

# Modelska analiza za predviđanje ponašanja AB grede

---

Jažić, Marijan

Master's thesis / Diplomski rad

2015

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:*

**University of Split, Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy / Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:123:723104>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-27**



*Repository / Repozitorij:*

[FCEAG Repository - Repository of the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy, University of Split](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

# **DIPLOMSKI RAD**

**Marijan Jažić**

**Split, 2015.**

**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

**Marijan Jažić**

**Modelska analiza za predviđanje ponašanja ab grede**

**Diplomski rad**

**Split, 2015.**

*Zahvaljujem mentoru prof. dr. sc. Pavlu Maroviću na stručnoj pomoći i suradnji tijekom izrade ovog diplomskog rada. Zahvaljujem svim kolegama koji su mi bili podrška tijekom studiranja.*

*Ovaj diplomski rad posvećujem svojoj obitelji.*

*Hvala vam na podršci i potpori tijekom studiranja.*

**SVEUČILIŠTE U SPLITU  
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

STUDIJ: **DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ GRAĐEVINARSTVA**  
KANDIDAT: **Marijan Jažić**  
BROJ INDEKSA: **490**  
KATEDRA: **Katedra za otpornost materijala i ispitivanje konstrukcija**  
PREDMET: **Ispitivanje konstrukcija**

**ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD**

Tema: **Modelska analiza za predviđanje ponašanja ab grede**

Opis zadatka: Za prostu gredu, sastavljenu od 5 elemenata dimenzija 105 x 10 x 1,9 cm izrezanih iz ploče od medijapana i zalijepljenih epoksi smolom, raspona cca 1 m, treba pretpostaviti da je model jedne uobičajene armirano betonske grede. Za tako pretpostavljeni odnos prototip-model, treba izvršiti modelsku analizu. Drvenu gredu – model, treba eksperimentalno ispitati i izvršiti numeričku analizu. Prototip – armirano betonsku gredu, treba numerički analizirati. Temeljem odnosa dobivenih iz modelske analize, treba izvršiti usporedbu dobivenih rezultata ispitivanja i analize modela i prototipa. Numeričku analizu provesti računalnim programom SCIA. Eksperimentalnu analizu provesti u laboratoriju korištenjem raspoložive opreme. Dobivene rezultate usporediti i odgovarajuće komentirati.

U Splitu, 23. ožujka, 2015.

Voditelj Diplomskog rada:

Prof. dr. sc. Pavao Marović

Predsjednik Povjerenstva  
za završne i diplomske ispite:

Prof.dr.sc. Ivica Boko

## **Modelska analiza za predviđanje ponašanja ab grede**

### ***Sažetak:***

U ovom diplomskom radu izvršena je numerička i eksperimentalna analiza modela s ciljem predviđanja ponašanja ab grede. Model ab grede je sastavljen od lijepljenih ploča medijapana. Numerička analiza je provedena pomoću računalnog programa Scia Engineer 2014. Eksperimentalna analiza modela je provedena u laboratoriju na gredama duljina 105 cm, širine 10 cm i visine 9,5 cm. Na kraju su iskazani određeni zaključci odnosno pokazano je kako se istraživanjem ponašanja modela može predvidjeti ponašanje stvarne konstrukcije.

### ***Ključne riječi:***

Progib, armirano betonska greda, lijepljeni drveni nosač, numerička analiza, eksperimentalna ispitivanja.

## **Model analysis for predicting the behaviour of reinforced concrete beam**

### ***Abstract:***

This diploma project deals with numerical and experimental analysis of model in order to predict behaviour of reinforced concrete beam. Model of the reinforced concrete beam is made of laminated board MDF. Numerical analysis is carried out by a computer program Scia Engineer 2014. Experimental model analysis was conducted in the laboratory on the beams of dimensions: length 105 cm, width 10 cm, height 9,5 cm. Finally, adequate conclusions are drawn.

### ***Keywords:***

Deflection, reinforced concrete beam, glued wooden girder, numerical analysis, experimental test.

# Sadržaj

<b>1. UVOD .....</b>	<b>1</b>
1.1. Općenito o ispitivanju konstrukcija .....	1
1.2. Sažeti prikaz rada .....	5
<b>2. OSNOVNE KARAKTERISTIKE MODELSKOG ISPITIVANJA .....</b>	<b>6</b>
2.1. Općenito o modelskoj analizi konstrukcija .....	6
2.2. Zakoni modelske sličnosti .....	9
2.3. Određivanje mjerila .....	13
2.4. Određivanje prototipa .....	16
2.4.1. Pretkazivanje veličina za prototip .....	16
2.4.2. Mjerilo krutosti .....	17
<b>3. NUMERIČKA ANALIZA I USPOREDBA REZULTATA MODELA I PROTOTIPA .....</b>	<b>19</b>
3.1. Općenito o numeričkoj analizi nosača .....	19
3.2. Modeliranje nosača pomoću računala .....	19
3.2.1. Rubni uvjeti .....	19
3.2.2. Materijalne i geometrijske karakteristike .....	20
3.2.3. Opterećenje nosača .....	22
3.3. Rezultati numeričke analize .....	24
3.3.1. Rezultati numeričke analize modela .....	24
3.3.2. Rezultati numeričke analize prototipa .....	26
3.4. Usporedba rezultata numeričke analize pomaka modela i prototipa .....	28

<b>4. EKSPERIMENTALNA ANALIZA NOSAČA I USPOREDBA REZULTATA NUMERIČKE I EKSPERIMENTALNE ANALIZE MODELA .....</b>	<b>30</b>
4.1. Općenito o eksperimentalnoj analizi modela .....	30
4.2. Priprema za ispitivanje modela u laboratoriju i opis mjerne opreme .....	32
4.2.1. Simulacija rubnih uvjeta, postavljanje nosača i uređaja za mjerenje pomaka .....	32
4.2.2. Uređaj za ispitivanje .....	34
4.2.3. Instrumenti za mjerenje pomaka .....	35
4.3. Ispitivanje modela .....	39
4.3.1. Ispitivanje modela grede G-1 .....	39
4.3.2. Ispitivanje modela grede G-2 .....	41
4.4. Rezultati ispitivanja modela grede G-1 i grede G-2 .....	43
4.4.1. Rezultati ispitivanja modela grede G-1 .....	43
4.4.2. Rezultati ispitivanja modela grede G-2 .....	44
4.4.3. Usporedba rezultata pomaka eksperimentalnog ispitivanja modela grede G-1 i G-2 .....	46
4.5. Usporedba rezultata pomaka numeričke i eksperimentalne analize modela .....	48
<b>5. ZAKLJUČAK .....</b>	<b>52</b>
<b>6. LITERATURA .....</b>	<b>54</b>



# 1. UVOD

## 1.1. Općenito o ispitivanju konstrukcija

Ispitivanje konstrukcija je znanstvena disciplina koja se bavi utvrđivanjem ponašanja konstrukcija pri različitim djelovanjima, a temeljena je na nizu postupaka. Djelovanja na konstrukciju možemo podijeliti u dvije skupine [1]:

- fizikalna (mehanička) djelovanja (opterećenja vlastitom težinom, uporabna opterećenja, te izvanredna djelovanja kao što su: potres, požar, udar, itd.)
- kemijska djelovanja (korozija, agresija plinova, agresija kemikalija, itd.).

Cilj ispitivanja konstrukcija je potvrda teorijskih pretpostavki o ponašanju konstrukcije odnosno elemenata konstrukcije. Proračunske metode koje su temeljene na određenim pretpostavkama često puta nisu dovoljno dobre da bi mogle u svim elementima prikazati stvarno ponašanje konstrukcije/elementa kao što su npr. pretpostavke o čvrstoći materijala, linearna veza sila – deformacija, itd.

Pomoću ispitivanja konstrukcija/elementa potvrđujemo ili osporavamo teorijske pretpostavke koje su uzete u obzir pri projektiranju i proračunu konstrukcije, utvrđujemo ponašanje materijala koji se prvi put koriste, provjeravamo ponašanje novih konstruktivnih rješenja, provjeramo kvalitetu ugrađenih materijala i izvedenih radova, provjeramo postojeće stare, oštećene ili obnovljene konstrukcije, te utvrđujemo je su li one prikladne za daljnju uporabu. Često puta pomoću ispitivanja dolazimo do racionalnijih konstrukcijskih rješenja, koja teorijskim putem nije moguće dobiti, te ovim putem možemo otkriti slabosti i nedostatke pojedine konstrukcije. Načini na koje možemo ispitivati konstrukcije i kriteriji ocjenjivanja, određeni su normama.

Prije samog početka ispitivanja, potrebno je detaljno isplanirati tijek ispitivanja i definirati što se sve mjeri, izvršiti prethodni pregled konstrukcije, pregledati i pripremiti potrebnu projektnu dokumentaciju, osigurati opterećenje, mjerne instrumente, pomoćno osoblje i povoljne uvjete rada. Za vrijeme ispitivanja treba poduzeti sve mjere sigurnosti, kontrolirati rezultate mjerenja, a na kraju ispitivanja se sastavi izvještaj i daje se konačna ocjena o ponašanju konstrukcije pri određenom opterećenju.

U slučajevima kada se zbog složenosti problema javljaju teškoće pri teorijskoj analizi konstrukcije, veliki značaj imaju eksperimenti. Eksperimentalno ispitivanje i analiza se može izvoditi na izvornim konstrukcijama (prototipima), elementima konstrukcija ili na modelu. Kod ispitivanja izvornih konstrukcija, ispitivanje konstrukcije se provodi u pravoj veličini, a ako se radi o serijskoj proizvodnji tada se govori o ispitivanju prototipa. Ova ispitivanja se vrše na gradilištu, proizvodnom pogonu ili u laboratoriju gdje su često puta ograničenja koja prvenstveno ovise o dimenzijama laboratorija ili konstrukcije. Ispitivanja ovog tipa su skupa, pa se rijetko provode. Modelska ispitivanja se provode samo u laboratoriju, na modelu konstrukcije ili modelu elementa konstrukcije.

Eksperimentalnim ispitivanjem i analizom rezultata dolazimo do realnih stanja u kojima se konstrukcija ili element konstrukcije ponaša u smislu nosivosti i stabilnosti konstrukcije ili elementa te se dobivaju podaci koji su potrebni za ocjenu konstrukcije/elementa.

Ovisno o brzini nanošenja opterećenja kojom možemo djelovati na konstrukciju, postoje statička i dinamička ispitivanja [1].

Statičkim ispitivanjem konstrukcije (Fotografija 1.1) ili elementa konstrukcije opterećenje se nanosi polagano, kako se ne bi aktivirale inercijalne sile u konstrukciji. Prilikom ovog ispitivanja nastaju pomaci i deformacije malih veličina, te se mjere preciznim i osjetljivim instrumentima. Osim pomaka i deformacija mogu se definirati i drugi parametri kao što su granica loma ili parametri graničnih čvrstoća. Ovisno o značaju ispitivanja i raspoloživoj mjernoj opremi definiraju se parametri koji će se ispitivati. Statička opterećenja konstrukcije mogu biti razni elementi poznate mase (blokovi, opeke, betonske ploče), zatim vreće pijeska, cementa, opterećenja vozilima, itd. Prije samog početka ispitivanja potrebno je napraviti teorijsku analizu:

- odrediti položaj opterećenja
- odrediti optimalan položaj mjernih mjesta
- odrediti teorijske veličine parametara koji će biti mjereni tijekom ispitivanja.

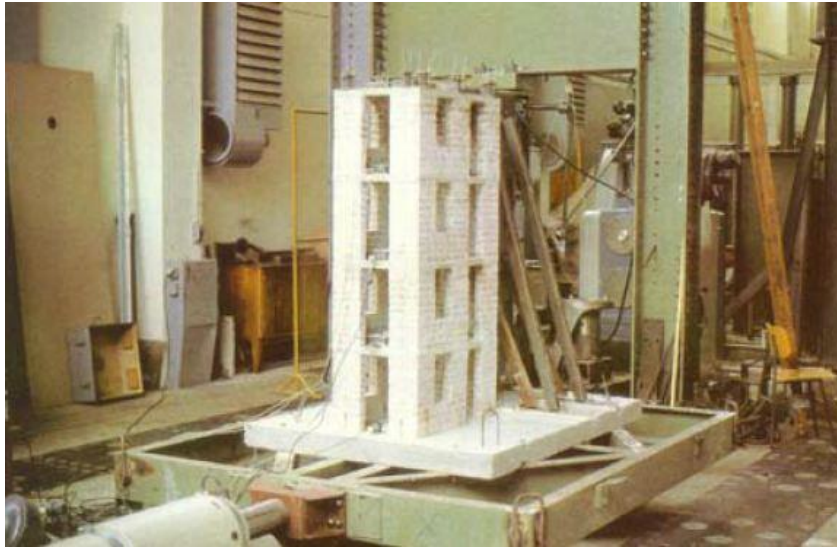


**Fotografija 1.1:** Statičko ispitivanje rešetkaste konstrukcije sportske dvorane

Kod dinamičkog ispitivanja konstrukcija (Fotografija 1.2) ili elemenata konstrukcije opterećenje se nanosi naglo kako bi se aktivirale inercijalne sile koje uzrokuju dinamičke pomake i deformacije koje ovise o vremenu. Dinamičko ispitivanje se provodi u cilju da bi se utvrdila dinamička svojstva konstrukcije. Dinamička djelovanja kojima možemo djelovati na konstrukciju su: udar, eksplozija, potres, vjetar, itd.

Ponašanje konstrukcije/elementa pri dinamičkom ispitivanju ovisi o:

- intenzitetu dinamičkog opterećenja
- promjeni opterećenja tijekom vremena
- mjestu (položaju) djelovanja opterećenja
- fizikalnim svojstvima materijala konstrukcije.



**Fotografija 1.2:** Dinamičko ispitivanje modela zgrade na potresnoj platformi

Kako je u stvarnosti konstrukcija izložena i statičkim i dinamičkim djelovanjima, potrebno je ispitivanje provesti za obje vrste djelovanja.

Postoje dva razloga ispitivanja konstrukcija, a to su *redoviti razlozi* i *posebni razlozi* [1].

*Redoviti razlozi* ispitivanja konstrukcija:

- provjera usklađenosti proračuna konstrukcije s ponašanjem izvedene konstrukcije
- provjera kakvoće izvedenih radova u odnosu na projektom predviđenu kakvoću radova
- utvrđivanje nosivosti
- utvrđivanje uporabljivosti.

*Posebni razlozi* ispitivanja konstrukcija:

- inovativni materijali nepoznatog ponašanja
- nova konstruktivna rješenja
- projektiranje utemeljeno na ispitivanju
- rekonstruiranje konstrukcije
- konstrukcije s nedovoljno podataka.

## 1.2. Sažeti prikaz rada

U ovom diplomskom radu izvršit ćemo numeričku i eksperimentalnu analizu modela s ciljem predviđanja ponašanja stvarne ab grede. Statički sustav grede je prosta greda, odnosno nosač preko jednog polja. U smislu materijala nosač je homogen. Ispitivat će se sila koja je potrebna da se prekorači čvrstoća materijala i dođe do sloma grede. Usporedba ove sile je izvršena numeričkom i eksperimentalnom analizom.

Model greda od medijapana je zapravo nosač sastavljen od lijepljenih ploča medijapana. Svaka zasebna ploča je duljine 105 cm, širine 10 cm i visine 1,9 cm. Ukupno ima 5 ploča što znači da su poprečne dimenzije greda 10/9,5 cm, a duljina ovog nosača je 105 cm. Osni razmak između mjesta oslanjanja odnosno ležajeva iznosi 94 cm.

Za prototip grede je uzeta ab greda klase betona C 35/45. Prototip je duljine 470 cm između osi oslonaca, i poprečnog presjeka 50/48 cm.

Opterećenje nosača je u obliku raspodijeljenog opterećenja duljine 10,5 cm, po sredini uzdužne osi grede. Detaljni opisi analiza i prikaz rezultata dati su u nastavku ovog rada.

## 2. OSNOVNE KARAKTERISTIKE MODELSKOG ISPITIVANJA

### 2.1. Općenito o modelskoj analizi konstrukcija

U davna vremena prije razvoja tehnike i raznih proračuna stabilnosti konstrukcija, gradnja konstrukcija je bila utemeljena na načelu pokušaja i pogreške. Ako je gradnja uspjela to je bio temelj za novi napredak, a ako gradnja ne bi uspjela tada bi se povećavale dimenzije konstrukcija, odabirao bi se kvalitetniji materijal, itd.

