

Matematički model funkcioniranja vodoopskrbnog sustava tijekom 24 sata primjenom kvazistacionarnog modela

Ćubić, Marija

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:

University of Split, Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy / Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:123:181585>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-08-02**



Repository / Repozitorij:

[FCEAG Repository - Repository of the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy, University of Split](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE

DIPLOMSKI RAD

Marija Čubić

Split, 2020.

SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE

Marija Čubić

**Matematički model funkcioniranja vodoopskrbnog sustava
tijekom 24 sata primjenom kvazistacionarnog modela**

Diplomski rad

Split, 2020.

SVEUČILIŠTE U SPLITU

FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE

STUDIJ: DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ GRAĐEVINARSTVA

KANDIDAT: Marija Ćubić

BROJ INDEKSA: 768

KATEDRA: Katedra za hidromehaniku i hidrauliku

PREDMET: Hidraulika

ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD

Tema:

Matematički model funkcioniranja vodoopskrbnog sustava tijekom 24 sata primjenom kvazistacionarnog modela

Opis zadatka: Studentica će izraditi matematički model funkcioniranja vodoopskrbnog sustava tijekom 24 sata primjenom kvazistacionarnog modela. Obzirom da su promjene u brzinama tečenja u vodovodnom sustavu spore, inertnost vode u cijevima se može zanemariti. Studentica će izraditi hidraulički model za proizvoljan broj čvorova potrošnje, te s jednom ili više vodosprema. U čvorovima potrošnje vanjski protok će biti promjenjiv i zadavat će se kao poligon s proizvoljnim brojem točaka tijekom 24 satnog perioda.

U vodospremama će se definirati granični vodostaji pri kojima se uključuju i isključuju crpke unaprijed zadanog kapaciteta.

Za rješenje problema studentica će postaviti dinamičke jednačbe za sve cijevi, te jednačbe kontinuiteta u svim čvorovima. Potrebno je primijeniti mješoviti postupak numeričke integracije postavljenih jednačbi.

Za rješenje problema treba izraditi programsko rješenje u FORTRAN-u. Sve rezultate treba prikazati grafički na dovoljnom broju primjera.

U Splitu, 20.05.2020.

Voditelj Diplomskog rada:

doc. dr. sc. Davor Bojanić

Predsjednik Povjerenstva za
završne i diplomske ispite:
doc. dr. sc. Ivo Andrić

„Temelji građevina uvijek su bili pastorčad zato što nema slave u temeljenju i što uzroci uspjeha ili neuspjeha leže skriveni duboko u tlu; ali djela osvete temelja zbog pomanjkanja brige o njima mogu biti vrlo zbunjujuća...“

Karl Terzaghi, 1951.

*Zahvaljujem se svojoj obitelji
i prijateljima, na podršci
tijekom cijeloga moga
školovanja, te svome
mentoru, doc.dr.sc. Davoru
Bojaniću, na pruženom
vremenu, znanju i savjetima
koji će itekako naći mjesto u
budućnosti!*

Matematički model funkcioniranja vodoopskrbnog sustava tijekom 24 sata primjenom kvazistacionarnog modela

Sažetak:

U ovom diplomskom radu izrađen je matematički model vodoopskrbnog sustava primjenom računalnog programskog jezika FORTRAN i metode konačnih elemenata, a sve na temelju hidrauličkih zahtjeva koji diktiraju ispravan rad jednog vodoopskrbnog sustava. Programski kod je napisan za kvazistacionarno stanje, prstenasti oblik mreže i opskrbu crpkom s jednog izvora za svaku vodospremu posebno, te se kao takav može koristiti za bilo koji drugi sustav koji se želi riješiti Newton-ovom metodom i mješovitim postupkom numeričke integracije.

Ključne riječi:

hidraulički proračun, vodoopskrbni sustav, kvazistacionarno stanje, programski jezik FORTRAN, Newton-ova metoda

Mathematical model of water supply system functioning during 24 hours using quasi-stationary model

Abstract:

In this graduate thesis, a mathematical model of water supply system is made, by applying computer programming language FORTRAN and the finite element method, and all of that according to hydraulic requirements which demand proper operation of the water supply system. The program code is written for the quasi-stationary case, ring-shaped water supply mesh and for pump supply from one source for each reservoir separately, and as such can be used for any other water supply system that wants to be solved by Newton's method and mixed numerical integration process.

Keywords:

hydraulic calculation, water supply system, quasi-stationary case, programming language FORTRAN, Newton's method

Sadržaj

| | |
|---|----|
| 1. UVOD | 3 |
| 1.1. Sustav vodoopskrbe..... | 3 |
| 1.2. Metoda proračuna..... | 4 |
| 1.2.1. Numeričko rješavanje sustava nelinearnih jednačbi | 7 |
| 1.3. Metoda konačnih elemenata | 10 |
| 2. PRORAČUN VODOVODNE MREŽE | 11 |
| 2.1. Ulazni podaci | 11 |
| 2.3. Proračun kvazistacionarnih stanja vodovodne mreže primjenom metode konačnih elemenata | 14 |
| 2.3.1. PROGRAMSKI KOD | 22 |
| 3. PRIKAZ RJEŠENJA PRORAČUNA | 30 |
| 3.1. VARIJANTA 1- "slabija" crpka..... | 30 |
| 3.2. VARIJANTA 2- "jača" crpka..... | 32 |
| 4. USPOREDBA REZULTATA PRORAČUNA SUSTAVA- Rezultati proračuna vodoopskrbnih sustava spojenih na vodospreme površine 750 (m ²) i 1000 (m ²)..... | 35 |
| 5. ZAKLJUČAK..... | 40 |
| 6. LITERATURA | 42 |
| 7. PRILOG..... | 43 |
| 7.1. Prilog1 | 43 |

1. UVOD

Obzirom na to da je tema diplomskog rada konstruiranje matematičkog modela funkcioniranja vodoopskrbnog sustava, potrebno je uvesti opća teorijska saznanja, kako o načinu funkcioniranja sustava vodoopskrbe, tako i o temeljnim postulatima mehanike fluida te o numeričkom načinu rješavanja sustava nelinearnih jednadžbi.

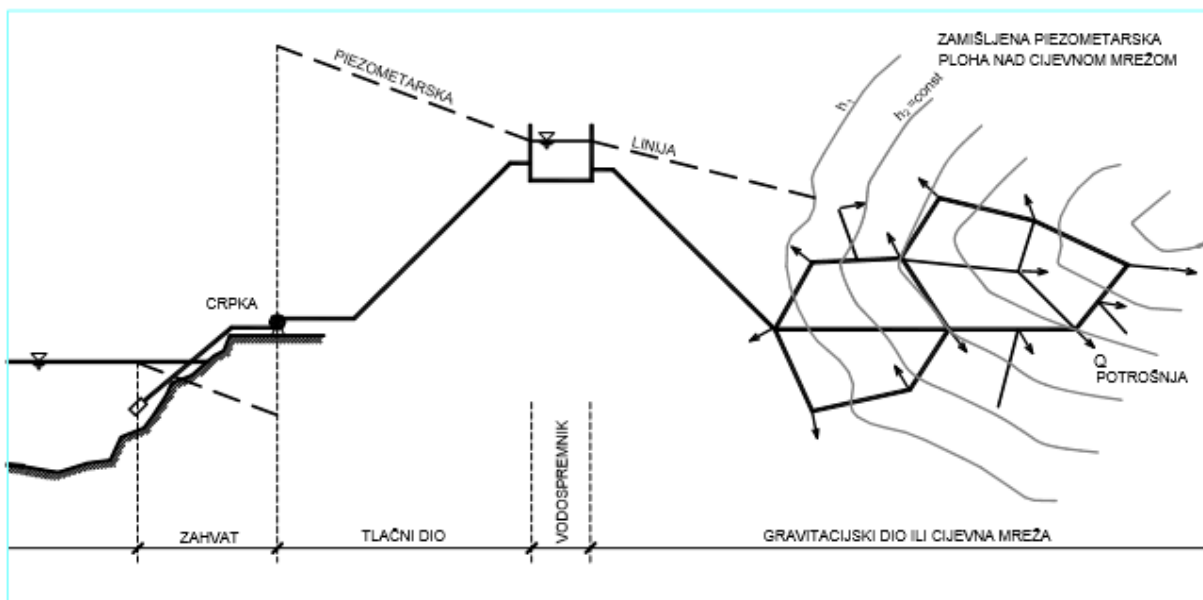
1.1. Sustav vodoopskrbe

Sustavi vodoopskrbe ili vodovodi [1], bilo da se radi o opskrbi urbanih sredina pitkom vodom ili pak industrijskih kompleksa tehnološkom vodom, rješavaju se uglavnom u dva dijela, koji su jedan od drugoga udaljeni no ipak povezani.

To su:

- tlačni dio sustava i
- gravitacijski dio sustava ili razvodna mreža. (slika 1).

Iako oba dijela sustava možemo promatrati kao tlačne sustave, u ovom kontekstu, građevinski objekti kao što su zahvat i crpna stanica, ubrajaju se u tlačne sustave, dok se dio vodovoda od vodospreme, pa sve do potrošača promatra kao gravitacijski sustav. Vodosprema svojom zapreminom ima ulogu izjednačavanja vremenskih nepravilnosti između dotoka sa zahvata i potrošnje, dok svojim visinskim položajem osigurava dostatan tlak (piezometarsku visinu) za svakog potrošača kod najnepovoljnije kombinacije potrošnje.



Slika 1. Shema vodoopskrbnog sustava sa naznačenim gravitacijskim i tlačnim dijelom sustava

Vodovodne mreže, kao krajnji element u vodoopskrbnom sustavu na koji se vežu potrošači, mogu biti u razgranatom, prstenastom ili kombiniranom obliku. Svrha hidrauličkog proračuna vodovodne mreže, je provjera ispravnosti projektirane mreže, te mogućnost korigiranja iste.

Oblik mreže ovisi o više zahtjeva: hidrauličkim zahtjevima, tlocrtnom rasporedu potrošača u naselju, topografiji terena i slično. No svaki od ovih oblika ima nekoliko hidrauličkih zahtjeva koje mora ispuniti, a to su:

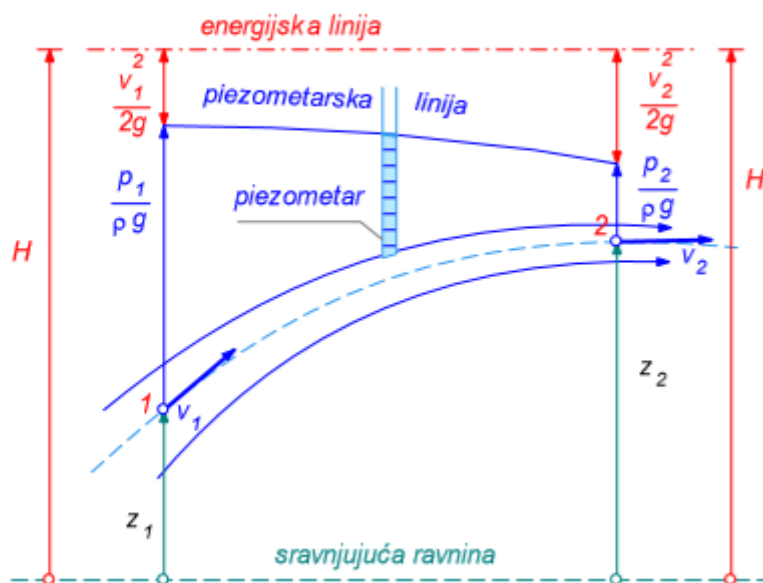
- raspoloživa piezometarska visina mora biti osigurana za svakoga potrošača, uključujući i onog najnepovoljnije smještenog, u trenutku najvećeg opterećenja sustava u kombinaciji s pojavom požara i uzimanja vode s jednog ili dva hidranata,
- potrošnja sitnih potrošača, kao što su kućni priključci, sabire se i dalje tretira kao oduzimanje vode u glavnim čvorovima mreže,
- prosječne brzine u cijevima (3-4 m/s) su takve da se lokalni otpori na armaturama mogu zanemariti u odnosu na linijske otpore,
- brzinska visina se također može zanemariti.

1.2. Metoda proračuna

U proračunima cijevnih mreža koriste se 2 jednačbe:

- Bernoullijeva (dinamička) jednačba te
- jednačba kontinuiteta.

Bernoullijeva jednačba predstavlja osnovni zakon gibanja fluida te zapravo proizlazi iz zakona o očuvanju energije.



Slika 2. Skica strujne cijevi s naznačenim presjecima u kojima se postavlja Bernoullijeva jednačba; Hidromehanika, Vinko Jović

U idealnom i općenitom obliku, Bernoullijeva jednadžba [2] kaže da, promatrajući stacionarno strujanje fluida, u ovom slučaju nestišljive tekućine ($\rho = \text{konstanta}$), kroz kontrolni volumen V , energija koju jedinična težina te tekućine posjeduje, pri prolasku između 2 presjeka, koji se nalaze na kotama z_1 i z_2 , ostaje konstantna. To se može pokrijepiti i izrazom:

$$H = \frac{e_s}{g} = z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = \text{const} \quad (1)$$

gdje je:

H - ukupna raspoloživa energijska visina jediničnog elementa tekućine (jedinična težina)

z_1 - kota osi presjeka A1

z_2 - kota osi presjeka A2

$\frac{p_1}{\rho g}$ - tlačna visina (piezometarska visina u obliku pritiska koji stupac tekućine radi na bazu) u presjeku 1-1

$\frac{p_2}{\rho g}$ - tlačna visina (piezometarska visina u obliku pritiska koji stupac tekućine radi na bazu) u presjeku 2-2

$\frac{v_1^2}{2g}$ - brzinska visina (kinetička energija strujanja) u presjeku 1-1

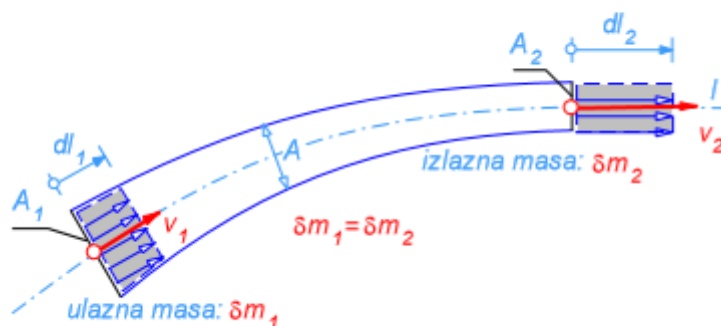
$\frac{v_2^2}{2g}$ - brzinska visina (kinetička energija strujanja) u presjeku 2-2

$\rho =$ gustoća fluida, uzima se da je konstantna

$\frac{e_s}{g}$ - visinski oblik specifične mehaničke energije strujanja ($de_s = 0$)

e_s - specifična energije jedinične mase.

Jednadžba kontinuiteta u fizici, u svom najopćenitijem obliku, govori o neuništivosti materije; promjena količine tvari u nekom sustavu je upravo jednaka onoj količini tvari koja je u sustav ušla ili iz njega izašla. Jednostavnije rečeno, promjena mase tekućine kod strujanja nestišljive tekućine kroz strujnu cijev, jednaka je nuli i to se može pokazati na sljedeći način:



Slika 3. Grafički prikaz jednadžbe kontinuiteta na primjeru strujne cijevi;
V.Jović, Osnove hidromehanike

Prema [2], neka postoji kontrolni volumen V na strujnoj cijevi, ulazna masa δm_1 i izlazna masa δm_2 , obje promatrane kao djelići ukupne mase M .

Obzirom na to da promatramo stacionarno strujanje, koje kaže da se kinematička slika u strujanju tijekom vremena ne mijenja [2], za masu M možemo reći da je konstantna.

$$M = \int_V \rho V = \int_{l_1}^{l_2} \rho A dl = \text{const} \quad (2)$$

Promjena mase u kontrolnom volumenu tada iznosi nula.

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{l_1}^{l_2} \rho A dl = 0 \quad (3)$$

Daljnijim raspisom izraza (3), možemo zapisati sljedeće:

$$\frac{d}{dt} \int_{l_1}^{l_2} \rho A v dt = d \int_{l_1}^{l_2} \rho A v = \int_{l_1}^{l_2} d(\rho Q) = 0 \quad (4)$$

Uvrštavanjem (4) u (3) možemo primijetiti da je za slučaj nestišljive tekućine $\rho = \text{const}$, promjena volumenskog protoka Q jednaka nuli.

$$\frac{dM}{dt} = (\rho Q)_2 - (\rho Q)_1 = 0$$

$$\dot{M} = (\rho Q)_1 = (\rho Q)_2 = \rho Q = \text{const}. \quad (5)$$

Sada možemo definirati djelić mase δm_1 kao:

$$\delta m_1 = (\rho A v)_1 \cdot \delta t,$$

te djelić mase δm_2 kao:

$$\delta m_2 = (\rho A v)_2 \cdot \delta t.$$

Izjednačavanjem diferencijalnih masa, dobije se sljedeće:

$$\delta m_1 = \delta m_2$$

$$(\rho A v)_1 \cdot \delta t = (\rho A v)_2 \cdot \delta t$$

$$(\rho Av)_1 = (\rho Av)_2$$

$$(\rho Q)_1 = (\rho Q)_2 = \rho Q = \text{const}$$

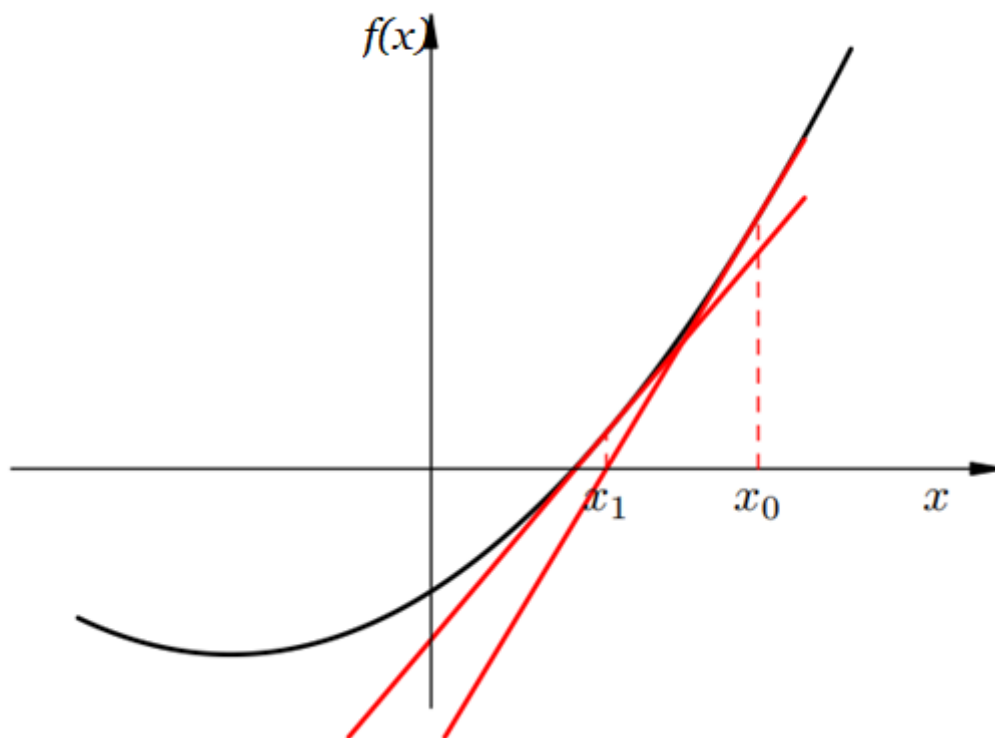
U konačnici možemo zaključiti da je sav volumenski protok Q_1 koji je prošao kroz poprečni presjek A_1 , jednak volumenskom protoku Q_2 koji je prošao i izašao iz poprečnog presjeka A_2 .

