2} | | | | |
| a ₁ | -6,96E-11 | 2,69E-11 | 2,58 | > | 1,96 | a ₇ | -1,785 | 2,48E-02 | 4,15 | > | 1,96 |
| a ₂ | 1,79E-08 | 6,61E-09 | 2,71 | > | 1,96 | a ₈ | 16,887 | 0,369 | 3,97 | > | 1,96 |
| a ₃ | -1,98E-06 | 6,95E-07 | 2,85 | > | 1,96 | a ₉ | -89,697 | 3,637 | 3,69 | > | 1,96 |
| a ₄ | 1,23E-04 | 4,10E-05 | 3,01 | > | 1,96 | a ₁₀ | 221,841 | 22,666 | 3,28 | > | 1,96 |
| a ₅ | -4,72E-03 | 1,48E-03 | 3,18 | > | 1,96 | r | 0,732 | 0,10 | 7,29 | > | 1,96 |
| a ₆ | 0,115 | 3,41E-02 | 3,38 | > | 1,96 | | | | | | |

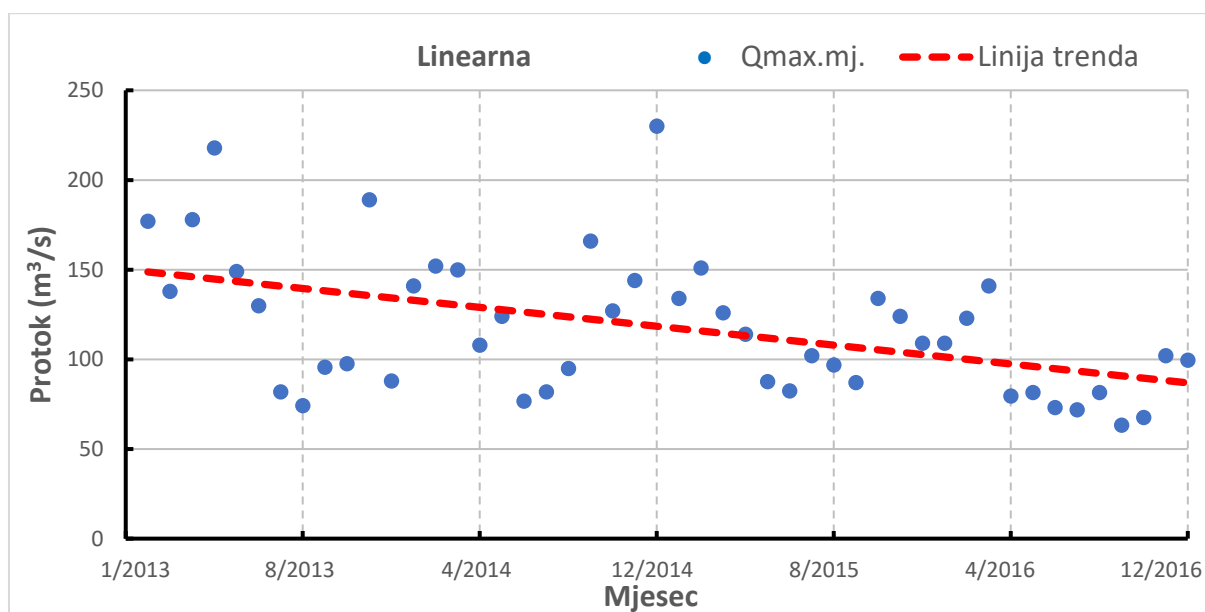
prikazuje prisutan padajući trend uz smanjenje protoka od 78 % u razdoblju 1/2013 – 12/2016, odnosno 5,92 m³/s godišnje. Testiranjem hipoteza utvrđena je valjanost modela koji opisuje 13,6 % podataka. Vrijednosti test statistika z_n , za koeficijente nagiba i korelacije, pokazuju veće vrijednosti od granične $Z_{(1-\alpha)/2}$ pri razini značajnosti $\alpha=5\%$ (Tablica 22). Time je utvrđeno da linearni model dobro opisuje dani skup podataka.

