

# Numerička analiza dugih armirano-betonskih konzolnih nosača

---

**Madžar, Bojana**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:*

**University of Split, Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy / Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:123:391572>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-20**



*Repository / Repozitorij:*

[FCEAG Repository - Repository of the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy, University of Split](#)



**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA ARHITEKTURE I**  
**GEODEZIJE**

# **DIPLOMSKI RAD**

**Bojana Madžar**

**Split, 2016.**

**SVEUČILIŠTE U SPLITU  
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

**Bojana Madžar**

Numerička analiza dugih armiranobetonskih  
konzolnih nosača

**Diplomski rad**

**Split, 2016.**

*Zahvaljujem se mentorici prof. dr.sc. Mireli Galić na uloženom trudu i vremenu, te iznimnom strpljenju i brojnim savjetima bez kojih ovaj rad nebi bio moguć.*

*Također veliko hvala mag. ing. aedif. Mariji Barišići na uloženom trudu i pomoći u dijelu izrade ovog rada.*

*Hvala mojoj obitelji na neizmjernoj podršci i vjeri u mene tijekom cijelog studiranja.*

**SVEUČILIŠTE U SPLITU**

**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

STUDIJ: **DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ GRAĐEVINARSTVA**

KANDIDAT: Bojana Madžar

BROJ INDEKSA: 491

KATEDRA: **Katedra za otpornost materijala i ispitivanje konstrukcija**

PREDMET: Ispitivanje konstrukcija

**ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD**

**Tema:** Numerička analiza dugih armiranobetonskih konzolnih nosača

**Opis zadatka:** Potrebno je izvršiti nelinearnu numeričku analizu dugih AB konzolnih nosača i pri tom uključiti: utjecaj izbora modela i diskretizacije sustava (analizirati nosače diskretizirane 1D, 2D te 3D konačnim elementima), utjecaj materijalne nelinearnosti te dugotrajnih efekata u betonu. Rezultate prikazati dijagramom ovisnosti opterećenja i pomaka i analizom stanja naprezanja u nosačima. Pokazati kakav utjecaj su analize imale na izbor i oblik poprečnog presjeka te količinu armature.

U Splitu; listopad, 2015. g.

Voditelj Diplomskog rada:

Izv. prof.dr.sc. Mirela Galić

Predsjednik Povjerenstva

za završne i diplomske ispite:

Prof. dr. sc. Ivica Boko

Ovaj Diplomski rad je rađen u suradnji s tvrtkom Stabilnost d.o.o i stručnom komentoricom Marijom Barišić, mag.ing.aedif.

## **Numerička analiza dugih armiranobetonskih konzolnih nosača**

### ***Sažetak:***

Konzolne konstrukcije velikih duljina vrlo su vizualno efektne, te sve traženije u izvedbi. U ovom radu analizirani su konzolni armiranobetonski nosači duljine 9,75m. Predložena je roštiljna konstrukcija koja se sastoji od 13 upetih (konzolnih) nosača koji nose tanku tlačnu armiranobetonsku ploču. Radi smanjenja progiba zamišljen je kontrateret izrađen od šupljih sanduka ispunjenih kamenim materijalom. Analiziran je glavni nosač primjenjujući 1D, 2D i 3D diskretizaciju sustava, s osvrtom na utjecaj izbora numeričkih modela uključujući materijalnu nelinearnost te utjecaj dugotrajnih efekata kod betona (puzanje i skupljanje) Rezultati su prikazani kroz dijgrame koji prate ovisnost pomaka i opterećenja te stanje naprezanja u presjecima i date su preporuke analize i rješenja za izradu ovakvih nosača.

### ***Ključne riječi:***

Dugi armirano betonski konzolni nosači, kontrateret, diskretizacija, materijalna nelinearnost, dugotrajni efekti

## **Numerical analysis of long cantilever beams**

### ***Abstract:***

Long cantilever constructions are visually very attractive and therefore more demanded. This thesis analyses long reinforced cantilever beams length 9,75 m. Proposed structure is beam-and-stringer grid made out of 13 cantilever beams holding a thin slab. To neutralize the deflection we used the counter weight made of hollow crates filled with stone. The central beam has been analyzed through 1D, 2D and 3D system of discretization with special attention to choices of the numerical models, material nonlinearity and long – term effects in concrete (creep and shrinkage). The results are presented by diagrams that track the interrelation between deflections and loads and stresses in sections. Finally, the thesis gives recommendations for further analysis and solution for building this type of cantilever beams.

### ***Keywords:***

Long reinforced cantilever beams, counter weight, discretization, material nonlinearity, long – term effects in concrete

**SADRŽAJ:**

<b>1. UVOD .....</b>	<b>1</b>
1.1. Uvod i definicija duge konzole .....	1
1.2. Opis problema i cilj rada .....	3
<b>2. MATEMATIČKI MODEL KONSTRUKCIJE .....</b>	<b>5</b>
2.1. Matematička formulacija načelom virtualnih pomaka .....	5
2.2. Diskretizacija konačnim elementima .....	6
2.2.1. Deformacije elementa .....	6
2.2.2. Veza pomaka i deformacije elementa .....	7
2.2.3. Proračun naprezanja .....	8
2.2.4. Matrica krutosti elementa .....	9
2.2.5. Numerička integracija .....	9
2.2.6. Tipovi konačnih elemenata .....	10
<b>3. DEFORMACIJE BETONA .....</b>	<b>11</b>
3.1. Vrste deformacija betona .....	11
3.2. Elastične deformacije betona.....	11
3.3. Puzanje betona.....	13
<b>4. ANALIZA OPTEREĆENJA.....</b>	<b>15</b>
4.1. Stalno opterećenje .....	15
4.1.1. Vlastita težina nosača .....	15
4.1.2. Dodatno stalno opterećenje .....	16
4.2. Promjenjivo opterećenje.....	17
4.2.1. Pokretno (korisno) opterećenje .....	17
<b>5. ANALITIČKI PRORAČUN PROGIBA.....</b>	<b>18</b>
5.1. Pravokutni poprečni presijek.....	18
5.2. T – poprečni presijek.....	18
<b>6. ANALIZA 1D MODELA.....</b>	<b>20</b>
6.1. Pravokutni poprečni presjek.....	20
6.1.1. Ne armirani pravokutni poprečni presjek.....	20



---

6.1.1.1	Rezultati linearnog proračuna .....	21
6.1.1.2	Rezultati ne linearnog proračuna .....	22
6.1.2.	Armirani pravokutni poprečni presjek .....	24
6.1.2.1	Rezultati linearnog proračuna .....	25
6.1.2.2	Rezultati ne linearnog proračuna .....	26
6.1.2.3	Rezultati pri utjecaju puzanja .....	28
6.2.	T – poprečni presjek .....	30
6.2.1.	Ne armirani T – poprečni presjek.....	30
6.2.1.1	Rezultati linearnog proračuna .....	30
6.2.1.2	Rezultati ne linearnog proračuna .....	31
6.2.2.	Armirani T – poprečni presjek .....	34
6.2.2.1	Rezultati linearnog proračuna .....	35
6.2.2.2	Rezultati nelinearnog proračuna .....	36
6.2.2.3	Rezultati pri utjecaju puzanja .....	38
<b>7.</b>	<b>ANALIZA 2D MODELA.....</b>	<b>39</b>
7.1.	Pravokutni poprečni presjek.....	40
7.1.1.	Rezultati linearnog proračuna .....	40
7.1.2.	Rezultati nelinearnog proračuna.....	42
7.1.3.	Progib pri utjecaju puzanja.....	45
7.2.	T poprečni presjek.....	47
7.2.1.	Rezultati linearnog proračuna .....	47
7.2.2.	Rezultati nelinearnog proračuna.....	49
7.2.3.	Progib pri utjecaju puzanja.....	53
<b>8.</b>	<b>ANALIZA 3D MODELA.....</b>	<b>54</b>
8.1.	Pravokutni poprečni presjek.....	54
8.1.1.	Testni model.....	54
8.1.1.1	Rezultati linearnog proračuna .....	55
8.1.1.2	Rezultati nelinearnog proračuna .....	56
8.1.2.	Numerički model.....	59
8.1.2.1	Rezultati linearnog proračuna .....	59
8.1.2.2	Rezultati nelinearnog proračuna .....	61
8.1.2.3	Progib pri utjecaju puzanja .....	64

---

8.2.	T poprečni presijek.....	66
8.2.1.	Testni model.....	66
8.2.1.1	Rezultati linearnog proračuna.....	66
8.2.1.2	Rezultati nelinearnog proračuna.....	68
8.2.2.	Numerički model.....	72
8.2.2.1	Rezultati linearnog proračuna.....	72
8.2.2.2	Rezultati nelinearnog proračuna.....	74
8.2.2.3	Progib pri utjecaju puzanja.....	77
<b>9.</b>	<b>PROSTORNI MODEL.....</b>	<b>78</b>
9.1.	Proračunske vrijednosti tla.....	78
9.2.	Opis prostornog modela.....	79
9.3.	Model sa kontrateretom na tlu.....	80
9.3.1.	Model sa specifičnom težinom kontratereta $\gamma=2500 \text{ kg/m}^3$ .....	80
9.3.2.	Model sa specifičnom težinom kontratereta $\gamma=3700 \text{ kg/m}^3$ .....	83
9.4.	Model sa kontrateretom na linijskim osloncima.....	84
9.4.1.	Model sa specifičnom težinom kontratereta $\gamma=2500 \text{ kg/m}^3$ .....	85
9.4.2.	Model sa specifičnom težinom kontratereta $\gamma=3700 \text{ kg/m}^3$ .....	86
<b>10.</b>	<b>ZAKLJUČAK.....</b>	<b>88</b>
10.1.	Zaključci.....	88
10.2.	Preporuke za daljnje analize.....	89
<b>11.</b>	<b>GRAFIČKI PRILOZI.....</b>	<b>91</b>
<b>12.</b>	<b>LITERATURA.....</b>	<b>92</b>

## 1. UVOD

### 1.1. Uvod i definicija duge konzole

Konzolnom konstrukcijom smatra se ona konstrukcija koja ima jedan upeti kraj dok su joj ostali slobodni. Najčešće se koristi pri izradi balkona, terasa, nadstrešnica, galerija, mostova i sl.

Ovakve konstrukcije znaju biti komplicirane u izvedbi jer je izuzetno teško postići upetost na kraju. To je razlog zašto uobičajeno takav tip konstrukcija ne prelazi dužinu od 3 metra. U slučaju da se konstrukcije rade sa većim rasponima javljaju se progibi na slobodnom kraju koji su preveliki i dolazi do pucanja konstrukcije.

Međutim konzolne konstrukcije velikih duljina vrlo su vizualno efektne, te sve traženije u izvedbi. Rješenje problema izrade ovakvih konstrukcija, mogli bi potražiti u uporabi materijala koji je čvršći od armiranog betona. Ipak, takav pristup može biti izuzetno skup te se iz toga razloga traži način dovoljno kvalitetne ali jeftinije izvedbe uporabom armiranog betona.

Zahvaljujući tehnološkom napretku u smislu novih čvršćih betona i unaprijeđenju metoda ugradnje beton, te razvoju računala i numeričkih metoda proračuna, u novije vrijeme konzolne konstrukcije velikih raspona sve su češće i dostupne širem pučanstvu. Danas takve konstrukcije nisu rezervirane samo za velike projekte tipa galerija, knjižnica, muzeja, hotela i sl. već i pri izgradnji privatnih kuća.

Jedno od rješenja za ovakav tip konstrukcije je prednapinjanje betona, no kako ćemo pokazati u ovom radu, postoje situacije kada prednapinjanje nije prikladno za izvođenje te je potrebno primijeniti neko drugo rješenje..

Na donjim slikama dani su neki primjeri konstrukcija koje sadrže elemente dugih konzola.



Slika 1: Westmoreland Museum of American Art, Pittsburgh, Pennsylvania [9]



Slika 2: Zgrada Dunavski cvijet sa konzolom dužine 12m, Beograd, Srbija [9]



Slika 3: Privatna kuća sa konzolom dužine 10m, regija Murcia, Španjolska [9]



Slika 4: Kuća Špilja – Gnjezdo, Opatija, Hrvatska [9]

## 1.2. Opis problema i cilj rada

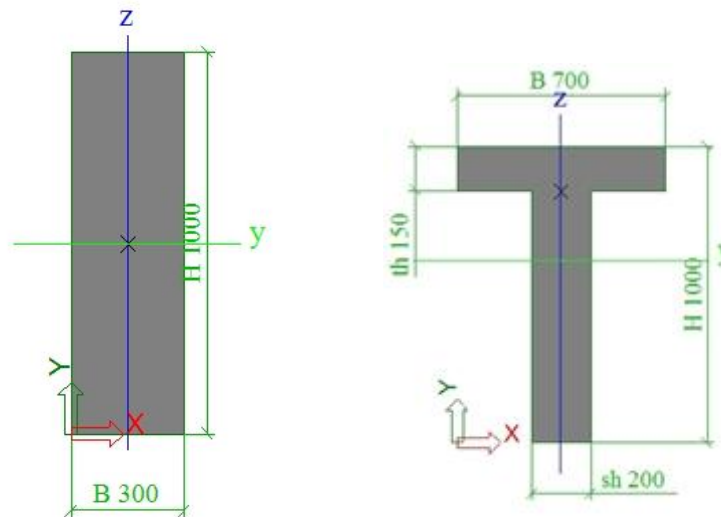
Tema ovog diplomskog rada, bit će detaljna analiza konzolne terase restorana koji je sastavni dio hotela čija izgradnja se planira na otoku Hvaru.. (Slika 5).

Upravo je sama lokacija jedan od razloga zašto se analizirana konzola neće izvoditi prednaprežanjem, već kao klasična armirano betonska. Naime, s obzirom da se objekat nalazi na otoku potrebno je dopremiti monolitne presjeke i opremu za prednapinjanje. Međutim, time bi troškovi izvedbe znatno porasli. Također, još jedan razlog za izbjegavanje prednapinjanja leži u činjenici da je objekat jako blizu mora i pa bi bilo dobro izbjeći takav način ugradnje zbog štetnih utjecaja morske vode i soli.



Slika 5: Renderirani prikaz budućeg restorana sa analiziranom terasom

Kao jedno prikladno rješenje nametnula se izrada armiranobetonskog konzolnog nosača sa izradom kontratereta koji će spriječiti velike progibe na kraju konzole. Za početak će se analizirati nosač pravokutnog i T poprečnog presjeka kako bi i u početnoj fazi analize mogli uključiti praćenje izbora odgovarajućeg poprečnog presjeka. Analiziran je nosač dužine 10 m. (Slika 6.).



Slika 6: Poprečni presjek glavnog nosača (prikaz iz programa Scia Engineer)

Bit će izvršena linearna i nelinearna numerička analiza glavnog nosača pri čemu ćemo promatrati utjecaj odabira modela diskretizacije, utjecaj materijalne nelinearnosti te utjecaj dugotrajnih efekata u betonu. Sve te analize poslužit će kao orijentir za formiranje prostornog modela terase koji treba numerički modelirati kako bi uključio sve dominantne utjecaje i što vjernije simulirao stvarno stanje.

Pri tome će se uključiti u promatranje i efekt kontratereta koji će se simulirati pločom odgovarajućih dimenzija i karakteristika materijala.

Opterećenja na nosač zadana su u skladu sa Eurokodom 0, Eurokodom 1 i Eurokodom 2.

Sama numerička analiza izvršena je u softverima Scia Engineer 2013.1 i Midas Fea.

## 2. MATEMATIČKI MODEL KONSTRUKCIJE

Kako je već naglašeno numerička analiza je izvršena softverima Scia Engineer 2013.1 i Midas Fea čiji algoritmi počivaju na MKE. S toga su u ovom dijelu, radi boljeg razumijevanja analiza koje slijede i objašnjenja pojedinih rezultata, objašnjene osnovne pretpostavke pri analizi problema teorije elastičnosti metodom konačnih elemenata. Uz napomenu da će se kod nelinearne analize prikazati korišteni dijagrami koji opisuju materijalnu nelinearnost.

Analiza je započeta matematičkom formulacijom problema načelom virtualnih pomaka. Ova formulacija polazište je linearne analize kontinuuma. Definirani problem sagledat ćemo numerički metodom konačnih elemenata.

### 2.1. Matematička formulacija načelom virtualnih pomaka

Za potrebe ovoga rada dovoljno je upoznati se sa Eulero – ovom formulacijom načelom virtualnih pomaka. Konkretno, ono što pokazuje ova matematička formulacija jest ravnoteža prikazana zapisom:

$$g(u, \delta u) = - \int_V \sigma \delta \varepsilon dV + \int_V v \delta u dV + \int_{S^\sigma} s \delta u dS^\sigma = 0 \quad (2.1)$$

gdje su:

$\sigma$  - Cauchy – ev tenzor naprezanja,

$\varepsilon$  - linearizirani tenzor deformacija,

$v$  – volumenske sile,

$s$  – površinske sile,

$u$  – vektor pomaka,

$V$  – volumen promatranog tijela,

$S$  – površina tijela,

$S^\sigma$  – dio površine na kojem su definirane površinske sile,

$\delta u$  – vektor virtualnih pomaka,

$\delta \varepsilon$  - tenzor virtualnih Cauchy – evih deformacija.