1.2.1. Numeričko rješavanje sustava nelinearnih jednažbi

Ako promotrimo shematski prikaz nekog vodovodnog sustava (*slika 1*), možemo primijetiti da se mreža vodovodnog sustava sastoji od više cijevi koje se spajaju u čvorove, tj. priključna mjesta. Cijevi, količina zahvata te potrošnja su međusobno zavisne veličine, stoga se proračun cijevne mreže svodi na rješavanje sustava nelinearnih jednažbi. Svrha proračuna je određivanje piezometarskih veličina, kao posljedice neravnomjernosti potrošnje, radi poznavanja tih vrijednosti kao jednih od glavnih veličina kojima se prate vodoopskrbni sustavi. Obzirom na veličinu opskrbnog područja i broj priključnih mjesta, sustav jednažbi može biti jako velik, stoga je numeričko rješavanje problema i korištenje računala neophodno.

Numerička matematika [3] je grana matematike koja proučava i razvija metode za približno (numeričko) rješavanje matematičkih problema. Jedna od poznatijih metoda za iterativne proračune je Newtonova metoda koja je korištena u ovom diplomskom radu.

Newton-ovom metodom tražimo nultočke funkcije $f(x)$. Pretpostavka metode je da je funkcija f neprekidno derivabilna na nekoj domeni, tj. da nema lomova i nedefiniranih točaka u području svoje definicije. Ideja metode [4] je postupno približavanje rješenju na način da funkciju aproksimiramo pravcem, a nultočku funkcije, aproksimiramo nultočkom pravca. Polazeći od prve, poznate aproksimacije x_0 , konstruira se tangenta na graf funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i definira se nova aproksimacija x_1 , u točki gdje pravac- tangenta siječe x-os.



Slika 4. Grafički prikaz Newton-ove metode

Obzirom na to da se na graf funkcije $f(x)$, polaže tangenta, možemo pričati o derivaciji funkcije u promatranoj točki, odnosno o nagibu pravca tangente u odnosu na x-os.

$$tg(\alpha) = \frac{f(x_0)}{-(x_1 - x_0)}$$

Razlika $(x_1 - x_0)$ je prirast Δx , za koji postoji zahtjev da bude što manji, jer na taj način dolazimo blizu nultočke funkcije f .

$$\Delta x \cdot tg(\alpha) = -f(x_0)$$

Ako se umjesto $tg(\alpha)$ napiše $\frac{df(x_0)}{dx}$, dobije se sljedeće:

$$\Delta x = \frac{-f(x_0)}{tg(\alpha)}$$

$$\Delta x = \frac{-f(x_0)}{\frac{df(x_0)}{dx}}$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{df(x_0)} dx. \quad (6)$$

Izraz (6) predstavlja aproksimativnu vrijednost nultočke funkcije f .

Konkretno u ovom radu, Newton-ovom metodom će se rješavati jednačba kontinuiteta čvorova.

Sama po sebi ta jednačba je nelinearna jer sadrži član $Q_c(I)$, koji predstavlja protok kroz I-tu cijev i član $Q_{0v}(J)$ koji predstavlja potrošnju iz J-tog čvora. Jednačba kontinuiteta za čvorove vodoopskrbne mreže glasi:

$$\sum Q_c(I) - Q_{0v}(J) = 0. \quad (7)$$

Protok $Q_c(I)$ glasi:

$$Q_c(I) = \sqrt{\frac{1}{\lambda(I) \cdot \frac{L(I)}{D(I)}}} \cdot \sqrt{2g \cdot (H(I_1) - (H(I_2)))} \cdot A \quad (8)$$

$H(I_1)$ predstavlja piezometarsku visinu, na kraju promatranog intervala, uzvodnog čvora, dok $H(I_2)$ predstavlja piezometarsku visinu, na kraju promatranog intervala, nizvodnog čvora. Svi spomenuti članovi navedenih jednačbi biti će detaljnije objašnjeni u daljnjem tekstu ovoga rada, u poglavlju 2. *Proračun vodovodne mreže.*

Ovdje će se samo još ukazati na činjenicu da se dinamička jednačba (Bernoullijeva jednačba) zapravo pojavljuje u obliku Darcy-Weisbach-ovog [2] izraza za gubitak energije,

$$\Delta H_e = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

koji je sadržan u izrazu za protok kroz cijev $Q_c(I)$.

$$\Delta H_e = H_1 - H_2$$

$$v = \sqrt{\frac{2g \cdot (H_1 - H_2) \cdot D}{\lambda \cdot L}}$$

$$Q = v \cdot A,$$

gdje je A površina poprečnog presjeka cijevi kroz koju teče protok Q .

Primjenom Newton-ove metode, jednačba (7) piše se u implicitnom obliku kao:

$$F = \sum Q_c(I) - Q_{0v}(J) = 0 \quad (9)$$

te se sada promatra i derivira funkcija F po varijablama $H_2(I_1)$ i $H_2(I_2)$. Na taj način će se formirati sustav linearnih jednačbi: $\sum_{j=1}^n \frac{\delta F_i}{\delta H_j} \cdot \Delta H_j = -F_i$, $i=1, N$. Ovih jednačbi će biti onoliko koliko vodoopskrbni sustav ima čvorova (N). Ovaj sustav od N linearnih jednačbi rješavat će se Guassovom metodom eliminacije, korištenjem programskog jezika FORTRAN.

Stanje u vodospremama ovisi o vanjskoj potrošnji i o radu crpke, koja će se uključivati kada razina vode u vodospremi dosegne unaprijed definirani minimalni vodostaj, a isključivat će se po postizanju maksimalnog vodostaja vodospreme.

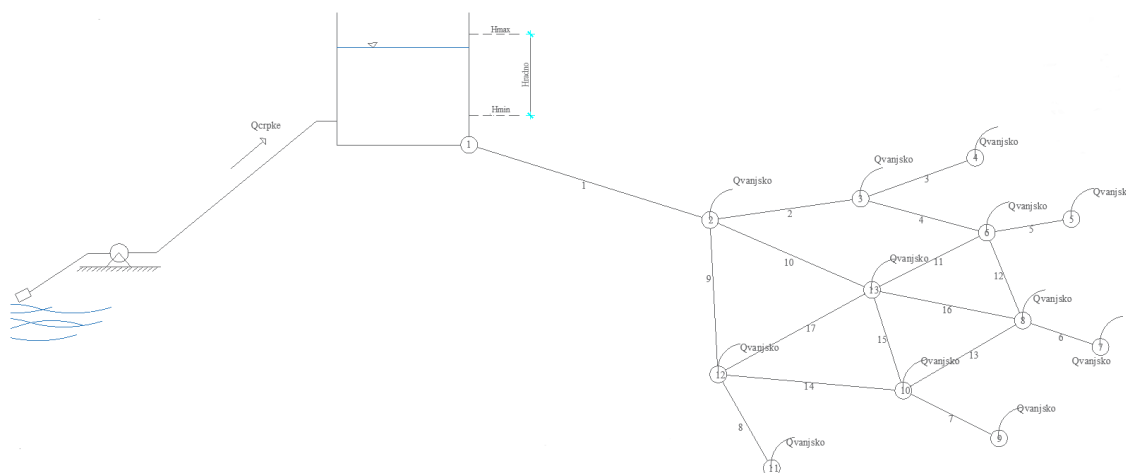
1.3. Metoda konačnih elemenata

Hidraulički proračun vodoopskrbnog sustava temelji se na metodi konačnih elemenata. Ova metoda promatrani kontinuum (cjelinu) zamjenjuje diskretnim modelom, podijeljenim na konačne elemente, koji su na konturama međusobno povezani čvorovima [5]. Stanje u svakom elementu (npr. protok fluida) je opisano na odgovarajući način, uz određene uvjete, koji omogućavaju da se ovaj diskretni model što više približi realnom stanju. Ova metoda je pogodna za rješavanje raznih inženjerskih zadataka, pa tako i hidrauličkog proračuna cijevnih sustava, gdje se cijeli sustav svede na promatranje 2 elementa (cijevi), međusobno povezana čvorom, u kojem se nalazi i vanjska potrošnja. Svaki element sadrži podatke koji se odnose na njega (protok, površina poprečnog presjeka, brzina strujanja, piezometarska kota) u trenutnom stanju te podatke onog dijela sustava koji nedostaje, definirane kao rubne uvjete, kako bi se cjelina održala.

2. PRORAČUN VODOVODNE MREŽE

2.1. Ulazni podaci

Vodoopskrbni sustav koji se promatra (slika 5), sastoji se od 1 vodospreme, koja se napaja s jednog izvora. Nadalje, sustav zadovoljava potrošnju oko 50000 stanovnika čija potrošnja je koncentrirana u 13 čvorova. Sustav sačinjava 17 međusobno povezanih cijevi različitih dimenzija. Oblik mreže je prstenasti, i promatra se kao gravitacijski sustav, dok je dio od zahvata do vodospreme, tlačni sustav.



Slika 5. Shema analiziranog vodoopskrbnog sustava

Karakteristiku crpnog agregata, Q-h krivulju, daje proizvođač, te se u ovom radu nije ulazilo u detalje proračuna rada agregata i analizu otpora koji se javljaju prilikom precrpljivanja tekućine s niže kote na višu, već su se potrebni podaci učitali kao uređeni parovi podataka, dobiveni očitavanjem sjecišta Q-h krivulje¹ i krivulja otpora za 3 različite statičke visine, koje su povezane sa maksimalnim, minimalnim i srednjim vodostajem vodospreme.

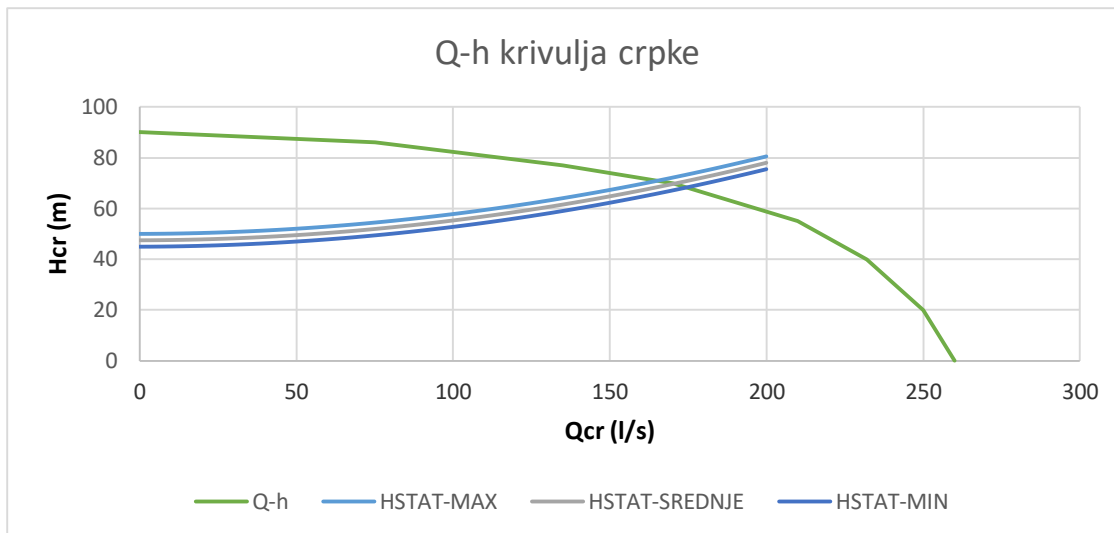
$$H_{stat,min} = 45,0 \text{ (m n. m.)}$$

$$H_{stat,sred} = 47,5 \text{ (m n. m.)}$$

$$H_{stat,max} = 50,0 \text{ (m n. m.)}$$

U poglavlju 3. ovoga rada, biti će prikazani rezultati proračuna vodospreme površine 500 (m²) i crpki čije se Q-h karakteristike mogu vidjeti na slici 6. i 7.

¹ Osnovno obilježje crpke su radni parametri poput protoka, tlaka, visine dobave, učinkovitosti i snage. Prilikom izbora centrifugalne crpke ove podatke provjeravamo očitavanjem Q-h krivulje, pri čemu Q označava protok ili kapacitet [m³/h] prikazan na x-osi a h je visina dobave [m] prikazana na y-osi, preuzeto s: <https://strojarskaradionica.wordpress.com/2018/06/05/znete-li-citati-q-h-krivulju/>

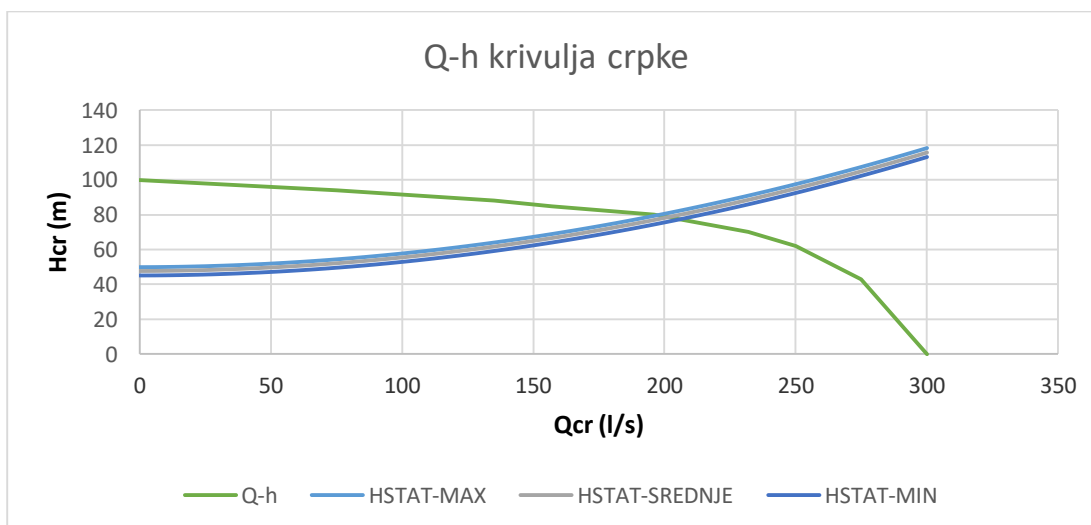


Slika 6. Q-h karakteristika crpke, primjer slabije crpke

U tablicama 1 i 2 su navedene geodetske kote statičke visine kako bi se ostvarila veza vodospreme i crpke.

Tablica 1. Uređeni parovi podataka koji definiraju rad crpke

| | H _{stat} (m) | Q _{cr} (l/s) |
|------|-----------------------|-----------------------|
| | 140,0 | 183,0000 |
| MIN | 145,0 | 181,14286 |
| SRED | 147,5 | 175,71429 |
| MAX | 150,0 | 170,2857 |
| | 155,0 | 153,0000 |



Slika 7. Q-h karakteristika crpke, primjer jače crpke

Tablica 2. Uređeni parovi podataka koji definiraju rad crpke

| | H _{stat} (m) | Q _{cr} (l/s) |
|------|-----------------------|-----------------------|
| | 140,00 | 217,0000 |
| MIN | 145,0 | 211,14286 |
| SRED | 147,5 | 205,71429 |
| MAX | 150,0 | 200,2857 |
| | 155,00 | 190,0000 |

Vodosprema je općeg horizontalnog poprečnog presjek, površine 500 (m²), sa minimalnom radnom kotom od 146,0 (m n.m.) te maksimalnom radnom kotom od 150,0 (m n.m.). Fizikalne karakteristike cijevnog sustava prikazane su u tablici 3.

Tablica 3. Fizikalne karakteristike cijevnog sustava

| CIJEV | UZVODNI ČVOR | NIZVODNI ČVOR | DULJINA(m) | PROMJER (m) | HIDRAULI ČKA HRAPAV OST(m) | KOEFICIJ ENT KINEMAT IČKE VISKOZN OSTI (m ² /s) |
|-------|-----------------|------------------|------------|----------------|-------------------------------------|--|
| 1 | 1 | 2 | 1000 | 0,125 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 2 | 2 | 3 | 500 | 0,110 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 3 | 3 | 4 | 400 | 0,090 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 4 | 3 | 6 | 350 | 0,110 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 5 | 6 | 5 | 270 | 0,09 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 6 | 8 | 7 | 270 | 0,09 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 7 | 10 | 9 | 310 | 0,09 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 8 | 12 | 11 | 360 | 0,09 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 9 | 2 | 12 | 500 | 0,110 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 10 | 2 | 13 | 600 | 0,110 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 11 | 13 | 6 | 430 | 0,110 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 12 | 6 | 8 | 350 | 0,110 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 13 | 10 | 8 | 430 | 0,110 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 14 | 12 | 10 | 420 | 0,110 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 15 | 13 | 10 | 300 | 0,110 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 16 | 13 | 8 | 430 | 0,110 | 0,0002 | 1,14E-06 |
| 17 | 13 | 12 | 600 | 0,110 | 0,0002 | 1,14E-06 |

Svi potrebni podaci, temeljem napisanog kôda, su ispisani u tekstualnom obliku te je formirana ulazna datoteka koju program učitava prilikom izvršavanja proračuna.