Bolji uvid u ponašanje minimalnih protoka kroz promatrani period dobiven je polinomom 10. stupnja. Polinomski model dao je znatno veći koeficijent korelacije od linearnog modela te opisuje 53,6 % podataka. Testiranjem hipoteza test statistike z_n , za sve koeficijente modela, prikazuju vrijednosti manje od granične $Z_{(1-\alpha)/2}$ pri razini značajnosti $\alpha=5\%$ (Tablica 23). Iz navedenog se može zaključiti kako polinomski model dobro opisuje promatrani skup podataka. Iz (Slika 74) može se uočiti nagli rast protoka od 70 % u razdoblju 1/2013. – 2/2013. Zatim slijedi razdoblje 2/2013. – 8/2013. pada protoka od 87 %. Nakon početnog perioda naglog rasta i pada protoka slijedi period 8/2013. – 12/2016. manjih oscilacija. Velike vrijednosti protoka početkom 2013.-te godine najviše pridonose padajućem trendu u linearnom modelu. Za razdoblje 8/2013. – 1/2014. prisutan je rast protoka od 61 %, te 1/2014. – 7/2014. pad od 44 %. Nakon toga slijedi razdoblje 7/2014. – 2/2015. rasta protoka od 47 %, te 2/2015. – 10/2015. pada protoka od 53 %. Rast protoka od 33 % prisutan je za period 10/2015. - 3/2016. te pad od 63 % za razdoblje 3/2016. – 8/2016. Nakon toga slijedi period 8/2016. – 11/2016. rasta protoka od 54 % te 11/2016. – 12/2016. pada od 37 %. Iz navedenog se može uočiti kako su podaci sezonskog karaktera. Rast protoka prisutan je za jesenski i zimski period, dok je za proljetni i ljetni period prisutan pad protoka. Oscilacije minimalnih mjesečnih protoka prate oscilacije srednjih mjesečnih protoka za vodomjernu postaju Vedrine.

4.3.9. Vodomjerna postaja Vedrine – maksimalni mjesečni protoci

Linearni model za skup podataka o maksimalnim mjesečnim protocima prema (Slika 75) prikazuje postojanost trenda. Također može se uočiti kako se radi o padajućem trendu što potvrđuje negativna vrijednost koeficijenta nagiba.

Modelom je opisano 22,4 % podataka što je dva puta više od prethodnog modela minimalnih protoka. Na (Slika 75) linija trenda prikazuje pad protoka od 42 % u razdoblju 1/2013. – 12/2016, odnosno 15,79 m³/s godišnje. Testiranjem hipoteza utvrđena je valjanost modela. Vrijednosti test statistika z_n , za koeficijente nagiba i korelacije, pokazuju veće vrijednosti od granične $Z_{(1-\alpha)/2}$ pri razini značajnosti $\alpha=5\%$ (Tablica 24). Time je utvrđeno da linearni model dobro opisuje dani skup podataka.