Znatnim razvojem tehnike, prije svega računala i složenih numeričkih analiza konstrukcija, pomiču se granice složenosti konstrukcija, pa tako dolazimo do novih nepoznatih konstruktivnih sustava. Da bi se moglo procijeniti i odrediti stanje naprezanja i deformacija u konstrukciji/elementu ili njihova nosivost, potrebno je koristiti eksperimentalne metode. Kao što je već spomenuto u prethodnom uvodu, ispitivanje takvih nepoznatih konstruktivnih rješenja moguće je provesti na modelima raznih veličina ili u zahtijevanim slučajevima moguće je ispitati konstrukciju/element u prirodnoj veličini.

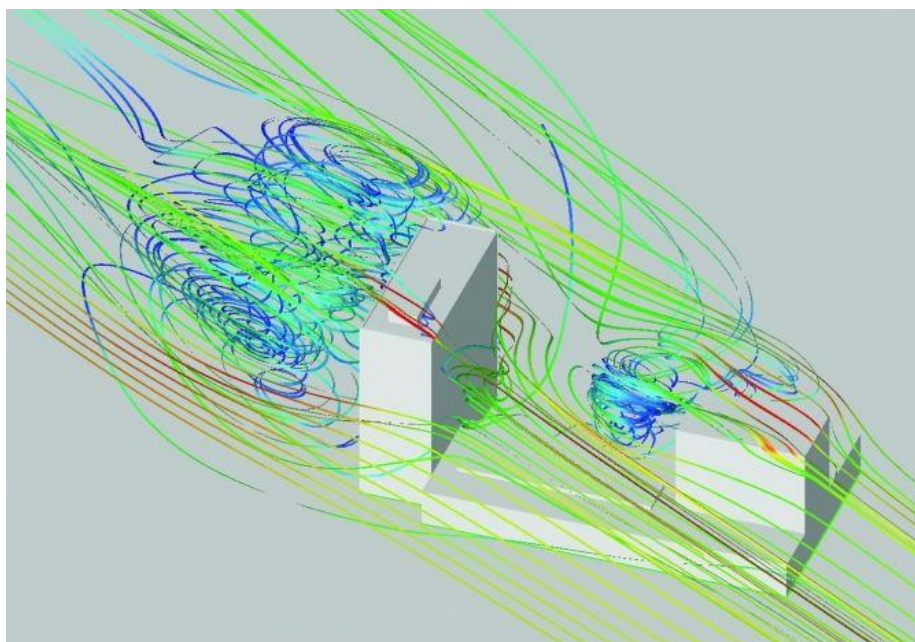
U slučajevima kada imamo objekte koji su od velike važnosti kao što su brane, veliki mostovi, vrlo visoke zgrade (Fotografija 2.1. i Slika 2.1.) i slične konstrukcije, koje su izložene složenim uvjetima opterećenja ili složenim djelovanjima (npr. potresi, vjetar) ispitivanje modela je nezaobilazno. Dakle modelska analiza se koristi kada nismo sigurni u rezultate teorijskog proračuna te iz toga ne možemo predvidjeti odziv konstrukcije/elementa na djelovanja kojima je izložena.

Modelskom analizom odnosno ispitivanjem modela na jednostavniji i brži način dobivamo saznanja o ponašanju konstrukcije, bilo da se radi o mjerenju progiba, deformacija i ostalih traženih veličina. Pomoću određenih mjerila sličnosti koji će biti pokazani u nastavku ovog rada, rezultati s modela mogu se preslikati na prototip konstrukcije/elementa odnosno na pravu konstrukciju/element.

Model konstrukcije/elementa je umanjena konstrukcija/element izveden u takvom mjerilu koje osigurava slično ponašanje modela kao i prave konstrukcije/elementa (prototip), te se na njemu mogu predvidjeti osobine konstrukcije.



**Fotografija 2.1:** Prikaz ispitivanja modela visokih zgrada u vjetrovnom tunelu



**Slika 2.1:** Računalni prikaz optjecanja strujnica oko visokih zgrada u vjetrovnom tunelu

Prototip (stvarna konstrukcija) je fizički sustav ili konstrukcija, za koju se predviđa ponašanje na osnovu ispitivanja modela. Pri tom se mogu predvidjeti veličine deformacija, pomaka te dinamička svojstva i stabilnost promatrane konstrukcije.

Modelsko ispitivanje služi za utvrđivanje stanja deformacija (zbog određivanja naprezanja) i stanja deformiranja (zbog određivanja pomaka) stvarne konstrukcije. Modelskim ispitivanjem se promatra stvarni fizikalni model koji u idealnom slučaju u svemu odgovara stvarnoj konstrukciji. Uz poznate uvjete oslanjanja dobivamo podatke o ponašanju stvarne konstrukcije za uporabno opterećenje te za granična stanja nosivosti i uporabljivosti za koje je konstrukcija predviđena, kao i stvarna slika sloma konstrukcije.

Modelska ispitivanja se provode ako:

- na prototipu se ne može provesti ispitivanje
- na prototipu je provedba mjerenja skupa i opasna
- prototip je još u fazi projektiranja
- na prototipu su mjerenja neponovljiva.

Prednosti modelskih ispitivanja su ta da model ne mora biti idealna kopija prototipa (dopuštena su mala odstupanja), te kod modelskog ispitivanja mjere se samo one fizikalne veličine koje su prethodno određene.

Brojčane vrijednosti izmjerenih veličina, uslijed istih fizikalnih pojava koje se događaju na modelu, a zatim i na prototipu, razlikovati će se zbog različite veličine prototipa i modela. Potrebno je definirati omjere geometrijske sličnosti modela i prototipa. Te omjere nazivamo omjeri sličnosti ili koeficijenti sličnosti ili mjerila prijenosa.



## 2.2. Zakoni modelske sličnosti

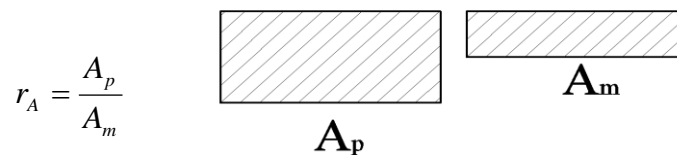
Pravila za projektiranje, izradu, provođenje ispitivanja i interpretaciju rezultata ispitivanja modela na temelju kojih će se vršiti predviđanje ponašanja prototipa određuje zakon sličnosti. Zakonima sličnosti odnosno određenim mjerilima sličnosti, brojčane podatke dobivene na modelu prenosimo na stvarnu konstrukciju koju nazivamo prototip, jer je cilj modelskog ispitivanja donijeti zaključke o ponašanju stvarne konstrukcije.

Postoje tri uvjeta sličnosti na temelju kojeg se vrši modeliranje [1]:

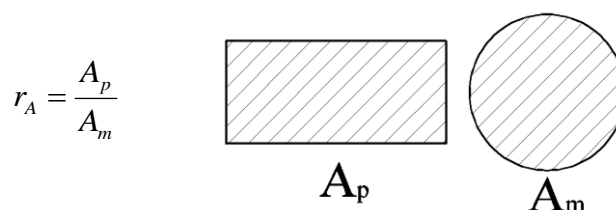
- 1) *geometrijska* – označava sličnost oblika te se koristi kod problema uspoređivanja
- 2) *fizikalna* – sličnost kretanja, koristi se u studijima ponašanja i funkcioniranja sustava
- 3) *matematička* – koristi se za matematička rješavanja fizikalnih problema.

Sličnost još može biti:

- 1) *stroga sličnost* – sve dimenzije modela su u istom mjerilu kao i kod prototipa:



- 2) *djelomična sličnost* – sve dimenzije nisu u istom omjeru:



- 3) *izobličena sličnost* – uvjeti sličnosti nisu ispunjeni (geometrija, opterećenje, itd.).

Prilikom modeliranja geometrijskih (fizičkih) sličnosti potrebno je definirati omjere koji prikazuju odnos određenih veličina kod prototipa i kod modela. Npr. kod zadovoljavanja geometrijske sličnosti u hidraulici često nije dovoljno da postoji sličnost oblika već i hrapavost površina treba biti u odgovarajućem mjerilu.

Prema općoj formulaciji dolazimo do izraza da je nova veličina „ $r_a$ “ jednaka:

$$r_a = \frac{a_m}{a_p} \quad a_m - \text{veličina na modelu, } a_p - \text{veličina na prototipu}$$

Veličine mogu biti *osnovne* kao što su dužina (L), masa (m), vrijeme (t) i sila (F) ili mogu biti *izvedene* kao što su npr. površina (A), volumen (V), brzina (v) itd.

Izvedene veličine možemo prikazati prirodnim zakonima ili po definiciji kao produkt potencija osnovnih veličina.

Osnovna mjerila za strogu sličnost između modela i prototipa su:

1) mjerilo dužina:  $r_L = \frac{L_m}{L_p}$

2) mjerilo sila:  $r_F = \frac{F_m}{F_p}$

3) mjerilo vremena:  $r_t = \frac{t_m}{t_p}$ .

Ispunjenjem više mjerila sličnosti dobivamo novu sličnost:

$r_L = \text{konst.}$    geometrijska sličnost

$r_F = \text{konst.}$    sličnost sila

$r_t = \text{konst.}$    vremenska sličnost

Njihovim kombinacijama dobivamo sljedeće sličnosti:

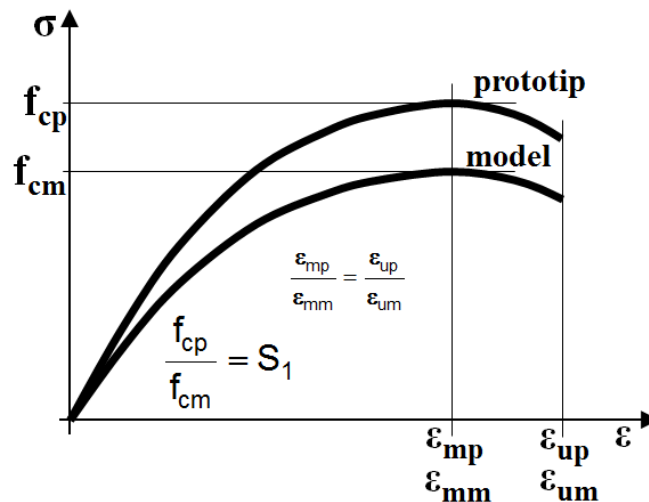
$r_L = \text{konst.}$  i  $r_t = \text{konst.}$    kinematička sličnost

$r_L = \text{konst.}$  i  $r_F = \text{konst.}$    statička sličnost

$r_L = \text{konst.}, r_F = \text{konst.}$  i  $r_t = \text{konst.}$    dinamička sličnost

Zakonima modelske sličnosti određujemo sličnost radnih dijagrama  $\sigma$ - $\epsilon$  između modela i prototipa. Postoje tri zakona modelske sličnosti, a to su *potpuna*, *opća* i *jednostavna (stroga)* modelska sličnost radnih dijagrama, koje su definirane na slijedeći način [1]:

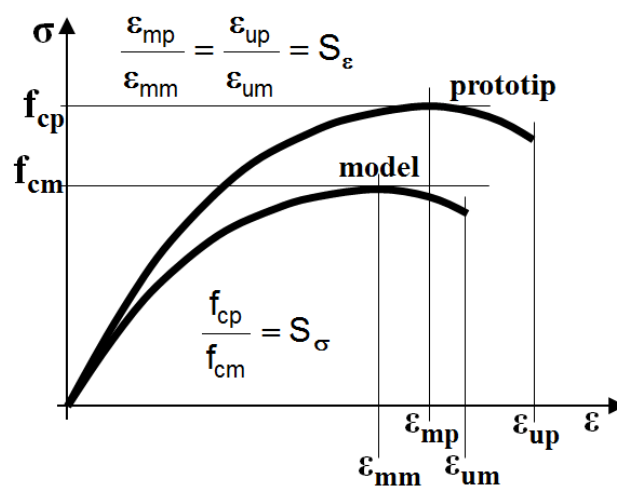
1) potpuna modelska sličnost radnih dijagrama (Graf 2.1)



**Graf 2.1:** Grafički prikaz potpune modelske sličnosti

Kod potpune modelske sličnosti (Graf 2.1) postoji linearna zavisnost između radnih dijagrama prototipa i modela, te je iz grafa vidljivo da najvećem naprezanju  $\sigma$  odgovara ista vrijednost deformacija  $\epsilon$  i na modelu i na prototipu. Množenjem s nekom konstantnom vrijednošću, jedna se zavisnost  $\sigma$ - $\epsilon$  može pretvoriti u drugu. Govori se da su radni dijagrami afine linije.

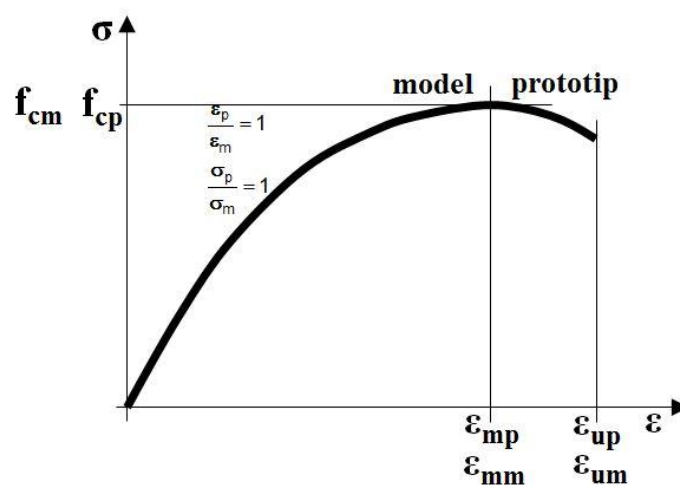
2) opća modelska sličnost radnih dijagrama (Graf. 2.2)



**Graf 2.2:** Grafički prikaz opće modelske sličnosti

Radni dijagrami prototipa i modela kod opće modelske sličnosti (Graf 2.2) razlikuju se u više segmenata: oblikom, nagibom tangente u ishodištu, različitim vrijednostima deformacija  $\varepsilon$  pri kojoj se doseže najveće naprezanje  $\sigma$ . Padajući dijelovi dijagrama se razlikuju te su zbog toga najveće dostignute deformacije modela i prototipa različite. Bitno je istaknuti da kod ove sličnosti nijedna veličina na modelu nema jednake vrijednosti na prototipu, dakle model i prototip se neće ponašati na isti način. Prikaz rezultata je kompliciran.

3) jednostavna (stroga) modelska sličnost radnih dijagrama (Graf 2.3)



**Graf 2.3:** Grafički prikaz jednostavne (stroge) modelske sličnosti

Iz grafičkog prikaza jednostavne sličnosti vidljivo je da imamo identične radne dijagrame modela i prototipa (Graf 2.3), dakle naprežanja i deformacije su jednakog iznosa od ishodišta do sloma. Ovakvu sličnost je moguće postići samo ako se upotrebljava materijal od kojeg je izrađen model, a ima ista svojstva kao i materijal prototipa. Realni ili stvarni modeli su oni modeli koji su izrađeni prema ovakvoj modelskoj sličnosti.

## 2.3. Određivanje mjerila

### Mjerilo materijala

Model armiranobetonske grede je izrađen od medijapana. Medijapan je vrsta drva kojem je modul elastičnosti  $E = 2,500 \text{ N/mm}^2$ , a gustoća materijala je  $\rho = 720 \text{ kg/m}^3$  [2].

Pretpostavlja se da bi prototip grede trebao biti izrađen od betona klase C 35/45 čiji modul elastičnosti iznosi  $E = 34,100 \text{ N/mm}^2$ .

Koeficijent sličnosti dobivamo omjerom modula elastičnosti materijala od kojega je izrađen model i modula elastičnosti materijala od kojega je izrađen prototip, a taj koeficijent iznosi:

$$r_E = \frac{E_m}{E_p} = \frac{E_m}{E_b} = \frac{2500\text{N/mm}^2}{34100\text{N/mm}^2} = 0,073$$

### Mjerilo dužina

Mjerilom dužina potrebno je odrediti odnos između dimenzija modela i dimenzija prototipa. Modelska analiza je napravljena na modelu armiranobetonske grede koji je izrađen od lijepljenih lamela medijapana debljine 1,9 cm (Crtež 2.1). Kako ukupan broj lamela iznosi pet komada, ukupna visina modela je  $h = 9,5 \text{ cm}$ , dok širina iznosi  $b = 10 \text{ cm}$ . Dužina modela armiranobetonske grede je 105 cm, s tim da dužina između osi krajnjih ležajeva iznosi 94 cm.