2.2. STACIONARNO (NULTO) STANJE

Stacionarno stanje, kako je u uvodnom poglavlju već navedeno, je stanje u kojem ne dolazi do promjene kinematičkih veličina, brzine, tlaka i protoka. U ovom slučaju za nulto stanje, trenutak $T=0,0$ (s), piezometarska kota u vodospremi je poznata i konstantna, te iznosi 150,0 (m n. m.) dok se pretpostavljene piezometarske kote u čvorovima mreže iteriraju dok se ne uspostavi ravnoteža dotoka i vanjske potrošnje u svim čvorovima mreže.

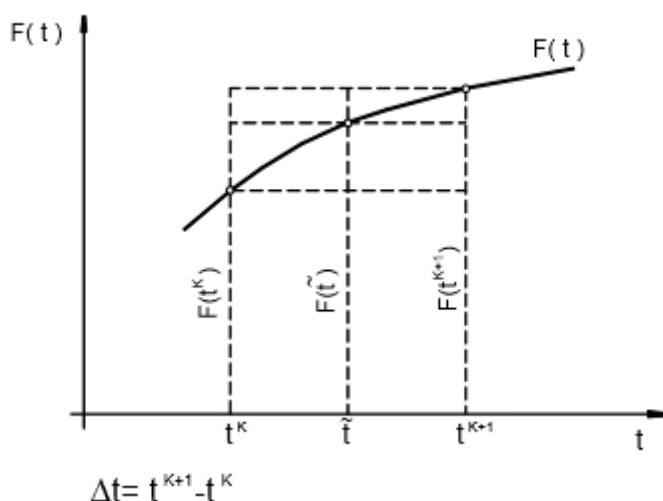
Za svaku cijev se postavlja dinamička jednačba, a za svaki čvor jednačba kontinuiteta. Rješavanje sustava nelinearnih jednačbi izvodi se iterativnim načinom tako što se više puta računa sustav linearnih jednačbi, te se tako postupno dolazi do rješenja početnog stanja.

Izračunato početno stanje piezometarskih kota u mreži je ulazna veličina za daljnji proračun i analizu funkcioniranja sustava za naredna kvazistacionarna stanja.

2.3. Proračun kvazistacionarnih stanja vodovodne mreže primjenom metode konačnih elemenata

U sljedeći vremenski korak se ulazi sa poznatim (izračunatim) H_1 piezometarskim kotama u svim čvorovima. Kao konačni rezultat proračuna traži se piezometarsko stanje na kraju vremenskog intervala, tj. stanje H_2 .

Nad elementima proračuna primijenit će se Newton-ova metoda te mješoviti postupak numeričke integracije. Numerička integracija je potrebna kako bismo diskretizirani prostor cijevnog sustava proširili do realnog stanja, dok je mješoviti postupak numeričke integracije najbolja varijanta, obzirom na točnost rezultata proračuna.



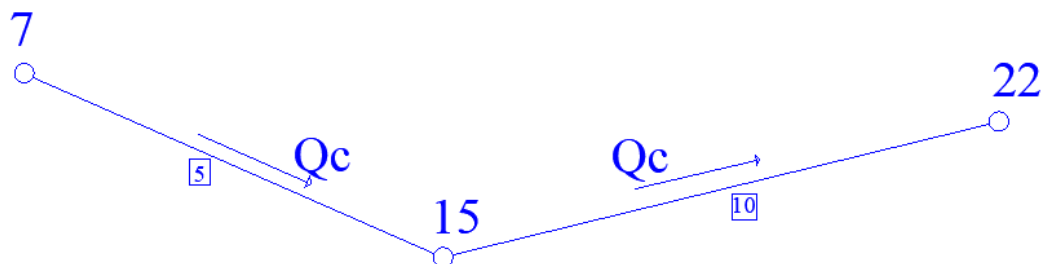
Slika 6. Srednja vrijednost intervala

Općenito govoreći, približna vrijednost integrala Newton-ove funkcije (9) izražena pomoću aproksimacije glasi:

$$H_2^{k+1} - H_2^k = [(1 - \theta) \cdot F(t)^k + \theta \cdot F(t)^{k+1}] \cdot (t^{k+1} - t^k),$$

gdje parametar θ daje "oštrinu" rješenja i uzima vrijednost između $0 > \theta > 1$.

Prije svega, mora se uspostaviti konvencija smjera tečenja protoka kroz cijev. Protok kroz cijev je pozitivan ako ide od uzvodnog prema nizvodnom čvoru. Za svaku cijev, u ulaznoj datoteci se zadaje koji joj je uzvodni, a koji nizvodni čvor (*tablica 3*).



Slika 7. Konvencija predznaka tečenja protok kroz cijevi

Npr.

$$ICV_1(5) = 7$$

$$ICV_1(10) = 15$$

$$ICV_2(5) = 15$$

$$ICV_1(10) = 22$$

U tom slučaju, Newton-ova funkcija F , odnosno kompletna jednačba kontinuiteta, za nizvodni čvor glasi:

$$F(ICV_2(I)) = F(ICV_2(I)) + QC(I) - QOV2(ICV_2(I)) \quad (10)$$

dok za uzvodni čvor glasi:

$$F(ICV_1(I)) = F(ICV_1(I)) - QC(I) - QOV2(ICV_1(I)) \quad (11)$$

gdje je $ICV_1(I)$ oznaka uzvodnog čvora I -te cijevi, $ICV_2(I)$ je oznaka nizvodnog čvora I -te cijevi, $QC(I)$ protok kroz I -tu cijev, a $QOV2(ICV_2(I))$, $QOV2(ICV_1(I))$ su redom oduzimanja (vanjska potrošnja) nizvodnog i uzvodnog čvora na kraju intervala.

Jednačba kontinuiteta u svom punom obliku, za unutarne čvorove glasi:

$$F = \pm \sqrt{\frac{1}{\lambda(I) \cdot \frac{L(I)}{D(I)}}} \cdot \sqrt{2g \cdot (H(I_1) - (H(I_2)))} \cdot A - QOV(ICV(I)).$$

Vanjska potrošnja, srednja dnevna potrošnja u pojedinom čvoru, $QOV(ICV(I))$, definirana je kao umnožak specifične potrošnje vode [6] i broja stanovnika pojedinog čvora. Specifična potrošnja vode je osnovna veličina nužna za dimenzioniranje vodovoda i zadaje se

smjernicama i normama, ili se proračunava. U ovom radu, korištena je specifična potrošnja po stanovniku, po danu, koja se može izračunati preko izraza:

$$\text{Spec. potrošnja (l/stanovnik/dan)} = \frac{\text{ukupna godišnja potrošnja}}{365 \cdot \text{broj stanovnika}}$$

Za potrebe proračuna, a temeljem iskustva, broja stanovnika i smjernica (*Tablica 2.8, Dio 1: Vodoopskrba naselja*), odabrana specifična potrošnja iznosi 200 (l/stan/dan).

Srednja dnevna potrošnja, $Q_{0V} (m^3/s)$, za svaki čvor, prikazana je u *tablici 4*.

Tablica 4. Srednja dnevna potrošnja po čvoru

| čvor | br.stanovnik | spec.potr ošnja (m ³ /stan /dan) | Qsrednje- dan (m ³ /s) |
|------|--------------|--|---|
| 2 | 5000 | 0,2 | 0,011574 |
| 3 | 2500 | 0,2 | 0,005787 |
| 4 | 1000 | 0,2 | 0,002315 |
| 5 | 1000 | 0,2 | 0,002315 |
| 6 | 2500 | 0,2 | 0,005787 |
| 7 | 1000 | 0,2 | 0,002315 |
| 8 | 3000 | 0,2 | 0,006944 |
| 9 | 3500 | 0,2 | 0,008102 |
| 10 | 5000 | 0,2 | 0,011574 |
| 11 | 2250 | 0,2 | 0,005208 |
| 12 | 5000 | 0,2 | 0,011574 |
| 13 | 11000 | 0,2 | 0,005093 |

Međutim, zadatkom je predviđena analiza rada sustava unutar 24 sata, stoga će se usvojiti raspodjela vanjske potrošnje za pojedini čvor prema [7]. Za svaki čvor, raspodjela je jednaka, i izražava se kao postotak srednje dnevne potrošnje, i prikazana je u *tablici 5*. Pripadni dijagrami potrošnje, za pojedine čvorove će biti prikazani u poglavlju 7 ovoga rada.

Tablica 5. Raspodjela vanjske potrošnje po satu, po čvorovima.

| sati (h) | koeficijent | postotak % | čvor 2 | čvor 3 | čvor 4 | čvor 5 | čvor 6 | čvor 7 | čvor 8 | čvor 9 | čvor 10 | čvor 11 | čvor 12 | čvor 13 |
|----------|-------------|------------|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | | Qvanjsko (m3/s) | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0,01 | 1 | 0,002777778 | 0,001389 | 0,000556 | 0,000556 | 0,001389 | 0,000556 | 0,001667 | 0,001944 | 0,002778 | 0,00125 | 0,002778 | 0,006111 |
| 0,5 | 0,01 | 1 | 0,002777778 | 0,001389 | 0,000556 | 0,000556 | 0,001389 | 0,000556 | 0,001667 | 0,001944 | 0,002778 | 0,00125 | 0,002778 | 0,006111 |
| 1,5 | 0,005 | 0,5 | 0,001388889 | 0,000694 | 0,000278 | 0,000278 | 0,000694 | 0,000278 | 0,000833 | 0,000972 | 0,001389 | 0,000625 | 0,001389 | 0,003056 |
| 2,5 | 0,005 | 0,5 | 0,001388889 | 0,000694 | 0,000278 | 0,000278 | 0,000694 | 0,000278 | 0,000833 | 0,000972 | 0,001389 | 0,000625 | 0,001389 | 0,003056 |
| 3,5 | 0,01 | 1 | 0,002777778 | 0,001389 | 0,000556 | 0,000556 | 0,001389 | 0,000556 | 0,001667 | 0,001944 | 0,002778 | 0,00125 | 0,002778 | 0,006111 |
| 4,5 | 0,02 | 2 | 0,005555556 | 0,002778 | 0,001111 | 0,001111 | 0,002778 | 0,001111 | 0,003333 | 0,003889 | 0,005556 | 0,0025 | 0,005556 | 0,012222 |
| 5,5 | 0,02 | 2 | 0,005555556 | 0,002778 | 0,001111 | 0,001111 | 0,002778 | 0,001111 | 0,003333 | 0,003889 | 0,005556 | 0,0025 | 0,005556 | 0,012222 |
| 6,5 | 0,04 | 4 | 0,011111111 | 0,005556 | 0,002222 | 0,002222 | 0,005556 | 0,002222 | 0,006667 | 0,007778 | 0,011111 | 0,005 | 0,011111 | 0,024444 |
| 7,5 | 0,07 | 7 | 0,019444444 | 0,009722 | 0,003889 | 0,003889 | 0,009722 | 0,003889 | 0,011667 | 0,013611 | 0,019444 | 0,00875 | 0,019444 | 0,042778 |
| 8,5 | 0,08 | 8 | 0,022222222 | 0,011111 | 0,004444 | 0,004444 | 0,011111 | 0,004444 | 0,013333 | 0,015556 | 0,022222 | 0,01 | 0,022222 | 0,048889 |
| 9,5 | 0,03 | 3 | 0,008333333 | 0,004167 | 0,001667 | 0,001667 | 0,004167 | 0,001667 | 0,005 | 0,005833 | 0,008333 | 0,00375 | 0,008333 | 0,018333 |
| 10,5 | 0,03 | 3 | 0,008333333 | 0,004167 | 0,001667 | 0,001667 | 0,004167 | 0,001667 | 0,005 | 0,005833 | 0,008333 | 0,00375 | 0,008333 | 0,018333 |
| 11,5 | 0,05 | 5 | 0,013888889 | 0,006944 | 0,002778 | 0,002778 | 0,006944 | 0,002778 | 0,008333 | 0,009722 | 0,013889 | 0,00625 | 0,013889 | 0,030556 |
| 12,5 | 0,07 | 7 | 0,019444444 | 0,009722 | 0,003889 | 0,003889 | 0,009722 | 0,003889 | 0,011667 | 0,013611 | 0,019444 | 0,00875 | 0,019444 | 0,042778 |
| 13,5 | 0,08 | 8 | 0,022222222 | 0,011111 | 0,004444 | 0,004444 | 0,011111 | 0,004444 | 0,013333 | 0,015556 | 0,022222 | 0,01 | 0,022222 | 0,048889 |
| 14,5 | 0,06 | 6 | 0,016666667 | 0,008333 | 0,003333 | 0,003333 | 0,008333 | 0,003333 | 0,01 | 0,011667 | 0,016667 | 0,0075 | 0,016667 | 0,036667 |
| 15,5 | 0,05 | 5 | 0,013888889 | 0,006944 | 0,002778 | 0,002778 | 0,006944 | 0,002778 | 0,008333 | 0,009722 | 0,013889 | 0,00625 | 0,013889 | 0,030556 |
| 16,5 | 0,05 | 5 | 0,013888889 | 0,006944 | 0,002778 | 0,002778 | 0,006944 | 0,002778 | 0,008333 | 0,009722 | 0,013889 | 0,00625 | 0,013889 | 0,030556 |
| 17,5 | 0,06 | 6 | 0,016666667 | 0,008333 | 0,003333 | 0,003333 | 0,008333 | 0,003333 | 0,01 | 0,011667 | 0,016667 | 0,0075 | 0,016667 | 0,036667 |
| 18,5 | 0,08 | 8 | 0,022222222 | 0,011111 | 0,004444 | 0,004444 | 0,011111 | 0,004444 | 0,013333 | 0,015556 | 0,022222 | 0,01 | 0,022222 | 0,048889 |
| 19,5 | 0,07 | 7 | 0,019444444 | 0,009722 | 0,003889 | 0,003889 | 0,009722 | 0,003889 | 0,011667 | 0,013611 | 0,019444 | 0,00875 | 0,019444 | 0,042778 |
| 20,5 | 0,05 | 5 | 0,013888889 | 0,006944 | 0,002778 | 0,002778 | 0,006944 | 0,002778 | 0,008333 | 0,009722 | 0,013889 | 0,00625 | 0,013889 | 0,030556 |
| 21,5 | 0,03 | 3 | 0,008333333 | 0,004167 | 0,001667 | 0,001667 | 0,004167 | 0,001667 | 0,005833 | 0,008333 | 0,00375 | 0,008333 | 0,018333 | 0,036667 |
| 22,5 | 0,02 | 2 | 0,005555556 | 0,002778 | 0,001111 | 0,001111 | 0,002778 | 0,001111 | 0,003333 | 0,003889 | 0,005556 | 0,0025 | 0,005556 | 0,012222 |
| 23,5 | 0,01 | 1 | 0,002777778 | 0,001389 | 0,000556 | 0,000556 | 0,001389 | 0,000556 | 0,001667 | 0,001944 | 0,002778 | 0,00125 | 0,002778 | 0,006111 |
| 24 | 0,01 | 1 | 0,002777778 | 0,001389 | 0,000556 | 0,000556 | 0,001389 | 0,000556 | 0,001667 | 0,001944 | 0,002778 | 0,00125 | 0,002778 | 0,006111 |

Programski kod je koncipiran na način da prolazi preko elemenata, i u pojedinom čvoru formira jednadžbu kontinuiteta, tj. funkciju F . Prvo se daje doprinos elementa (protok kroz cijev) nizvodnom i uzvodnom čvoru:

$$F(ICV_2(I)) = F(ICV_2(I)) + QC(I) \tag{12}$$

$$F(ICV_1(I)) = F(ICV_1(I)) - QC(I) , \tag{13}$$

da bi se nakon što program "prođe" kroz sve elemente, učita pripadajuće protoke kroz cijevi i smjesti ih unutar matrice 13x13, sustavi (12) i (13) kompletirali vanjskom potrošnjom i dobili izgled jednadžbi (10) i (11). Tako napisane jednadžbe je sada potrebno derivirati po varijabli $H_2(ICV_1(I))$ te po varijabli $H_2(ICV_2(I))$, kako bi se prikazale promjene koje se događaju u pojedinom čvoru.

Parcijalne diferencijalne jednadžbe $\frac{dF}{H_2(ICV_1(I))}$, $\frac{dF}{H_2(ICV_2(I))}$ u matričnom se obliku mogu zapisati kao:

$$A \cdot x = B,$$

gdje je $[A]$ vektor koeficijenata matrice tj. parcijalne derivacije po varijabli H_2 , x predstavlja priraste piezometarskih stanja u svim čvorovima, koji u konačnici predstavljaju rješenja matrice sustava, te vektor desne strane $[B]$, čiji su članovi zapravo negativne funkcije F , tj. jednadžbe kontinuiteta u pojedinom čvoru (10) i (11).

Elementi matrice $[A]$ su parcijalne derivacije funkcija [10] i [11] po varijablama $H_2(ICV_1(I))$ te $H_2(ICV_2(I))$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \dots & a_{ij} \end{bmatrix}.$$

Na mjestu " a_{11} " prikazane matrice, nalazit će se parcijalna derivacija uzvodnog čvora po piezometarskom stanju na kraju intervala u tom čvoru [$FF(ICV1(I), ICV1(I))$]. Na mjestu " a_{1j} " nalazit će se parcijalna derivacija uzvodnog čvora, ali po piezometarskom stanju u nizvodnom čvoru [$FF(ICV1(I), ICV2(I))$].

Parcijalna derivacija nizvodnog čvora po piezometarskom stanju $H_2(ICV_1(I))$, nalazi se na mjestu " a_{i1} " [$FF(ICV2(I), ICV1(I))$], dok se parcijalna derivacija nizvodnog čvora po piezometarskom stanju na kraju intervala tog istog čvora, nalazi na mjestu " a_{ij} " [$FF(ICV2(I), ICV2(I))$].