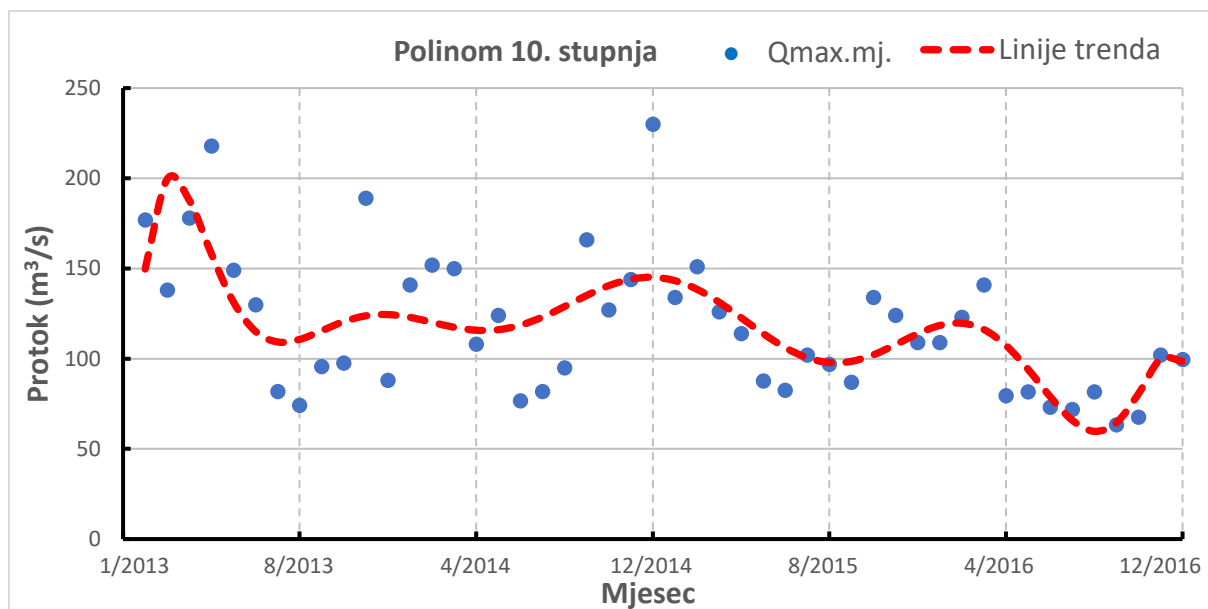
Slika 75. Linearni model za maksimalne mjesečne protoke, Vedrine

Tablica 24. Parametri linearnog modela, Vedrine

| Jednadžba pravca | $y = -1,3162x + 150,024$ | | | | | | | | |
|------------------|--------------------------|----------------------------------|----------|---------------------|---------|-------------------------|------------------------|---|--|
| Nagib pravca | $y' = -1,3162$ | | | | | | | | |
| r | r² | $\hat{\sigma}$ | n | Koeficijenti | | S_{koef} | z_n | | Z_{(1-α)/2} |
| 0,473 | 0,224 | 34,69 | 48 | a | -1,3162 | 0,3614 | 3,64 | > | 1,96 |
| | | | | r | 0,473 | 0,13 | 3,64 | > | 1,96 |

Za polinomski model odabran je polinom 10. stupnja koji opisuje 46,4 % podataka. Testiranjem hipoteza test statistike z_n , za sve koeficijente modela, prikazuju vrijednosti manje od granične $Z_{(1-\alpha)/2}$ pri razini značajnosti $\alpha=5\%$

(Tablica 25). Iz navedenog se može zaključiti kako polinomski model dobro opisuje promatrani skup podataka. Na (Slika 76) može se uočiti period 1/2013. – 2/2013. rasta protoka od 25 %. Zatim slijedi pad protoka od 45 % za period 2/2013. – 7/2013. Nakon toga slijedi razdoblje 7/2013. – 5/2014. manjih