## 2.2. Diskretizacija konačnim elementima

Problem definiran izrazom (2. 1) rješava se numerički metodom konačnih elementa. Izvršit ćemo linearnu analizu koja je bazirana na teoriji malih deformacija i pretpostavci da je materijal linearno elastičan. Također ćemo izvršiti i ne linearnu analizu, koja uzima u obzir materijalnu nelinearnost.

Kontinuum s beskonačnim brojem stupnjeva slobode zamijenit ćemo diskretnim sustavom s konačnim brojem stupnjeva slobode. Sustav ćemo diskretizirati sa:

- 1D konačnim elementima – štap
- 2D konačnim elementima – kvadrilateralni elementi
- 3D konačnim elementima – kuboidi

Ono što računalni program radi, je da preslikava koordinate odabranih konačnih elemenata iz globalnog koordinatnog sustava u lokalni koordinatni sustav.

U globalnom koordinatnom sustavu opisana je geometrija promatrane konstrukcije. Tu su definirane koordinate čvorova, pomaci čvorova, globalna matrica krutosti i vektor opterećenja konstrukcije.

U lokalnom koordinatnom sustavu definiran je položaj Gaussovih točaka te vrijednosti naprezanja i deformacija u tim točkama.

U bilo kojoj točki nekog elementa vektor pomaka  $u^e$  može se aproksimirati kao:

$$U^e = Nd^e \quad (2.2)$$

gdje je:

$d^e$  – vektor pomaka čvorova elementa,

$N$  – matrica baznih funkcija elementa.

### 2.2.1. Deformacije elementa

Komponente deformacije definirane su u lokalnom koordinatnom sustavu. Vektor deformacije ima šest komponenti:



$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

### 2.2.2. Veza pomaka i deformacije elementa

Iz vektora deformacije očito je da je deformacija definirana kao funkcija pomaka. Pošto su pomaci čvorova elementa definirani u globalnom koordinatnom sustavu, a deformacije u lokalnom koordinatnom sustavu potrebno je definirati njihovu vezu tako da omogući tu transformaciju. Tražena veza ostvaruje se preko matrice B. To se zapisuje kao:

$$\varepsilon = Bd^e = \sum_{i=1}^n B_i d_i \quad (2.4)$$

gdje je n broj čvorova po elementu. Matrica deformacije iskazuje se:

$$B = \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

Uočavamo da su članovi matrice B derivacije baznih funkcija po koordinatama globalnog koordinatnog sustava. Izbor baznih funkcija ovisi o tipu konačnog elementa. S obzirom da su bazne funkcije definirane u lokalnom koordinatnom sustavu, veza derivacija

funkcija u lokalnom i globalnom koordinatnom sustavu što se ostvaruje preko Jacobij – eva matrica transformacije:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

### 2.2.3. Proračun naprezanja

Ako pretpostavimo da je element izložen početnom napreznju  $\sigma_0$  i početnoj deformaciji  $\varepsilon_0$ , ukupno naprezanje elementa možemo prikazati kao:

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = D(\varepsilon - \varepsilon_0) + \sigma_0 \quad (2.7)$$

gdje je pokazana D matrica elastičnih konstanti materijala pri 3D diskretizaciji sustava. Njome je izražena veza komponenti naprezanja i deformacija za elastični materijal.

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1-\nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ & & & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ sim. & & & & (1-2\nu)/2 & 0 \\ & & & & & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Gdje je E modul elastičnosti, a  $\nu$  Poisson – ov koeficijent materijala.

Izrazimo naprezanja kao funkciju pomaka:

$$\sigma = DBd^e \quad (2.9)$$

gdje je:

$\sigma$  - vektor naprezanja određen sa 6 komponenti ( $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ ),

D – matrica elastičnih konstanti materijala,

B –matrica deformacija,

$d^e$  – vektor pomaka čvorova elementa.

Na ovaj način sve nepoznanice iz jednadžbe (2. 1) izražene su kao funkcije pomaka pa imamo osnovnu jednadžbu ravnoteže za cijelo promatrano područje, koja u matricnom obliku izgleda kao  $Kd-f=0$ . Ovdje je f vektor ekvivalentnih čvornih sila. On je poznat pa nam je za izračunavanje vektora pomaka d potrebno izračunati još samo matricu krutosti elementa K.

#### 2.2.4. Matrica krutosti elementa

Matrica krutosti za 3D konačni element simetrična je i kvadratna dimenzija  $(rxn) \times (rxn)$  gdje su:

n – broj čvorova po elementu,

r – broj stupnjeva slobode pojedinog čvora.

Problem određivanja matrice krutosti svodi se na rješavanje integrala podintegralne funkcije i pripadnih joj derivacija. Oni su zadani u lokalnom koordinatnom sustavu, a integraciju je potrebno izvršiti po zapremini elementa u globalnom koordinatnom sustavu. Očito je potrebno provesti dvostruku transformaciju. Prvu pri određivanju derivacija funkcije u globalnom koordinatnom sustavu, a druga transformacija vrši se pri izračunavanju zapremine elementa u lokalnom koordinatnom sustavu.

Na kraju, izračunavanje integrala u globalnom koordinatnom sustavu svodi se na izračunavanje integrala u lokalnom koordinatnom sustavu u intervalu -1 do +1. To znači da su elementi matrice krutosti oblika:

$$k = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B^T D B \det J(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta \quad (2. 10)$$

koji će se izračunati Gauss – ovom numeričkom integracijom.

#### 2.2.5. Numerička integracija

Prilikom izračunavanja matrice krutosti i vektora čvornih sila javljaju nam se podintegralne funkcije koje nisu pogodne za rješavanje u zatvorenom obliku pa se pribjegava

korištenju Gauss – ove numeričke integracije. Određujemo položaj točaka tako da se postigne najviša točnost integracije. Za usvojeni broj Gauss – ovih točaka "n" dobijamo stupanj aproksimacije  $2n-1$ . Uz veći stupanj aproksimacije dobili bi točnije rezultate, ali numerički bi postupak trajao duže.

## 2.2.6. Tipovi konačnih elemenata

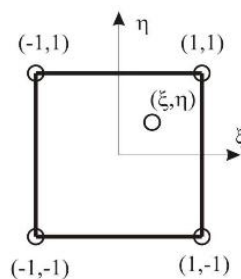
### 1D element

Tipičan konačni element za jednodimenzionalno modeliranje bio bi štapni element.

### 2D element – kvadrilateralni

Najčešće korišteni tip kvadrilateralnih elemenata je osmeročvorni element sa baznim funkcijama:

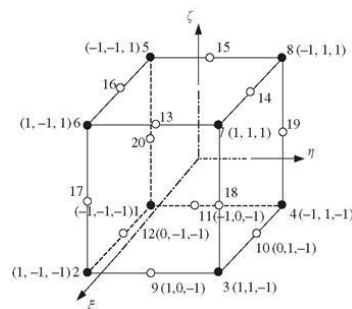
Nakon preslikavanja u lokalni koordinatni sustav konačni element poprima oblik kvadrata dimenzija  $2 \times 2$ .



Slika 7: Osmeročvorni kvadrilateralni element [11]

### 3D element – kuboid

Analogno dvodimenzionalnom izoparametarskom elementu, u 3D prostoru koristi se izoparametrijski kuboid. Nakon preslikavanja u lokalni koordinatni sustav konačni element poprima oblik kocke dimenzija  $2 \times 2 \times 2$ .



Slika 8: Konačni elementi za beton u lokalnom koordinatnom sustavu [12]

### 3. DEFORMACIJE BETONA

#### 3.1. Vrste deformacija betona

Za razumijevanje ponašanja konstrukcije te pravilno određivanje pretpostavki pri proračunu konstrukcije potrebno je dobro poznavati dva najvažnija svojstva betona: njegovu čvrstoću i sposobnost deformiranja.

Deformacije betona osobito su važne u armiranom betonu zbog njegovog svojstva monolitnosti, tj. čvrstog površinskog spajanja betona i čelika. Iznimnu važnost, deformacije betona imaju i zbog njihovog utjecaja na deformaciju i naprezanje konstrukcije, kao i na njezinu stabilnost i sigurnost.

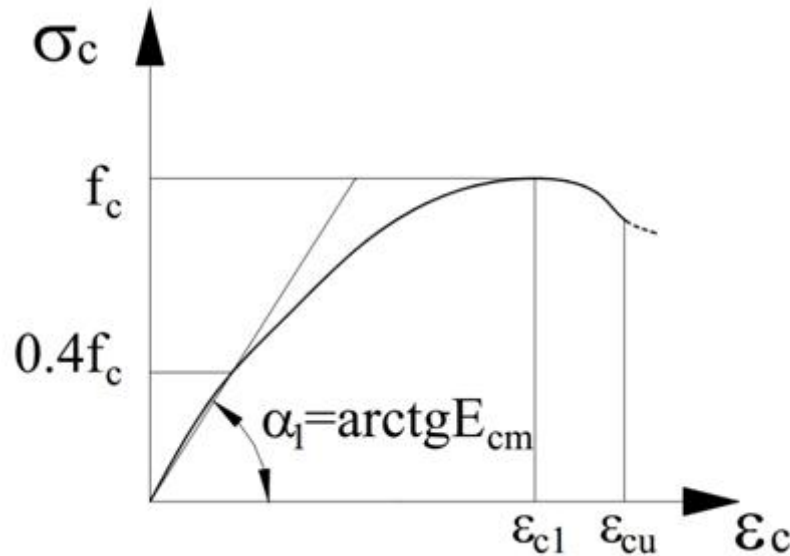
Deformacije betona mogu se podijeliti u dvije vrste:

- *Volumenske deformacije*, tj. one koje nisu posljedica djelovanja vanjskog opterećenja, već su uvjetovane samim svojstvima betona.
- *Deformacije od opterećenja*, koje dalje možemo podijeliti na deformacije pod kratkotrajnim, dugotrajnim i ponavljanim opterećenjem

U analizi koja slijede pratit će se deformacije koje su posljedica dugotrajnih efekata.

#### 3.2. Elastične deformacije betona

Beton je nelinearan materijal. Nanošenjem opterećenja u kratkom periodu, deformacije rastu kvazi-linearno do naprezanja koje je približno jednako  $0.4 f_{cm}$ . Nakon toga ponašanje je izrazito nelinearno (*Slika 9.*). Maksimalno naprezanje (čvrstoća) javlja se pri deformaciji malo većoj od 2‰, a zatim čvrstoća postupno opada. Kompletan lom događa se pri deformaciji malo većoj od 3.5‰.



Slika 9: Dijagram naprezanje – deformacija za beton[4]

Važno je znati i da beton niže klase čvrstoće ima veću sposobnost deformiranja od onoga više klase čvrstoće.

Oblik  $\sigma$  -  $\epsilon$  dijagrama uvelike ovisi o brzini nanošenja opterećenja. Ako se opterećenje nanosi u dužem vremenskom periodu (npr. godinu dana), lom uzorka javlja se pri većim deformacijama i pri naprezanjima koja su oko 15% manja od onih u uzorku koji je opterećen u kratkom vremenskom roku.

Linearnost krivulje do granice  $0,4 f_{cm}$ , dozvoljava proračun sa konstantnim modulom elastičnosti betona u cijelom području naprezanja koja odgovaraju naprezanjima u stanju uporabe. U ovom području mogu se usvojiti srednje vrijednosti modula elastičnosti betona, približno izračunavaju pomoću izraza:  $E_{cm} = 22 \cdot [f_{cm}/10]^{0.3}$

Ovako proračunat modul elastičnosti predstavlja pravac koji krivulju naprezanje-deformacija siječe u ishodištu i u točki  $0,4 f_{cm}$  i približno je jednak modulu elastičnosti koji se određuje eksperimentalno. Iz poznavanja svojstava betona lako je zaključiti da se modul elastičnosti mijenja kroz vrijeme, tj. povećava sa starenjem betona.

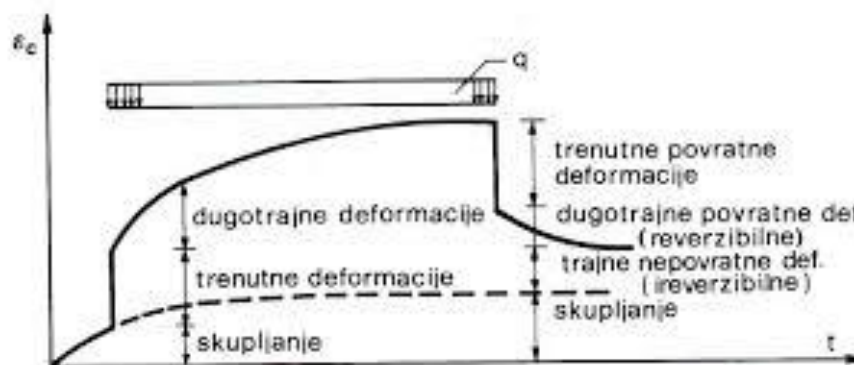
Kod jednoosnog opterećivanja uzorka, javljaju se uzdužne i poprečne deformacije, što je vrlo važno kod proračuna plošnih i prostornih konstrukcija. Vrijednost Poisson-ovog koeficijenta također je je promjenjiva tijekom vremena. Za mlade betone iznosi oko 0.30, a vremenom pada na 0.20, za betone bez pukotina. Pojavom pukotina njegova vrijednost se još

smanjuje. U praktičnim slučajevima vrijednost Poissonovog koeficijenta usvaja se u granicama 0.15 – 0.20.

### 3.3. Puzanje betona

Puzanje betona pojava je povećanja deformacija u betonu zbog utjecaja opterećenja. Puzanje se događa zbog zarobljene slobodne vode i čestica zraka u cementnoj pasti. Stvrdnuto betonsko tijelo ima šupljikavu strukturu, u kojoj nakon opterećivanja dolazi do koncentracije naprezanja na rubovima šupljina. Preraspodjelom naprezanja dolazi do povećanja deformacija. Kako beton stari, cementni kostur očvršćuje i puzanje se smanjuje.

Na *Slici 10.* prikazan je vremenski tijek deformacija uz konstantno opterećenje. U vremenu  $t_0$  opterećenje je nanoseno na konstrukciju, a u vremenu  $t_1$ , opterećenje je uklonjeno. U trenutku opterećivanja pojavljuje se trenutna (elastična -  $\varepsilon_{el}$ ) deformacija betona. Dugotrajna vremenska deformacija (viskoelastična deformacija -  $\varepsilon_v$ ) događa se od trenutka opterećivanja nadalje, pri čemu se naglo razvija nakon opterećivanja, ali vremenom smanjuje prirast. Nakon rasterećenja imamo trenutnu povratnu deformaciju ( $\varepsilon_{el,p}$ ) te dugotrajnu povratnu deformaciju ( $\varepsilon_{v,p}$ ). Jedan dio deformacije (plastična deformacija -  $\varepsilon_{pl}$ ) zauvijek ostaje na konstrukciji.



Slika 10: Razvoj deformacija betona tijekom vremena uz konstantno naprezanje [4]

Dugotrajna vremenska deformacija (viskoelastična deformacija -  $\varepsilon_v$ ) je u stvari deformacija puzanja. Na nju utječe mnogo faktora:

- Starost betona u trenutku nanošenja opterećenja – što je beton stariji deformacija puzanja je manja

- Vrsta i količina cementa – čisti portland cement uzrokuje veće puzanje od npr. aluminatnog. Masniji betoni (betoni s više cementa) imaju manje puzanje od mršavih
- Granulometrijski sastav agregata – dobro strukturirani agregat dobro popuni volumen, pa se puzanje smanjuje
- Trajanje opterećenja – što opterećenje dulje traje veća je i deformacija puzanja
- Vodocementni faktor – betoni s većim v/c faktorom pokazuju veće puzanje
- Dimenzije elemenata – elementi manjih dimenzija pokazuju veće puzanje
- Armatura – generalno, armatura smanjuje puzanje
- Atmosferska sredina – proces puzanja je veći kod viših temperatura sredine i manjoj relativnoj vlazi

Puzanje, nije negativna pojava na armiranobetonskoj konstrukciji. Ono uzrokuje preraspodijelu naprezanja čime se smanjuje koncentracija naprezanja izazvana skupljanjem i opterećivanjem. Ipak, neki negativni efekti postoje: povećanje progiba konstrukcije, pad sile prednapinjana itd.

Utjecaj puzanja obično se proračunava po linearnoj teoriji puzanja koja pretpostavlja da je dodatna deformacija od puzanja proporcionalna elastičnoj (kratkotrajnoj) deformaciji s koeficijentom proporcionalnosti  $\varphi$  (koeficijent puzanja). Konačni koeficijent puzanja ovisi o trenutka nanošenja opterećenja, vlažnosti sredine i srednjem polumjeru presjeka.

Ako tlačno naprezanje betona prijeđe vrijednost  $0,45 \cdot f_{ck}$  potrebno je uzeti u obzir nelinearnost puzanja. U ovakvim slučajevima valja primijeniti nelinearni koeficijent puzanja.