U algebarskom zapisu parcijalne derivacije funkcije F glase:

$$\frac{\partial F(ICV1(I))}{\partial H_2(ICV1(I))} = - \frac{1}{\sqrt{\lambda(I) \cdot \frac{L(I)}{D(I)}}} \cdot \sqrt{2g} \cdot D(I)^2 \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{|H_2(ICV1(I)) - H_2(ICV2(I))|}}$$

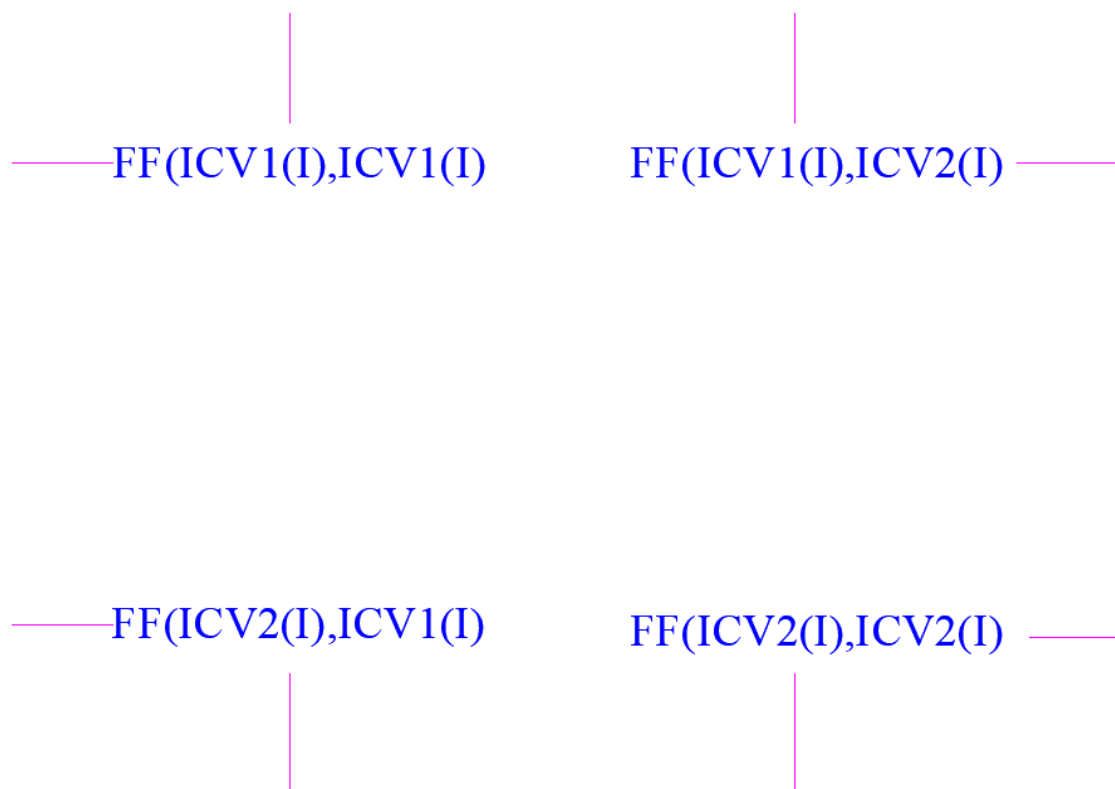
$$\frac{\partial F(ICV1(I))}{\partial H_2(ICV2(I))} = \frac{1}{\sqrt{\lambda(I) \cdot \frac{L(I)}{D(I)}}} \cdot \sqrt{2g} \cdot D(I)^2 \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{|H_2(ICV1(I)) - H_2(ICV2(I))|}}$$

$$\frac{\partial F(ICV2(I))}{\partial H_2(ICV1(I))} = \frac{1}{\sqrt{\lambda(I) \cdot \frac{L(I)}{D(I)}}} \cdot \sqrt{2g} \cdot D(I)^2 \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{|H_2(ICV1(I)) - H_2(ICV2(I))|}}$$

$$\frac{\partial F(ICV2(I))}{\partial H_2(ICV2(I))} = - \frac{1}{\sqrt{\lambda(I) \cdot \frac{L(I)}{D(I)}}} \cdot \sqrt{2g} \cdot D(I)^2 \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{|H_2(ICV1(I)) - H_2(ICV2(I))|}}$$

Jednadžbe (12) i (13) predstavljaju matricu $[B]$, koja će se kompletirati dodavanjem člana $Q0V(ICV(I))$ u svakom čvoru, tek nakon što program prođe po svim elementima i izračuna parcijalne derivacije.

Na ovaj način će se formirati matrica parcijalnih derivacija funkcije F , po čvorovima, zajedno sa matricom rješenja $[B]$, ali samo za one čvorove koji nisu vodosprema.



Slika 8. Dio matrice parcijalnih derivacija; parcijalne derivacije jednadžbe kontinuiteta za jedan element

Čvor vodospreme, unutar programskog koda definiran je uvjetom $ITIP(I) = 2$. Vodosprema ima jednu iznimku, a to je činjenica da ima volumen, tj. prostor za pohranu vode uslijed vremenskih neravnomjernosti, stoga jednadžbu kontinuiteta nije potrebno "trenutno" zadovoljiti kao kod unutarnjih čvorova mreže.

Jednadžba kontinuiteta za čvor vodospreme se također sastoji od 2 člana: protoka kojeg unosi crpka i protoka koji izlazi iz vodospreme prema cijevnoj mreži, no u ovom slučaju ta razlika ulaza i izlaza jednaka je promjeni volumena vodospreme.

$$F(I) = H_2(I) - H_1(I) - (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \frac{Q_{CRP1} - Q_{C1}(J)}{A1(I)} - \theta \cdot \Delta t \cdot \frac{Q_{CRP2} - Q_{C2}(J)}{A2(I)} = 0$$

Rad crpke definiran je "stanjem uključenosti". Naime, unutar vremenskog intervala, crpka će biti ili uključena ili isključena, a sve ovisno o razini vode u vodospremi. Unutar programskog kôda, koji će kasnije biti u cijelosti izložen, to "stanje uključenosti" je određeno IF-naredbom ovisno o maksimalnoj i minimalnoj koti vodospreme.

```
DO K=1,NCVOR
  IF(ITIP(K).EQ.2) THEN
    IF(H2(K).LT.HMIN(K)) IStanJE(K)=1
    IF(H2(K).GE.HMIN(K).AND.H2(K).LT.HMAX(K).AND.IStanJE(K).EQ.1) IStanJE(K)=1
    IF(H2(K).GE.HMIN(K).AND.H2(K).LT.HMAX(K).AND.IStanJE(K).EQ.0) IStanJE(K)=0
    IF(H2(K).GT.HMAX(K).AND.IStanJE(K).EQ.1) IStanJE(K)=0
    IF (H2(K).GT.HMAX(K).AND.IStanJE(K).EQ.0) IStanJE(K)=0
  END IF
END DO
```

Slika 9. Uvjeti koji diktiraju rad crpke unutar vremenskog koraka Δt

Obzirom na akumulativnost u čvoru vodospreme, potrebno je promatrati što se događa i na početku i na kraju vremenskog intervala. Iz tog razloga jednačba kontinuiteta čvora vodospreme sadrži članove:

$$\frac{Q_{CRP1} - Q_{C1}(J)}{A1(I)} \text{ i } \frac{Q_{CRP2} - Q_{C2}(J)}{A2(I)},$$

gdje je:

Q_{CRP1} protok crpke na početku vremenskog koraka Δt ,

Q_{CRP2} je protok crpke na kraju vremenskog koraka Δt .

$Q_{C1}(J)$ je protok kroz cijev koja se direktno veže za čvor vodospreme, na početku vremenskog koraka, dok je $Q_{C2}(J)$ protok kroz tu istu cijev na kraju vremenskog koraka Δt , $A1(I)$ je površina koju voda pokriva u vodospremi na početku intervala, dok je $A2(I)$ površina na kraju intervala.

Program ponovno učitava sve potrebne podatke za formiranje jednačbe kontinuiteta u čvoru, ali samo za čvor vodospreme. Već otprije formirana matrica parcijalnih derivacija, sada se popunjava novim vrijednostima na mjestima čvora vodospreme.

Programu je potrebno "pokazati" koje su to cijevi koje se direktno vežu za čvor vodospreme, a to se postiže postavljanjem uvjeta za uzvodni čvor. Ukoliko je neki čvor I , $ITIP(I) = 2$, i ako se on na promatranoj cijevi J , definira kao uzvodni $ICV1(J)$, ta cijev je direktno vezana za vodospremu (uvjet iz kôda: $IF(ITIP(I).EQ.2)$).

Zatim program prelazi preko elemenata, učitava funkciju desne strane, na način da prvo učitava doprinos elementa čvoru, kao i za ostale čvorove:

$$F(J) = (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \frac{-Q_{C1}(J)}{A1(I)} - \theta \cdot \Delta t \cdot \frac{-Q_{C2}(J)}{A2(I)} = 0,$$

izračuna parcijalne derivacije i popuni preostala polja matrice $[A]$:

$$\frac{\partial F(ICV1(I))}{\partial H_2(ICV1(I))} = \frac{\partial F(ICV1(I))}{\partial H_2(ICV1(I))} - \frac{1}{\sqrt{\lambda(I) \cdot \frac{L(I)}{D(I)}}} \cdot \sqrt{2g} \cdot D(I)^2 \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{|H_2(ICV1(I)) - H_2(ICV2(I))|}} \cdot \frac{\theta}{A2} \cdot \Delta t$$

$$\frac{\partial F(ICV1(I))}{\partial H_2(ICV2(I))} = \frac{\partial F(ICV1(I))}{\partial H_2(ICV2(I))} + \frac{1}{\sqrt{\lambda(I) \cdot \frac{L(I)}{D(I)}}} \cdot \sqrt{2g} \cdot D(I)^2 \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{|H_2(ICV1(I)) - H_2(ICV2(I))|}} \cdot \frac{\theta}{A2} \cdot \Delta t,$$

a zatim učitava ostatak funkcije, tj. promjene koje se događaju u samom čvoru:

$$F(I) = H_2(I) - H_1(I) - (1 - \theta) \cdot \Delta t \cdot \frac{Q_{CRP1}}{A1} - \theta \cdot \Delta t \cdot \frac{Q_{CRP2}}{A2} = 0.$$

Obzirom na to da kompletna funkcija $F(I)$ u sebi sadrži član $H_2(I)$, potrebno je članovima matrice, koji se nalaze na dijagonalama, nakon što program učita kompletnu funkciju desne strane čvora vodospreme, dodati iznos derivacije $\frac{dH_2(I)}{dH_2}$, tj. +1:

$$\frac{\partial F(ICV1(I))}{\partial H_2(ICV1(I))} = \frac{\partial F(ICV1(I))}{\partial H_2(ICV1(I))} + 1.$$

Nakon što se i matrica $[A]$ u cijelosti popunila, potrebno je unutar matrice $[B]$, funkcijama $F(I)$ promijeniti predznak, prema definiciji same Newton-ove metode

$$F(I) = -F(I).$$

Pozivanjem potprograma *SOLVER* (*FF, F, NCVOR*) sustav linearnih jednadžbi (matrica sustava je matrica parcijalnih derivacija svih funkcija) se rješava Gaussovom metodom eliminacije, i kao rezultat proračuna dobiju se veličine prirasta piezometarskih stanja u svim čvorovima, na kraju vremenskog intervala.

Ukoliko apsolutne veličine prirasta ΔH_2 (u kôdu su to rješenja jednadžbi F) za bilo koji od čvorova odstupaju od unaprijed zadane točnosti, programskim kôdom zadano je iteriranje traženih, nepoznatih veličina H_2 , u svrhu popravke istih.

```
CALL SOLVER(FF, F, NCVOR)
DO I=1, NCVOR
  H2(I)=H2(I)+F(I)
END DO
DO I=1, NCVOR
  IF (ABS(F(I)).GE.TOC) GO TO 100
END DO
```

Slika 10. Dio kôda koji računa popravljene vrijednosti piezometarskog stanja na kraju vremenskog intervala. Ovaj dio kôda također ponavlja iterativni proračun ako bilo koja apsolutna vrijednost prirasta premašuje traženu točnost

2.3.1. PROGRAMSKI KOD

```

!TT(100,50) POLJE VREMENA ZA DEFINIRANJE POTROŠNJE U I-TOM ČVORU. TT(I,J); J-TO
VRIJEME U I-TOM ČVORU
!QOV(100,50) POLJE VANJSKE POTROŠNJE U I-TOM ČVORU. QOV(I, J); J-TA POTROŠNJA U
I-TOM ČVORU
!HH(100,20) POLJE VODOSTAJA U I-TOM ČVORU. HH(I, J);J-TA VISINA U I-TOM ČVORU
!AA(100,20) POLJE POVRŠINA U I-TOM ČVORU. AA(I,J); J-TA POVRŠINA ZA I-TI ČVOR
!HCR(100,10) POLJE VISINA DIZANJA CRPKE U I-TOM ČVORU. HCR(I, J); J-TA VISINA
ZA I-TI ČVOR
!QCR(100,10) POLJE PROTOKA CRPKE U I-TOM ČVORU. QCR(I,J); J-TI PROTOK ZA I-TI
ČVOR
!QC(100) PROTOK KROZ I-TU CIJEV
!F(100) POLJE FUNKCIJA DESNE STRANE U I-TOM ČVORU; JEDNADŽBE KONTINUITETA U I-
TOM ČVORU
!FF(100,100) PARCIJALNE DERIVACIJE U I-TOM ČVORU.F(I,J); J-TA DERIVACIJA U I-
TOM ČVORU
!EPSI(100) VRIJEDNOSTI POGONSKE HIDRAULIČKE HRAPAVOSTI U I-TOM ČVORU
!D(100) PROMJER CIJEVI U I-TOM ČVORU
!L(100) DUŽINA CIJEVI U I-TOM ČVORU
!ICV1(100) UZVODNI ČVOR ZA I-TU CIJEV
!ICV2(100) NIZVODNI ČVOR ZA I-TU CIJEV
!ITIP(100) PODACI KOJI GOVORE DA LI JE I-TI ČVOR POTROŠNJA ILI VODOSPREMA
!HMIN(100) MINIMALNI VODOSTAJI ZA I-TU VODOSPREMU
!HMAX(100) MAKSIMALNI VODOSTAJI ZA I-TU VODOSPREMU
!H1(100) PIEZOMETARSKA VISINA NA POČETKU VREMENSKOG INTERVALA U I-TOM ČVORU
!H2(100) PIEZOMETARSKA VISINA NA KRAJU VREMENSKOG INTERVALA U I-TOM ČVORU
!ISTANJE(100) -ISTANJE(I)=1;CRPKA RADI, ISTANJE(I)=0;CRPKA NE RADI
!QCRP1(100)-protok crpke na početku intervala
!QCRP2(100)-protok crpke na kraju intervala
!QC1(100)-PROTOK KROZ CIJEV ZA POČETAK INTERVAL
!QC2(100) PROTOK KROZ CIJEV ZA KRAJ INTERVALA
!ICQ(100) INDEKSI CIJEVI ZA KOJE ŽELIMO ISPISAT PROTOK
!ICVH(100) INDEKSI ČVOROVA ZA KOJE ŽELIMO ISPISATI H2
!IV (100) INDEKSI VODOSPREMA KOJE SU VEZANE ZA ODREĐENE CRPKE
!NCV JE BROJ PODATAKA KOJIMA SE DEFINIRA POTROŠNJA U ČVORU
!NC JE BROJ CIJEVI
!NCQ-BROJ CIJEVI U KOJIMA ŽELIMO RAČUNATI PROTOKE
!NCVH BROJ ČVOROVA U KOJIMA ŽELIMO RAČUNATI H2
!NCRP BROJ CRPKI ZA KOJE ŽELIMO ZNATI PROTOKE

```

program mreza

```

REAL*8 TT(100,100), QOV(100,100), HH(100,100), AA(100,100), HCR(100,10),
QCR(100,10), QC1(100), QC2(100), QCRP1(100),QCRP2(100)
REAL*8 FF(100,100),F(100)
REAL*8 EPSI(100),D(100),V(100), A1(100),A2(100),HMIN(100), HMAX(100), H1(100),
H2(100),DELTA(100)
REAL*8 L(100), NI, ALAM, T1, T2
DIMENSION NH(100), NQCR(100), NCV(100),ISTANJE(100), ICQ(100), ICVH(100), IV(100),
ICV1(100), ICV2(100), ITIP(100)
IUL=5
CALL OPEN(IUL)
CALL CITA(IUL, EPSI, D, L, ICV1,ICV2, NCV, NCVOR, NC, NCQ, NCH, NCRP, TT, QOV,
ITIP, NH, HH, AA, HMIN, HMAX, NQCR, HCR, QCR, NI, THETA, DT, NDT, H1, ICQ, ICVH,IV)
T1=0.0
T1H=T1/3600.0
DO I=1,NCVOR

```

```

    IStanJE(I)=0
    ENd DO

    CALL SIMUL0(EPSI, D, L, ICV1, ICV2, QC1, TT, Q0V, ITIP, NI, THETA, H1, NCVOR, NC,
NCV)
    DO I=1,NCVOR
    WRITE(*,*) I, H1(I)
    ENd DO
    WRITE(6,500) (ICQ(I), I=1,NCQ)
500 FORMAT ('PROTOCI U CIJEVIMA',/,14X, 15I10)
    WRITE(6,501) T1,T1H,(QC1(ICQ(I)),I=1,NCQ)
501 FORMAT (16F10.4)
    WRITE(7,600) (ICVH(I), I=1,NCH)
600 FORMAT ('PIEZOMETARSKE KOTE U CVOROVIMA',/,14X, 15I10)
    WRITE(7,501) T1,T1H,(H1(ICVH(I)),I=1,NCH)
    WRITE(8,700) (IV(I), I=1,NCRP)
700 FORMAT ('RAD CRPKE',/,14X,15I10)
    WRITE(8,501) T1, T1H, (QCRP1(IV(I)),I=1,NCRP)

    NPIS=20
DO I=1,NDT
    T2=T1+DT
    T2H=T2/3600.0

    CALL SIMUL(EPSI, D, L, ICV1, ICV2, NCV, QC1, QC2, NCVOR, NC, TT, Q0V, ITIP, NH,
HH, AA, HMIN, HMAX, NQCR,
    HCR, QCR, QCRP1, QCRP2, QC, NI, THETA, T2, DT, NDT, H1 ,H2, IStanJE)

IX=I/NPIS
    X=FLOAT(I)/FLOAT(NPIS)
    RIX=FLOAT(IX)
    IF(X.EQ.RIX) THEN
        WRITE(6,501) T2,T2H,(QC2(ICQ(K)),K=1,NCQ)
    WRITE(7,501) T2,T2H,(H2(ICVH(K)),K=1,NCH)
    WRITE(8,501) T2,T2H,(QCRP2(IV(K)),K=1,NCRP)
    ENd IF

    DO K=1, NCVOR
        IF(ITIP(K).EQ.2) THEN
            IF(H2(K).LT.HMIN(K).AND.IStanJE(K).EQ.0) IStanJE(K)=1
            IF(H2(K).GE.HMIN(K).AND.H2(K).LT.HMAX(K).AND.IStanJE(K).EQ.1) IStanJE(K)=1
            IF(H2(K).GE.HMIN(K).AND.H2(K).LT.HMAX(K).AND.IStanJE(K).EQ.0) IStanJE(K)=0
            IF(H2(K).GT.HMAX(K).AND.IStanJE(K).EQ.1) IStanJE(K)=0
            IF (H2(K).GT.HMAX(K).AND.IStanJE(K).EQ.0) IStanJE(K)=0
        ENd IF
    ENd DO
    DO J=1,NCVOR
        H1(J)=H2(J)
    ENd DO
    DO J=1,NC
        QC1(J)=QC2(J)
    ENd DO
    T1=T2
ENd DO
PAUSE
STOP

    ENd PROGRAM

! POTPROGRAMI
SUBROUTINE OPEN(IUL)