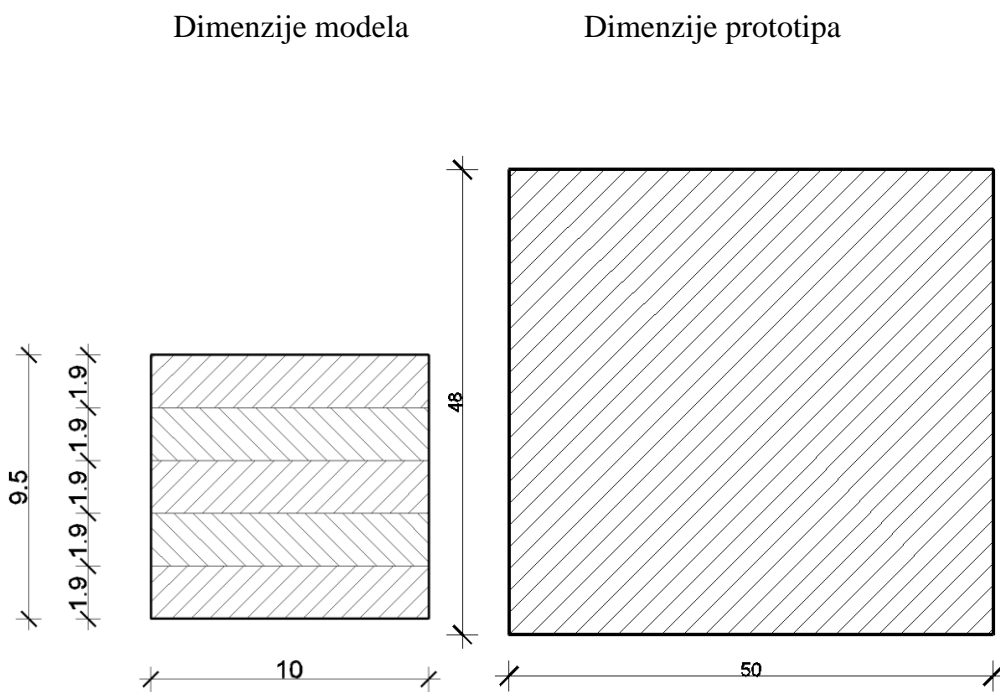
Za izradu prototipa koristimo beton klase C 35/45, te njemu pripadajuće dimenzije pretpostavljamo u odnosu na model (Crtež 2.1).

Statički sustav modela je prosta greda (Crtež 2.2). Odabranim odgovarajućim mjerilom ostvaruje se mogućnost direktnog uspoređivanja statičkih veličina momenata i progiba.

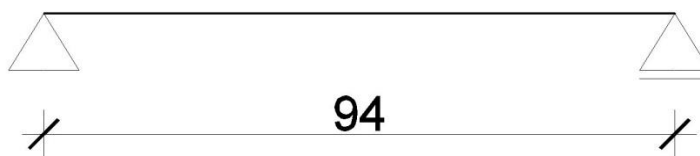
Odnosom između unaprijed zadanih dimenzija modela i pretpostavljenih dimenzija prototipa (Crtež 2.3) dolazimo do osnovnog mjerila dužina, koje iznosi:

$$r_L = \frac{L_m}{L_p} = \frac{94\text{cm}}{470\text{cm}} = 0,2$$

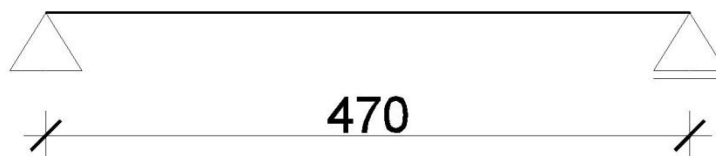
Prema ovom izračunatom mjerilu dužina odabrano mjerilo je 1:5, a odabrana dužina prototipa je 470 cm (Crtež 2.3).



**Crtež 2.1:** Prikaz dimenzija poprečnog presjeka modela i prototipa



**Crtež 2.2:** Prikaz statičkog sustava i dimenzija modela

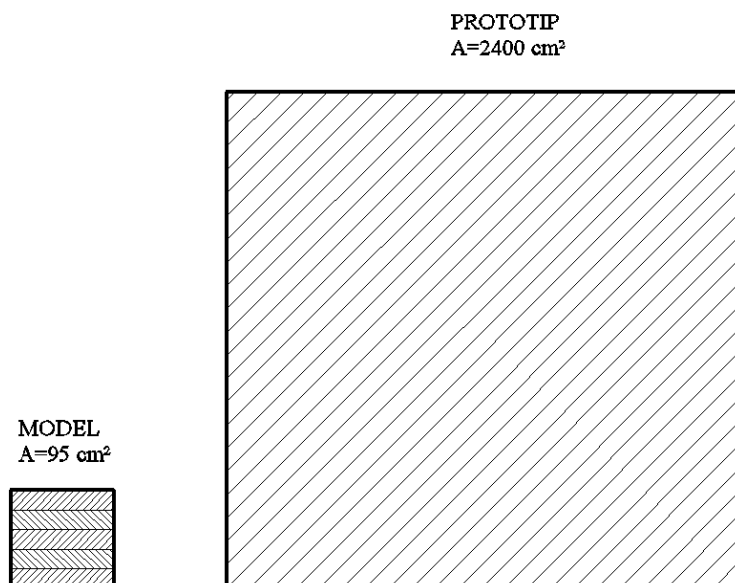


**Crtež 2.3:** Prikaz statičkog sustava i dimenzija prototipa

### Mjerilo površina

Prema već definiranim dimenzijama modela i prototipa, te izračunavajući njihove površine (Crtež 2.4) dolazimo do mjerila površina koje iznosi:

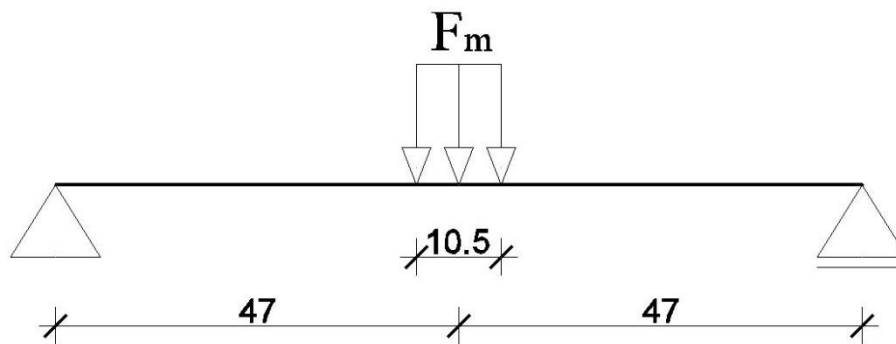
$$r_A = \frac{A_m}{A_p} = \frac{95\text{cm}^2}{2400\text{cm}^2} = 0,039$$



Crtež 2.4: Pripadajuće površine poprečnog presjeka modela i prototipa

### Mjerilo sila

Prilikom određivanja mjerila sila za prototip korišteno je opterećenje na modelu od 2 kN odnosno 200 kg. Opterećenje je postavljeno u obliku raspodijeljenog opterećenja dužine 10,5 cm u sredini uzdužne osi grede (Crtež 2.5), te se nanosilo u koracima od po 2 kN sve do sloma. Kako nam je veličina progiba direktno vezana za veličinu momenta, odabrano je ono ekvivalentno statičko opterećenje koje nam daje ekvivalentne iznose momenta u sredini raspona.



**Crtež 2.5:** Opterećenje modela za izračun mjerila sila

Korištenjem sile od 2 kN na modelu, dolazimo do mjerila sila koje iznosi:

$$r_F = \frac{F_m}{F_p} = \frac{2 \text{ kN}}{F_p}$$

Iz prethodnog izraza slijedi da izraz za silu na prototipu glasi:

$$F_p = \frac{2 \text{ kN}}{r_F} \text{ kN}$$

## 2.4. Određivanje prototipa

### 2.4.1. Pretkazivanje veličina za prototip

Prilikom određivanja mjerila sila za prototip korišteno je opterećenje na modelu u iznosu od 2 kN.

Za elastičnu statičku konstrukciju uz sličnost dužina i sila, mora biti ispunjen i zahtjev sličnosti stanja naprezanja i deformacija koji je definiran Hooke-ovim zakonom:

$$H_0 = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{EA}$$

Prema tome uvjet sličnosti naprezanja i deformacija prototipa i modela glasi:

$$r_{H_0} = \frac{H_{0m}}{H_{0p}} = 1; \quad \frac{r_F}{r_E r_A} = 1$$



Iz gornjeg izraza dolazimo do mjerila sličnosti sila, koje iznosi:

$$r_F = r_E \cdot r_A = 0,073 \cdot 0,039 = 0,0028$$

Koristeći poznatu veličinu opterećenja na modelu koja iznosi 2 kN, te prethodno određeno mjerilo sličnosti sila, dolazimo do veličine sile na pretpostavljenim dimenzijama prototipa koja iznosi:

$$F_p = \frac{2 \text{ kN}}{r_F} = \frac{2 \text{ kN}}{0,0028} = 714,28 \text{ kN}$$

#### 2.4.2. Mjerilo krutosti

Za već definirane geometrijske karakteristike presjeka modela i pretpostavljene dimenzije prototipa izračunate su pripadajuće krutosti ( $I_m$  - krutost modela,  $I_p$  - krutost prototipa), te je njihovim omjerom definiran koeficijent sličnosti krutosti.

Prema pripadajućim dimenzijama modela dolazimo do izraza za krutost koja iznosi:

$$I_m = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{10 \cdot 9,5^3}{12} = 714,48 \text{ cm}^4$$

dok je za pretpostavljene dimenzije prototipa krutost:

$$I_p = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{50 \cdot 48^3}{12} = 460800 \text{ cm}^4$$

Omjerom krutosti modela i krutosti prototipa izračunat je koeficijent sličnosti krutosti:

$$r_I = \frac{I_m}{I_p} = \frac{714,48 \text{ cm}^4}{460800 \text{ cm}^4} = 0,0015$$

Za kontinuirani gredni nosač pod koncentriranim opterećenjem vrijedi da je odnos progiba prototipa i modela:

$$\frac{u_m}{u_p} = \frac{F_m}{F_p} \frac{L_m^3}{L_p^3} \frac{E_p I_p}{E_m I_m}$$

Iz gore prikazanog omjera svih prethodno definiranih mjerila na modelu i prototipu slijedi da je odnos progiba jednak:

$$\frac{u_m}{u_p} = \frac{r_F r_L^3}{r_E r_I}$$

iz čega slijedi veza između progiba na prototipu i progiba na modelu:

$$u_p = u_m \frac{r_E r_I}{r_F r_L^3} = u_m \cdot \frac{0,073 \cdot 0,0015}{0,0028 \cdot 0,2^3} = 4,889 \cdot u_m$$

Iz gore izračunatog omjera omogućena je direktna usporedba dvaju mjerenih progiba. Izmjereni progib na modelu ( $u_m$ ) pomnožen s 4,889, trebao bi dati očekivani progib na prototipu ( $u_p$ ). Koristeći ovaj način mjerenja progiba, te drugih statičkih veličina i njihovim množenjem s odgovarajućim koeficijentima dobivenim iz modelske analize, moguće je predviđanje ponašanja stvarne konstrukcije u stvarnim uvjetima.

### 3. NUMERIČKA ANALIZA I USPOREDBA REZULTATA MODELA I PROTOTIPA

#### 3.1. Općenito o numeričkoj analizi nosača

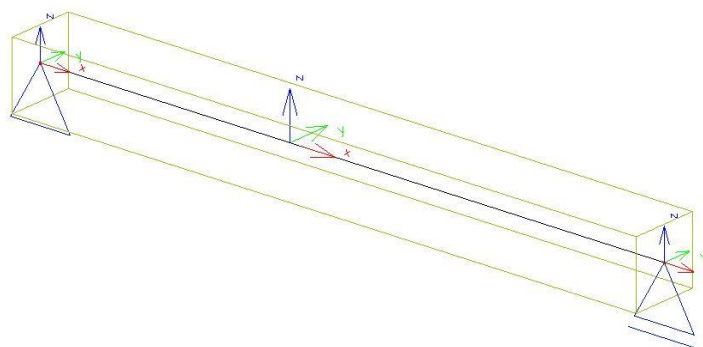
Osnovni cilj numeričkog modeliranja konstrukcije ili elementa konstrukcije je prikazivanje ponašanja numeričkog modela, te njegovo poistovjećivanje s konstrukcijom/elementom u stvarnosti. Kako su rezultati uspješnog modeliranja vidljivi iz dijagrama unutarnjih sila, deformacija i pomaka (progiba), u ovom dijelu rada izvršena je samo numerička usporedba progiba modela ( $u_m$ ) i progiba prototipa ( $u_p$ ). Numerička analiza progiba modela i njena usporedba rezultata s eksperimentalnom analizom progiba modela prikazana je u poglavlju 4.

Numerički proračun modela i prototipa je proveden u računalnom paketu „Scia Engineer 2014“ [4].

#### 3.2. Modeliranje nosača pomoću računala

##### 3.2.1 Rubni uvjeti

Izabrani statički sustav za model i prototip je prosta greda, nosač zglobno oslonjen na krajevima (Crtež 3.1). Kako je već navedeno u poglavlju 2. model je izrađen od medijapana, s rasponom između ležajeva od 94 cm, a prototip istog statičkog sustava izrađen je od betona klase C 35/45 i s rasponom između ležajeva od 470 cm.



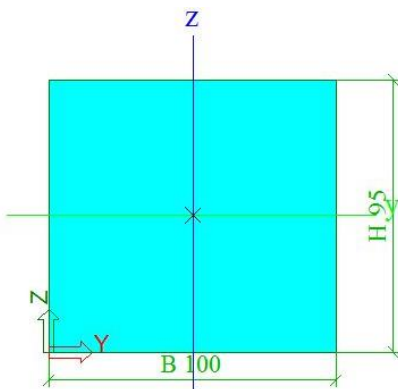
**Crtež 3.1:** Prikaz statičkog sustava modela i prototipa s pripadnim položajem lokalnih osi

### 3.2.2 Materijalne i geometrijske karakteristike

Prilikom modeliranja svojstava modela od medijapana u programskom paketu, uzete su slijedeće vrijednosti [2]:

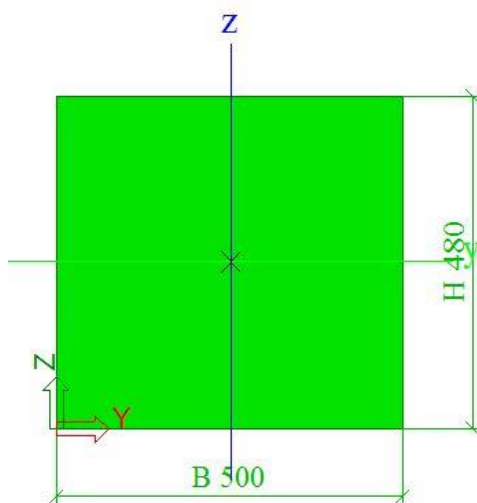
- specifična težina:  $720 \text{ kg/m}^3$
- Youngov modul elastičnosti:  $2,500 \text{ N/mm}^2$
- Poissonov koeficijent:  $0,16$

Ostale materijalne i geometrijske karakteristike materijala modela prikazane su na Slici 3.1, a pripadne karakteristike prototipa prikazane su na Slici 3.2 .



Name	GL24h medijapan
<b>Code independent</b>	
Material type	Timber
Thermal expansion [m/mK]	0,00
Unit mass [kg/m <sup>3</sup> ]	720,0
E modulus [MPa]	2,5000e+03
Poisson coeff.	0,16
Independent G modulus	<input checked="" type="checkbox"/>
G modulus [MPa]	7,2000e+02
Log. decrement (non-uniform damping only)	0,15
Colour	
Specific heat [J/gK]	6,0000e-01
Thermal conductivity [W/mK]	4,5000e-01
<b>ECS</b>	
Bending (fm,k) [MPa]	24,0
Tension (ft,0,k) [MPa]	16,5
Tension (ft,90,k) [MPa]	0,4
Compression (fc,0,k) [MPa]	24,0
Compression (fc,90,k) [MPa]	2,7
Shear (fv,k) [MPa]	2,7
Modulus (E0,05) [MPa]	9400,0
Modulus (E 90 mean) [MPa]	390,0
Type of timber	Glued, laminated

Slika 3.1: Materijalne i geometrijske karakteristike modela



Name	C35/45
<b>Code independent</b>	
Material type	Concrete
Thermal expansion [m/mK]	0,00
Unit mass [kg/m <sup>3</sup> ]	2500,0
E modulus [MPa]	3,4100e+04
Poisson coeff.	0,2
Independent G modulus	<input type="checkbox"/>
G modulus [MPa]	1,4208e+04
Log. decrement (non-uniform damping only)	0,2
Colour	<span style="background-color: yellow; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 50px; height: 15px;"></span>
Specific heat [J/gK]	6,0000e-01
Thermal conductivity [W/mK]	4,5000e+01
Order in code	6
<b>EN 1992-1-1</b>	
Characteristic compressive cylinder strength ...	35,00
Calculated depended values	<input checked="" type="checkbox"/>
Mean compressive strength $f_{cm}(28)$ [MPa]	43,00
$f_{cm}(28) - f_{ck}(28)$ [MPa]	8,00
Mean tensile strength $f_{ctm}(28)$ [MPa]	3,20
$f_{ctk 0,05}(28)$ [MPa]	2,20
$f_{ctk 0,95}(28)$ [MPa]	4,20
Design compressive strength - persistent ( $f_{cd}$ )	23,33
Design compressive strength - accidental ( $f_{cd}$ )	29,17
Strain at reaching maximum strength $\epsilon_{s2}$ ...	20,0
Ultimate strain $\epsilon_{cu2}$ [1e-4]	35,0
Strain at reaching maximum strength $\epsilon_{s3}$ ...	17,5
Ultimate strain $\epsilon_{cu3}$ [1e-4]	35,0
Stone diameter (dg) [mm]	32

Slika 3.2: Materijalne i geometrijske karakteristike prototipa

### 3.2.3 Opterećenja nosača

Opterećenje nosača kako modela tako i prototipa je u obliku raspodijeljenog opterećenja u sredini uzdužne osi grede. Nosač kod numeričke analize je opterećivan postepeno u koracima do sloma. Kako smo kod eksperimentalne metode kao oslonac preše na gredu koristili metalnu pločicu širine  $l=10,5$  cm, tako na numeričkim simulacijama koristimo raspodijeljeno opterećenje jednake dužine koje postepeno uvećavamo.