Slika 76. Polinomski model za maksimalne mjesečne protoke, Vedrine

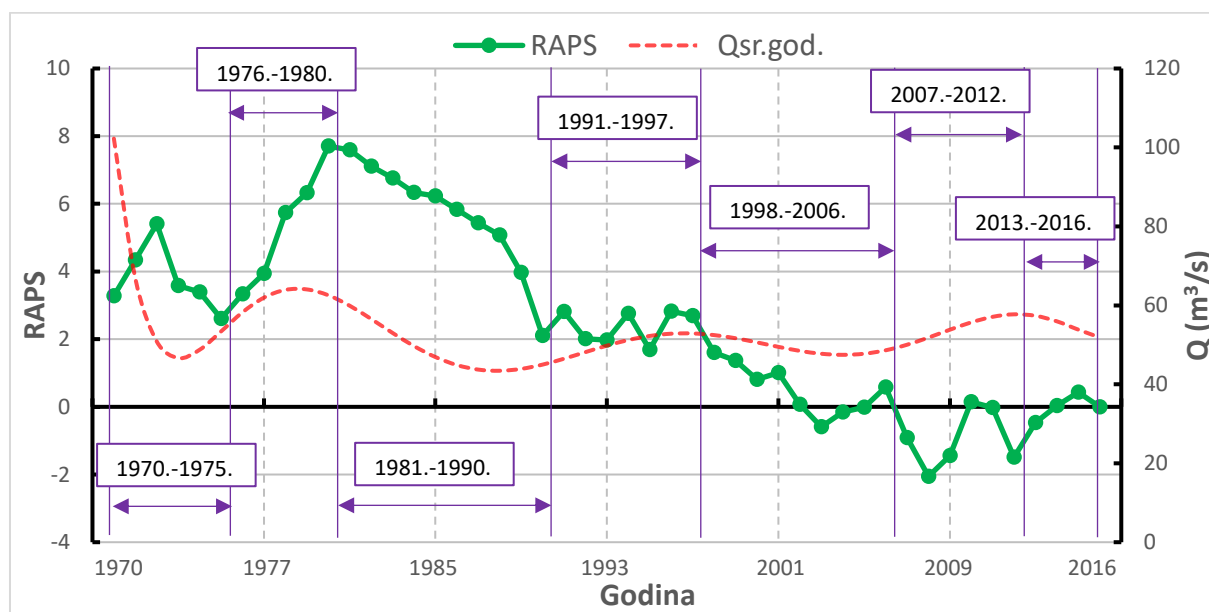
Tablica 25. Parametri polinomskog modela, Vedrine

| | | | | | | | | | | | |
|--------------------|---|----------|----------------|---|----------------------|-----------------|----------|---------|----------------|---|----------------------|
| Jednadžba krivulje | $Y = -1,61E-10x^{10} + 4E-08x^9 - 4,24E-06x^8 + 2,52E-04x^7 - 9,15E-03x^6 + 0,211x^5 - 3,055x^4 + 26,925x^3 - 132,379x^2 + 298,335x - 40,334$ | | | | | | | | | | |
| Nagib krivulje | $Y' = -1,61E-09x^9 + 3,6E-07x^8 - 3,39E-05x^7 + 1,76E-03x^6 - 5,49E-02x^5 + 1,055x^4 - 12,22x^3 + 80,775x^2 - 264,758x + 298,335$ | | | | | | | | | | |
| r | r² | | σ | | | n | | | | | |
| 0,682 | 0,464 | | 32,123 | | | 48 | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| Koeficijenti | | Skoef | z _n | | Z _{(1-α)/2} | Koeficijenti | | Skoef | z _n | | Z _{(1-α)/2} |
| a ₁ | -1,61E-10 | 6,58E-11 | 2,45 | > | 1,96 | a ₇ | -3,055 | 1,208 | 2,53 | > | 1,96 |
| a ₂ | 4,00E-08 | 1,61E-08 | 2,48 | > | 1,96 | a ₈ | 26,925 | 10,685 | 2,52 | > | 1,96 |
| a ₃ | -4,24E-06 | 1,70E-06 | 2,50 | > | 1,96 | a ₉ | -132,379 | 53,410 | 2,48 | > | 1,96 |
| a ₄ | 2,52E-04 | 1,00E-04 | 2,52 | > | 1,96 | a ₁₀ | 298,335 | 129,759 | 2,30 | > | 1,96 |
| a ₅ | -9,15E-03 | 3,62E-03 | 2,53 | > | 1,96 | r | 0,856 | 0,108 | 6,14 | > | 1,96 |
| a ₆ | 0,211 | 8,32E-02 | 2,53 | > | 1,96 | | | | | | |

oscilacija pri čemu je 7/2013. -12/2013. prisutan rast protoka od 12 % te 12/2013. - 5/2014. pad protoka od 7 %. U periodu 5/2014. – 12/2014. prisutan je rast protoka od 25 % te 5/2014. – 8/2015. pad protoka od 33 %. Rast protoka od 18 % prisutan je u razdoblju 8/2015. – 2/2016. nako čega slijedi period 2/2016. – 8/2016. pada protoka od 55 %. Zatim u razdoblju 8/2016. – 11/2016. prisutan je rast protoka od 40 %. Za period 11/2016. – 12/2016. model ne prikazuje znatne oscilacije protoka. Iz navedenog se može zaključiti kako model maksimalnih mjesečnih protoka u većoj mjeri prati oscilacije modela minimalnih i srednjih mjesečnih protoka za vodomjernu postaju Vedrine.