Koeficijent puzanja ( $\varphi$ ):

$$\varepsilon_{\infty}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot (\sigma_c / E_c)$$

$\varphi(\infty, t_0)$  predstavlja konačni koeficijent puzanja za beton opterećen u trenutku  $t_0$ .



## 4. ANALIZA OPTEREĆENJA

Predmet naše analize jeste konzoloni nosač, kojeg prvotno analiziramo kao štapni sustav, a potom kao prostorni model. Pri izradi prostornog modela imamo ploču sa sudjelujućom širinom oslonjenu na gredni konzolni nosač.

Da bi izradili model potrebno je znati opterećenja koja će se na njemu javljati. Pošto snijeg i vjetar nisu dominantna opterećenja na našem objektu, oni su zanemareni.

Korištena opterećenja uzeta su za tip konstrukcije prohodne terase restoranu skladu sa EC0 (Eurokod 0: Osnove projektiranja konstrukcija), EC1 (Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije) te EC2 (Eurokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcija).

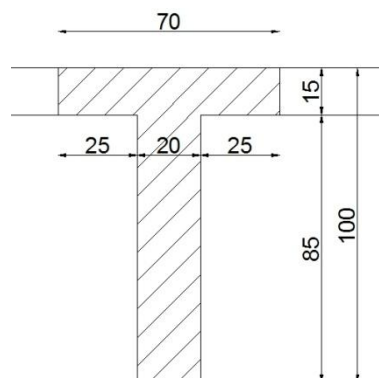
Kombinacija opterećenja	Djelovanje	Stalno ( $\gamma_G$ )	Pokretno ( $\gamma_Q$ )	Izvanredno ( $\gamma_A$ )
Uobičajena	Nepovoljno	1.35	1.50	-
	Povoljno	1.00	0.00	-
Izvanredna		1.00	1.00	1.00

Tablica 1: Koeficijent sigurnosti za opterećenje

### 4.1. Stalno opterećenje

#### 4.1.1. Vlastita težina nosača

Vlastita težina nosača (grede) je uključena u računalnom programu za proračun konstrukcije.



Slika 11: Poprečni presjek nosača

T-presijek:

$$g_{gr} = 0,85 \cdot 0,2 \cdot 25 = 4,25 [kN / m']$$

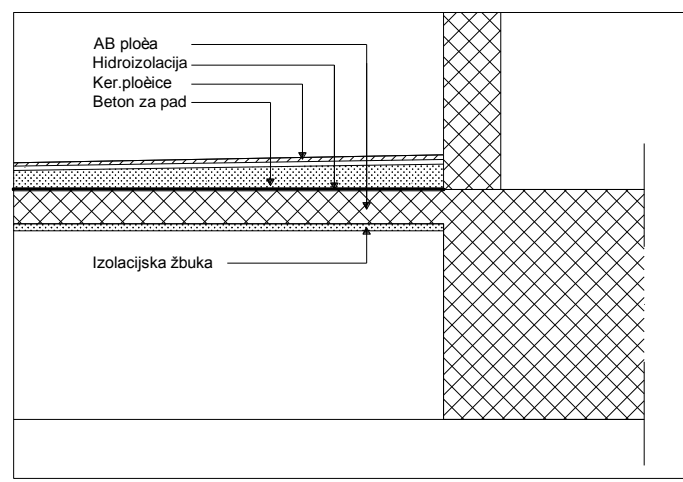
$$g_{pl} = 0,15 \cdot 0,7 \cdot 25 = 2,625 [kN / m']$$

Pravokutni presijek:

$$g_{gr} = 1,0 \cdot 0,3 \cdot 25 = 7,5 [kN / m']$$

#### 4.1.2. Dodatno stalno opterećenje

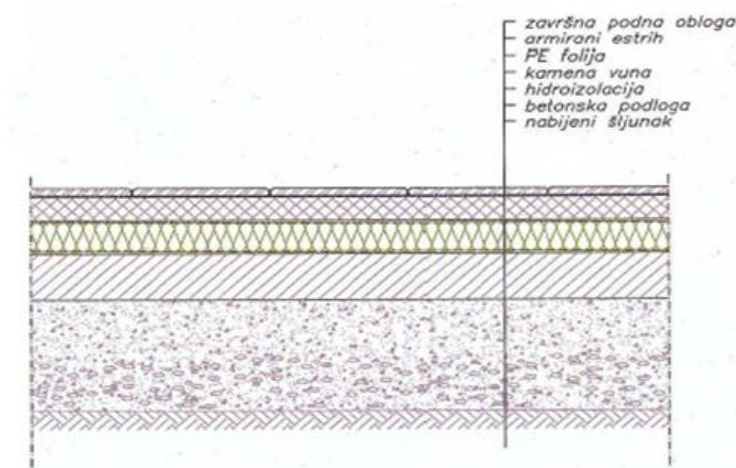
##### Vanjska terasa



Slika 12: Prikaz slojeva terase

Sloj	$d$ (m)	$\gamma$ ( $kN/m^3$ )	$d \times \gamma$ ( $kN/m^2$ )
Keramičke ploče	0,03	13,6	0,41
Cementni estrih	0,04	25	1,00
Termoizolacija	0,04	3	0,12
Hidroizolacija	0,005	18	0,09
Beton za pad	0,08	25	2,00
Žbuka	0,01	19	0,19
UKUPNO:			3,81

$$g = 3,81 \cdot 0,7 = 2,667 [kN / m']$$

Ploča iznad tla

Slika 13: Prikaz slojeva konstrukcije iznad tla

Sloj	$d$ (m)	$\gamma$ ( $\text{kN/m}^3$ )	$d \times \gamma$ ( $\text{kN/m}^2$ )
Završni sloj	0,02	16	0,32
Cementni estrih	0,05	24	1,20
Termoizolacija	0,06	3	0,18
Hidroizolacija	0,01	18	0,18
UKUPNO:			1,88

**4.2. Promjenjivo opterećenje****4.2.1. Pokretno (korisno) opterećenje**

Pokretno opterećenje se uzima prema pravilniku: HRN EN 1991-2-1. Pri tome za terasu usvajamo vrijednosti za razred površine C – površine na kojima je moguće okupljanje ljudi, konkretno razred C3 za koji je usvojena vrijednost  $q_k = 5 \text{ kN/m}^2$ .

$$q = 5,0 \cdot 0,7 = 3,5 \left[ \text{kN} / \text{m}^2 \right]$$

Za izradu prostornog modela potrebna su nam i opterećenja za recepciju hotela koja spada u razred C1 i za njih je usvojena vrijednost  $q_k = 3 \text{ kN/m}^2$ .

## 5. ANALITIČKI PRORAČUN PROGIBA

Na samom početku prikazat će se analitički proračun progiba i to samo kao kontrola izlaznih rezultata programa kojim će se analizirati odgovor konstrukcije pri linearnoj analizi. Analitički proračun je izvršen za oba poprečna presjeka.

### 5.1. Pravokutni poprečni presijek

Ukupno opterećenje za **GSU [1,0(G0+G1)+1,0\*Q]**

$$q = 7,5 + 2,667 + 3,5 = 13,667 \text{ [kN / m]}$$

$$w = \frac{ql^4}{8EI}$$

$$I_b = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,3 \cdot 1,0^3}{12} = 0,025m^4$$

$$I_{\zeta} = 4 \cdot \frac{d^4 \cdot \pi}{32} + 4 \cdot \frac{d^4 \cdot \pi}{32} = 4 \cdot \frac{0,028^4 \cdot \pi}{32} + 4 \cdot \frac{0,014^4 \cdot \pi}{32} = 0,000000256m^4$$

$$E_b = 33500000kN / m^2 \quad \text{za } C35 / 45$$

$$E_{\zeta} = 200000000kN / m^2 \quad \text{za } B500B$$

$$n = \frac{E_b}{E_{\zeta}} = 0,1675$$

$$I_{red} = I_b + n \cdot I_{\zeta} = 0,025000042$$

$$w = \frac{13,667 \cdot 9,725^4}{8 \cdot (33500000 \cdot 0,025000042)} = \frac{122245,15}{6700011,256} = 0,01825m$$

$$w = 1,82cm$$

(4.1)

### 5.2. T – poprečni presijek

Ukupno opterećenje za **GSU [1,0(G0+G1)+1,0\*Q]**

$$q = 4,25 + 2,625 + 2,667 + 3,5 = 13,042 \text{ [kN / m]}$$

$$w = \frac{ql^4}{8EI}$$

$$I_b = 0,021m^4$$

$$I_c = 0,000002234m^4$$

$$E = 33500000kN / m^2 \quad \text{za } C35 / 45$$

$$E_c = 200000000kN / m^2 \quad \text{za } B500B \quad (4.2)$$

$$n = \frac{E_b}{E_c} = 0,1675$$

$$I_{red} = I_b + n \cdot I_c = 0,021000374$$

$$w = \frac{13,042 \cdot 9,725^4}{8 \cdot 33500000 \cdot 0,021000374} = \frac{116654,806}{5628100,232} 0,02073m$$

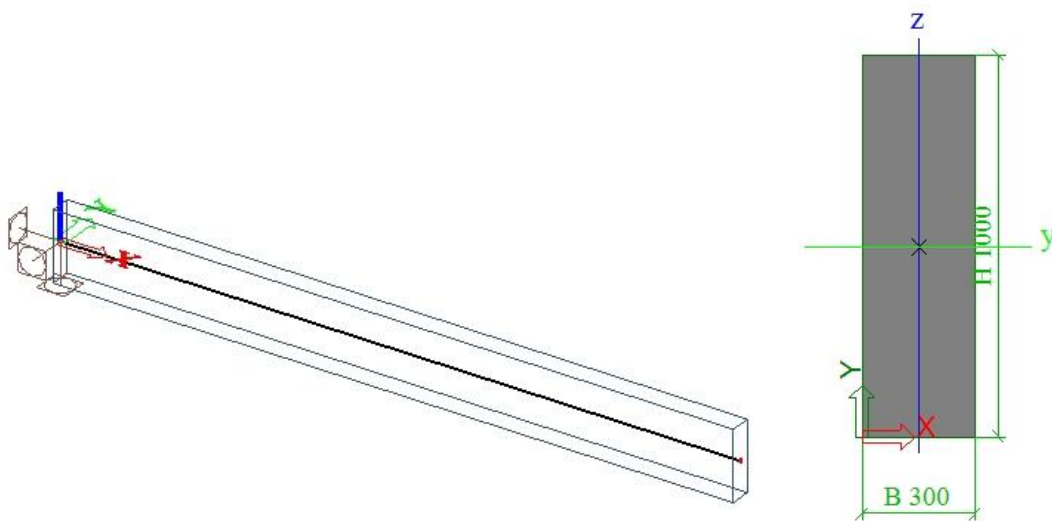
$$w = 2,07cm$$

## 6. ANALIZA 1D MODELA

### 6.1. Pravokutni poprečni presjek

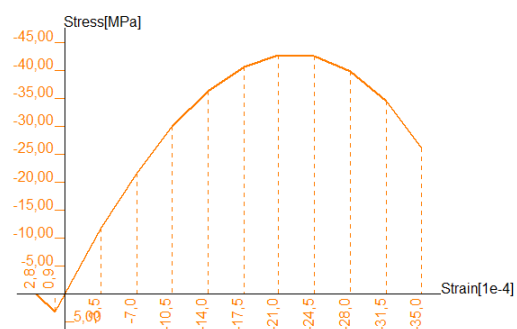
#### 6.1.1. Ne armirani pravokutni poprečni presjek

Prvi slučaj koji ćemo analizirati je najjednostavniji, radi se naime o pravokutnom poprečnom presjeku koji nije armiran. Dimenzije poprečnog presjeka kao i zadani rubni uvjeti prikazani su na *Slici 14*. Dakle analizirat će se samo pojave i utjecaje koji se javljaju u betonu.



*Slika 14:* Aksonometrijski prikaz glavnog konzolnog nosača sa zadanim rubnim uvjetima i poprečnim presjekom (Scia Engineer 2013.1)

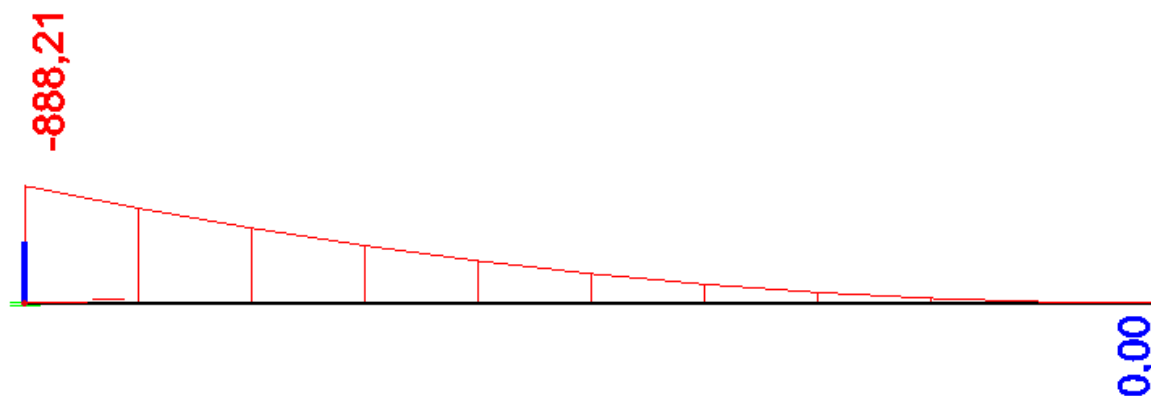
U nastavku će biti pokazana i linearna i nelinearna analiza. U analizi je upotrijebljen beton razreda tlačne čvrstoće C35/45. Pri nelinearnoj materijalnoj analizi korišteni dijagram ovisnosti naprezanja o deformacijama ( $\sigma$ - $\epsilon$  dijagram) za ovaj beton prikazan je na *Slici 15*.



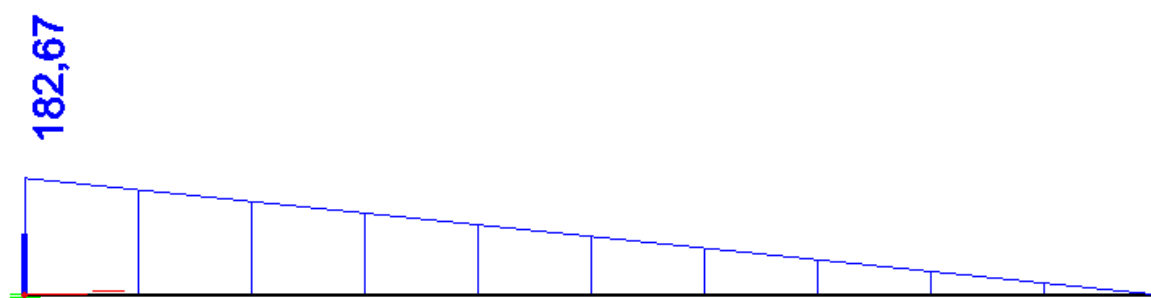
*Slika 15:*  $\sigma$ - $\epsilon$  dijagram za beton C35/45 (Scia Engineer 2013.1)

### 6.1.1.1 Rezultati linearnog proračuna

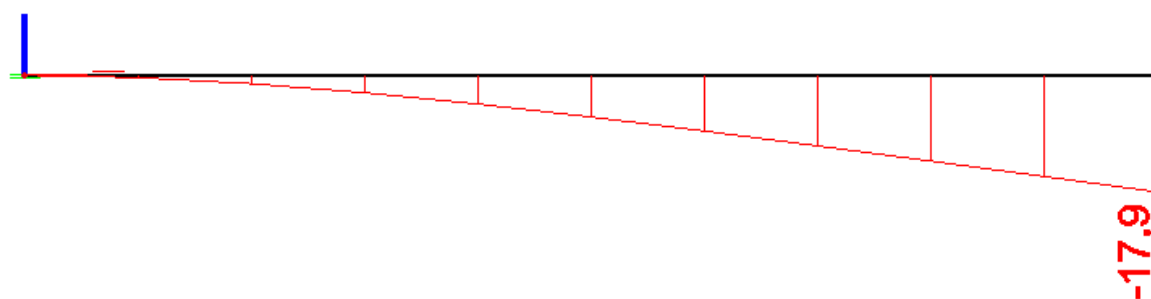
Promatrani poprečni presjek je analiziran za granično stanje nosivosti (kombinacija u skladu sa Eurokodom 0)  $G_{SN} [1,35*(G_0+G_1)+1,5*Q]$ . Pri tome promatramo rezne sile koje će se javiti na nosaču, te progib koji dobijamo za granično stanje uporabljivosti  $G_{SU} [1,0(G_0+G_1)+1,0*Q]$ .