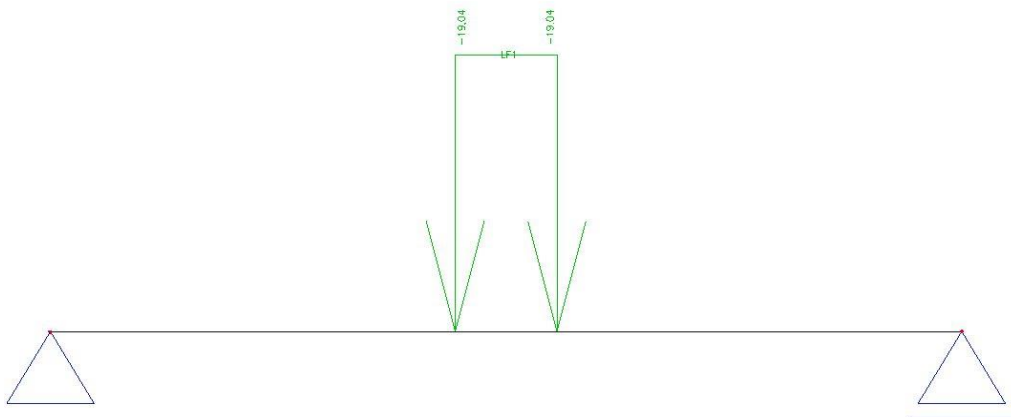
Početno opterećenje modela je koncentrirana sila od  $F_m=2$  kN, te svako slijedeće opterećenje je u koracima od po 2 kN. Kako je za oslonac preše korištena pločica širine  $l=10,5$  cm, koncentrirana sila  $F_m$  prema slijedećem izrazu:

$$F_m = q_m \cdot l$$

se pretvara se u raspodijeljeno opterećenje iznosa (Slika 3.3):

$$q_m = \frac{F_m}{l} = \frac{2 \text{ kN}}{0,105 \text{ m}} = 19,04 \text{ kN/m'}$$

Sila pri kojoj se događa slom grede modela iznosi  $F_m = 13,04$  kN, što odgovara raspodijeljenom opterećenju od  $q_m = 124,19$  kN/m'.



**Slika 3.3:** Opterećenje modela raspodijeljenim opterećenjem od  $q_m=19,04$  kN/m'

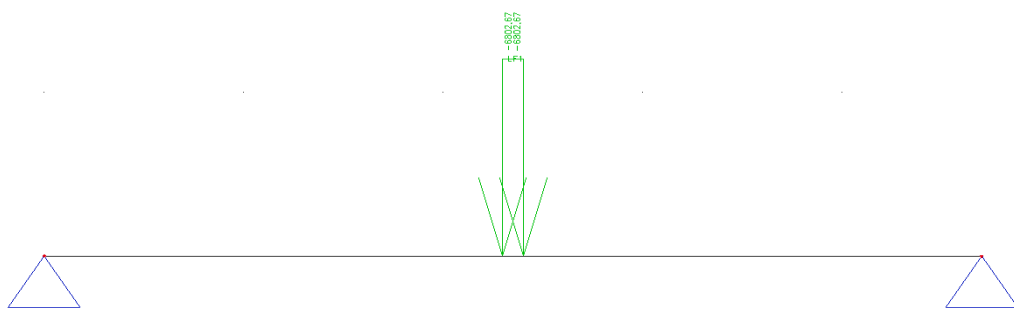
Prema mjerilu sličnosti sila koje je određeno u poglavlju 2., koncentrirana sila od  $F_m = 2 \text{ kN}$  na modelu, ekvivalentna je koncentriranoj sili od  $F_p = 714,28 \text{ kN}$  na prototipu.

Također je korišten oslonac preše iste dimenzije kao i kod numeričke analize modela, tako da raspodijeljeno opterećenje prototipa iznosi:

$$q_p = \frac{F_p}{l} = \frac{714,28 \text{ kN}}{0,105 \text{ m}} = 6802,67 \text{ kN/m'}$$

Raspodijeljeno opterećenje prototipa (Slika 3.4) je opterećivano u koracima od po  $F_p = 714,28 \text{ kN}$ , s odgovarajućim pretvorbama u raspodijeljeno opterećenje prema tablici 3.1.

Sila pri kojoj se događa slom grede prototipa iznosi  $F_p = 4657,14 \text{ kN}$ , što odgovara raspodijeljenom opterećenju od  $q_p = 44353,71 \text{ kN/m'}$ .



**Slika 3.4:** Opterećenje prototipa raspodijeljenim opterećenjem od  $q_p = 6802.67 \text{ kN/m'}$

Sila na modelu $F_m$ (kN)	Raspodijeljeno opterećenje modela $q_m$ (kN/m')	Sila na prototipu $F_p$ (kN)	Raspodijeljeno opterećenje prototipa $q_p$ (kN/m')
0	0	0	0
2	19,04	714,28	6802,67
4	38,09	1428,57	13605,42
6	57,14	2142,85	20408,09
8	76,17	2857,13	27210,76
10	95,21	3571,41	34013,43
12	114,25	4285,70	40816,19
13	123,81	4642,86	44217,71
13,04	124,20	4657,14	44353,71

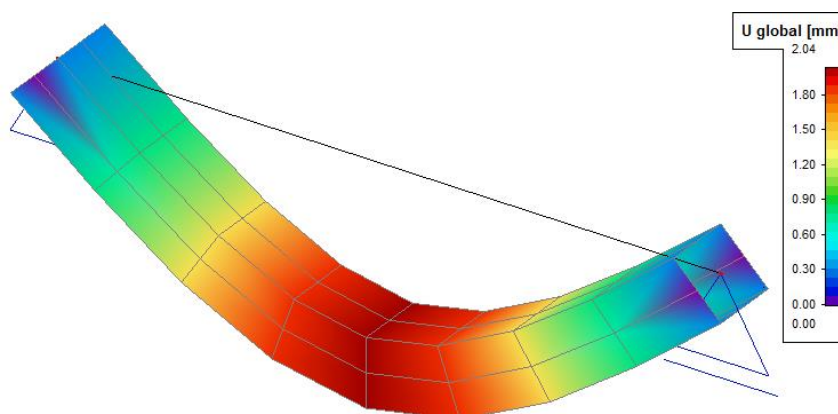
**Tablica 3.1:** Prikaz iznosa koncentriranih sila i ekvivalentnih raspodijeljenih opterećenja modela i prototipa

### 3.3. Rezultati numeričke analize

Rezultati progiba (pomaka) modela i prototipa promatrat će se u jednoj točki u sredini raspona, odnosno na mjestu ispod opterećenja gdje se javljaju najveći progibi (Tablica 3.2 i Dijagram 3.1).

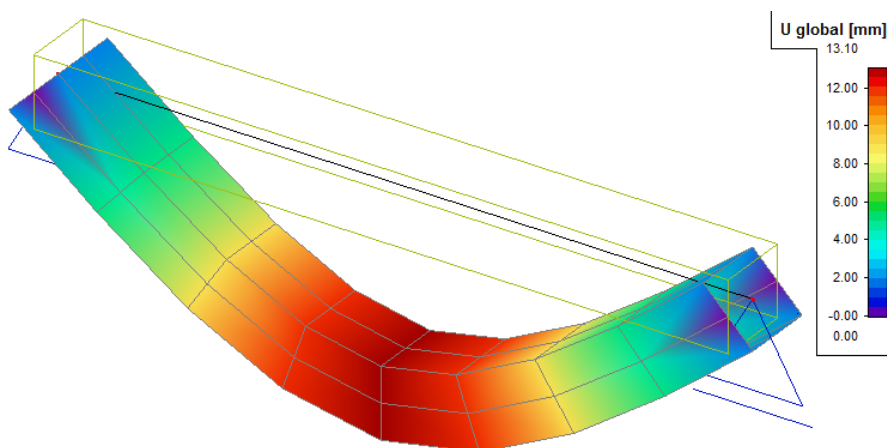
#### 3.3.1 Rezultati numeričke analize modela

1. Ponašanje nosača pri djelovanju sile od  $F_m = 2$  kN (Slika 3.5)



**Slika 3.5:** Prikaz progiba modela pri opterećenju od  $F_m = 2$  kN

2. Ponašanje nosača pri djelovanju slomnog opterećenja od  $F_m = 13,04$  kN (Slika 3.6)

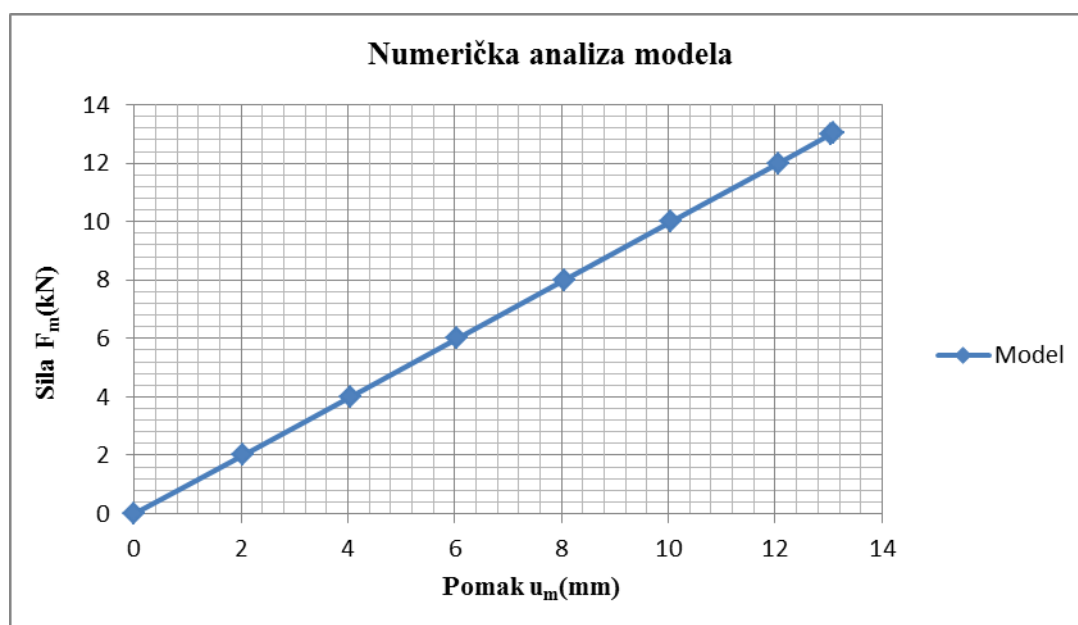


**Slika 3.6:** Prikaz progiba modela pri opterećenju od  $F_m = 13,04$  kN



Sila $F_m$ (kN)	Pomak modela $u_m$ (mm)
0	0
2	2,04
4	4,05
6	6,05
8	8,05
10	10,05
12	12,06
13	13,04
13,04	13,10

**Tablica 3.2:** Prikaz rezultata progiba modela pri pripadnoj sili



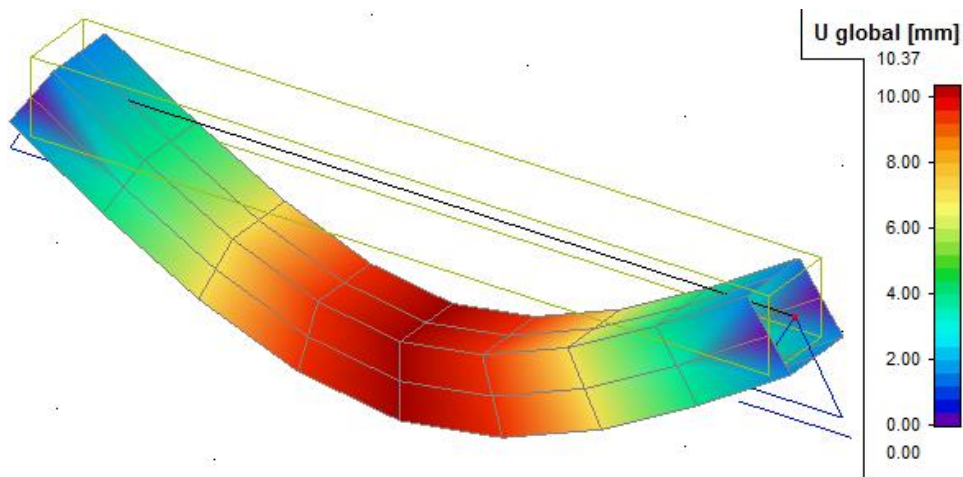
**Dijagram 3.1:** Grafički prikaz rezultata progiba modela

Prema gore prikazanom dijagramu progiba modela, uočava se linearno ponašanje modela. Model se pri numeričkoj analizi konstantno nalazi u linearnom elastičnom području, a to znači da se linija opterećenja i rasterećenja podudaraju, te da nema zaostalih deformacija.

### 3.3.2 Rezultati numeričke analize prototipa

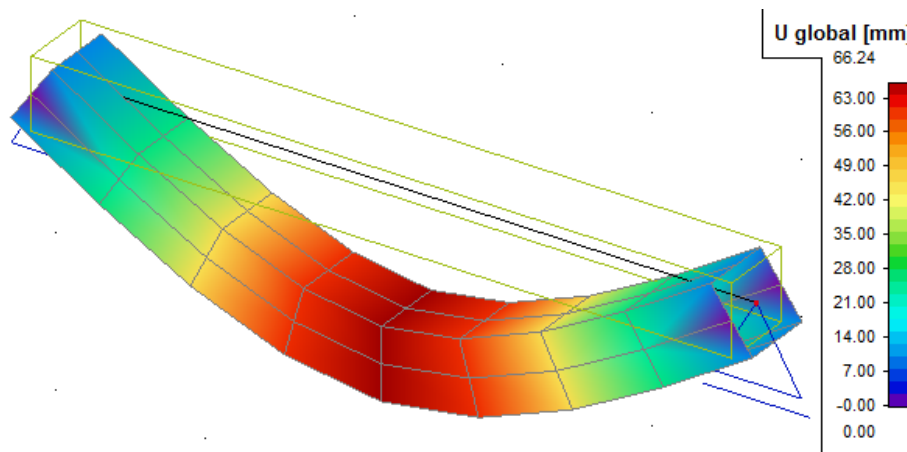
Kao i kod prikaza rezultata progiba kod numeričke analize modela, prikaz rezultata progiba prototipa je također na mjestu pojave najvećih progiba, dakle u sredini raspona (Tablica 3.3 i Dijagram 3.2).