4.4. Metoda RAPS

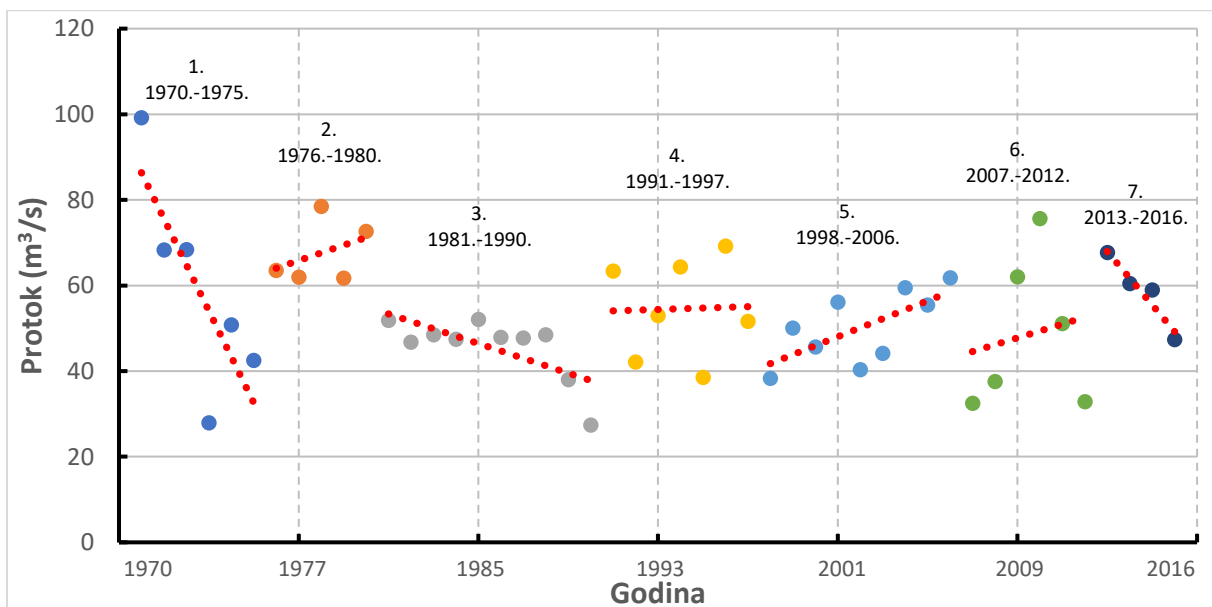
Nakon izvršene analize pomoću metoda Linearne i Nelinearne regresije, polinomski model prikazao je određene periode pada i rasta protoka. U svrhu provjere rezultata izvršena je analiza pomoću metode RAPS. Za analizu su korišteni srednji godišnji protoci za razdoblje 1970. – 2016. za vodomjernu postaju Han. Vrijednost RAPS koeficijenta proračunata je prema izrazu (30). Rezultati metode ukazali su na određena podrazdoblja naglih promjena protoka



Slika 77. RAPS metoda za srednje godišnje protoke, vodomjerna postaja Han

te podrazdoblja sličnih karakteristika. Dobiveni rezultati prikazani su na (Slika 77). Uz RAPS vrijednosti prikazana je i linija trenda za polinomski model srednjih godišnjih protoka za vodomjernu postaju Han (Slika 64). Na osnovu RAPS krivulje vremenska serija je podijeljena na više podrazdoblja sa svojstvenim karakteristikama. Uz prikaz linije trenda mogu se usporediti dobiveni rezultati pomoću metode nelinearne regresije i metode RAPS. Prema (Slika 77) vremenska serija je podijeljena na 7 podrazdoblja. To su: 1970. - 1975., 1975. - 1980., 1980. - 1990., 1990. - 1997., 1997. - 2006., 2006. - 2012. i 2012. - 2016. Na osnovu podjele može se uočiti kako se linija trenda polinomskog modela većim dijelom može opisati RAPS krivuljom. U podrazdobljima 1970. – 1975., 1980. - 1990., 1997. - 2006. i 2012. – 2016. linija trenda prikazuje pad protoka dok u podrazdobljima 1975. – 1980., 1990. - 1997. i 2006. - 2012. linija trenda prikazuje rast protoka.