Slika 16: Prikaz reznih sila  $M_y$  [kNm]



Slika 17: Prikaz reznih sila  $V_z$  [kN]



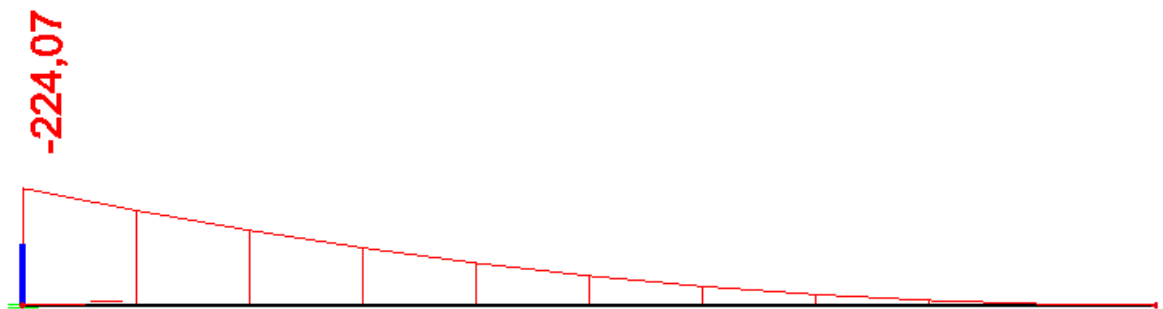
Slika 18: Progib na kraju nosača u smjeru osi z [mm]

Na slici 18. se jasno vidi da je dobiven progib od 1,79

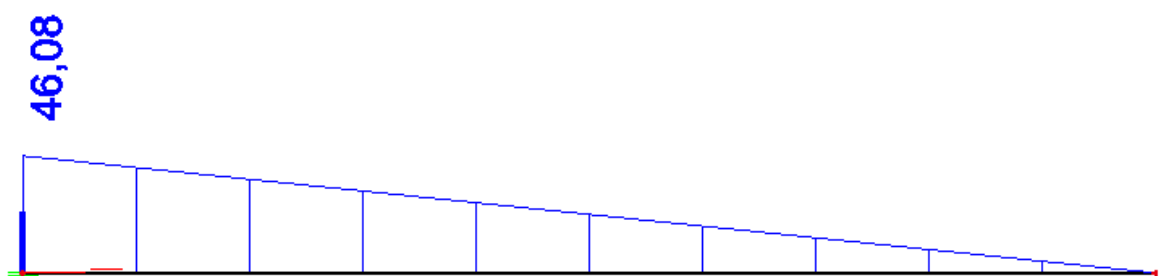
### 6.1.1.2 Rezultati ne linearnog proračuna

Pri pokazanoj linearnoj analizi jasno se vidi da je pri ovoj razini opterećenja došlo do značajnog prekoračenja vlačne čvrstoće betona te da će progibi biti višestruko veći. Iz toga se jasno nameće zaključak da je potrebno izvršiti detaljniju analizu uključujući materijalnu nelinearnost. Radi realnijeg uvida u ono što se događa u konstrukciji, te da bi točno odredili koliko opterećenja može podnijeti naš betonski presjek, proveden je ne linearni proračun. Dakle, htjeli smo uvidjeti kako materijalna nelinearnost utječe na proračun.

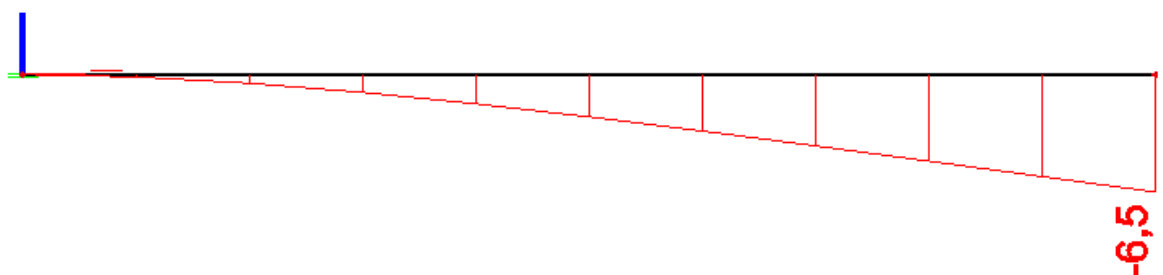
Rezultati prikazani na Slikama 19., 20. i 21. odgovaraju kombinaciji opterećenja  $NC1=0,25* [1,35*(GO+G1)+1,5*Q]$ . Odnosno, prikazane su rezne sile i progib koji odgovaraju četvrtini stvarnog opterećenja na konstrukciju. Razlog tome je što betonski presjek očekivano, puca pri malo većem opterećenju od ovoga (inkrement 0,3).



Slika 19: Prikaz reznih sila  $M_y$  [kNm]



Slika 20: Prikaz reznih sila  $V_z$  [kN]



Slika 21: Progib na kraju nosača u smjeru osi  $z$  [mm]



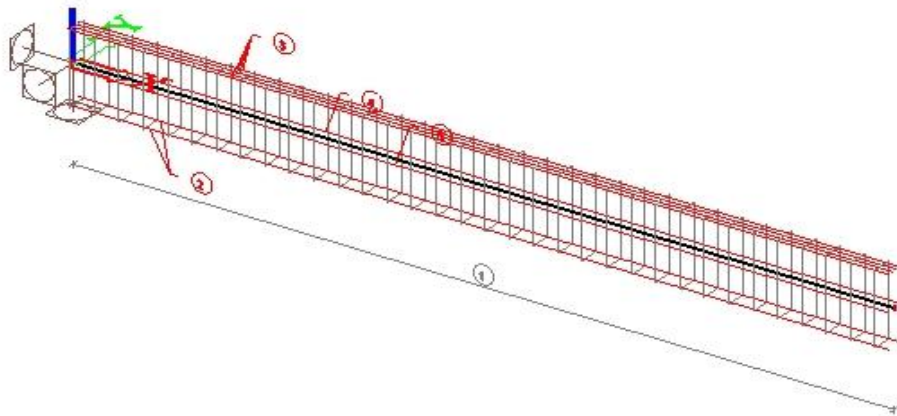
Na *slici 12.* prikazan je progib za jednu četvrtinu opterećenja kombinacije za granično stanje nosivosti (GSN). Dakle pri četvrtini opterećenja GSN dolazi do granične vlačne čvrstoće samog betona i pri tom opterećenju se javlja progib na kraju betonske konzole u iznosu od 6,5 mm.

Iz ovih rezultata vidljiva je manjkavost linearnog proračuna koji ne uzima u obzir stvarne karakteristike materijala.

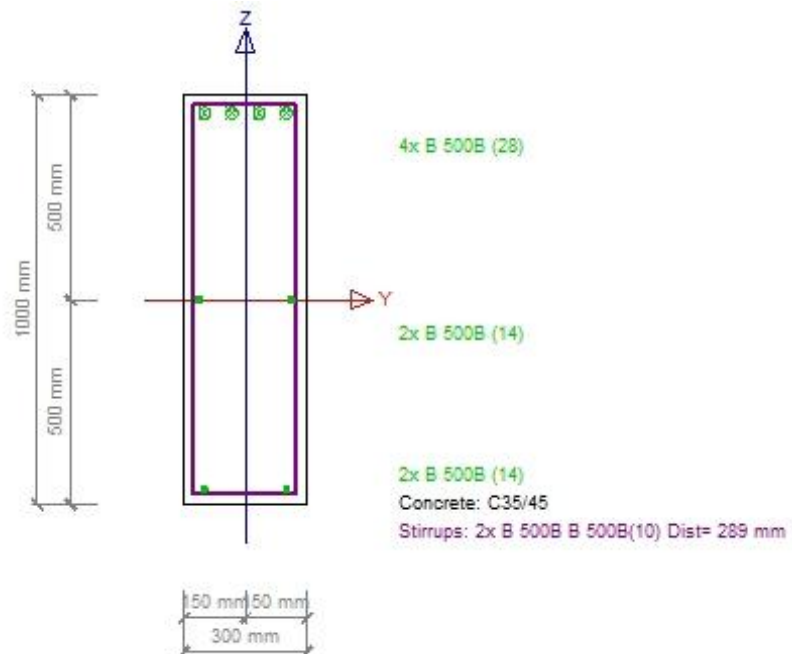
### 6.1.2. Armirani pravokutni poprečni presjek

U prethodno provedenoj analizi uočili smo potrebu za dodavanjem armature u poprečni presjek kako bi promatrani nosač mogao preuzeti punu vrijednost vlačnih napreznja koja se javljaju pri opterećenju od  $G_{SN} [1,35*(G_0+G_1)+1,5*Q]$ .

Dimenzioniranje presjeka na rezne sile dobivene linearnim proračunom na nearmiranom presjeku te uključena armaturu kako je prikazano na *Slici 22.i 23.*



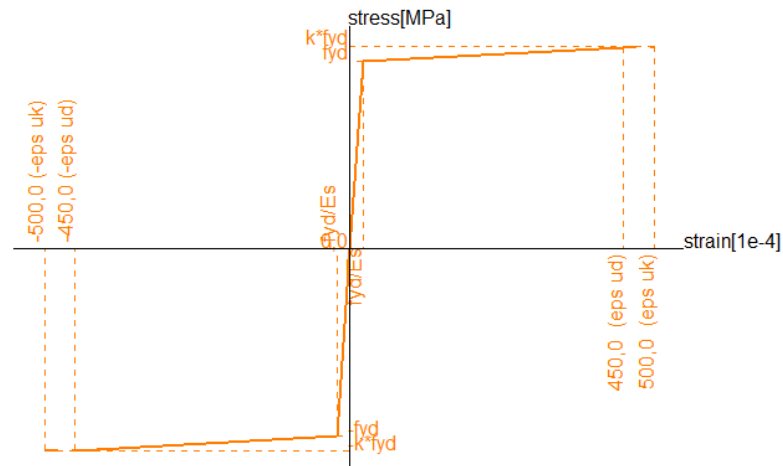
*Slika 22: Aksonometrijski prikaz armiranog glavnog konzolnog nosača sa zadanim rubnim uvjetima (Scia Engineer 2013.1)*



*Slika 23: Dimenzije i armatura poprečnog presjeka (Scia Engineer 2013.1)*

I u ovoj analizi korišten je beton razreda tlačne čvrstoće C35/45, čiji je  $\sigma$ - $\varepsilon$  dijagram prikazan na *Slici 6.*

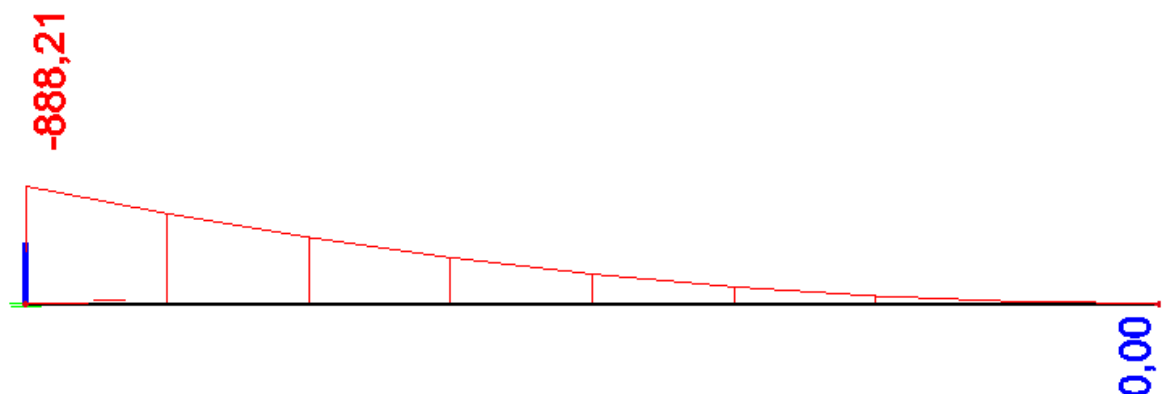
Korištena armatura je B500B, a dijagram za opis ponašanja armature je pokazan na *Slici 24*, to je zapravo bilinearni dijagrami on je aproksimacija stvarnog dijagrama ovisnosti naprežanja o deformaciji za čelik. Ova aproksimacija dovoljno je točna za potrebe našeg linearnog i ne linearnog proračuna.



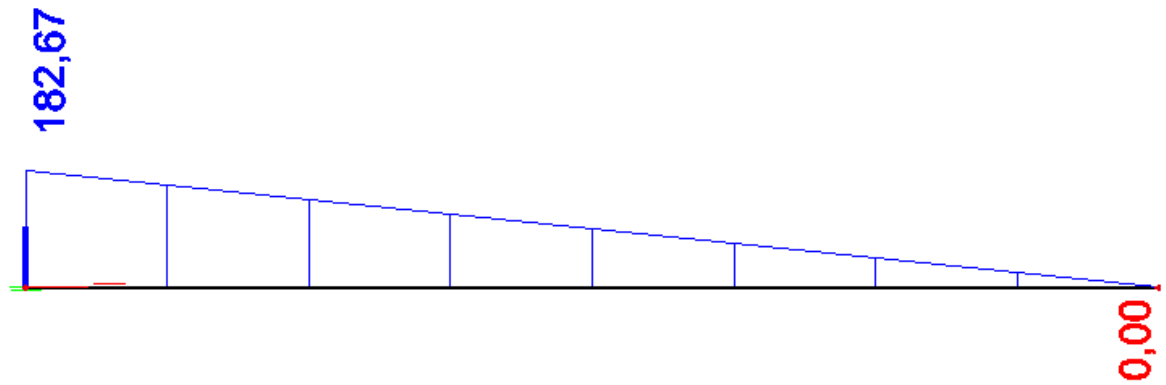
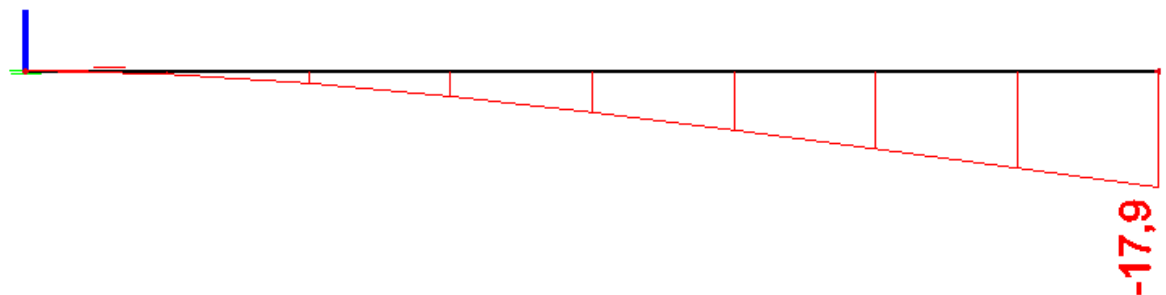
Slika 24:  $\sigma$ - $\varepsilon$  dijagram za armaturni čelik B500B (Scia Engineer 2013.1)

### 6.1.2.1 Rezultati linearnog proračuna

Promatrani poprečni presjek opteretili smo na granično stanje nosivosti (kombinacija u skladu sa Eurokodom 0) **GSN [1,35\*(G0+G1)+1,5\*Q]**. Pri tome promatramo rezne sile koje će se javiti na nosaču, te progib koji dobijamo za granično stanje uporabljivosti **GSU [1,0(G0+G1)+1,0\*Q]**.



Slika 25: Prikaz reznih sila  $M_y$  [kNm]

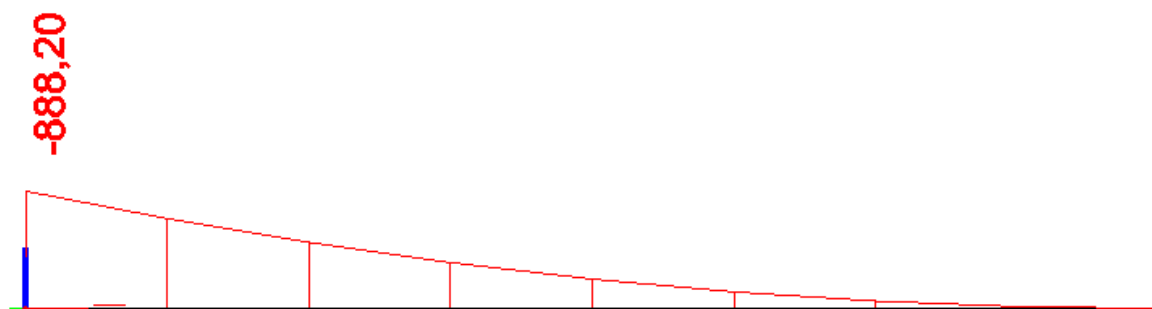
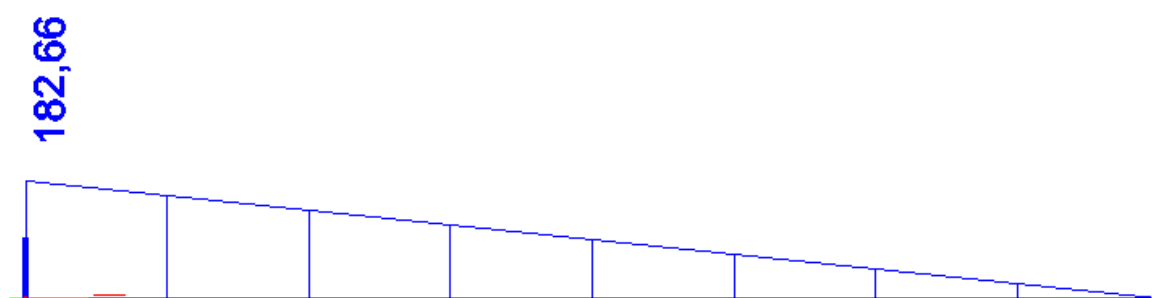
Slika 26: Prikaz reznih sila  $V_z$  [kN]Slika 27: Progib na kraju nosača u smjeru osi  $z$  [mm]

Iz gore prikazanih rezultata možemo uočiti da se linearni proračun armiranog nosača uopće ne razlikuje od linearnog proračuna ne armiranog nosača. To je bilo i za očekivati jer se radi o geometrijski identičnim presjecima, a utjecaj omjera krutosti armature i betona je skoro zanemariv u linearnoj analizi. Prave razlike u proračunu očekujemo u nelinearnom proračunu gdje bi do izražaja trebala doći materijalna nelinearnost kao i činjenica da armatura preuzima vlačna naprezanja koja beton nije mogao podnijeti.