1. Ponašanje nosača pri djelovanju sile od  $F_p = 714,28$  kN (Slika 3.7)



**Slika 3.7:** Prikaz progiba prototipa pri opterećenju od  $F_p = 714,28$  kN

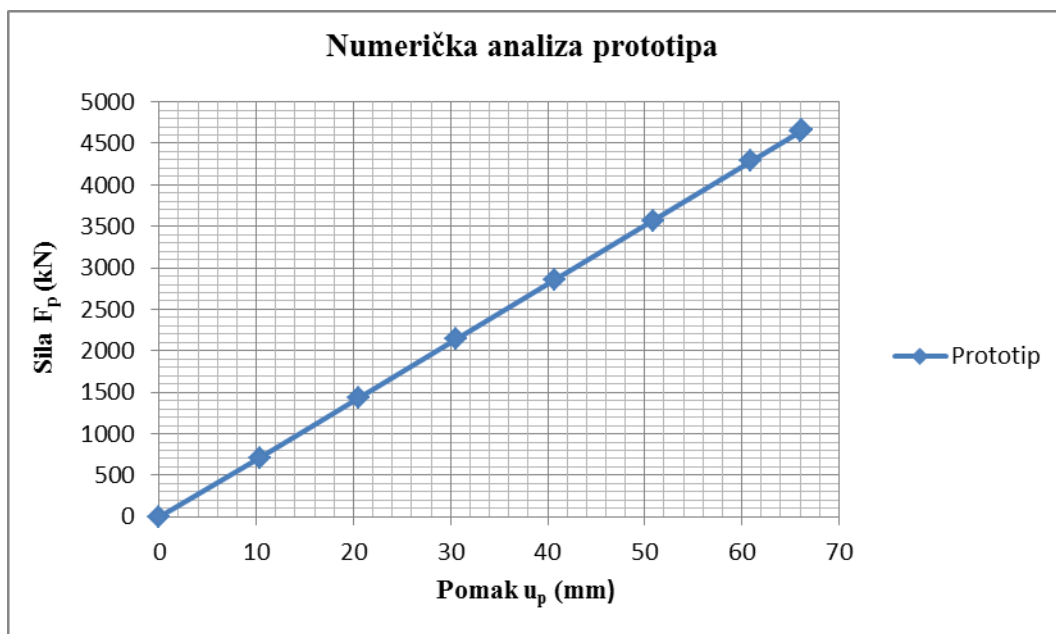
2. Ponašanje nosača pri djelovanju slomnog opterećenja od  $F_p = 4657,14$  kN (Slika 3.8)



**Slika 3.8:** Prikaz progiba prototipa pri opterećenju od  $F_p = 4657,14$  kN

Sila $F_p$ (kN)	Pomak prototipa $u_p$ (mm)
0	0
714,28	10,37
1428,57	20,49
2142,85	30,61
2857,13	40,73
3571,41	50,85
4285,70	60,97
4642,86	66,04
4657,14	66,24

**Tablica 3.3:** Prikaz rezultata progiba prototipa pri pripadnoj sili



**Dijagram 3.2:** Grafički prikaz rezultata progiba prototipa

Kao i kod grafičkog prikaza progiba modela (Dijagram 3.1), grafički prikaz progiba prototipa kod numeričke analize također nam daje linearno ponašanje grede. Sila i pomak su u linearnoj vezi, što znači da je greda u elastičnom području.

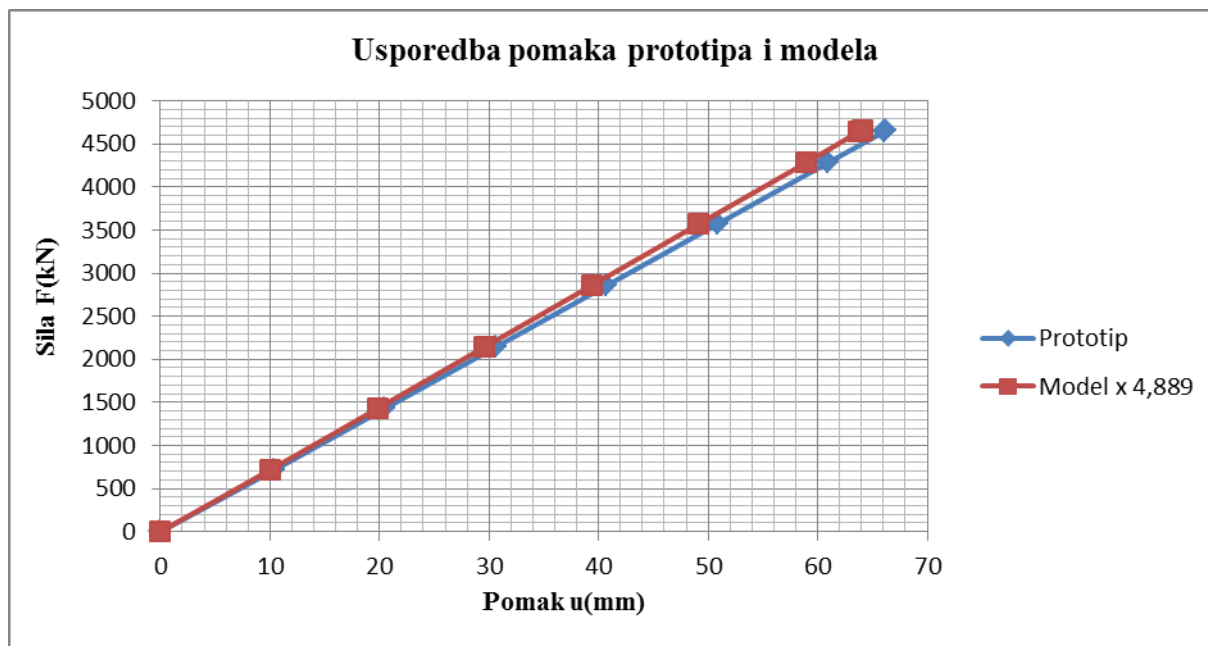
### 3.4. Usporedba rezultata numeričke analize pomaka modela i prototipa

Numeričkim proračunom modela dobili smo sliku pomaka modela u polovici raspona grede. Da bi mogli usporediti pomake modela izrađenog od medijapana i armiranobetonskog prototipa koji je znatno većih dimenzija, koristimo mjerilo krutosti koje je prikazano u poglavlju 2. Mjerilom krutosti dobiven je omjer između pomaka prototipa i pomaka modela te dobiveni izraz glasi:  $u_p = 4,889 \cdot u_m$

Izračunati pomaci za određena opterećenja su prikazani u Tablici 3.4 i na Dijagramu 3.3.

Sila na modelu $F_m$ (kN)	Pomak modela $u_m$ (mm)	Sila na prototipu $F_p$ (kN)	Pomak prototipa $u_p$ (mm)	$u_p = u_m \times 4,889$ (mm)
0	0	0	0	0
2	2,04	714,28	10,37	9,97
4	4,05	1428,57	20,49	19,80
6	6,05	2142,85	30,61	29,58
8	8,05	2857,13	40,73	39,36
10	10,05	3571,41	50,85	49,14
12	12,06	4285,70	60,97	58,97
13	13,04	4642,86	66,04	63,76
13,04	13,10	4657,14	66,24	64,05

**Tablica 3.4:** Prikaz usporedbe rezultata pomaka prototipa i pomaka modela



**Dijagram 3.3:** Grafički prikaz usporedbe pomaka prototipa i modela

Iz priloženog dijagrama usporedbe numeričke analize pomaka prototipa i pomaka modela (Dijagram 3.3) uočava se linearna veza sila-pomak, kako kod prototipa tako i kod modela, što znači da smo kod numeričke analize u elastičnom području.

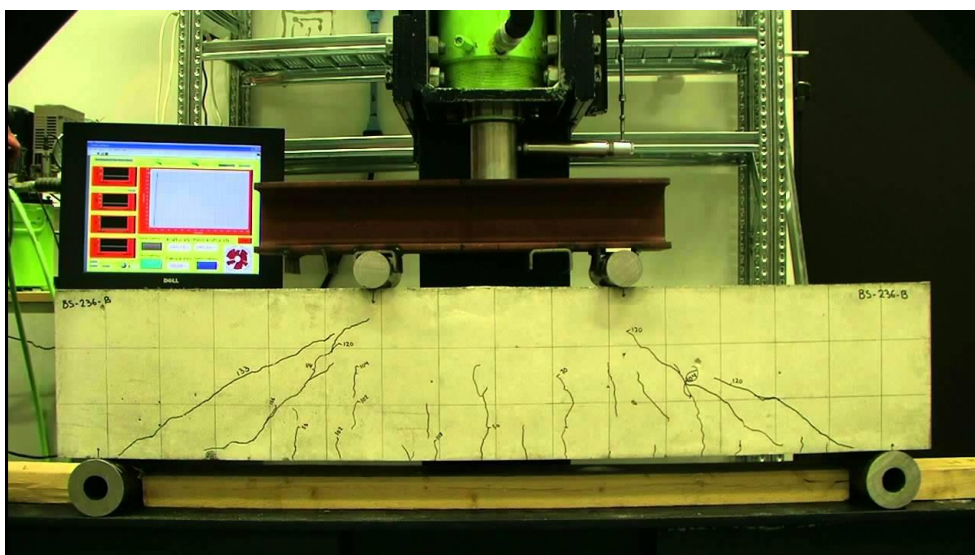
Odstupanje rezultata pomaka u sredini raspona kreće se u granicama od 3 do 4%. Ova odstupanja numeričkog proračuna su vrlo zadovoljavajuća, te je ovim rezultatima pomaka potvrđeno da su omjeri geometrijske sličnosti između prototipa i modela vrlo dobro definirani. Mala razlika pomaka prvenstveno se javlja zbog nedovoljno točno definiranih svojstava materijala u računalnom programu od kojeg je model izrađen.

Prema gore prikazanim rezultatima, numeričkom analizom pomaka može se relativno dobro predvidjeti ponašanje prototipa u stvarnim uvjetima. Za preciznije praćenje ponašanja prototipa u odnosu na model, kod numeričke analize je potrebna i usporedba unutarnjih sila i deformacija čije usporedbe u ovom radu nisu prikazane.

## 4. EKSPERIMENTALNA ANALIZA NOSAČA I USPOREDBA REZULTATA NUMERIČKE I EKSPERIMENTALNE ANALIZE MODELA

### 4.1. Općenito o eksperimentalnoj analizi modela

Kako bi se dobili podaci koji nam služe za ocjenu ponašanja modela, potrebno je provesti eksperimentalnu analizu. Eksperimentalnim ispitivanjem i analizom rezultata dolazimo do realnih stanja u kojima se model konstrukcije ponaša. Eksperimentalna ispitivanja su nam značajna te nam pridonose rješavanju teorijskih spoznaja o ponašanjima složenijih konstrukcijskih sustava (Fotografija 4.1).



**Fotografija 4.1:** Prikaz eksperimentalne analize nosača

Laboratorijskim ispitivanjem modela moguće je kontrolirano pratiti ponašanje konstrukcije ili elementa konstrukcije (Fotografija 4.1). Na gore prikazanoj slici vidljivo je opterećivanje nosača hidrauličkom prešom uz računalno praćenje rezultata i obilježavanje nastalih pukotina pod raznim opterećenjem.

Eksperimentalno ispitivanje modela u laboratoriju se događa u kontroliranim idealnim uvjetima te se pretpostavlja da će i stvarna konstrukcija imati isto ponašanje u stvarnim uvjetima.

Kod praćenja odnosno mjerenja unaprijed određenih mjernih veličina dolazi do pojave mjernih grešaka. Mjerne greške mogu potjecati od niza faktora, a dijelimo ih na [1]:

- *determinističke mjerne greške* (utjecaj mjerne oprema, utjecaj organizacije i načina ispitivanja, posljedica nelinearnosti, utjecaj okoline i korisnika, itd.)
- *slučajne mjerne greške* (greške očitavanja, greške prilikom uzimanja uzoraka, utjecaj raznovrsnih šumova, itd.).

Najčešći uzroci zbog kojih se javljaju gore navedene greške su:

- nepravilno rukovanje s mjernim instrumentima
- nepoznavanje mjernog instrumenta, objekta ili veličine koja se mjeri
- neispravnost mjernog instrumenta
- neznanje ispitivača
- pretvorba i računanje traženih veličina.

Mjerne greške se mogu smanjiti slijedećim postupcima:

- ispravnim izborom mjernih veličina
- izborom odgovarajućih mjesta mjerenja
- izborom podobne instrumentacije
- izborom metode mjerenja.

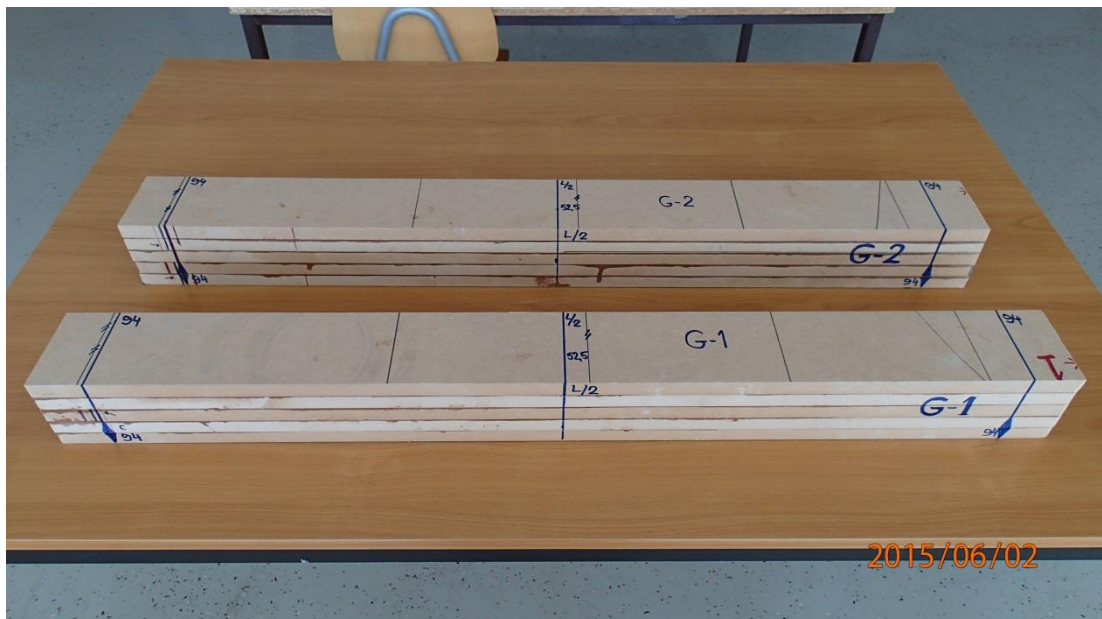
Potpuno eliminiranje mjernih grešaka je nemoguće, ali ispravnim postupanjem prije svega s mjernim instrumentima te se greške mogu smanjiti.

Prikazom rezultata mjernih veličina dajemo predodžbu o ponašanju same konstrukcije/elementa, ali i ovisnost o utjecaju okoliša na samo ispitivanje. Interpretacija rezultata mjerenja je zapravo interpretacija ponašanja određenih svojstava konstrukcije/elementa u određenim uvjetima kao što su: temperatura, vlažnost, itd.

## 4.2. Priprema za ispitivanje modela u laboratoriju i opis mjerne opreme

Za potrebe eksperimentalne analize korištene su dvije grede jednakih dimenzija, od kojih je prva greda (G-1) opterećivana kontinuirano do sloma, a na drugoj gredi (G-2) je izvršeno opterećivanje do određene sile zatim rasterećenje te ponovnog opterećivanja na veću silu.

Osnovni početak pripreme za ispitivanje je odrediti koju veličinu treba pratiti. Zadatak ispitivanja ovog rada je praćenje pomaka (progiba) modela u karakterističnoj točki u sredini uzdužne osi nosača i usporedba te veličine s numeričkim proračunom modela. Nakon definiranja praćenja veličine koja se mjeri, pristupa se obilježavanju mjernog mjesta u sredini raspona i mjesta na koje se greda oslanja, te se grede označavaju na način na koji su prikazane na Fotografiji 4.2.



**Fotografija 4.2:** Prikaz označavanja greda

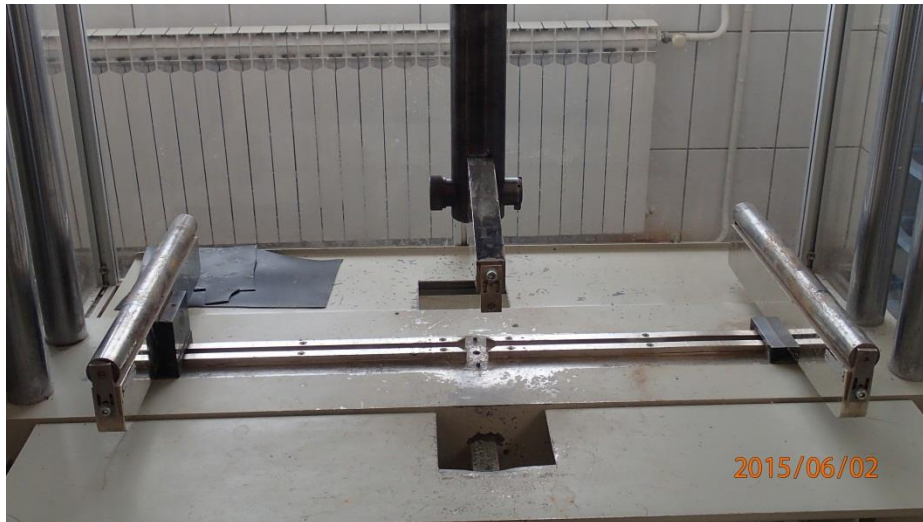
### 4.2.1. Simulacija rubnih uvjeta, postavljanje nosača i uređaja za mjerenje pomaka

Na utjecaj rezultata ispitivanja u velikoj mjeri ima simuliranje rubnih uvjeta. Ova simulacija ovisi o mogućnostima laboratorija ili u ovom slučaju o mogućnostima hidrauličke preše, uređaja pomoću kojeg je izvršeno ispitivanje.