Za daljnju analizu, kako bi se dobio bolji uvid o podacima, za svako podrazdoblje izrađen je linearni regresijski model. Linije trenda su prikazane crvenom isprekidanom bojom dok su srednji godišnji protoci prikazani točkama različitih boja za određeno podrazdoblje (Slika 78). U (Tablica 26) prikazani su parametri modela te rezultati analize valjanosti pojedinog modela. Iz dobivenih rezultata može se zaključiti kako linearni model ne opisuje skup podataka za



Slika 78. Linearni model za sedam podrazdoblja za srednje godišnje protoke, Han

2., 4. i 6. podrazdoblje, odnosno vrijednosti test statistika z_n su manje od granične vrijednosti $Z_{(1-\alpha)/2}$ pri razini značajnosti $\alpha=5\%$. Za ostala podrazdoblja model prikazuje prisutnost trenda. Za razdoblje 1970. – 1975. model prikazuje pad protoka od 63 % te za period 1981. – 1990. pad od 28 %.

Tablica 26. Parametri linearnog modela za sedam razdoblja, Han

| Br. | Razdoblje | Jednadžba pravca | r | r ² | n | a | | | r | | |
|-----|-----------|-------------------------|-------|----------------|----|----------------|---|----------------------|----------------|---|----------------------|
| | | | | | | z _n | | Z _{(1-α)/2} | z _n | | Z _{(1-α)/2} |
| 1. | 70.-75. | $y = -10,753x + 97,105$ | 0,809 | 0,654 | 6 | 2,75 | > | 1,96 | 2,75 | > | 1,96 |
| 2. | 76.-80. | $y = 1,793x + 51,475$ | 0,376 | 0,141 | 5 | 0,703 | < | 1,96 | 0,703 | < | 1,96 |
| 3. | 81.-90. | $y = -1,727x + 74,078$ | 0,7 | 0,49 | 10 | 2,77 | > | 1,96 | 2,77 | > | 1,96 |
| 4. | 91.-97. | $y = 2,404x + 50,45$ | 0,036 | 0,001 | 7 | 0,07 | < | 1,96 | 0,07 | < | 1,96 |
| 5. | 98.-06. | $y = 2,096x - 19,053$ | 0,675 | 0,455 | 9 | 2,42 | > | 1,96 | 2,42 | > | 1,96 |
| 6. | 07.-12. | $y = 1,605x - 16,431$ | 0,171 | 0,03 | 6 | 0,35 | < | 1,96 | 0,35 | < | 1,96 |
| 7. | 13.-16. | $y = -6,235x + 342,318$ | 0,958 | 0,918 | 4 | 4,75 | > | 1,96 | 4,75 | > | 1,96 |

Za razdoblje 1998. - 2006. prikazan je rast protoka od 30 % te za period 2013. – 2016. pad od 30 %. Nevaljalost modela za 2., 4. i 6. podrazdoblje može se objasniti velikom varijabilnošću malog broja podataka. Time je dobiven vrlo nizak koeficijent korelacije te model nije prikazao prisutnost statistički značajnog trend. Vrlo sličan pad protoka kao i polinomski model (Slika 64) daju 1., 3. i 7. podrazdoblje. Za 5. podrazdoblje model daje različite rezultate od polinomskog modela. Linearni model za razdoblje određeno RAPS krivuljom prikazuje rast protoka dok polinomski model prikazuje blagi pad protoka.