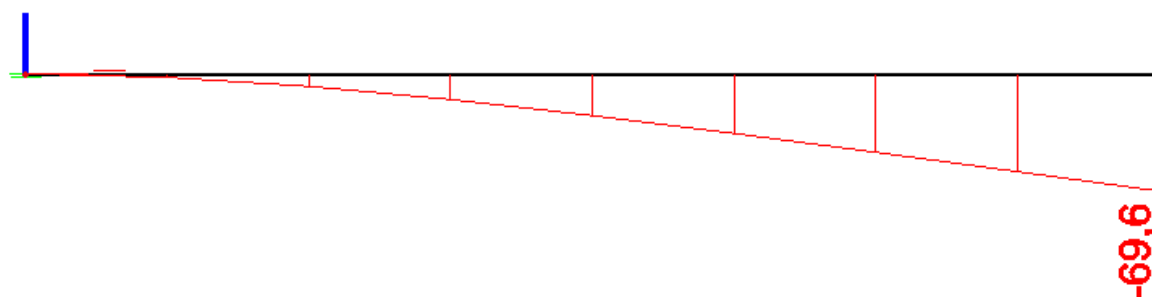
### 6.1.2.2 Rezultati ne linearnog proračuna

Radi realnijeg uvida u ono što se događa u konstrukciji, stanje naprezanja i deformacijaprovest će se nelinearni proračun. Dakle, želimo vidjeti utjecaj materijalne nelinearnosti te stanje naprezanje u presjeku do sloma.

Rezultati prikazani na Slikama 28, 29 i 30 odgovaraju kombinaciji opterećenja  $NC1 = [1,35*(GO+G1)+1,5*Q]$ . Odnosno, prikazane su rezne sile i progib koji odgovaraju stvarnom opterećenju na konstrukciju.

Slika 28: Prikaz reznih sila  $M_y$  [kNm]Slika 29: Prikaz reznih sila  $V_z$  [kN]

Utjecaj uključene materijalne nelinearnosti jasno se vidi kroz prikaz progiba koji je u ovoj analizi višestruko veći.

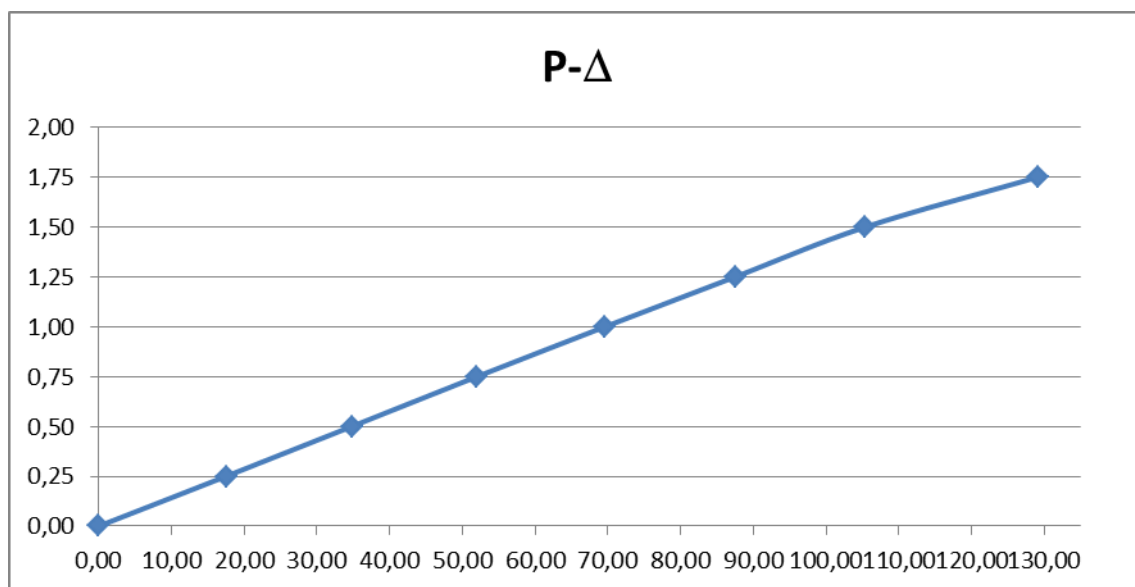
Slika 30: Progib na kraju nosača u smjeru osi  $z$  [mm]

U skladu sa pretpostavkom, progib koji armirani presjek ima pri nelinearnom proračunu i opterećenju  $1 \cdot \text{GSN}$  skoro je četiri puta veći od progiba pri linearnom proračunu.

U *Tablici 2* prikazani su progibi za različite razine opterećenja presjeka kombinacijom GSN.

faktor uvećanja opterećenja	pomaci uz (mm)
0,25	17,50
0,50	34,80
0,75	52,00
1,00	69,60
1,25	87,50
1,50	105,40
1,75	129,10

Tablica 2: Progibi konzole za razne inkremente opterećenja



Slika 31: Dijagram odnosa inkrementa opterećenja i pomaka konstrukcije (mm)

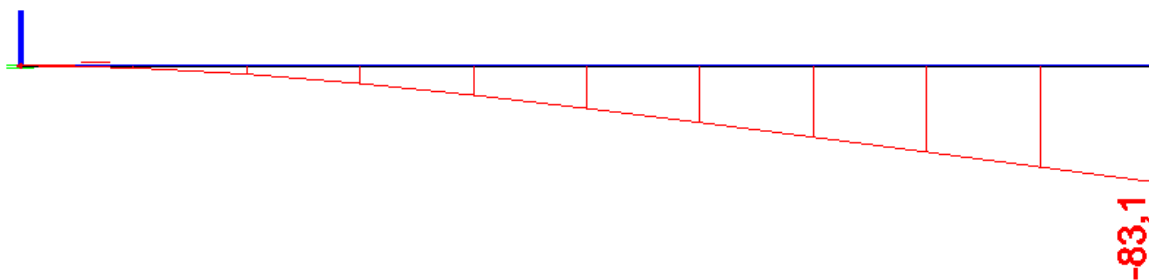
Ono što možemo izčitati iz *Tablice 2* i *Slike 31*. je da armirani presjek može podnijeti 75% veća naprezanja od onih koja se javljaju pri kombinaciji opterećenja od GSN. Maximalan progib koji presjek može podnijeti prije loma iznosi 12,9 cm.

Slom presjeka događa se pri duplo većem opterećenju od GSN. Na ovom primjeru dobro je vidljivo koliki utjecaj armatura ima na nosivost armiranobetonskog presjeka.

### 6.1.2.3 Rezultati pri utjecaju puzanja

Osim do sada uključene materijalne nelinearnosti koja je u programu simulirana materijalnim modelom za beton prikazanim na *Slici 15* te bilinearnim dijagramom za armaturu (*Slika 24.*) značajno je analizirati i utjecaj dugotrajnih efekata na veličinu progiba. Kada se uključi utjecaj puzanja za kombinaciju opterećenja **GSN**  $[1,35*(GO+G1)+1,5*Q]$  progib na kraju konzole iznosi 8,31 cm što je za 1,35 cm veći progib nego pri istom opterećenju u nelinearnom proračunu. Ovdje treba primijetiti da je u samom računalnom programu puzanje uključeno samo kao linerana kombinacija definirana

EC. Za očekivati je da bi preciznije uključivanja ovog utjecaja npr. pomoću posebne funkcije i integracije u vremenu dalo realniji odgovor konstrukcije i nešto veće progibe.

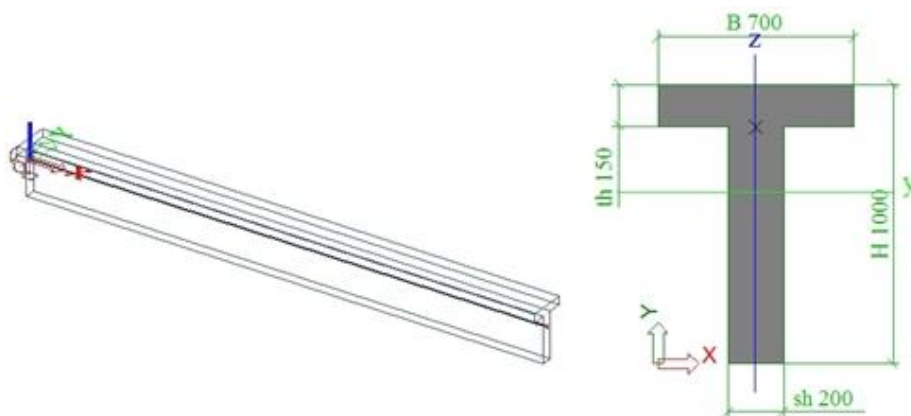


Slika 32: Progib na kraju nosača sa uključenim utjecajem puzanja u smjeru osi z [mm]

## 6.2. T – poprečni presjek

### 6.2.1. Ne armirani T – poprečni presjek

Kako je predmet ove analize utjecaj i izbor poprečnog presjeka samog nosača u ovom dijelu je analiziran isti problem s jednakim materijalnim karakteristikama, ali ovoga puta na T poprečnom presjeku. Započetak ponovno sa nearmiranim presjekom da bi što bolje promotrili pojave u betonu. Dimenzije presjeka i zadani rubni uvjeti prikazani su na *Slici 33*.

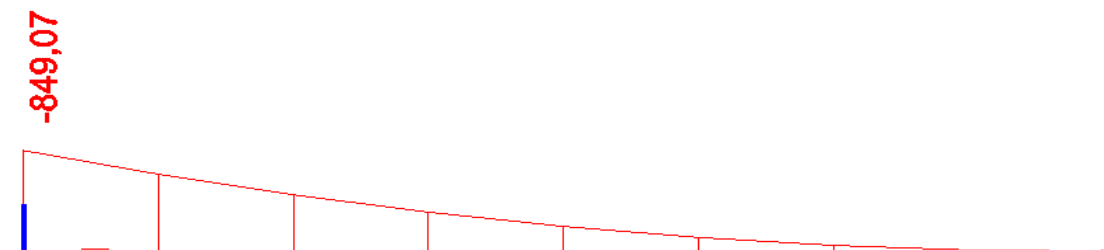


Slika 33: Aksonometrijski prikaz glavnog konzolnog nosača sa zadanim rubnim uvjetima i poprečnim presjekom (Scia Engineer 2013.1)

Kao što je rečeno, početne pretpostavke jednake su kao za pravokutni poprečni presjek što znači da ponovno koristimo beton tlačnog razreda čvrstoće C35/45, i da  $\sigma$  -  $\epsilon$  dijagram pokazan na *slici 15*. vrijedi i u ovom slučaju.

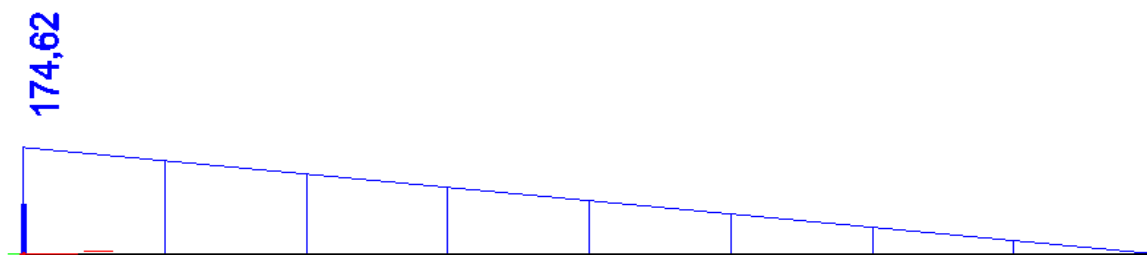
#### 6.2.1.1 Rezultati linearnog proračuna

Promatrani poprečni presjek opteretili smo na granično stanje nosivosti (kombinacija u skladu sa Eurokodom 0)  $G_{SN} [1,35*(G_0+G_1)+1,5*Q]$ . Pri tome promatramo rezne sile koje će se javiti na nosaču, te progib koji dobijamo za granično stanje uporabljivosti  $G_{SU} [1,0(G_0+G_1)+1,0*Q]$ .

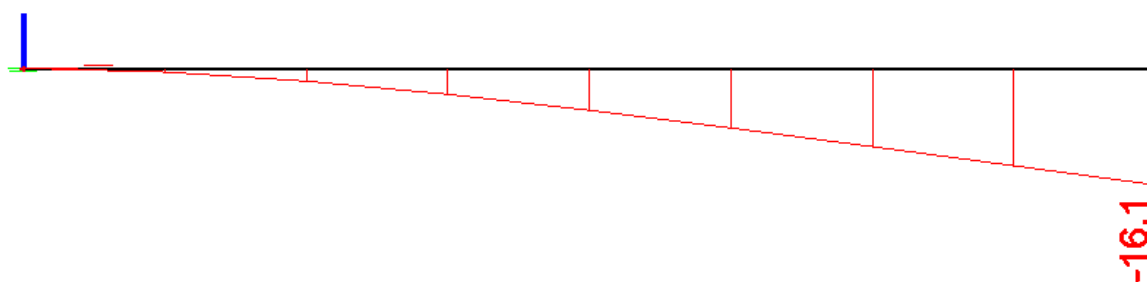


Slika 34: Prikaz reznih sila  $M_y$  [kNm]



Slika 35: Prikaz reznih sila  $V_z$  [kN]

Usporedimo li gore iznesene rezultate reznih sila na T poprečnom presjeku (Slika 34. i 35.) sa rezultatima reznih sila na pravokutnom poprečnom presjeku (Slika 25. i 26.) uočavamo manja odstupanja, tj pad vrijednosti momenta i poprečne sile na presjek. Razlog ovoga pada je nagla promjena posmičnih naprežanja kod promjene širine poprečnog presjeka. Također pojava ovih posmičnih naprežanja navodi nas na zaključak da je presjek ovoga tipa potrebno diskretizirati 3D konačnim elementima radi boljeg uvida u utjecaj posmičnih naprežanja.

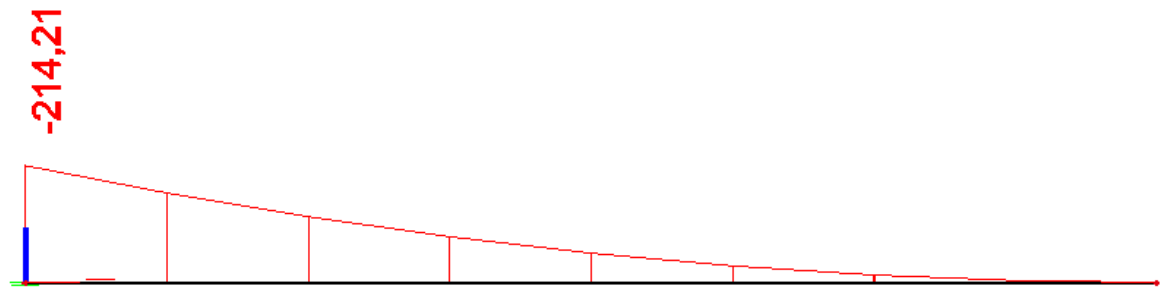
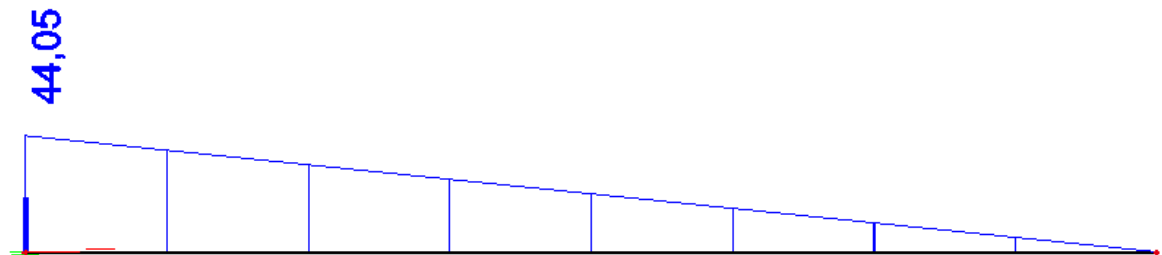
Slika 36: Progib na kraju nosača u smjeru osi  $z$  [mm]

Dakle, ponovno ako usporedimo progib koji se javlja na T poprečno presjeku (Slika 36.) sa progibom na pravokutnom poprečnom presjeku (Slika 27.) vidimo da se radi o ostom redu veličine te da se pravokutni poprečni presjek progiba nešto više od T poprečnog presjeka..