```

```

CHARACTER*40 IME
  WRITE(*, 1)
1 FORMAT('UPISI IME ULAZNE DATOTEKE')
  READ(*, '(A)') IME
OPEN(UNIT=IUL, FILE=IME, STATUS='OLD')
RETURN
END

SUBROUTINE CITA(IUL, EPSI, D, L, ICV1,ICV2, NCV, NCVOR, NC, NCQ, NCH, NCRP, TT, Q0V,
ITIP, NH, HH, AA, HMIN, HMAX, NQCR, HCR, QCR, NI, THETA, DT, NDT, H1, ICQ, ICVH,IV)
  REAL*8 TT(100,100), Q0V(100,100), HH(100,100), AA(100,100),
HCR(100,10),QCR(100,10), QC(100),H1(100)
  REAL*8 EPSI(100), D(100), HMIN(100), HMAX(100)
  DIMENSION NH(100), NQCR(100), NCV(100),ISTANJE(100), ICQ(100), ICVH(100), IV(100),
ICV1(100), ICV2(100), ITIP(100)
  CHARACTER*40 IME
  REAL*8 L(100), NI

  READ(IUL, 1)
1 FORMAT (2X)

  READ(IUL,*) NC
DO I=1,NC
  READ(IUL,*) K, ICV1(K), ICV2(K)
END DO
DO I=1,NC
  READ(IUL,*) K, EPSI(K), L(K), D(K)
END DO

READ(IUL,*) NCVOR
DO I=1,NCVOR
  READ(IUL,*) K, ITIP(K), H1(K)
  IF (ITIP(K).EQ.1) THEN
  READ(IUL, *) NCV(K)
  DO J=1,NCV(K)
  READ(IUL,*) TT(K, J), Q0V(K, J)
  TT(K,J)=TT(K,J)*3600.
  END DO
  END IF
  IF (ITIP(K).EQ.2) THEN
  READ(IUL, *) NH(K)
  DO J=1, NH(K)
  READ(IUL,*) HH(K, J), AA(K, J)
  END DO
  READ (IUL, *) HMIN(K), HMAX(K)
  READ (IUL, *) NQCR(K)
  DO J=1, NQCR(K)
  READ(IUL, *) HCR(K,J), QCR(K,J)
  END DO
  END IF
END DO

  READ(IUL,*)NI
  READ(IUL,*)THETA, DT, NDT
  READ(IUL, '(A)') IME
OPEN(UNIT=6, FILE=IME, STATUS='REPLACE')
READ(IUL, *) NCQ
DO I=1,NCQ
  READ(IUL, *) ICQ(I)
  WRITE(6,*) ICQ(I)
END DO

```

```

READ(IUL, '(A)') IME
OPEN(UNIT=7, FILE=IME, STATUS='REPLACE')
READ(IUL, *) NCH
  DO I=1,NCH
    READ(IUL, *) ICVH(I)
    WRITE(7,*) ICVH(I)
  END DO
  READ(IUL, '(A)') IME
OPEN(UNIT=8, FILE=IME, STATUS='REPLACE')
READ(IUL, *) NCRP
  DO I=1,NCRP
    READ(IUL, *) IV(I)
    WRITE(8,*) IV(I)
  END DO
RETURN
END

SUBROUTINE SIMUL0(EPSI, D, L, ICV1, ICV2, QC1, TT, Q0V, ITIP, NI, THETA, H1, NCVOR,
NC, NCV)
  REAL*8 TT(100,100), Q0V(100,100), QC1(100)
  REAL*8 FF(NCVOR,NCVOR),F(NCVOR)
  REAL*8 X(100),Y(100)
  REAL*8 EPSI(100), D(100), A(100), V(100), H1(100)
  DIMENSION NCV(100), ICV1(100), ICV2(100), ITIP(100)
  REAL*8 L(100), MI, NI, ALAM, T1
  T1=0.0
  TOC=0.001
100 CONTINUE
  DO I=1,NCVOR
    IF(ITIP(I).EQ.1) F(I)=0.0
      DO J=1,NCVOR
        FF(I,J)=0.0
      END DO
  END DO

  DO I=1,NC
    CALL CIJEV( EPSI(I), NI, D(I), L(I), H1(ICV1(I)), H1(ICV2(I)), QC1(I), ALAM)

    F(ICV2(I))=F(ICV2(I))+QC1(I)
    F(ICV1(I))=F(ICV1(I))-QC1(I)
    MI=1./SQRT(ALAM*L(I)/D(I))
    A(I)=D(I)**2.*3.1415972/4.

    FF(ICV1(I),ICV1(I))=FF(ICV1(I),ICV1(I))-
MI*SQRT(19.62)*A(I)/(2.*SQRT(ABS(H1(ICV1(I))-H1(ICV2(I))))))

    FF(ICV1(I),ICV2(I))=FF(ICV1(I),ICV2(I))+MI*SQRT(19.62)*A(I)/(2.*SQRT(ABS(H1(ICV1(I))-
H1(ICV2(I))))))

    FF(ICV2(I),ICV1(I))=FF(ICV2(I),ICV1(I))+MI*SQRT(19.62)*A(I)/(2.*SQRT(ABS(H1(ICV1(I))-
H1(ICV2(I))))))
    FF(ICV2(I),ICV2(I))=FF(ICV2(I),ICV2(I))-
MI*SQRT(19.62)*A(I)/(2.*SQRT(ABS(H1(ICV1(I))-H1(ICV2(I))))))
  END DO

  DO I=1,NCVOR
    IF(ITIP(I).EQ.1) THEN
      DO J=1,NCV(I)
        X(J)=TT(I,J)
        Y(J)=Q0V(I,J)
      END DO
      Q0V1=BH(NCV(I),X,Y,T1)
    END IF
  END DO

```

```

F(I)=F(I)-Q0V1
END IF
END DO

!čvorovi vodospreme
DO I=1,NCVOR
IF(ITIP(I).EQ.2) THEN
    F(I)=0.0
DO J=1,NCVOR
FF(I,J)=0.0
IF(I.EQ.J) FF(I, I)=1.0
END DO
END IF
END DO

DO I=1,NCVOR
    F(I)=-F(I)
END DO

FAKT=0.1
CALL SOLVER(FF,F,NCVOR)
DO I=1,NCVOR
H1(I)=H1(I)+FAKT*F(I)
END DO

DO I=1,NCVOR
IF(ABS(F(I)).GE.TOC) GO TO 100
END DO
DO I=1,NCVOR
WRITE(*,*) I, H1(I)
END DO
DO I=1,NC
WRITE(*,*) I, QC1(I)
END DO
RETURN
END

SUBROUTINE SIMUL(EPSI, D, L, ICV1, ICV2, NCV, QC1, QC2, NCVOR, NC, TT, Q0V, ITIP, NH,
HH, AA, HMIN, HMAX, NQCR, HCR, QCR, QCRP1, QCRP2, QC, NI, THETA, T2, DT,
NDT,H1,H2,ISTANJE)
REAL*8 TT(100,100), Q0V(100,100), HH(100,100), AA(100,100), HCR(100,10),
QCR(100,10), QC1(100),QC2(100), QCRP1(100),QCRP2(100)
REAL*8 FF(NCVOR,NCVOR),F(NCVOR)
REAL*8 X(100),Y(100)
REAL*8 EPSI(100), D(100), A(100) ,V(100), A1(100), A2(100), HMIN(100), HMAX(100),
H1(100), H2(100)
DIMENSION NH(100), NQCR(100), NCV(100),ISTANJE(100), ICQ(100), ICVH(100), IV(100),
ICV1(100), ICV2(100), ITIP(100)
REAL*8 L(100), MI, NI, ALAM, T2, TOC
TOC=0.0001
DO I=1,NCVOR
H2(I)=H1(I)
END DO
IBR=0
100 CONTINUE
IBR=IBR+1

IF (IBR.GT.100) GO TO 200
DO I=1,NCVOR
F(I)=0.0
DO J=1,NCVOR
FF(I,J)=0.0
END DO

```

```

END DO
DO I=1,NC
CALL CIJEV( EPSI(I), NI, D(I), L(I), H2(ICV1(I)), H2(ICV2(I)), QC2(I), ALAM)
F(ICV2(I))=F(ICV2(I))+QC2(I)
F(ICV1(I))=F(ICV1(I))-QC2(I)
MI=1./SQRT(ALAM*L(I)/D(I))
A(I)=D(I)**2.*3.1415972/4.

FF(ICV1(I),ICV1(I))=FF(ICV1(I),ICV1(I))-
MI*SQRT(19.62)*A(I)/(2*SQRT(ABS(H2(ICV1(I))-H2(ICV2(I))))))

FF(ICV1(I),ICV2(I))=FF(ICV1(I),ICV2(I))+MI*SQRT(19.62)*A(I)/(2*SQRT(ABS(H2(ICV1(I))-
H2(ICV2(I))))))

FF(ICV2(I),ICV1(I))=FF(ICV2(I),ICV1(I))+MI*SQRT(19.62)*A(I)/(2*SQRT(ABS(H2(ICV1(I))-
H2(ICV2(I))))))
FF(ICV2(I),ICV2(I))=FF(ICV2(I),ICV2(I))-
MI*SQRT(19.62)*A(I)/(2*SQRT(ABS(H2(ICV1(I))-H2(ICV2(I))))))
END DO
DO I=1,NCVOR
IF (ITIP(I).EQ.1) THEN
DO J=1,NCV(I)
X(J)=TT(I,J)
Y(J)=Q0V(I,J)
END DO
Q0V2=BH(NCV(I),X,Y,T2)
F(I)=F(I)-Q0V2
END IF
END DO

DO J=1,NCVOR
IF (ITIP(J).EQ.2) F(J)=0.0
DO I=1,NC
IF (ITIP(ICV1(I)).EQ.2.AND.ICV1(I).EQ.J) THEN
FF(ICV1(I), ICV1(I))=0.0
FF(ICV1(I), ICV2(I))=0.0
END IF
END DO
END DO

DO I=1,NCVOR
IF (ITIP(I).EQ.2) THEN
DO K=1,NH(I)
X(K)=HH(I,K)
Y(K)=AA(I,K)
END DO
A1(I)=BH(NH(I),X,Y,H1(I))
A2(I)=BH(NH(I),X,Y,H2(I))

DO J=1,NC
IF (ITIP(ICV1(J)).EQ.2) THEN
CALL CIJEV (EPSI(J), NI, D(J), L(J), H1(ICV1(J)), H1(ICV2(J)), QC1(J),
ALAM)
CALL CIJEV (EPSI(J), NI, D(J), L(J), H2(ICV1(J)), H2(ICV2(J)), QC2(J),
ALAM)

F(I)=F(I)-(1.-THETA)*DT*(-QC1(J)/A1(I))-THETA*DT*(-QC2(J)/A2(I))
MI=1./SQRT(ALAM*L(J)/D(J))
FF(ICV1(J),ICV1(J))=FF(ICV1(J),ICV1(J))-
THETA*DT/A2(I)*MI*SQRT(19.62)*A(J)/(2*SQRT(ABS(H2(ICV1(J))-H2(ICV2(J))))))

```



```

FF(ICV1(J),ICV2(J))=FF(ICV1(J),ICV2(J))+THETA*DT/A2(I)*MI*SQRT(19.62)*A(J)/(2*SQRT(ABS
(H2(ICV1(J))-H2(ICV2(J))))))
    END IF
    END DO
    DO J=1,NQCR(I)
    X(J)=QCR(I,J)
    Y(J)=HCR(I,J)
    END DO
QCRP1(I)=BH(NQCR(I),Y,X,H1(I))
QCRP2(I)=BH(NQCR(I),Y,X,H2(I))

IF(ISTANJE(I).EQ.0) QCRP1(I)=0.0
IF(ISTANJE(I).EQ.0) QCRP2(I)=0.0
F(I)=F(I)+H2(I)-H1(I)-(1.-THETA)*DT*QCRP1(I)/A1(I)-THETA*DT*QCRP2(I)/A2(I)
DO J=1,NC
    IF(ITIP(ICV1(J)).EQ.2.AND.ICV1(J).EQ.I) THEN
    FF(ICV1(J),ICV1(J))=FF(ICV1(J),ICV1(J))+1.
    END IF
END DO
END IF
END DO
    DO K=1,NCVOR
    F(K)=-F(K)
    END DO

CALL SOLVER(FF,F,NCVOR)
DO I=1,NCVOR
H2(I)=H2(I)+F(I)
END DO
DO I=1,NCVOR
IF(ABS(F(I)).GE.TOC) THEN
GO TO 100
END IF
END DO
WRITE(*,77) T2, IBR
77  FORMAT (' T2, IBR', F10.1, I10)
200 CONTINUE
    RETURN
END

SUBROUTINE LAMBDA(V,D,EPSI,NI,ALAM)
REAL*8 NI, ALAM, D, EPSI
TOC=0.000001
RE=V*D/NI
IF(RE.LT.2320.) THEN
ALAM=64./RE
RETURN
ENDIF
ALAM=0.02
DO 1 I=1,100
IF(I.EQ.100) THEN
WRITE(*,99)
99  FORMAT(' U PROGRAMU LAMBDA BROJ ITERACIJA VECI OD 100')
STOP
ENDIF
C=EPSI/(3.71*D)+2.51/(RE*SQRT(ALAM))
F=ALAM-1./(4.*LOG10(C)**2)
DFDLAM=1.-0.25*2.51/(LOG(10.)*C*LOG10(C)**3*RE*ALAM**1.5)
BALAM=ALAM-F/DFDLAM
DEL=ABS(BALAM-ALAM)
IF(DEL.LT.TOC) GO TO 2

```

```

        ALAM=BALAM
1      CONTINUE
2      ALAM=BALAM
        RETURN
        END

```

```

SUBROUTINE CIJEV( EPSI,NI, D, L, H1, H2, QC,ALAM)
  REAL*8 L, MI, NI, EPSI
  REAL*8 QC, H1, H2, ALAM, D
  PI=3.141592653589793
  V=1.0
  DO I=1,10
  CALL LAMBDA(V, D, EPSI, NI, ALAM)
  MI=1/SQRT(ALAM*(L/D))
  V=MI*SQRT(2*9.81*ABS(H1-H2))
  END DO
  A=(D**2*PI)/4
  V=(H1-H2)/ABS(H1-H2)*V
  QC=A*V
  RETURN
  END

```

```

SUBROUTINE SOLVER(A,B,N)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  REAL*8 A(N,N),B(N),X(N)
  N1=N-1
  DO 3 K=1,N
  I1=K+1
  DO 2 I=I1,N
  FAK=-A(I,K)/A(K,K)
  DO 1 J=K,N
1    A(I,J)=A(I,J)+FAK*A(K,J)
2    B(I)=B(I)+B(K)*FAK
3    CONTINUE
  X(N)=B(N)/A(N,N)
  DO 4 K=1,N1
  I=N-K
  S=0.
  DO 5 L=1,K
  J=I+L
5    S=S+A(I,J)*X(J)
4    X(I)=(B(I)-S)/A(I,I)
  DO 6 I=1,N
  B(I)=X(I)
6    CONTINUE
  RETURN
  END

```

```

FUNCTION BH(N,X,Y,XX)
  REAL*8 X(N),Y(N), XX
  NI=1
  DO 1 I=1,N-1
  IF(X(I)-XX) 2,4,3
2    NI=I
1    CONTINUE
3    BH=Y(NI)+(Y(NI+1)-Y(NI))*(XX-X(NI))/(X(NI+1)-X(NI))
  RETURN
4    BH=Y(I)
  RETURN
  END

```

3. PRIKAZ RJEŠENJA PRORAČUNA

U ovom poglavlju će se prikazati rezultati hidrauličkog proračuna rada vodoopskrbnog sustava na proizvoljno odabranim čvorovima i cijevima, te čvorom vodospreme tlocrtne površine 500 (m²). Napravljene su 2 varijante proračuna; varijanta sa "slabijim" i varijanta sa "jačim" crpnim agregatom.