5. ZAKLJUČAK

Na temelju provedene analize pomoću odabrane tri metode mogu se usporediti dobiveni rezultati. Mann-Kendall trend test je pokazao postojanost padajućeg trenda za razdoblje 1970.-2016. za vodomjernu postaju Han (Tablica 5), kao i za 2013.-2016. za vodomjernu postaju Vedrine (Tablica 7). Prednost Mann-Kendall testa je što uzima u obzir sezonski karakter podataka koji kod regresijskih metoda znatno utječe na analizu trenda. Ipak regresijske metode su dale detaljniji uvid u ponašanje protoka kroz promatrani period. Linearni modeli za vodomjernu postaju Han također su prikazali padajući trend, odnosno pad protoka od 17 % za promatrano razdoblje (Slika 59, Slika 61, Slika 63). Iako je koeficijent korelacije vrlo nizak za model srednjih dnevnih protoka ($r=0,075$), postignut je znatno veći koeficijent za srednje godišnje protoke ($r=0,191$). S obzirom da oba modela prikazuju padajući trend može se zaključiti kako je za skup podataka o protocima za razdoblje 1970.-2016., prikupljenih na vodomjernoj postaji Han, prisutan padajući trend. Na padajući trend znatno su utjecale veće vrijednost protoka za 1970. godinu u odnosu na ostale godine. Ta činjenica se može objasniti izgradnjom akumulacije Buško blatko 1974. godine čime je smanjen dotok vode s tog područja. S obzirom da nije bilo većih zahvata uzvodno od vodomjerne postaje Han, osim akumulacije Buško blato, na padajući trend vjerojatno su utjecale i klimatske promjene. Polinomski modeli prikazali su određena razdoblja pada i rasta protoka. Rezultati su pokazali slična razdoblja kao i RAPS metoda što ukazuje na točnost analize. S obzirom na provedenu analizu bitna su razdoblja 1970.-1973. gdje je prikazan znatan pad protoka uslijed izgradnje akumulacije Buško blatko (Slika 60, Slika 62, Slika 64), te 2013.-2016. gdje je također prikazan pad protoka (Slika 60). Zadnji period je bitan radi usporedbe rezultata s vodomjernom postajom Vedrine. Iako se ona nalazi nizvodno od vodomjerne postaje Han, između njih nema znatnih pritoka ili ponora. Time se može zaključiti kako bi obje postaje trebale davati slične rezultate. To se pokazalo analizom podataka s vodomjerne postaja Vedrine za razdoblje 2013.-2016. gdje je linearni model prikazao pad protoka od 53 % (Slika 69, Slika 71).

6. LITERATURA

- B.Vrdoljak, P. d. (2007). *Vjerojatnost i statistika*. Split: GRADST.
- Bonacci, O. (2010). Analiza nizova srednjih godišnjih temperatura zraka u Hrvatskoj. *Građevinar* 62 .
- Bradanović, S. I. (2015). *Vjerojatnost i statistika - predavanja*.
- DHMZ. (7. 10 2014). Dohvaćeno iz Državni hidrometeorološki zavod: <http://meteo.hr/>
- Dunn, P. F. (2005). *Measurement and data analysis for engineering and science*. New York.
- Freedman, D. A. (2005). *Statistical Models: Theory and Practice*. Cambridge .
- Friendly, M. (19. 8 2002). Corrgrams: Exploratory displays for correlation matrices. *The American Statistician*.
- Gilbert, R. O. (1987). *Statistical Methods for Environmental Pollution Monitoring*. New York.
- Hrvatske vode, I. G. (Prosinac 2008). Vodoopskrbni plan Splitsko-dalmatinske županije. Split, Hrvatska.
- Ilakovac, V. (2009). Testiranje statističkih hipoteza i neke zamke. *Biochemia Medica*.
- Kottegoda, N. T. (1980). *Stochastic Water Resources Technology*. Birmingham.
- Magdalenić, A. (1971). Hidrogeologija sliva Cetine. *Krš Jugoslavije*, str. 112-125.
- Petra, C. G. (2012). *Confidence Intervals*.
- Ross, S. M. (2007). *Introduction to probability models*. Berkely, California: Elsevier Inc.
- Žugaj, R. (2. Lipanj 2011). Krivulje trajanja protoka. *Građevinar* 63, str. 1061-1067.