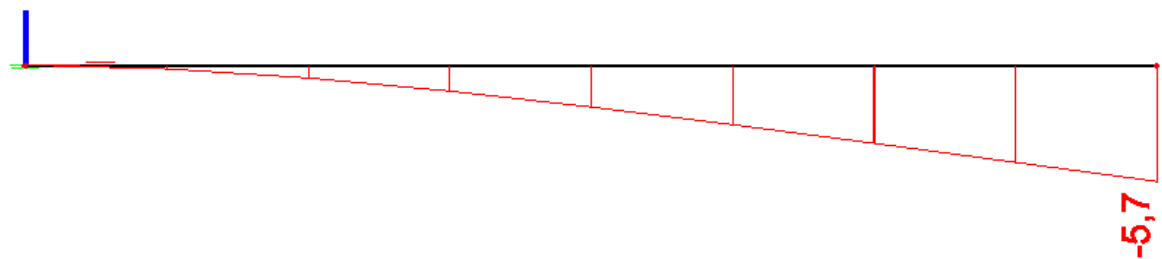
### 6.2.1.2 Rezultati ne linearnog proračuna

Radi detaljnijeg uvida u ono što se događa u konstrukciji, te da bi točno odredili koliko opterećenja može podnijeti naš betonski presjek, proveli smo nelinearni proračun. Dakle, htjeli smo uvidjeti kako materijalna nelinearnost utječe na proračun.

Rezultati prikazani na Slikama 37., 38. i 39. odgovaraju kombinaciji opterećenja  $NC1=0,25* [1,35*(GO+G1)+1,5*Q]$ . Odnosno, prikazane su rezne sile i progib koji odgovaraju četvrtini stvarnog opterećenja na konstrukciju. Razlog tome je što betonski presjek puca pri malo većem opterećenju (inkrement 0,45), tj. on sam bez armature ne može podnijeti vlačna naprežanja koja nastaju pri kombinaciji  $G_{SN} [1,35*(GO+G1)+1,5*Q]$ .

Slika 37: Prikaz reznih sila  $M_y$  [kNm]Slika 38: Prikaz reznih sila  $V_z$  [kN]

Ako usporedimo rezne sile dobivene nelinearnim proračunom sa reznim silama na identičnom presjeku dobivenim linearnim proračunom, vidimo da su rezultati 4 puta manji. To je jasno i očekivano s obzirom da se proračun odradio sa četvrtinom opterećenja.

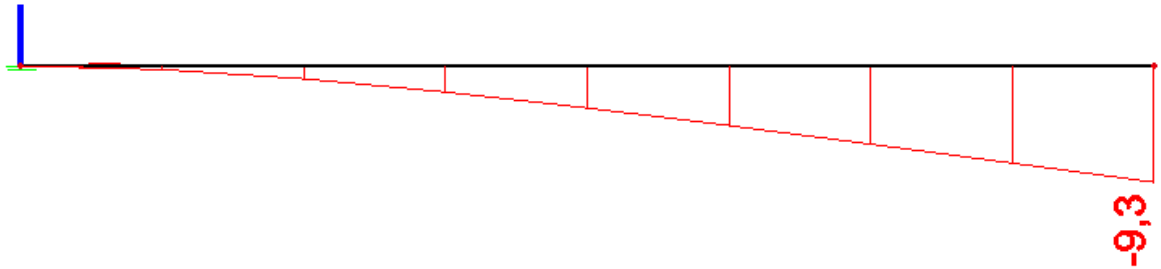
Slika 39: Progib na kraju nosača u smjeru osi  $z$  [mm]

Na slici 39. prikazan je progib za jednu četvrtinu od GSN. Taj progib znatno je manji od progiba dobivenog linearnim proračunom.

Ponovno, kao i kod pravokutnog presjeka uočavamo već spomenute manjkavost linearnog proračuna koji ne uzima u obzir stvarne karakteristike materijala.

Također je važno napomenuti da T poprečni presjek bez armature ipak može podnijeti veći dio GSN opterećenja od pravokutnog presjeka. Točnije pravokutni presjek je doživljavao lom pri opterećenju neznatno većem od četvrtine stvarnog opterećenja.

Detaljnijim proračunom, čiji rezultati nisu vizualno prikazani radi sažetosti rada, uočeno je da T presjek puca tek iznad 40% ukupnog stvarnog opterećenja. Na *Slici 40.* prikazan je samo progib koji se javlja pri  $0,4 \cdot GSN$  i to je maksimalan progib koji T poprečni presjek može podnijeti bez armature prije pucanja. Pri ovom progibu javljaju se maksimalna vlačna naprežanja koja beton može preuzeti.

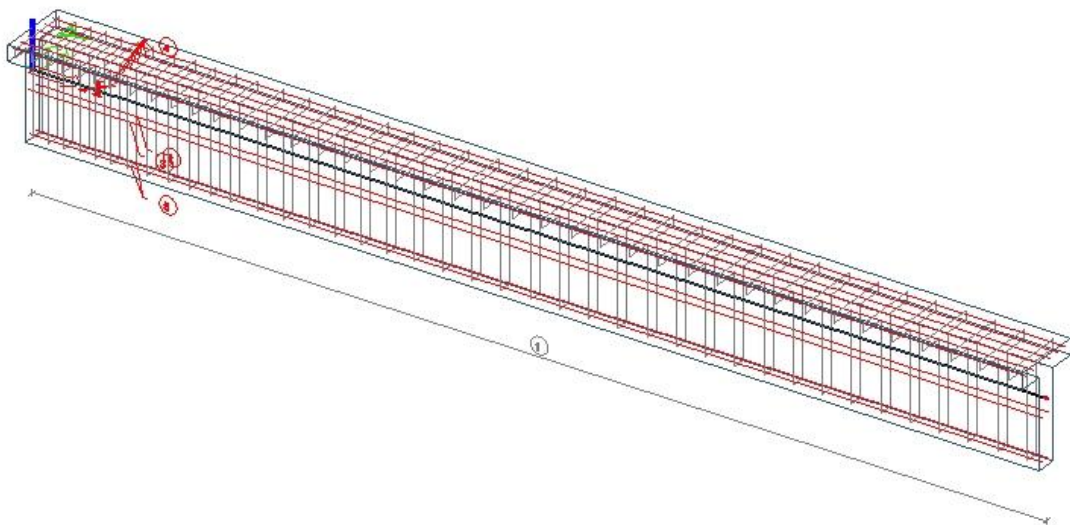


*Slika 40:* Progib na kraju nosača u smjeru osi z [mm]

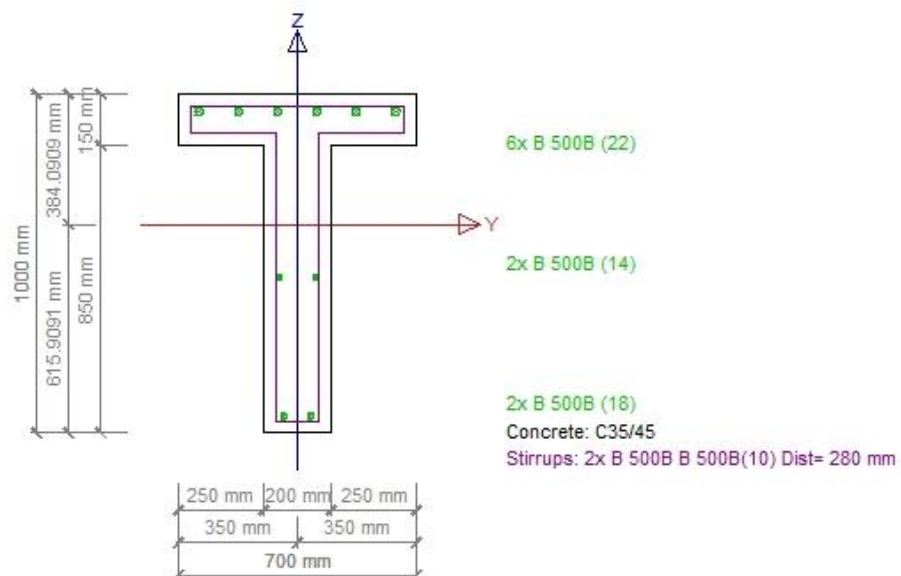
### 6.2.2. Armirani T – poprečni presjek

U prethodno provedenoj analizi uočili smo potrebu za dodavanjem armature u poprečni presjek kako bi promatrani nosač mogao preuzeti punu vrijednost vlačnih napreznja koja se javljaju pri opterećenju od  $G_{SN} [1,35*(G_0+G_1)+1,5*Q]$ .

Dimenzionirali smo presjek na rezne sile dobivene linearnim proračunom na nearmiranom presjeku te zadali armaturu kako je prikazano na Slici 41. i 42.



Slika 41: Aksonometrijski prikaz armiranog glavnog konzolnog nosača sa zadanim rubnim uvjetima (Scia Engineer 2013.1)



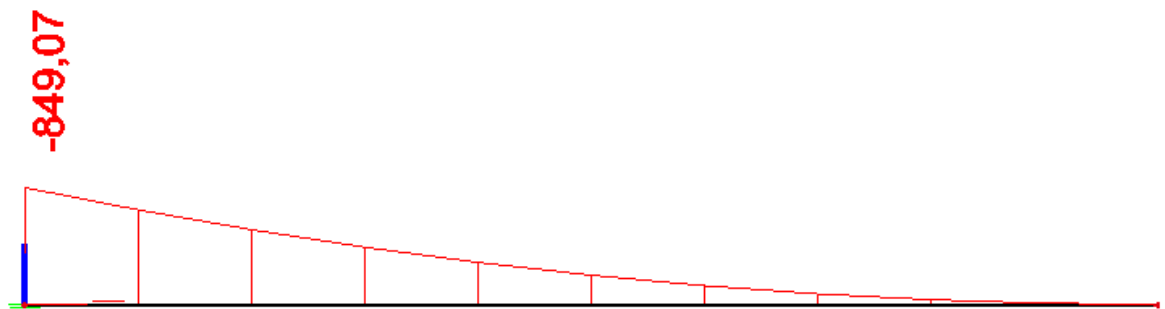
Slika 42: Dimenzije i armatura poprečnog presjeka (Scia Engineer 2013.1)

Kao i do sada koristimo beton razreda tlačne čvrstoće C35/45, čiji je  $\sigma$ - $\varepsilon$  dijagram prikazan na *Slici 15*.

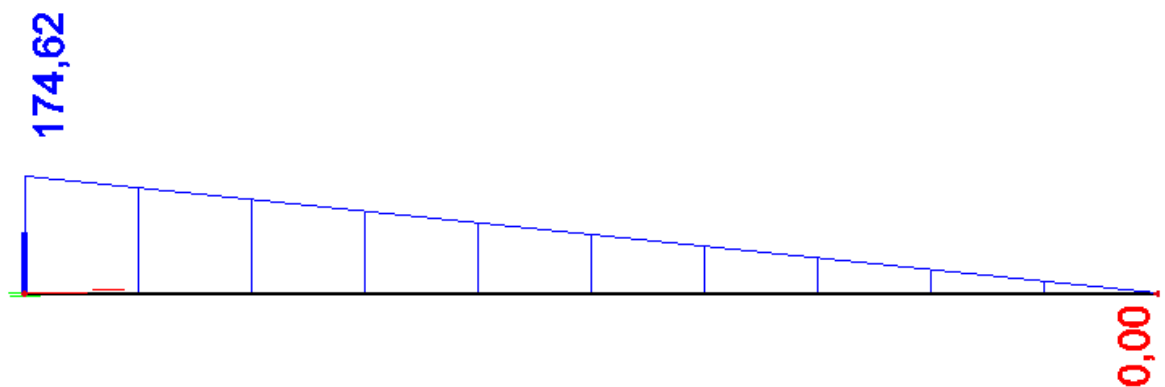
Korištena armatura je B500B, a bilinearnim  $\sigma$ - $\varepsilon$  dijagramom (*slika 24.*) opisano je ponašanje armature. Ova aproksimacija dovoljno je točna za potrebe našeg linearnog i nelinearnog proračuna.

### 6.2.2.1 Rezultati linearnog proračuna

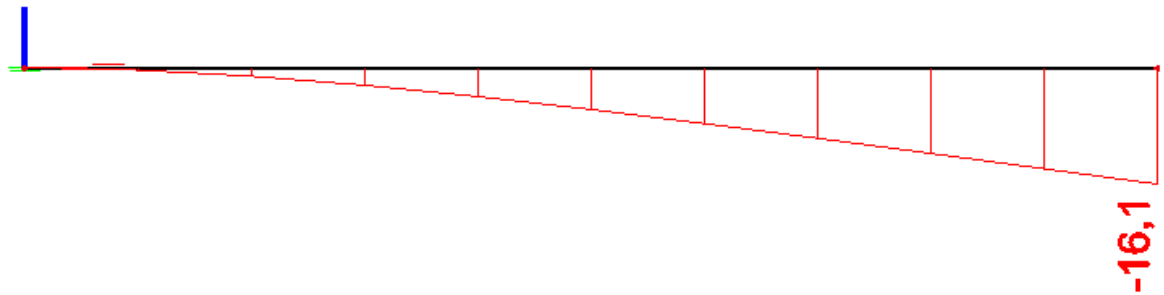
Promatrani T poprečni presjek opteretili smo na granično stanje nosivosti (kombinacija u skladu sa Eurokodom 0) **GSN [1,35\*(G0+G1)+1,5\*Q]**. Pri tome promatramo rezne sile koje će se javiti na nosaču, te progib koji dobijamo za granično stanje uporabljivosti **GSU [1,0(G0+G1)+1,0\*Q]**.



Slika 43: Prikaz reznih sila  $M_y$  [kNm]



Slika 44: Prikaz reznih sila  $V_z$  [kN]



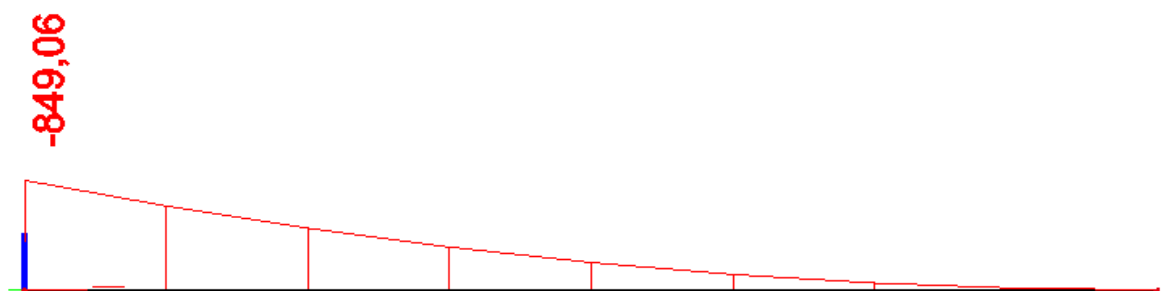
Slika 45: Progib na kraju nosača u smjeru osi z [mm]

Ponovno uočavamo da se linearni proračun za armirani i ne armirani nosača uopće ne razlikuju. To je bilo i za očekivati jer se radi o geometrijski identičnim presjecima. Prave razlike u proračunu očekujemo u nelinearnom proračunu gdje bi do izražaja trebala doći materijalna ne linearnost kao i činjenica da armatura preuzima vlačna naprezanja koja beton nije mogao podnijeti. Iz ovih razloga očekujemo da će sada poprečni presjek moći preuzeti punu vrijednost GSN i pri nelinearnom proračunu.

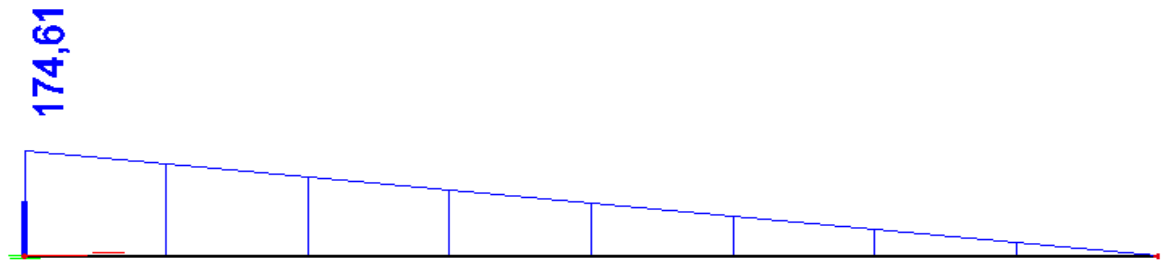
#### 6.2.2.2 Rezultati nelinearnog proračuna

U ovom dijelu će se provesti nelinearna analiza analogna kao i za pravokutni poprečni presjek.