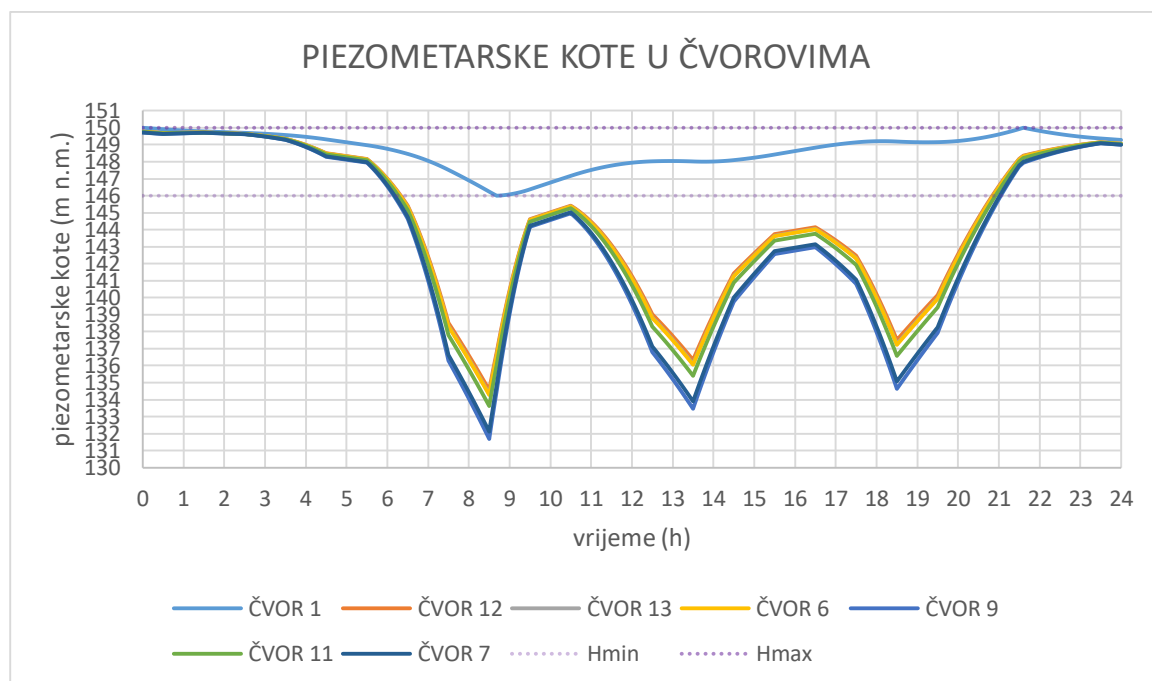
Na sljedećim grafikonima su prikazane promjene piezometarskih kota, rada crpke i protoka kroz cijevi tokom 24 sata, a kao posljedica vanjske potrošnje u odabranim čvorovima.

Promjena srednje dnevne potrošnje tokom dana u svim čvorovima analiziranog vodoopskrbnog sustava nalazi se u prilogu 1.

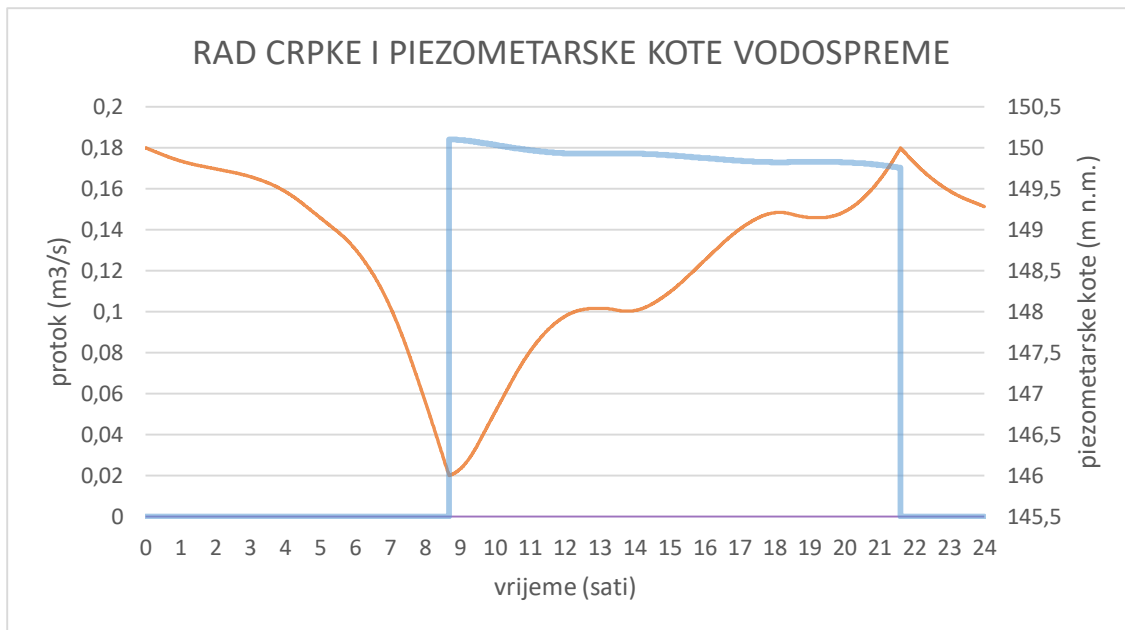
3.1. VARIJANTA 1- "slabija" crpka

Tablica 6. Uređeni parovi podataka koji definiraju rad crpke

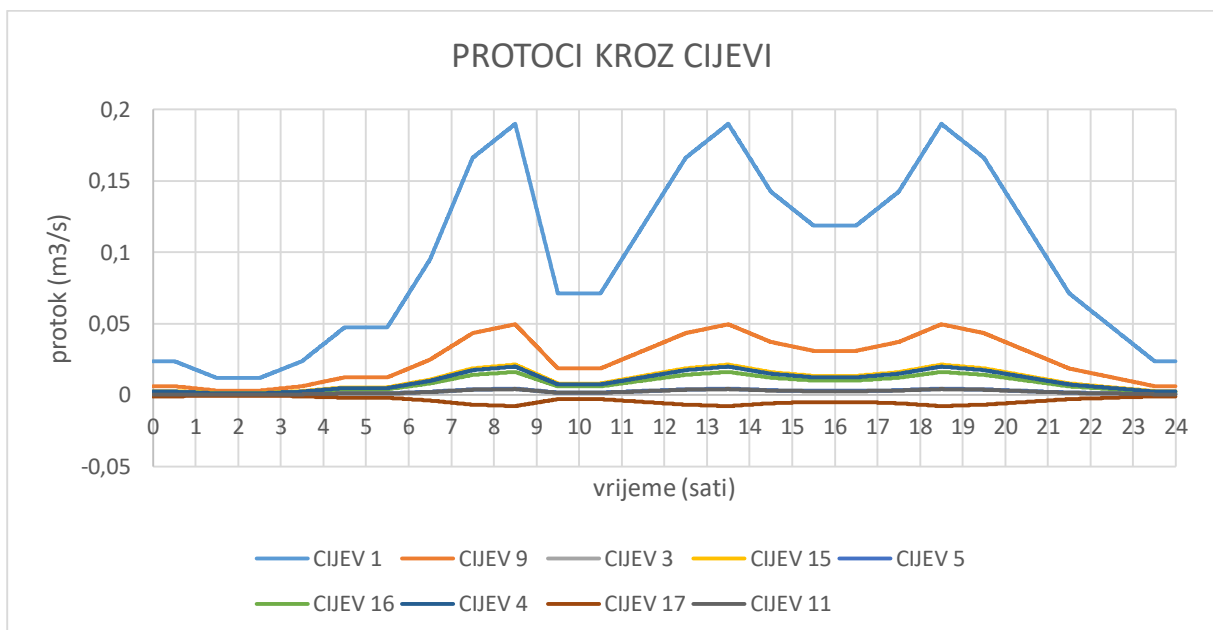
| | H _{stat} (m) | Q _{cr} (l/s) |
|------|-----------------------|-----------------------|
| | 140,00 | 183,0000 |
| MIN | 145,00 | 170,2857 |
| SRED | 147,50 | 175,71429 |
| MAX | 150,00 | 181,14286 |
| | 155,00 | 153,0000 |



Slika 11. Dijagram promjene piezometarskih kota proizvoljno odabranih čvorova tokom dana



Slika 12. Usporedba rada crpke i piezometarskih kota u čvoru vodospreme tokom dana

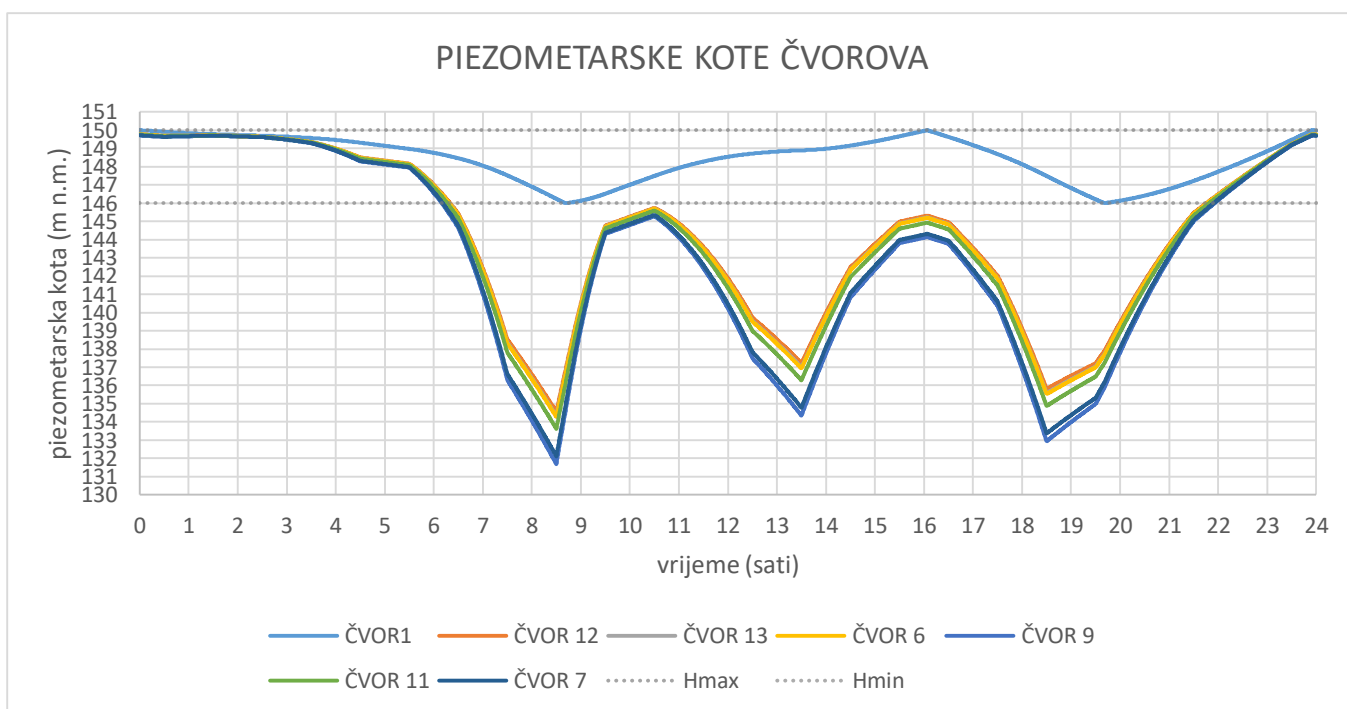


Slika 13. Promjena protoka kroz cijevi tokom dana

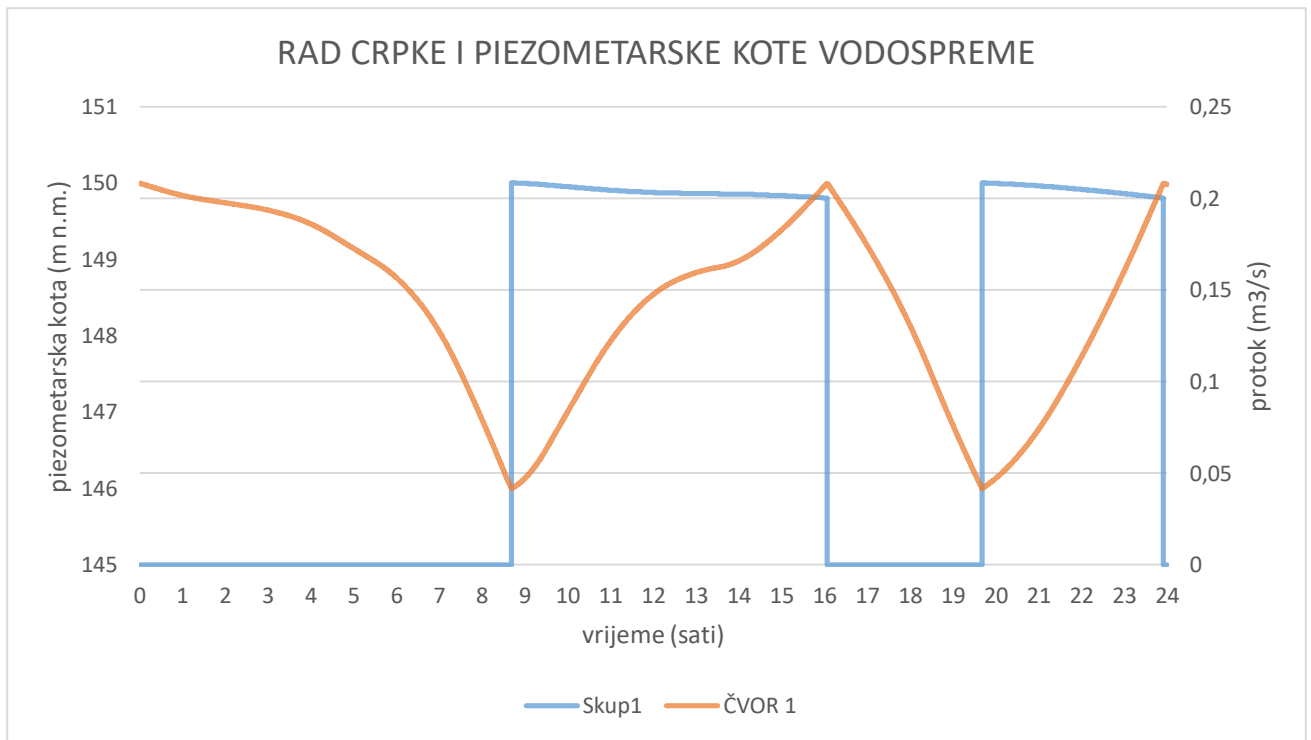
3.2. VARIJANTA 2- "jača" crpka

Tablica 7. Uređeni parovi podataka koji definiraju rad crpke

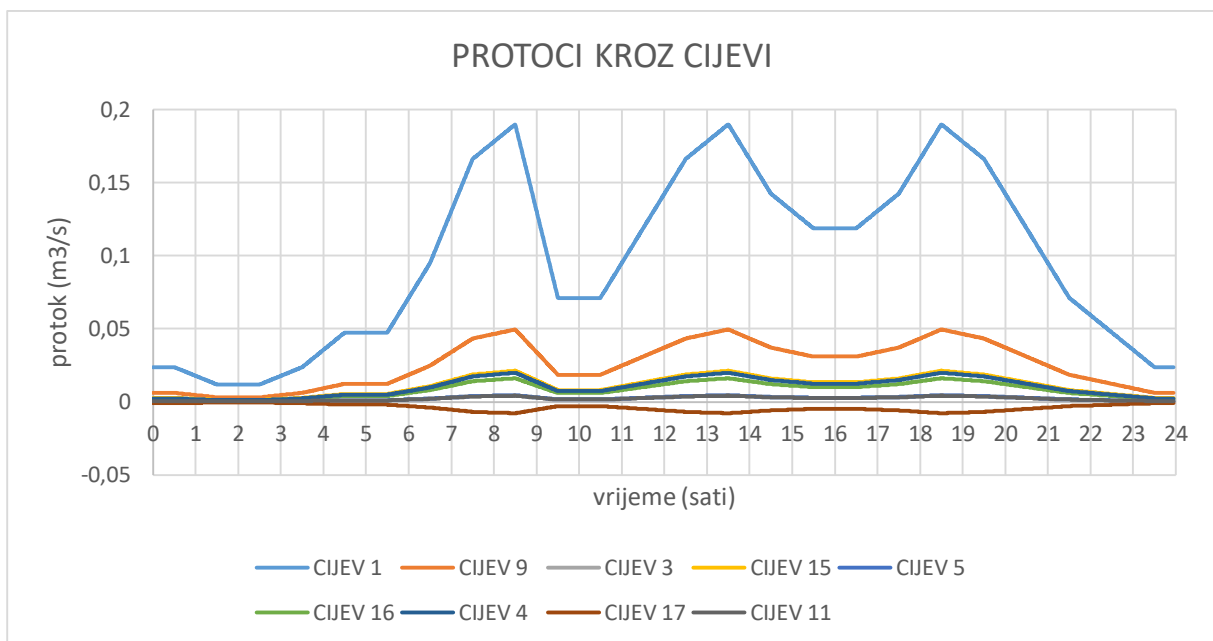
| | H _{stat} (m) | Q _{cr} (l/s) |
|------|-----------------------|-----------------------|
| | 140,00 | 217,0000 |
| MIN | 145,00 | 211,14286 |
| SRED | 147,50 | 205,71429 |
| MAX | 150,00 | 200,2857 |
| | 155,00 | 190,0000 |



Slika 14. Dijagram promjene piezometarskih kota proizvoljno odabranih čvorova tokom dana



Slika 15. Usporedba rada crpke i piezometarskih kota u čvoru vodospreme tokom dana



Slika 16. Promjena protoka kroz cijevi tokom dana

Uzimajući u obzir da se radi o varijanti 1, na slici 11 možemo primijetiti da razina vode u vodospremi počinje opadati u istom trenutku kada počinje potrošnja u čvorovima (prilog 1), te da se vodosprema tokom dana samo jednom isprazni, a to je trenutak kada se zabilježi piezometarska kota od 146,00 (m n. m.).

Također, tu možemo pratiti i piezometarska stanja ostalih čvorova kod koji se primjećuje tendencija brže promjene piezometarskih kota iz razloga što su oni direktno vezani za vanjske potrošače i iz razloga što se takva vrsta potrošnje mora zadovoljiti trenutno.

Na slici 12, uz promjenu piezometarskog stanja vodospreme prikazan je i rad crpke. Tu se može primijetiti kako je crpka isključena sve do trenutka spuštanja razine vode u vodospremi na kotu 146,00 (m n. m.). Neposredno prije tog trenutka, crpka se uključuje i puni vodospremu, sve do trenutka kada razina vode u vodospremi ne dođe na kotu od 150,00 (m n.m.), a to traje otprilike 13 sati.