Prije samog postavljanja greda na oslonce, potrebno je izvršiti centriranje oslonaca i provjeriti horizontalne razmake između njih.

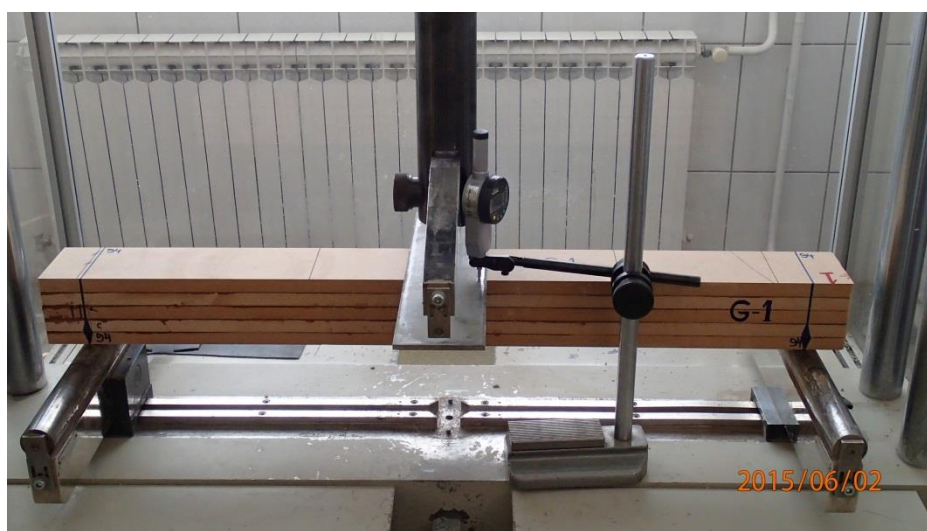


Rubni uvjeti odnosno oslonci koji su prikazani na Fotografiji 4.3 su zglobni s mogućnošću horizontalnog pomaka. Uzeto je da su vertikalni pomaci oslonaca jednaki nuli, zbog same konstrukcije uređaja.



**Fotografija 4.3:** Rubni uvjeti oslanjanja

Centriranjem i detaljnom provjerom razmaka između oslonaca, pristupili smo postavljanju grede na zglobne oslonce. Zatim je slijedilo postavljanje metalne pločice (simulacija ove dužine opterećenja je prikazana u numeričkom dijelu rada u poglavlju 3.) na sredinu raspona zbog mogućnosti ispravnog postavljanja uređaja za mjerenje pomaka, u ovom slučaju mikroure. Mikroure smo postavili okomito na nosač na prethodno označeno mjesto, jer mjerimo vertikalni pomak, te je potrebno osigurati dovoljan hod ticala.



**Fotografija 4.4:** Postavljanje grede i mikroure

Prema gore prikazanom postupku pripreme za ispitivanje, simulacije rubnih uvjeta, postavljanje grede na centrirane oslonce i postavljanje mikroure na gredu (G-1), potpuno isti postupak je izvršen za gredu (G-2).

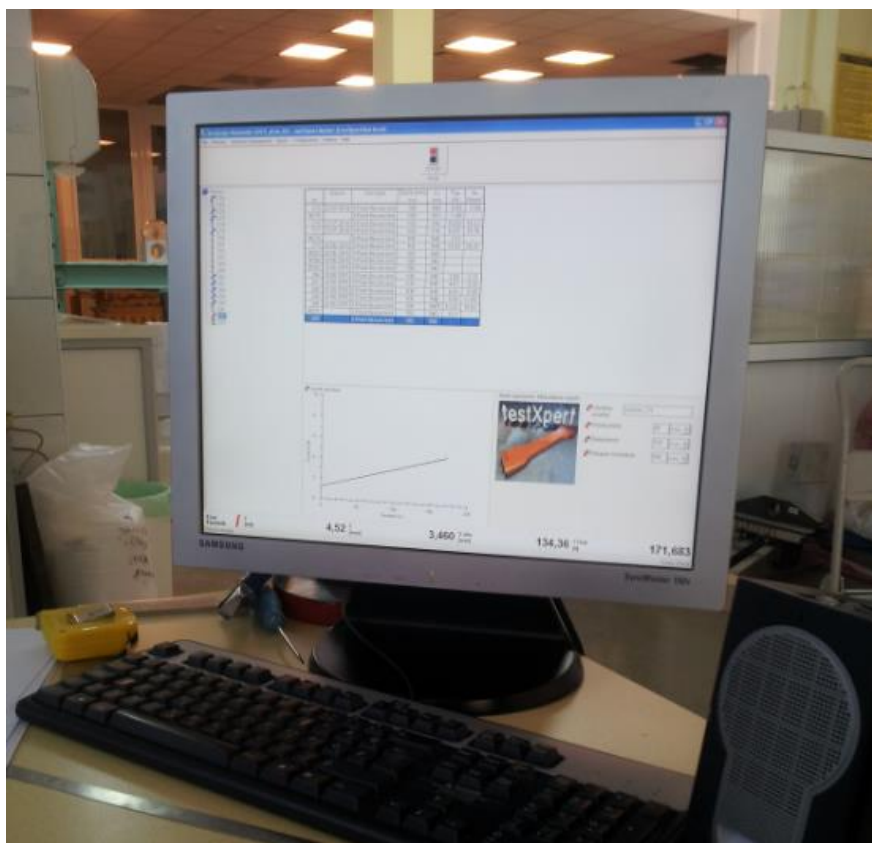
Ispitivanje nosača je provedeno u laboratoriju za ispitivanje konstrukcija IGH u Splitu.

#### 4.2.2. Uređaj za ispitivanje

Uređajem za ispitivanje odnosno hidrauličkom prešom proizvođača Zwick/Roell izvršeno je statičko opterećenje nosača. Osnovne karakteristike ovog uređaja su maksimalna sila koju može proizvesti od 600 kN (60 tona) i maksimalni pomak klipa od 25 cm. Izgled ovog uređaja je prikazan na Fotografiji 4.5.



**Fotografija 4.5:** Izgled uređaja za ispitivanje proizvođača Zwick/Roell



**Fotografija 4.6:** Računalna simulacija opterećenja i praćenje rezultata

Elektromehanički mjerači LVDT (Linear Variable Differential Transformer) spojeni su preko A/D pretvarača na računalo, te pomoću odgovarajućeg računalnog programa popraćeni su pomaci i deformacije (Fotografija 4.6). Ovaj računalni program nam daje podatke o pomaku klipa, brzini prirasta opterećenja, trajanju ispitivanja i sili koja djeluje na gredu. Valja napomenuti da se pomaci klipa bilježeni u računalnom programu podudaraju s rezultatima očitavanja na mikrourama za tražene sile.

#### 4.2.3. Instrumenti za mjerenje pomaka

Postoji više uređaja za mjerenje pomaka, a to su: mehanički, električni, optički, laserski i drugi uređaji. Pomak je određen vektorom koji je usmjeren od točke prije djelovanja opterećenja, do te iste točke nakon djelovanja opterećenja. Pomaci neke točke na konstrukciji u pravilu sadrže i pomake oslonaca, a progibi se dobiju isključivanjem utjecaja pomaka oslonaca.

Pomaci se mogu mjeriti na više načina:

- 1) *Milimetarskim papirom i letvom.*
- 2) *Milimetarskim papirom i polugom*, na skali dobijemo uvećanje očitavanja te se iz sličnosti trokuta dobiva prava vrijednost.
- 3) *Indikatorskom pločom*, područje rada nije ograničeno, ali treba paziti na broj okretaja.
- 4) *Induktivnim mjeračem pomaka (LVDT)*, rade na principu pretvaranja izlaznog napona u pomak, a uobičajena točnost im je oko 1/100. Mjerenje pomaka im je u rasponu od 1 do 500 mm.
- 5) *Električnim kapacitivnim senzorima*, princip rada im je mjerenje promjene kapaciteta između dvije paralelne ploče.
- 6) *Električnim potenciometarskim senzorima*, napajaju se konstantnim ulaznim naponom, a izlazni napon im se linearno mijenja s pomicanjem kliznog kontakta.
- 7) *Geodetskim instrumentima*, precizni instrumenti s preciznošću od  $\pm 0,1$  mm, a očitavanje im se vrši na letvi s centimetarskom podjelom ili letvi s barkodom.

Postoje još i mikroure koje su korištene prilikom eksperimentalnog ispitivanja te su detaljnije obrađene u nastavku.

*Mjerni sat ili mikroura* služi za precizno mjerenje apsolutnih pomaka. Pomaci koji se najčešće mjere su u rasponu od 0 do 100 mm, najčešće se radi o pomacima od 0 do 25 mm. Točnost ovog instrumenta za mjerenje pomaka je u granicama od 1/10 mm (rijetko se koristi zbog nedovoljno dostatne preciznosti), 1/100 mm (uobičajeno korištenje sa zadovoljavajućom razinom preciznosti) i mikroure s preciznošću većom od 1/1000 mm.

U ovisnosti o principu rada, mikroure možemo podijeliti u dvije skupine:

- mehanička mikroura
- elektronska mikroura.

Mehanička mikroura radi na principu uvećavanja pomaka pomoću sustava zupčanika, te očitavanja tih pomaka na skali. Očitavanja pomaka možemo vršiti analogno (preko kazaljke) (Fotografija 4.7) ili digitalno (preko numeričkog zaslona) (Fotografija 4.8).



**Fotografija 4.7:** Mehaničke mikroure točnosti 1/100 mm sa analognim očitanjem

Mjerenje mehaničkom mikrourom bilo s analognim ili digitalnim očitanjem odvija se na način da se ticalo postavi okomito na površinu mjesta (Fotografija 4.8) na kojem je potrebno izmjeriti pomak. Pomakom ticala dolazi do pomaka sustava zupčanika, a sa sustava zupčanika pomak se prenosi na kazaljku s koje vršimo očitavanje. Velika kazaljka pokazuje pomak na velikoj skali, a njen puni okret registrira se na maloj skali pomoću male kazaljke. Umjesto kazaljke (analogno očitavanje), prikaz rezultata pomaka može biti i na numeričkom zaslonu (digitalno očitavanje) (Fotografija 4.10).



**Fotografija 4.8:** Postavljanje mehaničke mikroure s digitalnim očitanjem



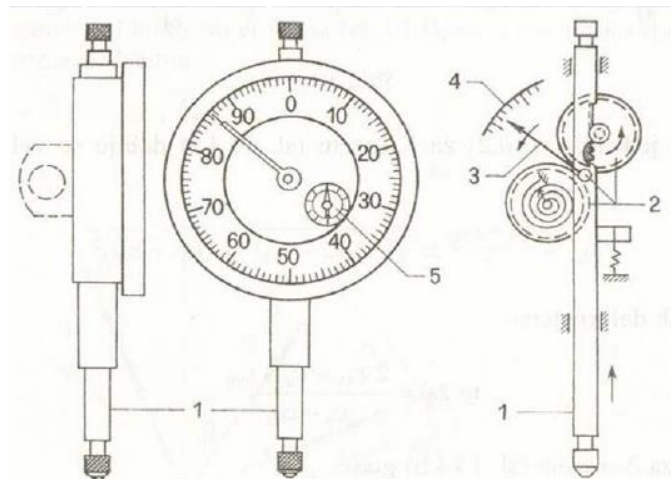
Legenda: 1- ticalo

2- sustav zupčanika

3- velika kazaljka

4- velika skala

5- mala skala



**Fotografija 4.9:** Dijelovi mehaničke mikroure s analognim očitanjem



**Fotografija 4.10** Mehaničke mikroure točnosti 1/100 mm (lijevo) i 1/1000 mm (desno) sa digitalnim očitanjem

Elektronska ili digitalna mikroura (Fotografija 4.11) ima mogućnost priključenja na računalo pomoću podatkovnog kabela, te se zapisi izravno unose u računalni program. Ove mikroure su poželjne zbog svojih visokih točnosti i imaju automatsko bilježenje rezultata u svakom trenutku.

Osnovna prednost elektronskih mikroura je značajno smanjenje mogućnosti pogreške procjene očitavanja, koju opažać čini tijekom očitavanja s analogne mikroure.



**Fotografija 4.11:** Elektronske mikroure točnosti 1/10000 mm

Za potrebe mjerenja pomaka greda u ovom radu, korištena je mehanička mikroura s digitalnim očitanjem proizvođača Mitutoyo. Točnost ove mikroure je 1/100 mm, uz maksimalni mogući pomak ticala od 50 mm.

### 4.3. Ispitivanje modela

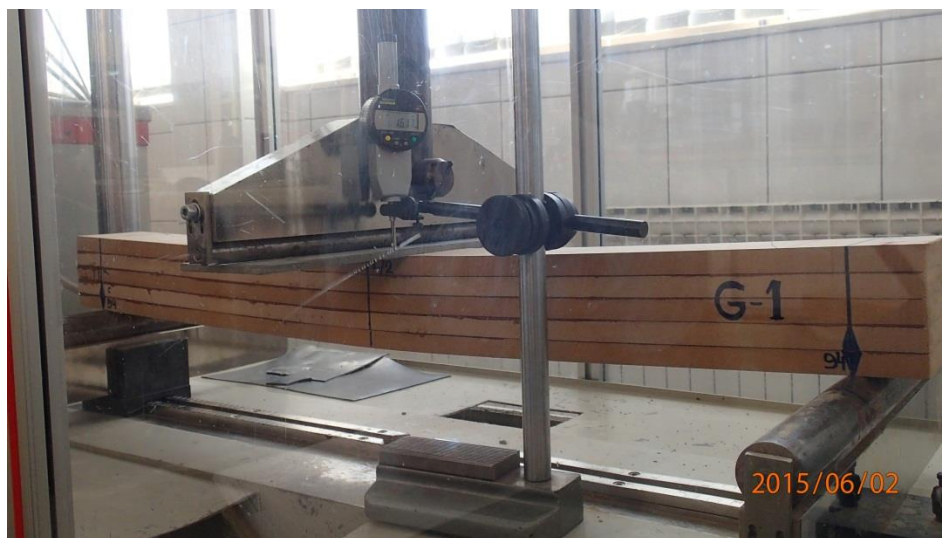
#### 4.3.1. Ispitivanje modela grede G-1

Nakon početnih priprema u laboratoriju, te postavljanja i centriranja grednog nosača, zatim pričvršćenja mikroure na stalak, postavljanja ticala na predviđeno mjesto za mjerenje pomaka i nuliranja mikroure prije nanošenja opterećenja, pristupilo se ispitivanju grede G-1 (Fotografija 4.12).

Kako je već ranije u ovom poglavlju navedeno gredu G-1 opterećivali smo kontinuiranim intenzitetom opterećenja do sloma (Fotografije 4.13 i 4.14). Prije početka opterećivanja grede G-1 izvršeno je predopterećenje nosača silom od 1,33 kN, zatim se pripadno opterećenje nanosilo brzinom od 0,03 MPa/s do sloma.



**Fotografija 4.12:** Početak opterećenja grede G-1



**Fotografija 4.13:** Ponašanje i progib grede G-1 pred slom





**Fotografija 4.14:** Prikaz sloma grede G-1

Kontinuiranim opterećenjem grede G-1, slom grede je nastupio pri sili od 13,04 kN, odnosno pri raspodijeljenom opterećenju od 124,20 kN/m'.

Prilikom opterećenja grede G-1 praćeni su pomaci pri određenim razinama opterećenja.

Nakon završenog ispitivanja grede G-1 pristupilo se ispitivanju grede G-2.