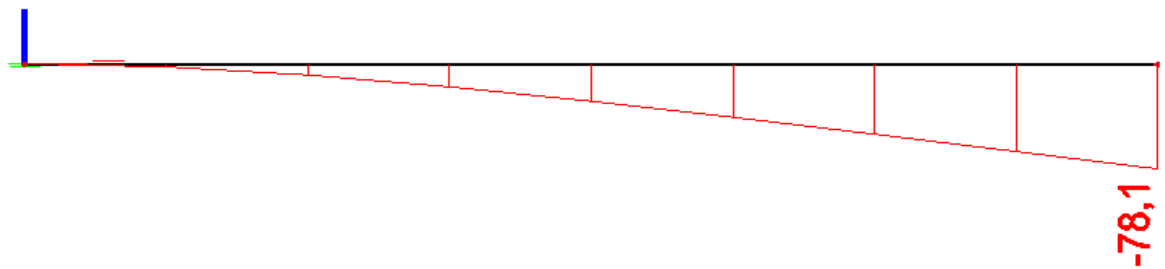
Rezultati prikazani na Slikama 46, 47 i 48 odgovaraju kombinaciji opterećenja  $NC1 = [1,35*(GO+G1)+1,5*Q]$ . Odnosno, prikazane su rezne sile i progib koji odgovaraju stvarnom opterećenju na konstrukciju.



Slika 46: Prikaz reznih sila  $M_y$  [kNm]

Slika 47: Prikaz reznih sila  $V_z$  [kN]

Utjecaj materijalne nelinearnosti bit će vidljiv kroz veličine progiba. Naš presjek sada nebi smio pucati pri ukupnom opterećenju od GSN što vodi do zaključka da će progibi biti primjetno veći nego u dosadašnjim primjerima.

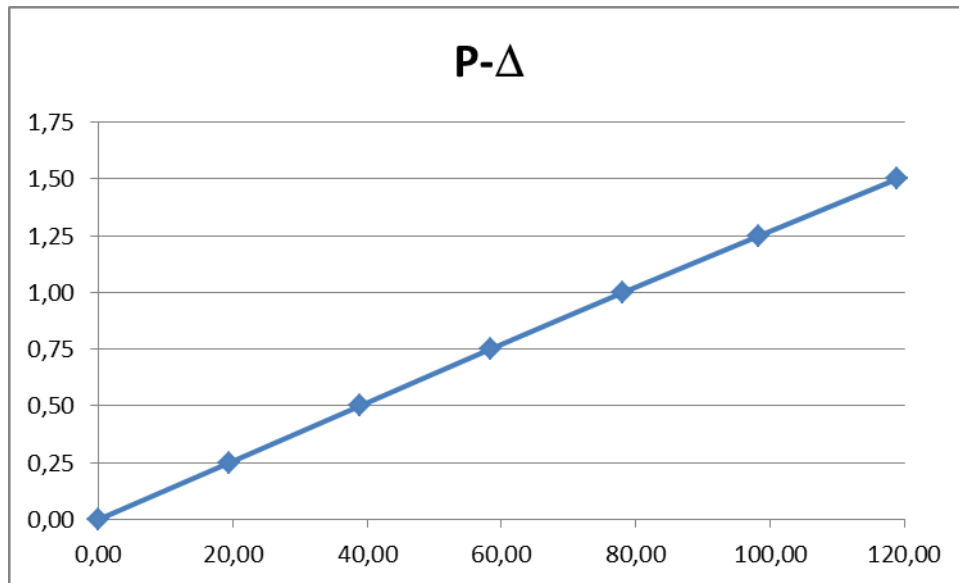
Slika 48: Progib na kraju nosača u smjeru osi  $z$  [mm]

U skladu sa pretpostavkom, progib koji armirani presjek ima pri nelinearnom proračunu i opterećenju  $1 \cdot \text{GSN}$  skoro je pet puta veći od progiba pri linearnom proračunu.

U *Tablici 3* prikazani su progibi za različite razine opterećenja presjeka kombinacijom GSN.

faktor uvećanja opterećenja	pomaci uz (mm)
0,25	19,50
0,50	38,90
0,75	58,30
1,00	78,10
1,25	98,40
1,50	118,90

Tablica 3: Progibi konzole za zadane inkremente opterećenja

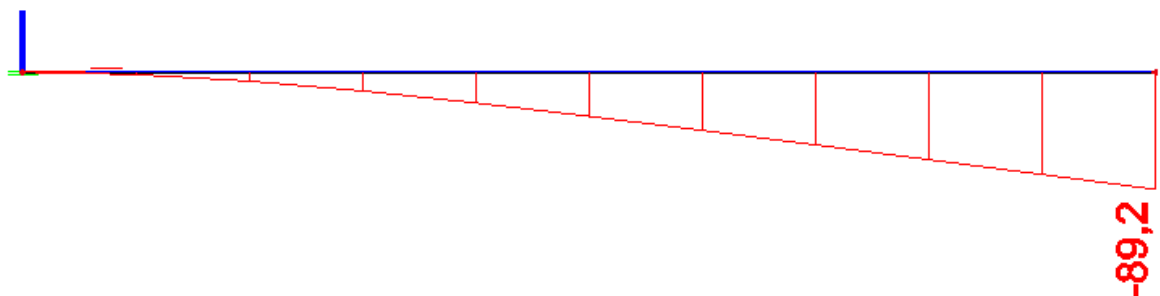


Slika 49: Dijagram odnosa inkrementa opterećenja i pomaka konstrukcije (mm)

Ono što možemo izčitati iz *Tablice 3* i *Slike 49*, je da armirani presjek može podnijeti 50% veća naprezanja od onih koja se javljaju pri kombinaciji opterećenja od GSN. Maximalan progib koji presjek može podnijeti prije pucanja iznosi 11,89 cm. Lom presjeka događa se pri 1,75\* GSN. Na ovom primjeru dobro je vidljivo koliki utjecaj armatura ima na nosivost armiranobetonskog presjeka.

### 6.2.2.3 Rezultati pri utjecaju puzanja

Analogno prethodnoj analizi i ovdje će se uključiti dugotrajni efekt, puzanja za kombinaciju opterećenja GSN  $[1,35*(GO+G1)+1,5*Q]$ . Dobijamo progib od 8,92 cm što je za 1,11 cm veći progib nego pri istom opterećenju u nelinearnom proračunu, uz već spomenutu opasku i preporuku da se izvrši numerička analiza s preciznije definiranim puzanjem.



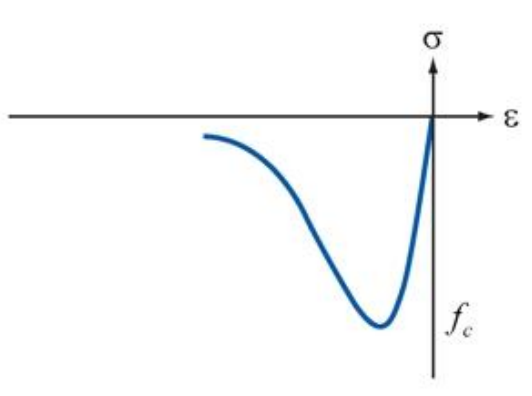
Slika 50: Progib na kraju nosača sa uključenim utjecajem puzanja u smjeru osi z [mm]



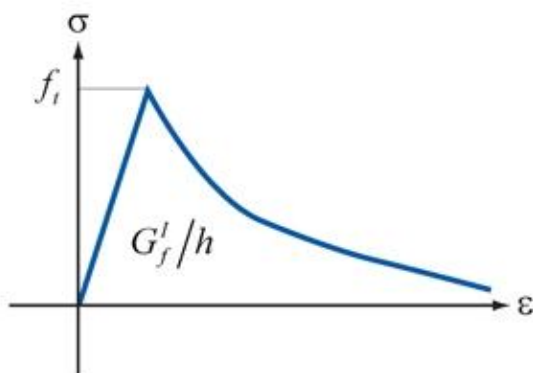
## 7. ANALIZA 2D MODELA

Zbog potrebe za detaljnijim uvidom u događanja u konstrukciji, a i da bi vidjeli utjecaj diskretizacije modela na rezultate, u ovom poglavlju bavit ćemo se analizom već opisanih nosača diskretiziranih 2D konačnim elementima. Ovaj nelinearni proračun je provedeni programom Midas Fea. S obzirom na mogućnosti programa osim promijenjene diskretizacije sustava analizirani su modeli različitih čvrstoća.

Zadavanje  $\sigma - \epsilon$  dijagrama betona u softveru Midas Fea vrši se preko zadavanja dvije funkcije od kojih jedna prikazuje čvrstoću betona u tlaku, a druga vlačno omekšanje, *Slike 51 i 52.*



Slika 51:  $\sigma - \epsilon$  dijagram betona u tlaku (Midas FEA)



Slika 52:  $\sigma - \epsilon$  dijagram betona u vlaku (Midas FEA)

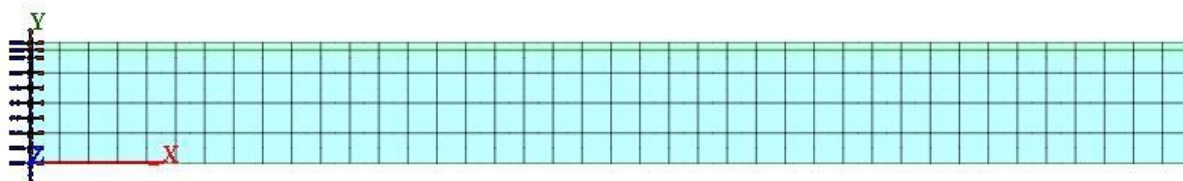
Objе ključne funkcije se definiraju zadavanjem  $f_c$  – maksimalno tlačno naprezanje koje beton može podnijeti za ponašanje u tlaku te vrijednosti  $f_t$  – maksimalna vlačna naprezanja koja beton može podnijeti za definiranje korekcije modula elastičnosti pri vlačnom omekšanju betona. Treba primijetiti da su funkcije ponašanja materijala opisane relativno jednostavnim

funkcijama pa se očekuje da su uključile samo dominantne utjecija pri nelinearnoj materijalnoj analizi.

U ovom programu za čelik se samo zadaje njegova čvrstoća na vlak koja je u svim primjerima usvojena 48 MPa.

## 7.1. Pravokutni poprečni presjek

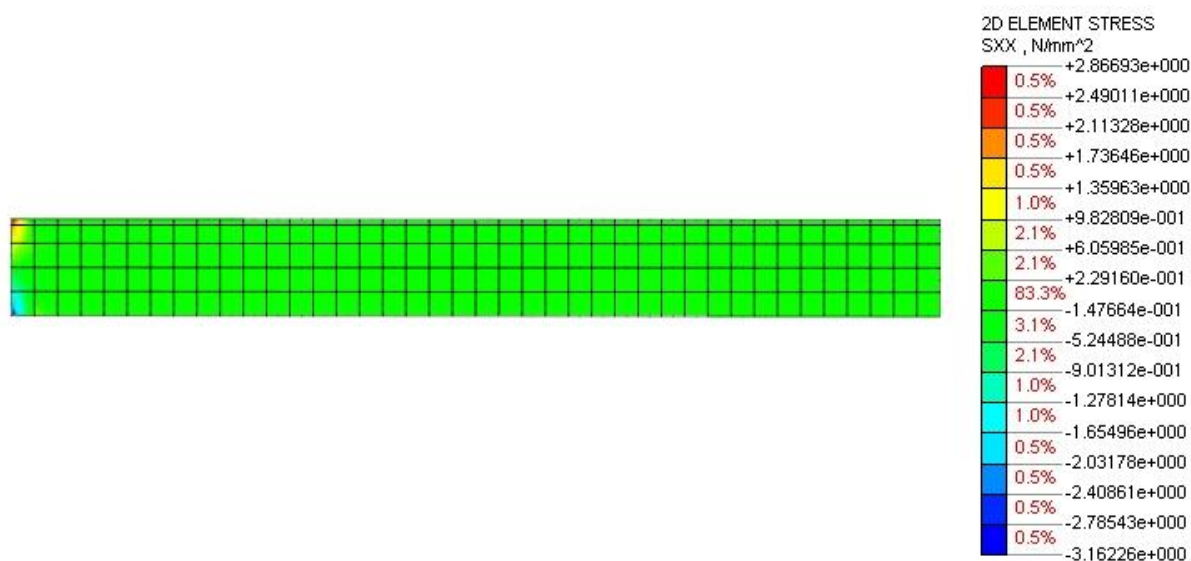
U modelu koji ćemo sada promatrati vlačna čvrstoća betona dana je 4 Mpa. Model je diskretiziran na 160 konačnih elemenata dimenzija 24,25 x 25 cm.



Slika 53: Prikaz diskretizacije numeričkog modela i rubnih uvjeta (Midas FEA)

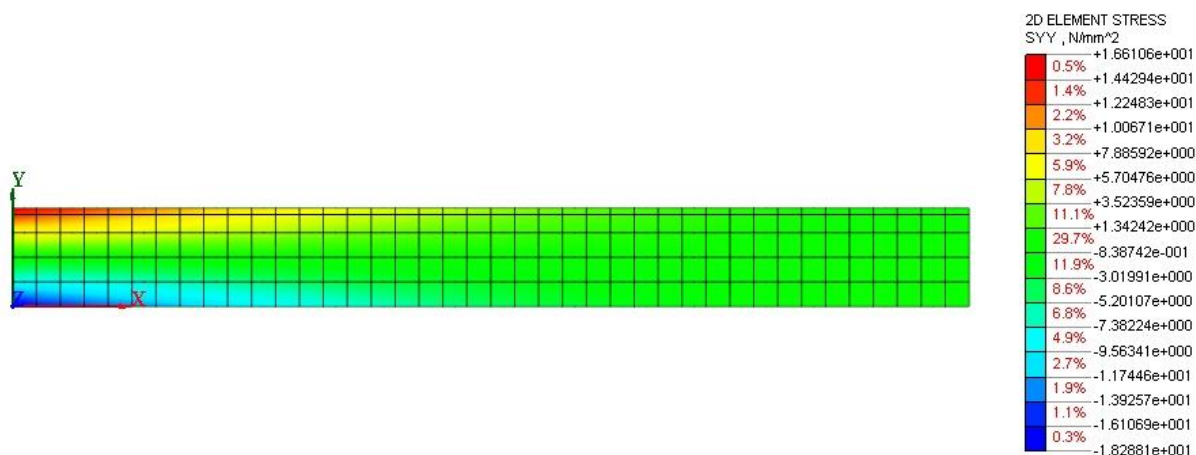
Opterećenje na modelu postavljeno je kao kombinacija GSN  $[1,35*(GO+G1)+1,5*Q]$ .

### 7.1.1. Rezultati linearnog proračuna

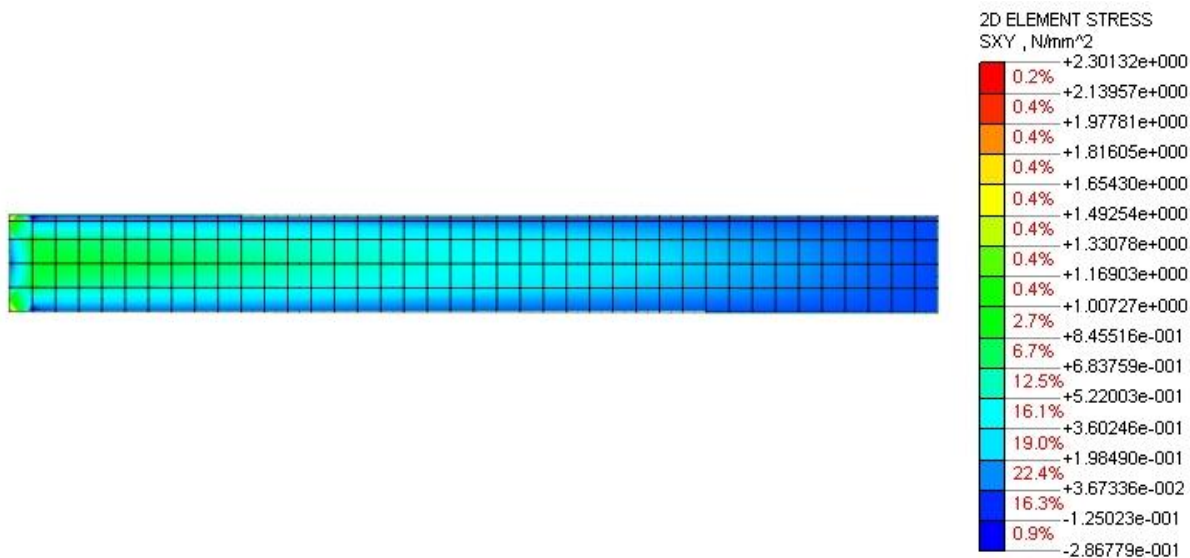


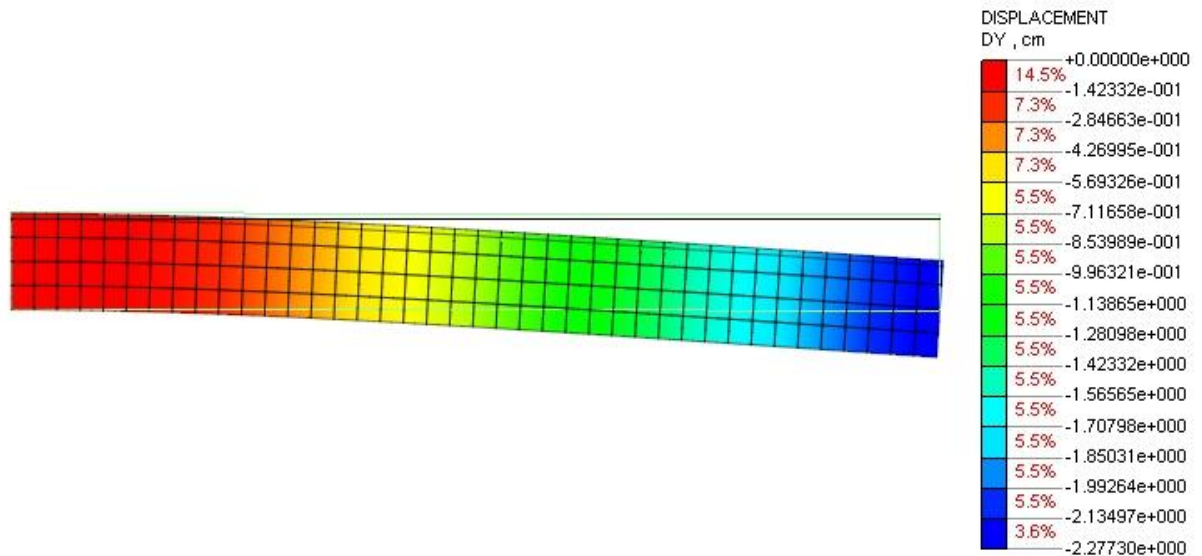
Slika 54: Naprezanja xx (N/mm<sup>2</sup>)

Uočavamo da se 83% presjeka nalazi u tlačnoj zoni malenog tlačnog naprezanja od 0,15 MPa. Logično za očekivatije bilo da će se koncentracija naprezanja javiti na mjestu ležajeva, što se i dogodilo. Maximalna vlačna naprezanja javljaju se u gornjem dijelu presjeka, a tlačna u donjem i otprilike su istih vrijednosti.