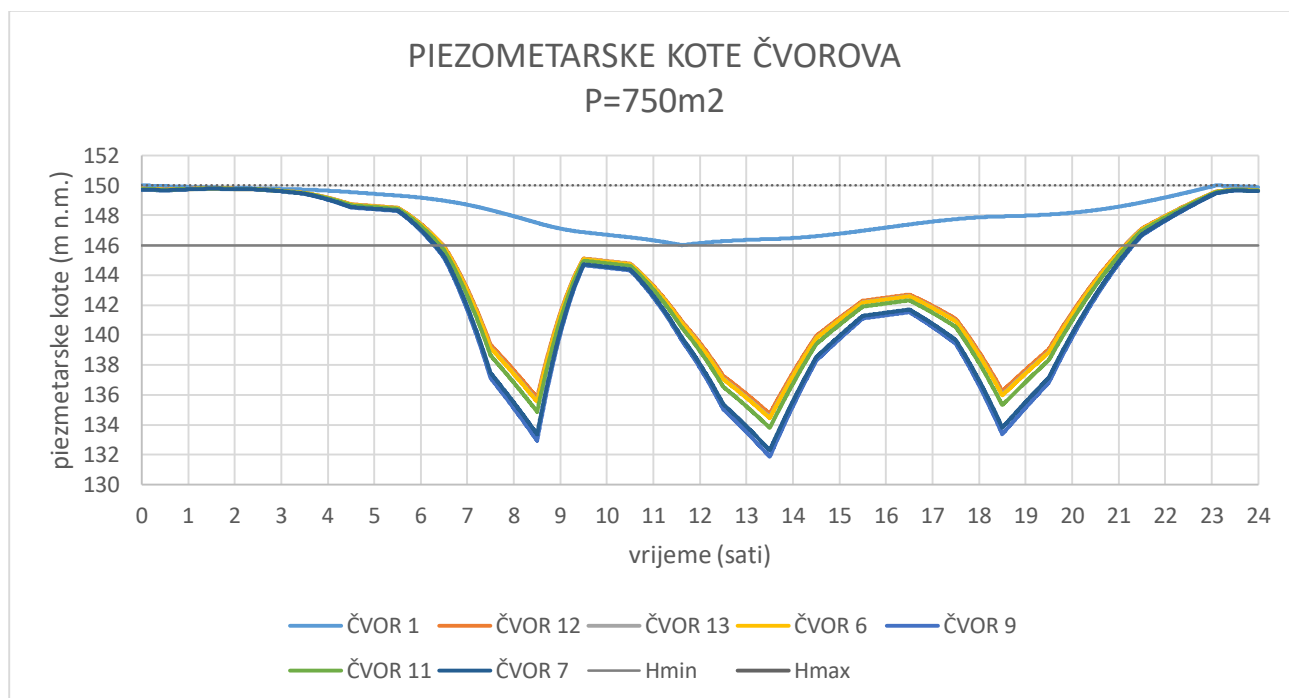
Protoci kroz cijevi (slika 13) su veličine koje diktira vanjska, satna potrošnja. Za grafove je karakteristično da također pokazuju 3 vrha, odnosno ekstrema u danu, a vrijednosti koje primaju protoci, zadovoljavaju kriterij maksimalno dopuštene brzine strujanja vode u cijevima.

Što se tiče varijante 2, na slici 14 se može primijetiti da se vodosprema 2 puta prazni, dok se piezometarske kote unutarnjih čvorova mreže ne mijenjaju značajno u odnosu na varijantu 1. Crpka se u ovom slučaju 2 puta uključuje, i to prvi put kroz jutro i radi nepunih 8 sati, te se zatim isključuje i ostaje tako dok se razina vode u vodospremi ne spusti na minimalnu razinu. Nakon toga, crpka se ponovno uključuje i radi do kraja dana (slika 15). Protoci kroz cijevi (slika 16) se također ne mijenjaju značajno u odnosu na varijantu 1, iz razloga što promjena piezometarskih kota nije tolika da bi se mogla očitovati u velikoj promjeni iznosa protoka kroz cijevi.

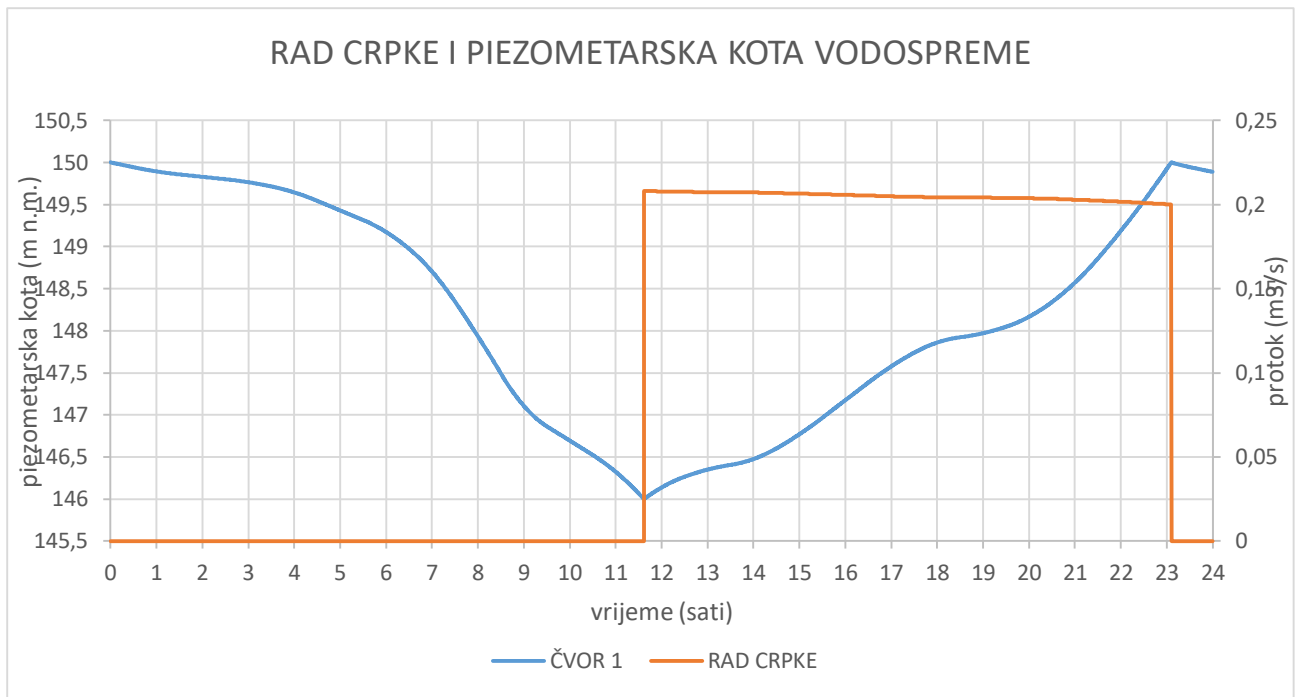
4. USPOREDBA REZULTATA PRORAČUNA SUSTAVA- Rezultati proračuna vodoopskrbnih sustava spojenih na vodospreme površine 750 (m^2) i 1000 (m^2)

U ovom poglavlju stavlja se naglasak na utjecaj promjene volumena vodospreme na funkcioniranje vodoopskrbnog sustava. Proračun je rađen nad istim čvorovima i cijevima kao i proračun sustava spojenog na vodospremu tlocrtna površine 500 (m^2), a crpka koja je korištena ravna se po Q-h krivulji iz tablice 2.

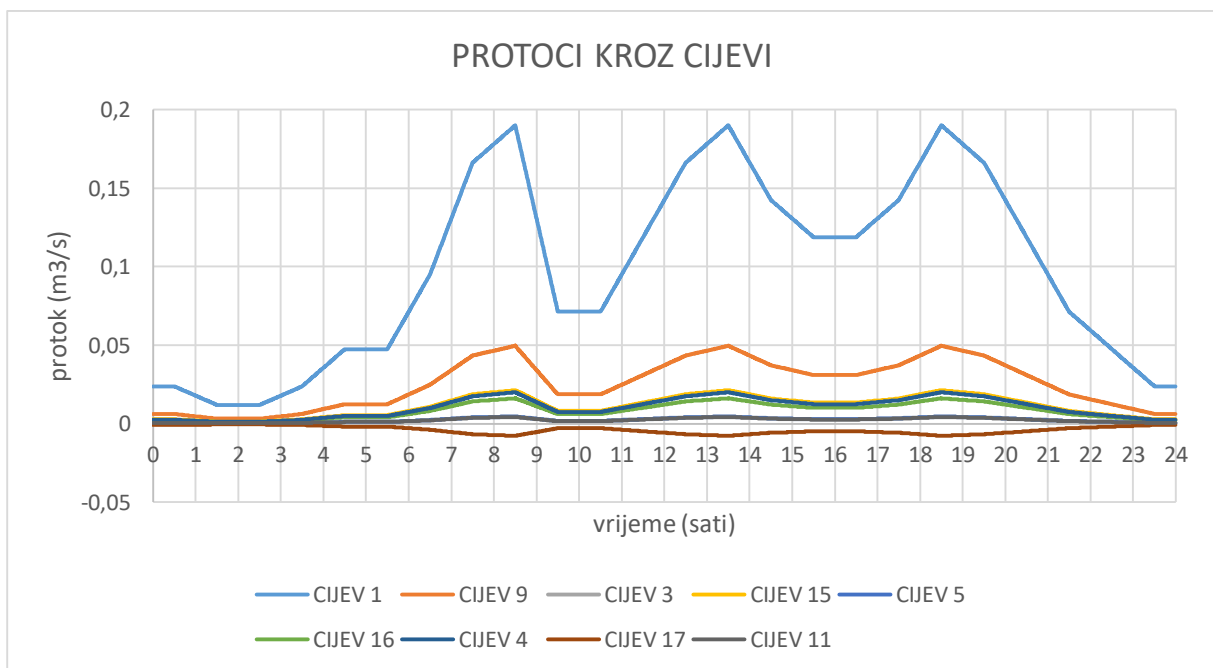
Prikazati će se grafovi promjene piezometarskih kota čvorova, rada crpke i protoka kroz cijevi tokom dana redom za sustav spojen na vodospremu od 750 (m^2) te za sustav spojen na vodospremu od 1000 (m^2).



Slika 17. Dijagram promjene piezometarskih kota proizvoljno odabranih čvorova tokom dana



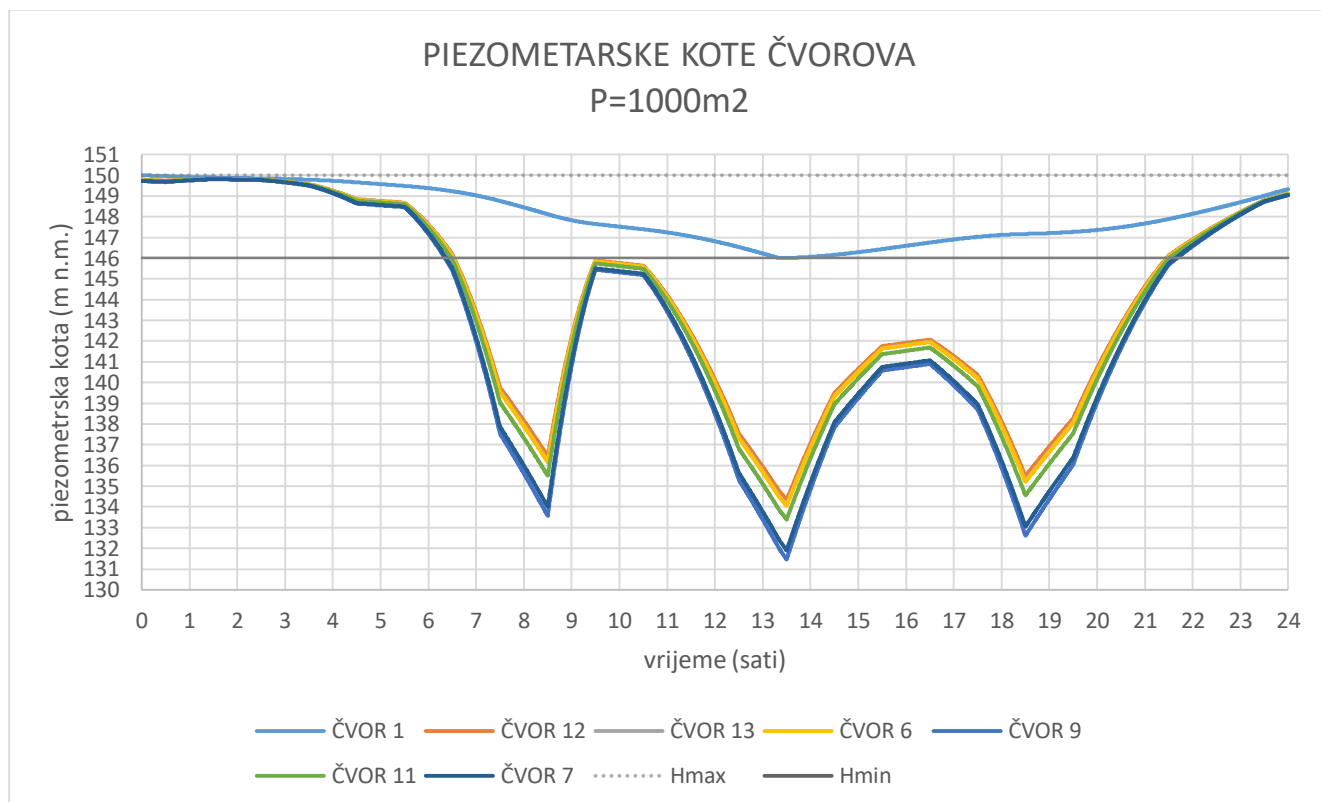
Slika 18. Usporedba rada crpke i piezometarskih kota u čvoru vodospreme tokom dana



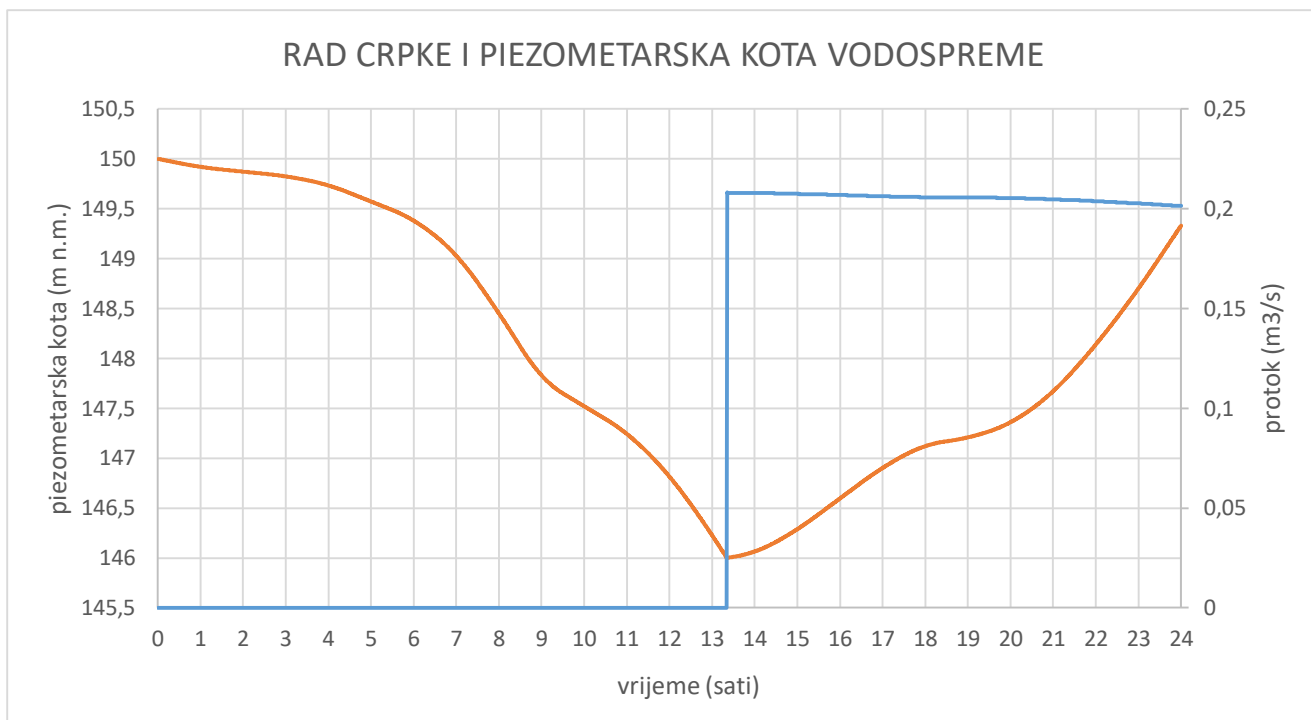
Slika 19. Promjena protoka kroz cijevi tokom dana

Na slici 17 se može uočiti relativno mirno spuštanje i porast piezometarske kote vodospreme te njeno jedno pražnjenje u toku dana. Međutim, crpka se ovdje uključuje nešto kasnije u odnosu na varijantu 2 i potrebno joj je više vremena da napuni vodospremu.

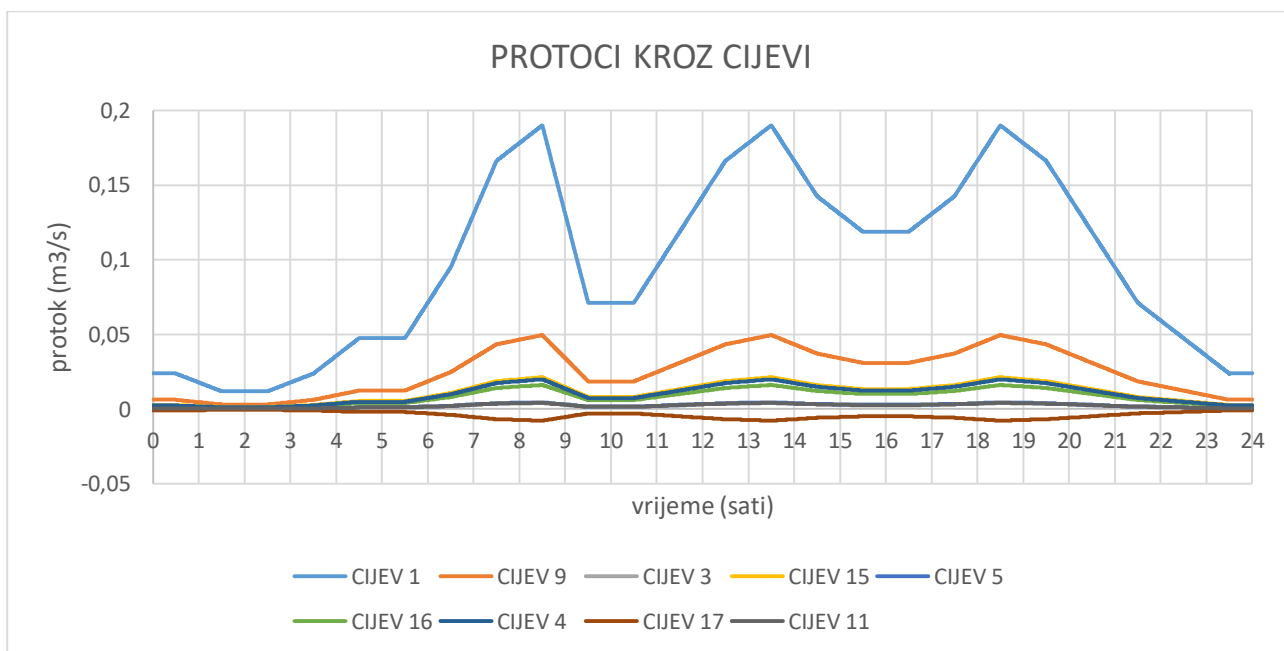
Na slici 20 je prikazano ponašanje piezometarskih kota tijekom 24 sata za slučaj sustava spojenog na vodospremu od 1000 (m²). Ovdje se također vidi kako se vodosprema kasnije u toku dana isprazni, i kako crpka, jednom kada se uključi, ostaje uključena, te se vodosprema ne napuni u potpunosti do kraja dana.