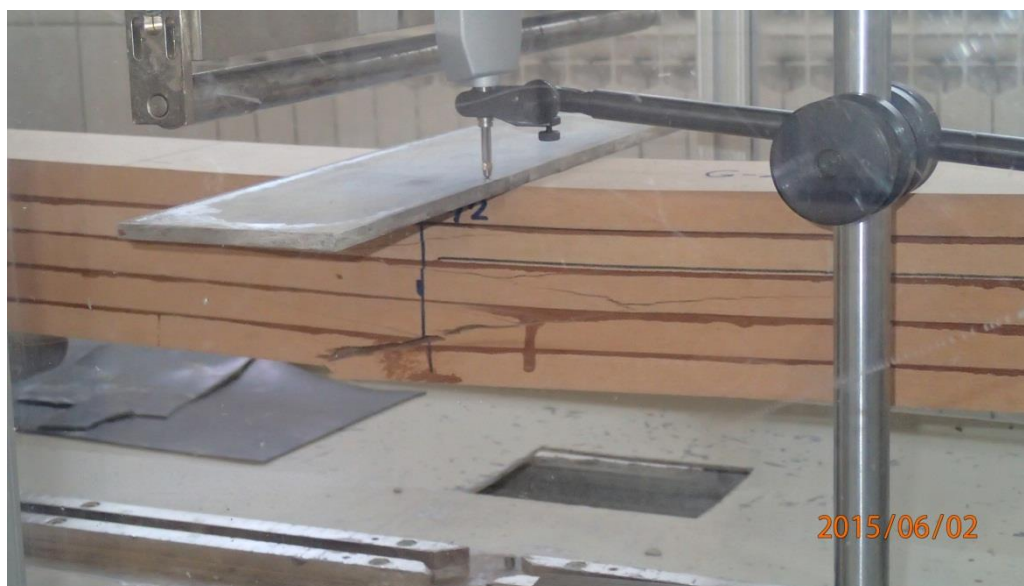
#### **4.3.2. Ispitivanje modela grede G-2**

Gredni nosač G-2 opterećivali smo u nekoliko koraka, a nakon svakog koraka je vršeno rasterećenje nosača (Fotografija 4.15). Ti koraci su bili u razmaku od po 2 kN. Dakle prvi korak opterećenja je bio od 0-2 kN, zatim od 0-4 kN i takvim redoslijedom do koraka od 0-10 kN.

Nakon rasterećenja grede G-2 nakon zadnjeg koraka, izvršeno je kontinuirano opterećenje grede od nultog stanja sa zaostalim deformacijama, pa sve do sloma (Fotografija 4.16).



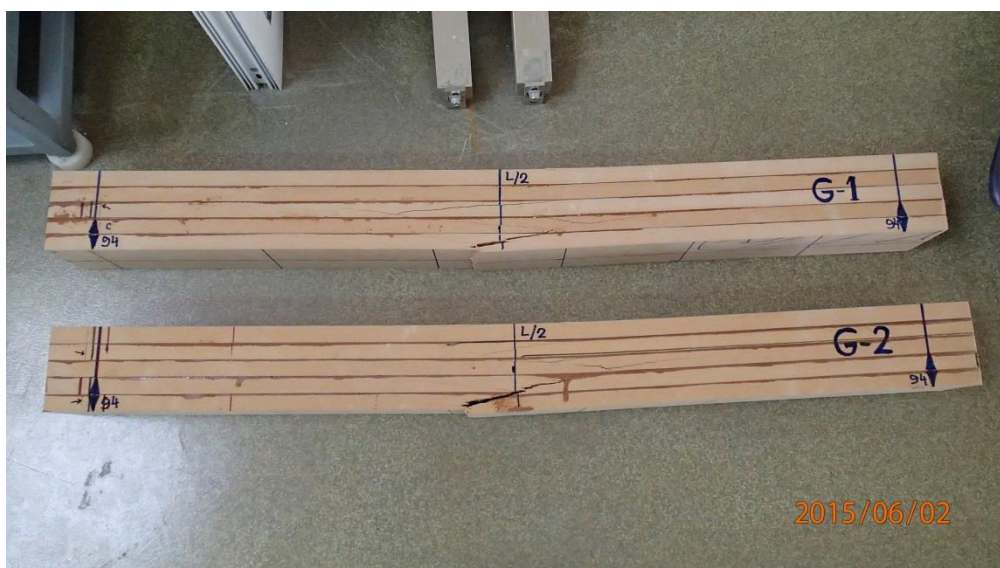
**Fotografija 4.15:** Početak ispitivanja grede G-2



**Fotografija 4.16:** Slom i kraj ispitivanja grede G-2

Slom grede G-2 dogodio se pri sili od 12,54 kN, što odgovara raspodijeljenom opterećenju od 119,42 kN/m'.

Na Fotografiji 4.17 prikazana je usporedba izgleda greda nakon sloma i stanje pukotina.



**Fotografija 4.17:** Usporedba greda G-1 i G-2 nakon sloma i prikaz stanja pukotina

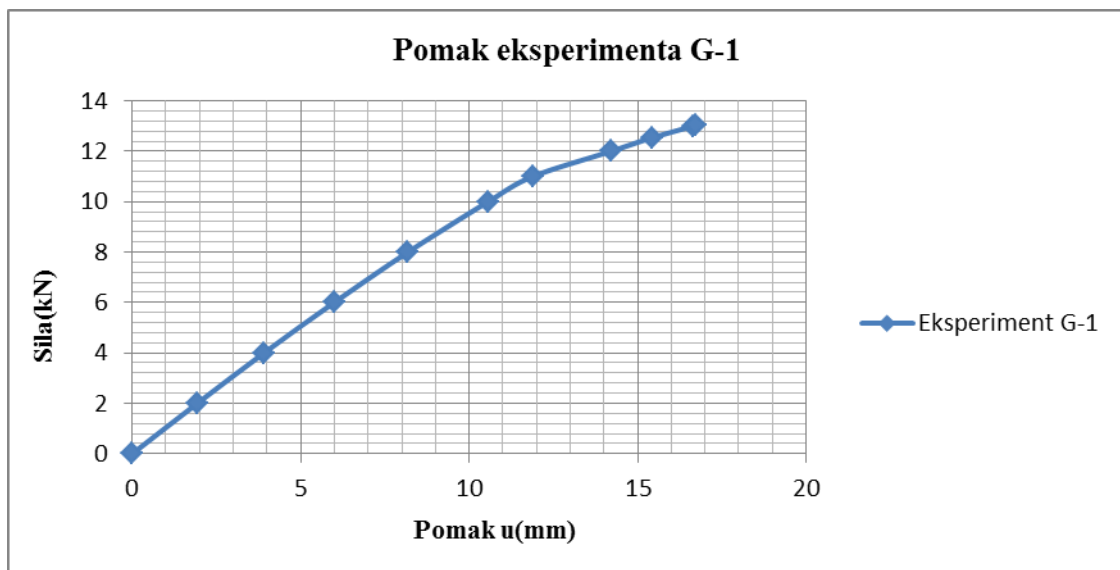
#### 4.4. Rezultati ispitivanja modela grede G-1 i grede G-2

##### 4.4.1. Rezultati ispitivanja modela grede G-1

Rezultati eksperimentalnog ispitivanja grede G-1 bit će prikazani u Tablici 4.1 i na Dijagramu 4.1. Potrebno je kazati kako su prikazani pomaci, zapravo pomaci u vertikalnom smjeru u sredini raspona, dok su pomaci u horizontalnom smjeru jednaki nuli.

Sila (kN)	Pomak eksperimenta G-1 u(mm)
0	0
2	1,93
4	3,91
6	5,99
8	8,18
10	10,56
11	11,88
12	14,20
12,54	15,42
13	16,65
13,04	16,72

**Tablica 4.1:** Rezultati pomaka grede G-1



**Dijagram 4.1:** Grafički prikaz pomaka grede G-1

Iz gore prikazanog dijagrama pomaka grede G-1, uočava se linearno ponašanje modela grede do opterećenja od 11 kN. Nakon toga greda dolazi u nelinearno područje te u tom području ostaje sve do sloma.

#### 4.4.2. Rezultati ispitivanja modela grede G-2

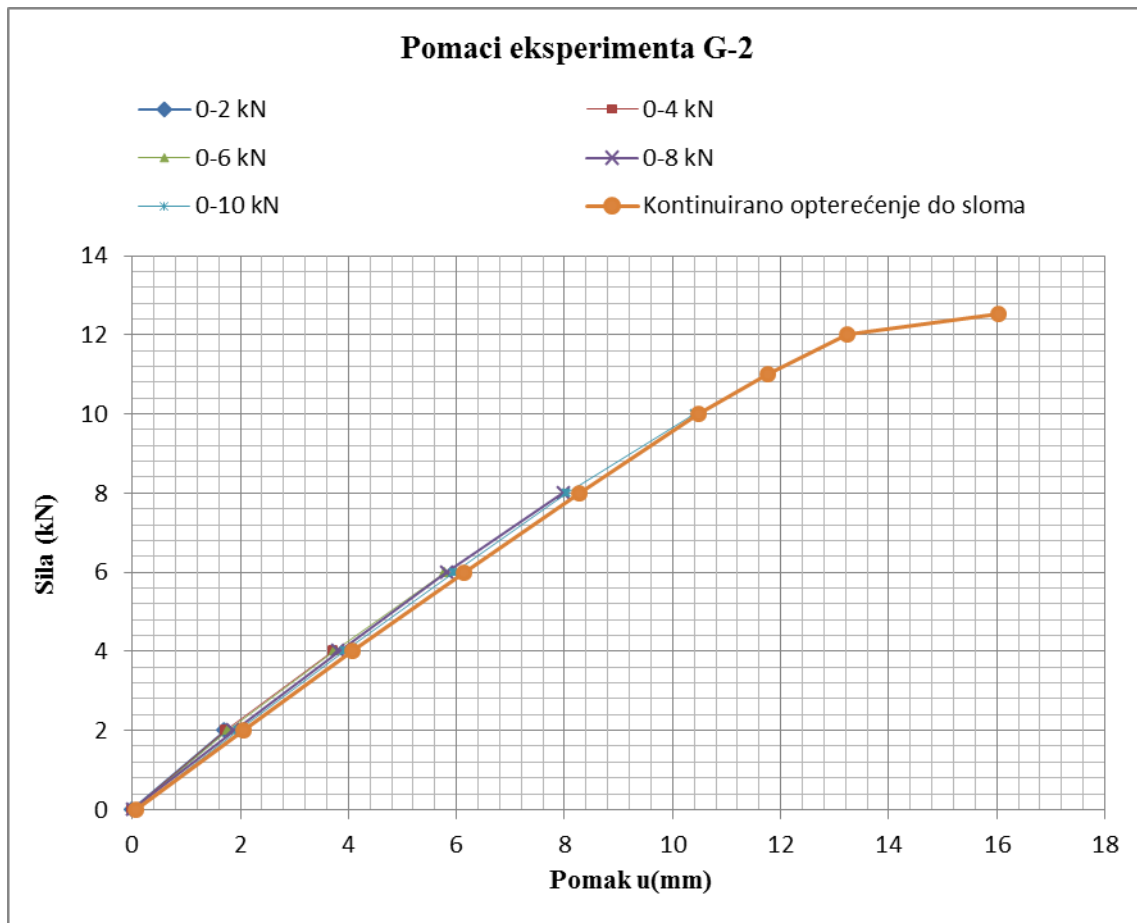
Gredu G-2 kako je već rečeno opterećivali smo u koracima. Tijekom svakog slijedećeg koraka, praćeni su i rezultati prethodnih koraka za određene iznose opterećenja.

Načine opterećenja i prikaz koraka, te vrijednosti progiba u (mm) koji se nalaze u sredini tablice, prikazani su u Tablici 4.2.

Sila (kN)	Koraci opterećenje-rasterećenje (kN)					Kontinuirano opterećenje do sloma, pomaci u (mm)
	0-2	0-4	0-6	0-8	0-10	
0	0	0	0,01	0,01	0,06	0,06
2	1,71	1,73	1,78	1,87	1,96	2,05
4		3,71	3,74	3,82	3,93	4,07
6			5,78	5,82	5,94	6,15
8				7,98	8,04	8,27
10					10,40	10,49
11						11,76
12						13,24
12,54						16,03

**Tablica 4.2:** Rezultati pomaka grede G-2

Prema prethodno prikazanoj Tablici 4.2 i na Dijagramu 4.2, vidljivo je da smo gredu G-2 opterećivali na dva načina. U prvom načinu opterećenje se nanosilo u koracima do koraka od 0-10 kN, a u drugom načinu greda je opterećivana kontinuirano do sloma.



**Dijagram 4.2:** Grafički prikaz pomaka grede G-2

Iz Dijagrama 4.2 uočavaju se odstupanja progiba pri istoj sili, ali različitim koracima. Dakle pri svakom slijedećem koraku iznos progiba postaje veći u odnosu na iznos progiba pri prethodnom koraku.

U drugom dijelu dijagrama kada je greda opterećivana konstantnim opterećenjem, također dolazi do porasta progiba pri istim vrijednostima sile.

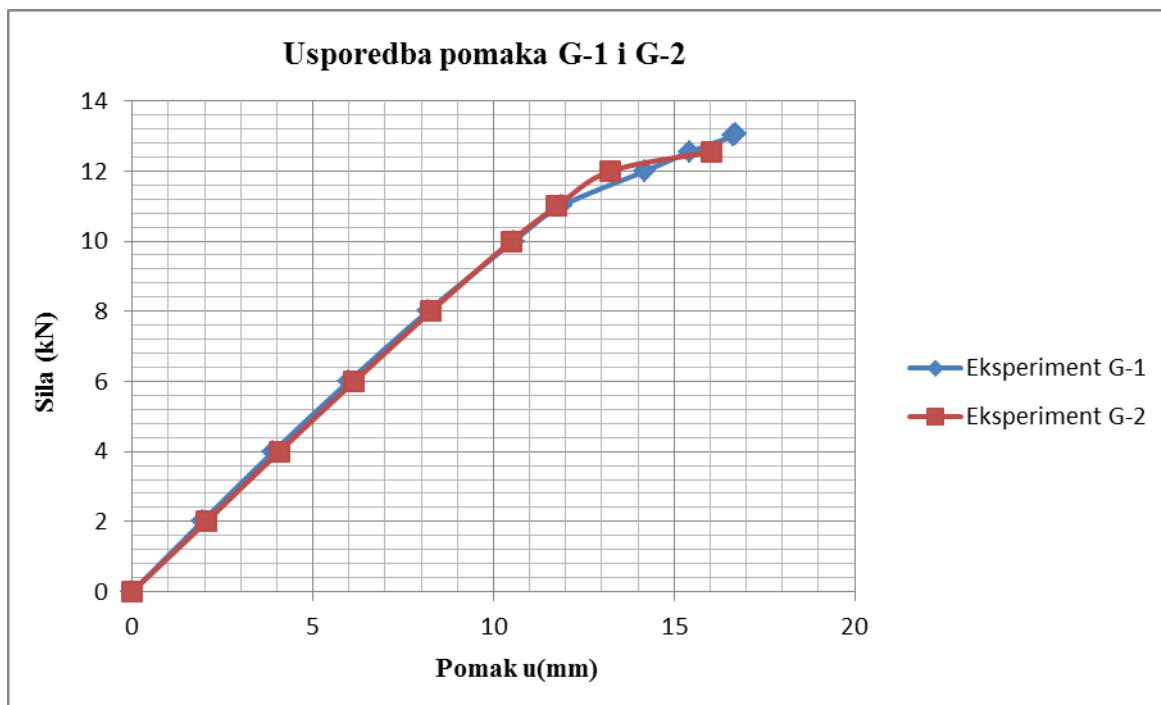
Kao i kod grede G-1, greda G-2 se nalazi u linearnom području sve do iznosa opterećenja od 11 kN, nakon toga greda se nalazi u nelinearnom području.

### 4.4.3. Usporedba rezultata pomaka eksperimentalnog ispitivanja modela G-1 i G-2

U Tablici 4.3 i na Dijagramu 4.3 prikazana je usporedba progiba eksperimentalne analize pomaka grede G-1 i kontinuiranog načina opterećenja modela G-2.

Sila (kN)	Pomak eksperimenta G-1 u(mm)	Pomak eksperimenta G-2 u(mm)
0	0	0
2	1,93	2,05
4	3,91	4,07
6	5,99	6,15
8	8,18	8,27
10	10,56	10,49
11	11,88	11,76
12	14,20	13,24
12,54	15,42	16,03
13	16,65	
13,04	16,72	

Tablica 4.3: Usporedba rezultata pomaka greda G-1 i G-2



Dijagram 4.3: Grafički prikaz usporedbe pomaka greda G-1 i G-2

Eksperimentalnim ispitivanjem dobili smo stvarna ponašanja modela. Iz grafičkog prikaza vidljivo je dosta dobro slaganje rezultata pomaka.

Linearno ponašanje grede G-1 i grede G-2, gotovo je identično s razlikom progiba od svega 1 - 4 %. Linearno područje pomaka je do sile od 11 kN. Nakon prekoračenja te sile, oba modela dolaze u nelinearno područje.

Nelinearno područje ponašanja grede G-1 je nešto drukčije od nelinearnog ponašanja grede G-2. Razlika između progiba je od 4 do 7%. Razlog tomu je prethodno opterećivanje i rasterećivanje grede G-2 do sile od 10 kN nakon čega se javljaju zaostale ili trajne deformacije od 0,06 mm. Te zaostale deformacije posljedica su pojave prvih pukotina u vlačnoj zoni, te za isti iznos sile rastu deformacije odnosno u ovom slučaju progibi. Nelinearno područje grede G-2 je nešto kraće od grede G-1.

Lom grede G-1 dogodio se pri sili od 13,04 kN sa progibom od 16,72 mm, a lom grede G-2 pri sili od 12,54 kN uz progib od 16,03 mm. Razlika od 0,5 kN između sila loma, dogodila se prvenstveno zbog prethodnog slučaja opterećenja grede G-2 što je za posledicu imalo unošenje naprezanja u gredu.

Eksperimentalno ispitivanje modela daje dosta dobre rezultate pomaka za grede istih dimenzija i rubnih uvjeta, ali različitih slučajeva opterećenja.

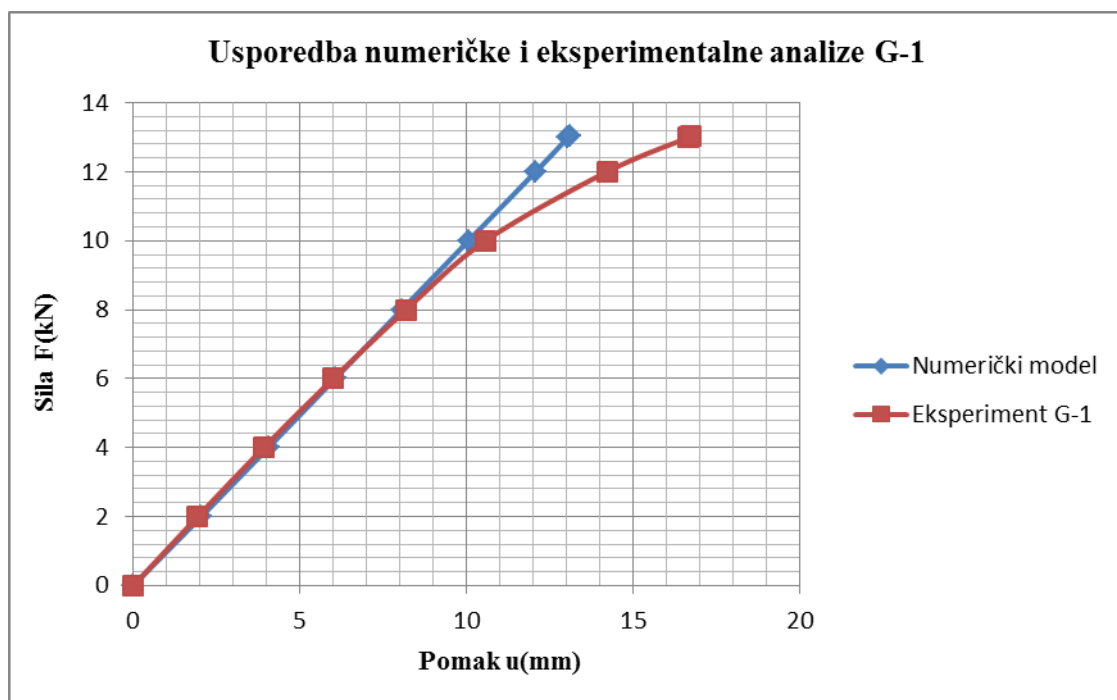


#### 4.5. Usporedba rezultata pomaka numeričke i eksperimentalne analize modela

Prikazom rezultata numeričke i eksperimentalne analize trebali bi dobiti slična ponašanja modela. Usporedba rezultata numeričke i eksperimentalne analize gređa G-1 i G-2, prikazana je u Tablicama 4.4 i 4.5.

Sila (kN)	Pomak na numeričkom modelu u(mm)	Pomak eksperimenta G-1 u(mm)
0	0	0
2	2,04	1,93
4	4,05	3,91
6	6,05	5,99
8	8,05	8,18
10	10,05	10,56
12	12,06	14,20
13	13,04	16,65
13,04	13,10	16,72

Tablica 4.4: Usporedba rezultata pomaka numeričkog modela i eksperimenta G-1

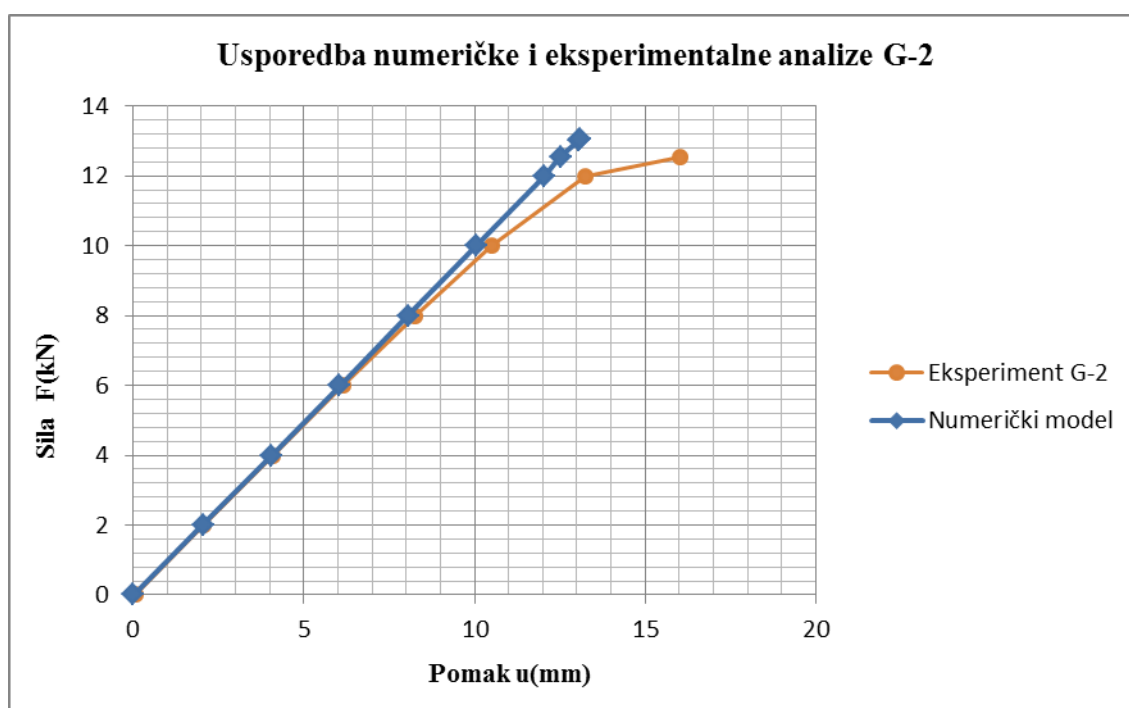


Dijagram 4.4: Grafički prikaz usporedbe pomaka numeričkog modela i eksperimenta G-1



Sila (kN)	Pomak na numeričkom modelu u(mm)	Pomak eksperimenta G-2 u(mm)
0	0	0
2	2,04	2,05
4	4,05	4,07
6	6,05	6,15
8	8,05	8,27
10	10,05	10,49
12	12,06	13,24
12,54	12,52	16,03
13	13,04	
13,04	13,10	

**Tablica 4.5:** Usporedba rezultata pomaka numeričkog modela i eksperimenta G-2

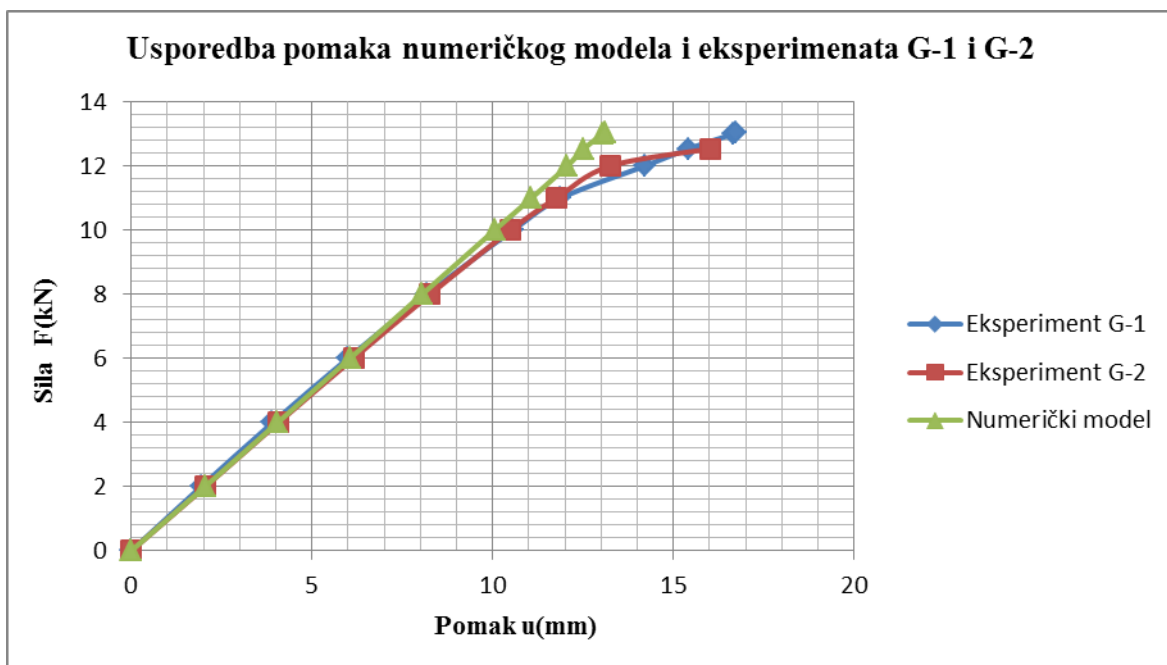


**Dijagram 4.5:** Grafički prikaz usporedbe pomaka numeričkog modela i eksperimenta G-2

Usporedba pomaka numeričkog modela i eksperimenata G-1 i G-2, dana je u Tablici 4.6, a grafičkim prikazom rezultata na Dijagramu 4.6 prikazana je sličnost ponašanja grede.

Sila (kN)	Pomak na numeričkom modelu u(mm)	Pomak eksperimenta G-1 u(mm)	Pomak eksperimenta G-2 u(mm)
0	0	0	0
2	2,04	1,93	2,05
4	4,05	3,91	4,07
6	6,05	5,99	6,15
8	8,05	8,18	8,27
10	10,05	10,56	10,49
11	11,07	11,88	11,76
12	12,06	14,20	13,24
12,54	12,52	15,42	16,03
13	13,04	16,65	
13,04	13,10	16,72	

**Tablica 4.6:** Usporedba rezultata pomaka numeričkog modela i eksperimenata G-1 i G-2



**Dijagram 4.6:** Grafički prikaz usporedbe pomaka numeričkog modela i eksperimenata G-1 i G-2

Iz gore prikazanih rezultata usporedbe pomaka numeričkog modela i eksperimenata G-1 i G-2, vidljiva je velika podudarnost rezultata. Na prikazanom grafu može se vidjeti vrlo slično ponašanje krivulja u linearnom području, dok u nelinearnom području dolazi do određenog odstupanja.

Gubitak nosivosti grede pri istom opterećenju u numeričkom modelu javlja se pri pomaku od 13,1 mm, dok kod grede G-1 taj pomak doseže vrijednost od 16,72 mm. Zbog prethodnog opterećenja, zatim rasterećenja grede G-2 imamo nešto manju silu iznosa 12,54 kN pri kojoj dolazi do sloma grede, uz progib od 16,03 mm.

## 5. ZAKLJUČAK

U ovom diplomskom radu provedena je numerička analiza modela i prototipa, te eksperimentalna analiza modela. Za model je uzeta greda sastavljena od lijepljenih ploča medijapana, a numerička analiza prototipa izvršena je na armiranobetonskoj gredi. Kod oba slučaja analiza kao statički sustav uzeta je prosta greda, nosač na dva zglobna ležaja.

Model greda je izrađen od više ploča medijapana, koji su međusobno lijepljeni epoksi smolom tako da tvore jedinstvenu cjelinu. Korišteno je 5 ploča medijapana dimenzija 10/1,9 cm, tako da je ukupna dimenzija grede 10/9,5 cm. Greda je duljine 105 cm postavljena na ležajeve osnog razmaka od 94 cm.

Za potrebe usporedbe modela i stvarne grede (prototipa), korišten je armiranobetonski gredni nosač klase betona C 35/45. Dimenzije poprečnog presjeka prototipa iznose 50/48 cm te dužine između osi ležajeva koja iznosi 470 cm.

Cilj ispitivanja u ovom radu je usporedba pomaka (progiba) proste grede modela i armiranobetonskog prototipa u sredini raspona i određivanje sile pri kojoj nastaje slom konstrukcije. Prikazanim rezultatima modelske analize i numeričkog proračuna te njihovim međusobnim uspoređivanjem dobio se uvid u ponašanje grednog ab nosača. Da bi se dobio cjelokupni uvid u ponašanje nosača potrebno je usporediti unutarnje sile i deformacije, čija usporedba nije bila tema ovog rada.

Numeričkom analizom izvršen je proračun pomaka modela i prototipa, te međusobna usporedba tih dvaju rezultata. Usporedbom tih dvaju rezultata došli smo do zaključka da s točnim mjerilima sličnosti dobivamo vrlo slične rezultate ponašanja pri progibu nosača te je za očekivati da će u stvarnosti ab nosač imati slično ponašanje. Zbog nedovoljnih podataka o svojstvima medijapana, dolazi do određenih odstupanja koja su u ovom slučaju gotovo pa zanemariva.

Izborom modela od medijapana uzeto je dosta pojednostavljenja. Bez obzira na pojednostavljenja došli smo do vrlo zadovoljavajućih podudaranja rezultata numeričke analize pomaka modela i prototipa. Možemo zaključiti da modelskom analizom dobivamo relativno pouzdane i točne rezultate za ponašanje prototipa te je ovakva vrsta analize jeftinija od izvedbe i ispitivanja samog prototipa.

Eksperimentalnim ispitivanjem greda G-1 i G-2 dobili smo stvarno ponašanje modela grednog nosača. Greda G-1 opterećivana je kontinuirano, a greda G-2 u prvom slučaju opterećivana je na način da smo u laboratoriju pomoću preše postepeno nanosili opterećenja do određenog iznosa, a zatim je vršeno rasterećenje. Ovaj postupak smo ponavljali nekoliko puta. Drugi slučaj opterećenja G-2 je bio kontinuirano opterećivanje do sloma.

Usporedbom rezultata između kontinuiranog opterećivanja grede G-1 i grede G-2 do sloma uočava se slom greda pri različitim silama.

Razlog tomu je prethodno opterećivanje-rasterećivanje grede G-2, gdje dolazi do unošenja naprezanja u materijal i stvaranja prvih mikro pukotina, te greda popušta pri nešto manjoj sili u odnosu na gredu G-1. Ponašanje greda u linearnom području je gotovo identično, ali kod ne linearnog područja vidljiva su mala odstupanja.

Prikazanim rezultatima usporedbe numeričke i eksperimentalne analize modela zapažena je velika podudarnost dijagrama u linearnom području. U nelinearnom području dolazi do određenog odstupanja numeričke i eksperimentalne analize. Razlika odstupanja je prvenstveno zbog različitih uvjeta proračuna i ispitivanja.

Točnost rezultata eksperimentalne analize ovisi o mnogo čimbenika. Neki primjeri čimbenika su osjetljivost mjernih instrumenata, temperatura, vlaga, nepoželjne vibracije, itd. Vrlo bitan utjecaj na sliku pomaka ima kontakt između nosača i oslonca. Kod numeričke analize taj kontakt je idealniji, nego kod eksperimentalne analize te to dovodi do razlike rezultata.

Na kraju ovog rada može se zaključiti da model grednog nosača ima slično ponašanje numeričke i eksperimentalne analize. Eksperimentalnom analizom dobivamo stvarnu sliku pomaka u stvarnim uvjetima, a numeričkom analizom sliku pomaka dobivamo u idealnim uvjetima.

## 6. LITERATURA

- [1] P. Marović: Ispitivanje konstrukcija, interna skripta – zapisi s predavanja, Građevinsko-arhitektonski fakultet, Sveučilište u Splitu, Split, 2010.
- [2] V. Jambreković, N. Španić, T. Jambreković, B. Iliev: Utjecaj nestabilnosti bočnih stranica MDF ploča, *Drvena industrija*, Vol. 62, Br. 2, str. 137-146, 2011.
- [3] AutoCAD 2D/3D 2013, Autodesk nv, Copyright © 2013.
- [4] Scia Engineer 2014, Nemetschek Scia nv, Copyright © 2014.
- [5] P. Marović, M. Galić: Mehanika materijala, interna skripta – zapisi s predavanja, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Sveučilište u Splitu, Split, 2013.
- [6] <http://www.hoffmann-group.com>