Slika 20. Dijagram promjene piezometarskih kota proizvoljno odabranih čvorova tokom dana

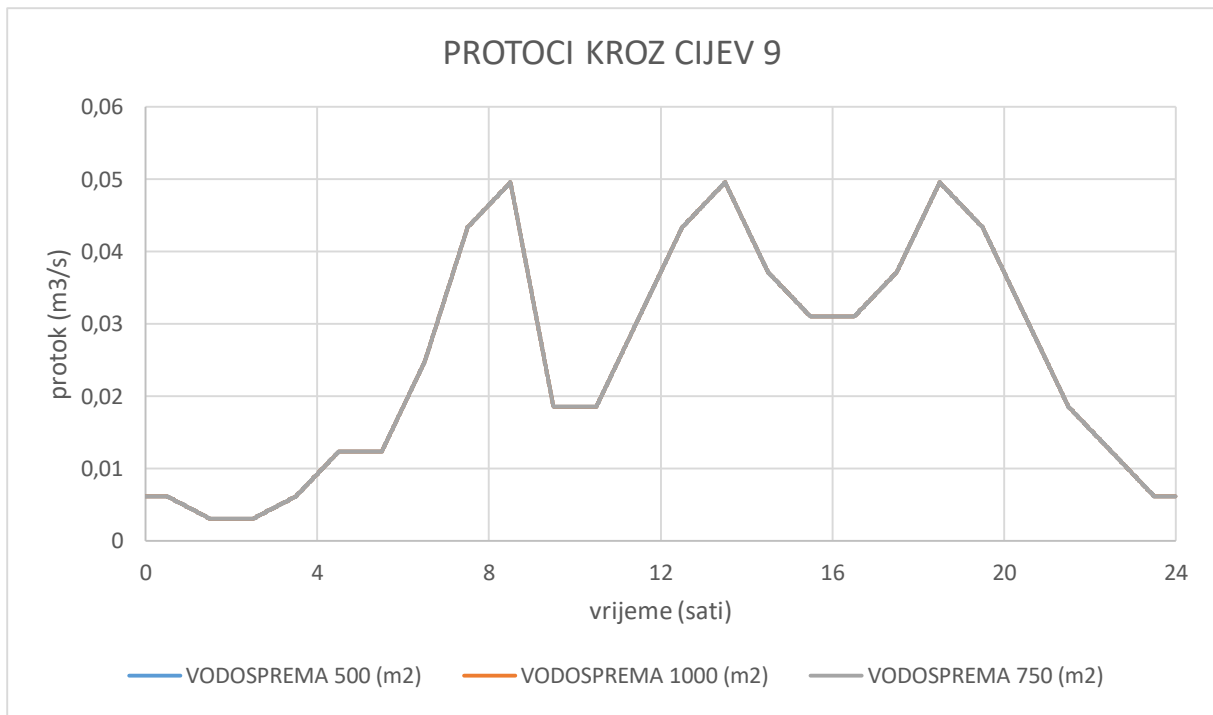


Slika 21. Usporedba rada crpke i piezometarskih kota u čvoru vodospreme tokom dana

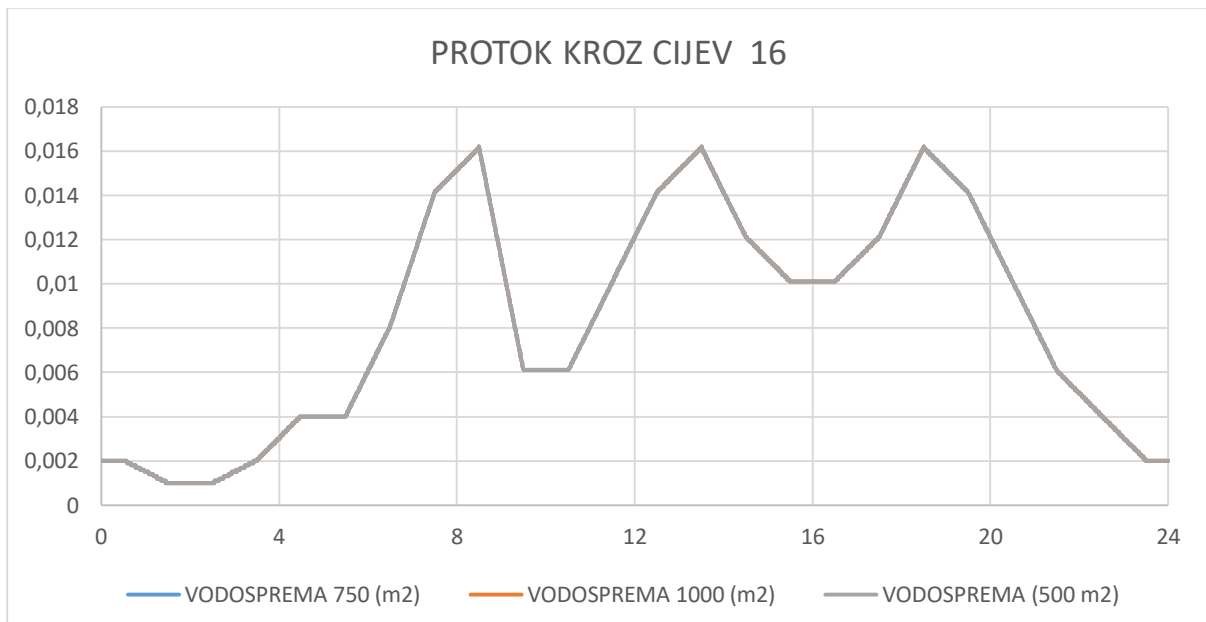


Slika 22. Promjena protoka kroz cijevi tokom dana

Prikaz protoka kroz cijevi je i oblikom i vrijednostima isti (slika 23) u svim slučajevima, jer je vanjska potrošnja ostala ista, a razlike piezometarskih kota uzrokovane promjenom volumena vodosprema su zanemarive, te ne utječu na konačnu veličinu.



Slika 23. Usporedni prikaz protok kroz cijev 9 za sva 3 slučaja promjene volumena vodospreme

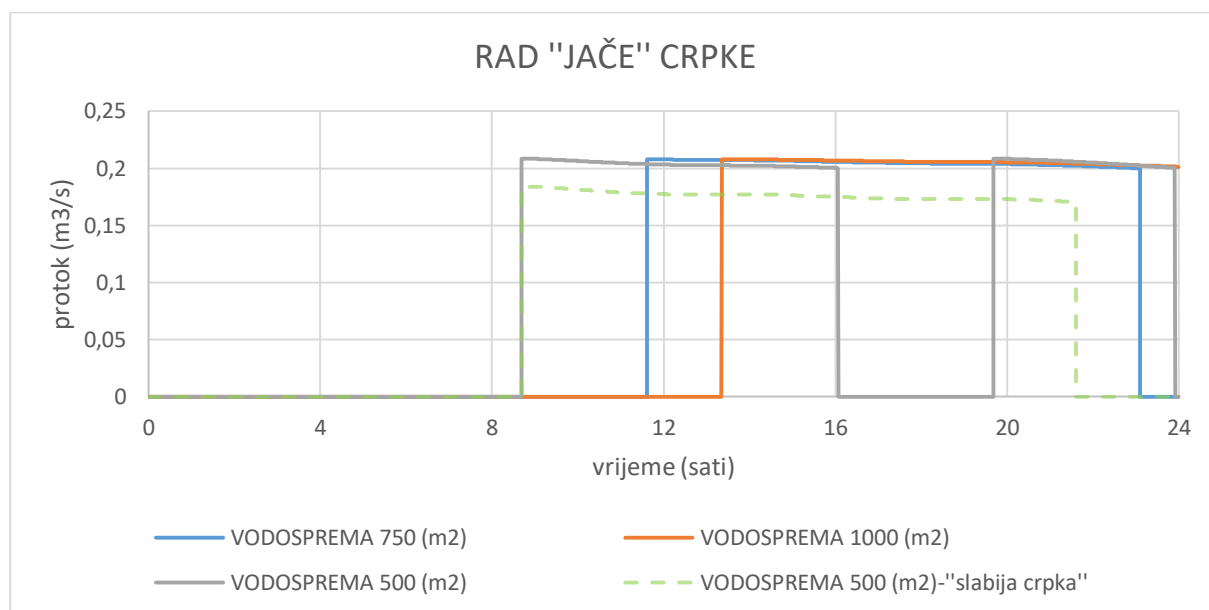


Slika 24. Usporedni prikaz protok kroz cijev 16 za sva 3 slučaja promjene volumena vodospreme

5. ZAKLJUČAK

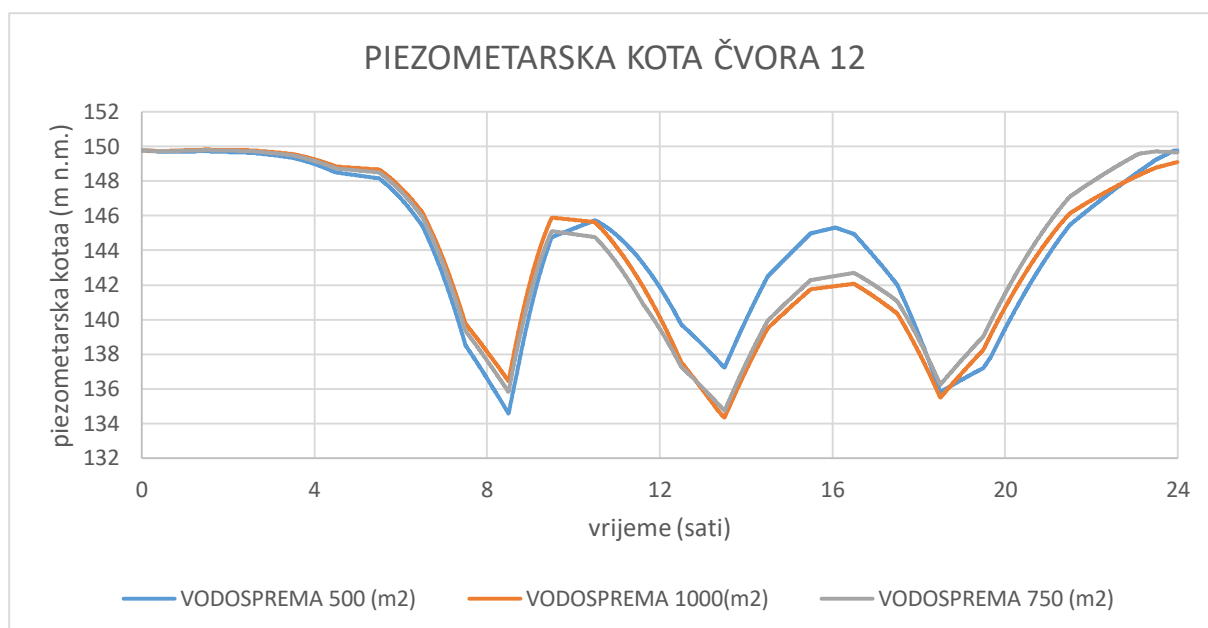
Kada se sumiraju svi rezultati i objašnjena, da se naslutiti kako i volumen vodospreme i snaga crpnog agregata utječu na ponašanje piezometarskih kota sustava u cijelosti.

U slučaju vodospreme tlocrtna površine $500 \text{ (m}^2\text{)}$, kada se instalira "slabija" crpka, vidljivo je da sustav funkcionira i opskrba je osigurana, no crpka ostaje uključena gotovo 13 sati u komadu, što predstavlja opasnost od kvara i veću potrošnju električne energije (slika 25). Kada se na istu vodospremu instalira "jači" crpni agregat, on brže napuni vodospremu, što znači da kraće radi, te ima 2 intervala rada, što je svakako bolja situacija u pogledu održavanja strojeva i potrošnje električne energije, jer se drugi interval odvija u večernjim satima kada se potrošnja energije obračunava po jeftinoj tarifi.



Slika 25. Usporedni prikaz rada crpke za sva 3 slučaja promjene volumena vodospreme, uz prikaz rada "slabijeg" crpnog agregata na vodospremi površine $500 \text{ (m}^2\text{)}$

U slučaju većih vodosprema s površinama od $750 \text{ (m}^2\text{)}$ i $1000 \text{ (m}^2\text{)}$, karakteristike crpke ostaju iste kao i kod vodospreme površine $500 \text{ (m}^2\text{)}$, no povećanje volumena, i uvjet da je na početku rada vodosprema puna, znači veću količinu vode koja je na raspolaganju za potrošače, a time i činjenicu da će crpka morati kasnije započeti s radom. Međutim, to znači i veću količinu vode koja se treba nadomjestiti jednom kada razina u vodospremi dođe na kotu $146,00 \text{ (m n.m.)}$, a posljedica toga je duži rad crpke, koji se u slučaju vodospreme od $1000 \text{ (m}^2\text{)}$ ne završava do kraja dana, a samim time se utječe i na piezometarske kote ostalih čvorova, koje, svaki put kada se volumen vodospreme poveća, poprimaju nešto niže vrijednosti (slika 26).



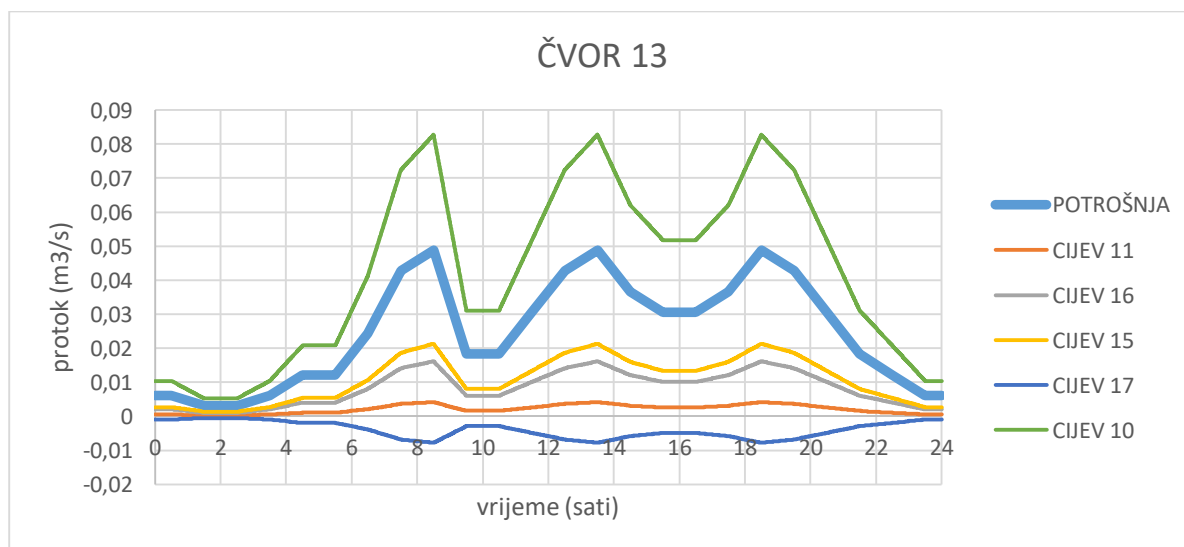
Slika 26. Usporedni prikaz promjene piezometarskih stanja čvora 12 za sva 3 slučaja promjene volumena vodospreme

Da bi se osigurala kvalitetna opskrba vodoopskrbnog sustava, osim zahtjeva visinskog položaja vodospreme i ostalih kriterija vezanih za hidraulički proračun cijevnog sustava, potrebno je pravilno uskladiti volumen vodospreme i snagu crpnog agregata, kako bi se mogao ostvariti dobitak u energetske i ekonomskom smislu.

Kao zaključak ovog diplomskog rada i kao jedan od dokaza ispravnosti proračuna vodoopskrbnog sustava provedenog putem računalnog programskog jezika FORTRAN, na slici 27 su prikazani grafovi protoka kroz 5 cijevi koje se sijeku u čvoru 13, te graf vanjske potrošnje tog čvora. Uzimajući u obzir položaj čvora 13 u relativni odnos prema drugim čvorovima koje sadrže promatrane cijevi, suma protoka kroz cijevi,

$$\sum Q_c = Q_{c_{10}} - Q_{c_{11}} - Q_{c_{17}} - Q_{c_{16}} - Q_{c_{15}} = Q_{0v}$$

u svakom trenutku je jednaka vanjskoj potrošnji Q_{0v} čvora 13, uz uvažavanje tražene točnosti proračuna.



Slika 27. Prikaz ravnoteže protoka kroz cijev i vanjske potrošnje

6. LITERATURA

- [1] Vinko Jović, *Hidraulika*, Cijevne mreže u vodovodnim sustavima
- [2] Vinko Jović, *Osnove hidromehanike*, Kinematika
- [3] Slavica Ivelić-Bradanović, *Primijenjena matematika*, Numerička matematika
- [4] <https://www.fsb.unizg.hr/mat-4/OldWeb/3.pdf>
- [5] http://repositorij.fsb.hr/918/1/08_03_2010_Diplomski_rad.pdf
- [6] Jure Margeta, *Dio 1: Vodoopskrba naselja*, Vodoopskrba i vodoopskrbne količine
- [7] *Projektiranje vodoopskrbnih sustava – za web3. pdf, tablica 9*
- [8] Alen Harapin, *Kratke osnove rada s programskim jezikom FORTRAN, interna skripta*

7. PRILOG

7.1. Prilog1