Slika 55: Naprezanja yy (N/mm<sup>2</sup>)

Iz pokazanog stanja naprezanja se jasno vidi da je maksimalno vlačno naprezanje značajno prekoračilo zadanu vlačnu čvrstoću što će se odraziti na progib pri nelinearnoj analizi koja će se provesti u nastavku rada.

Slika 56: Naprezanja xy (N/mm<sup>2</sup>)

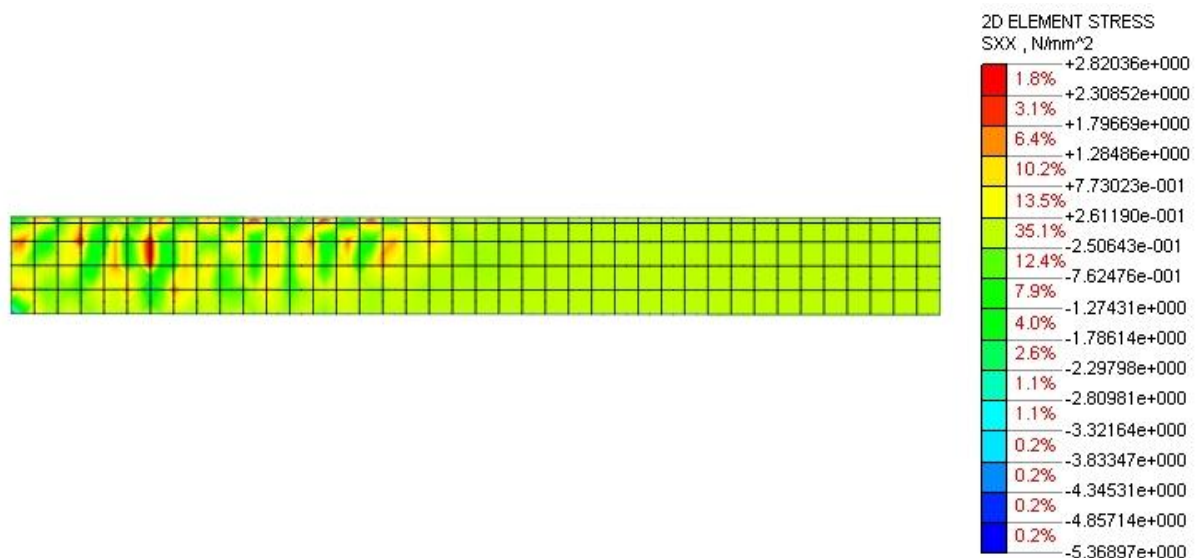


Slika 57: Progibi u y smjeru (mm)

Progib pri linearnom proračunu 2D diskretizacijom ( 2,27 cm) nešto je veći od progiba koji smo dobili za isti model pri 1D diskretizaciji ( $w=1,79$  cm), ali kako je već ranije naglašeno nije mjerodavan podatak.

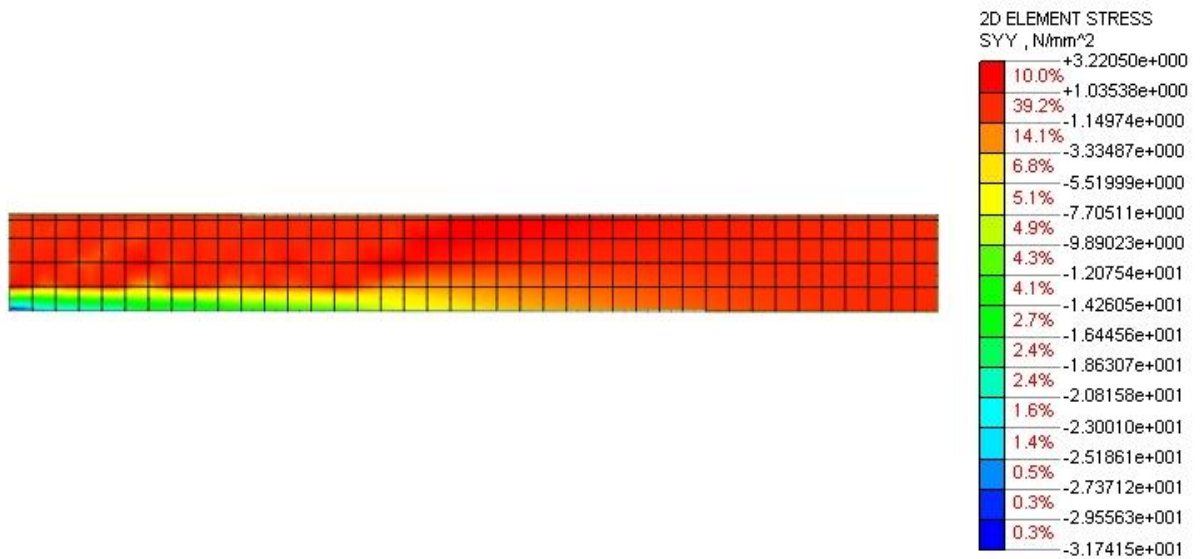
### 7.1.2. Rezultati nelinearnog proračuna

Radi realnijeg uvida u stanje naprezanja unosaču i proračuna progiba izvršena je nelinearna analiza.

Slika 58: Naprezanja xx (N/mm<sup>2</sup>)

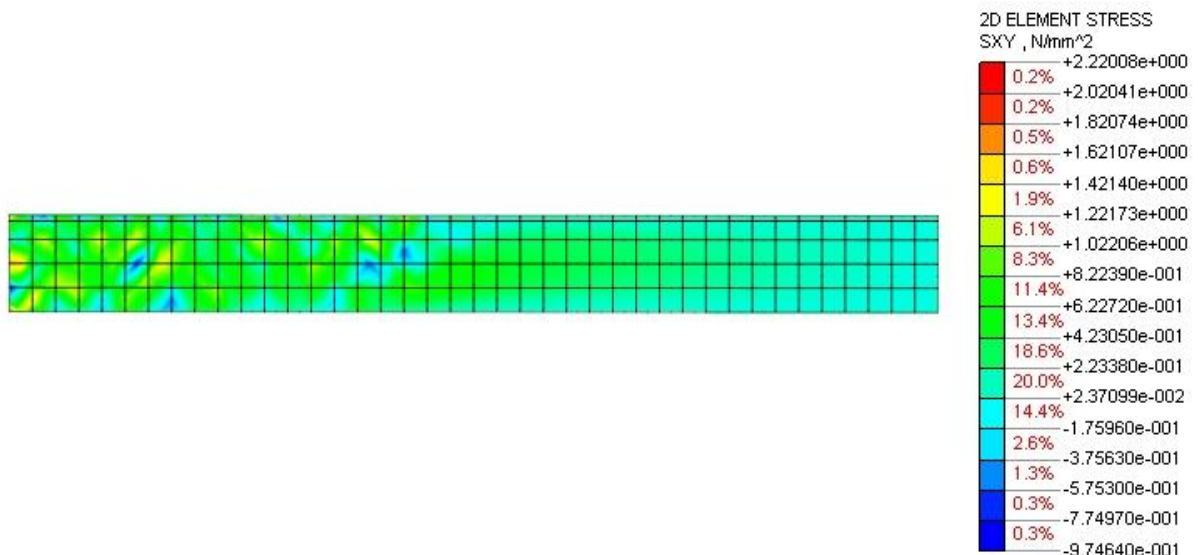
Vlačna naprezanja u smjeru xx dosežu maksimalnu vrijednost 2,8 MPa ali u vrlo uskom području dok je preostali dio izložen malom naprezanju i to 35% izloženo naprezanju 0,25

MPa. Tlačna naprezanja javljaju se u donjoj zoni presjeka na mjestu upetosti. U ovom slučaju ona iznose 5,37 MPa što je dosta manje od tlačne nosivosti betona pa do drobljenja nije došlo.

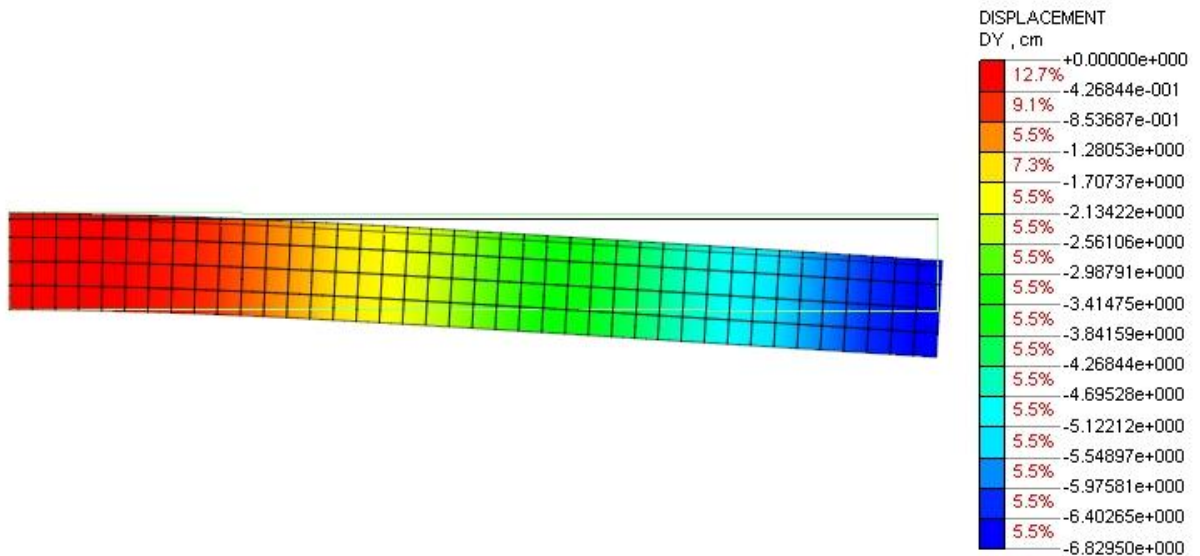


Slika 59: Naprezanja yy (N/mm<sup>2</sup>)

Na prikazu naprezanja u y smjeru uočavamo da je najveći dio presjeka izložen vlačnim naprezanjima. Tlak se ponovno javlja u donjoj zoni što je bilo i očekivano. Tlačna naprezanja u donjem dijelu presjeka deset puta su veća od vlačnih naprezanja. Vlačna naprezanja relativno su ravnomjerno raspodijeljena po čitavom nosaču, dok su tlačna koncentriranija na donju zonu pogotovo na mjestu upetosti.

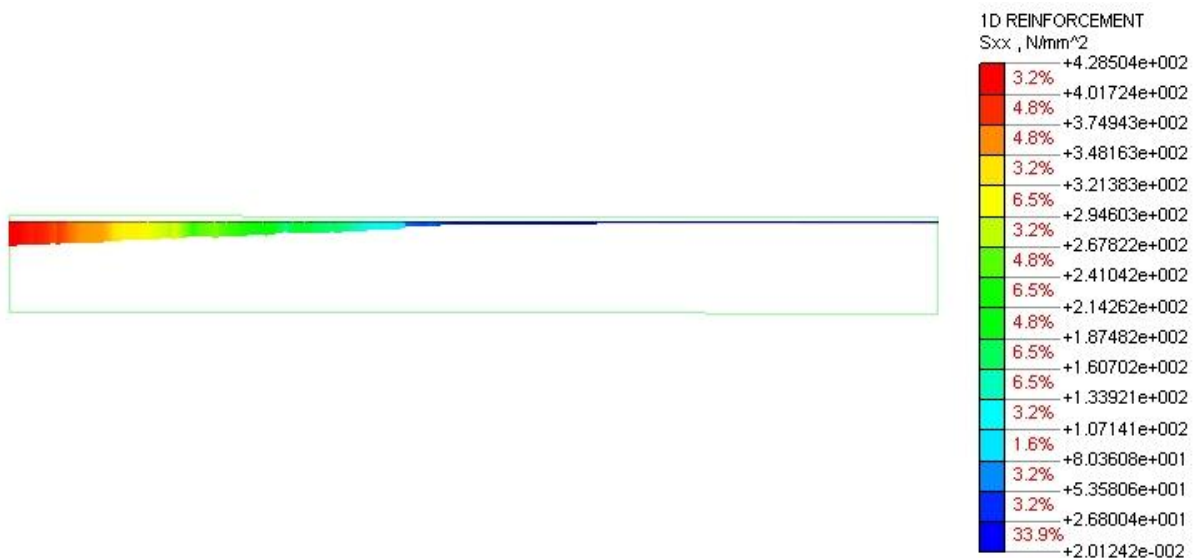


Slika 60: Naprezanja xy (N/mm<sup>2</sup>)



Slika 61: Progibi u y smjeru (mm)

Progib od 6,83 cm trostruko je veći nego pri linearnom proračunu što je i očekivano. Također ako usporedimo sa progibom na 1D diskretiziranom elementu ( $w=6,96$  cm) uviđamo da smo dobili otprilike iste vrijednosti.

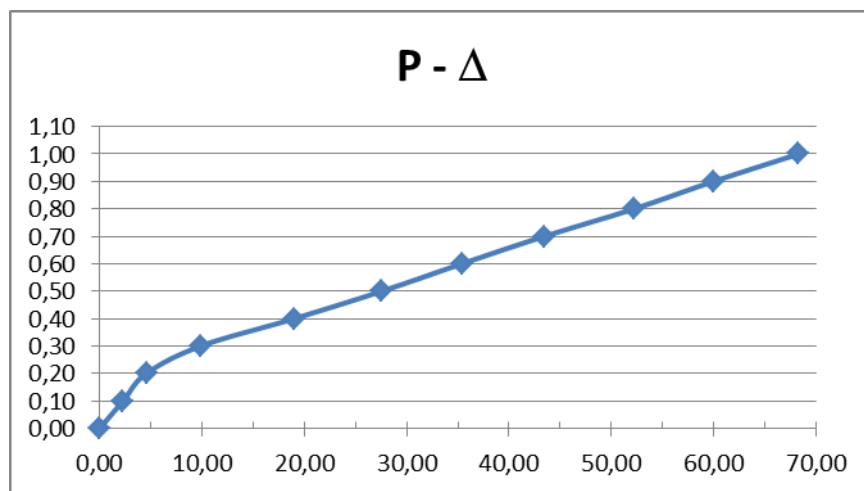
Slika 62: Naprezanja u armaturi ( $N/mm^2$ )

Naprezanja u armaturi linearno su raspodijeljena i ne prelaze dopuštenu vlačnu čvrstoću čelika (480 MPa), i dosežu maksimum na mjestu upetosti u iznosu od 428,5 MPa.

U *Tablici 4* prikazani su progibi za različite razine opterećenja presjeka kombinacijom GSN.

faktor uvećanja opterećenja	progib (mm)
0,10	2,28
0,20	4,55
0,30	9,87
0,40	19,03
0,50	27,58
0,60	35,40
0,70	43,44
0,80	52,21
0,90	59,95
1,00	68,30

Tablica 4: Progibi konzole za razne inkremente opterećenja



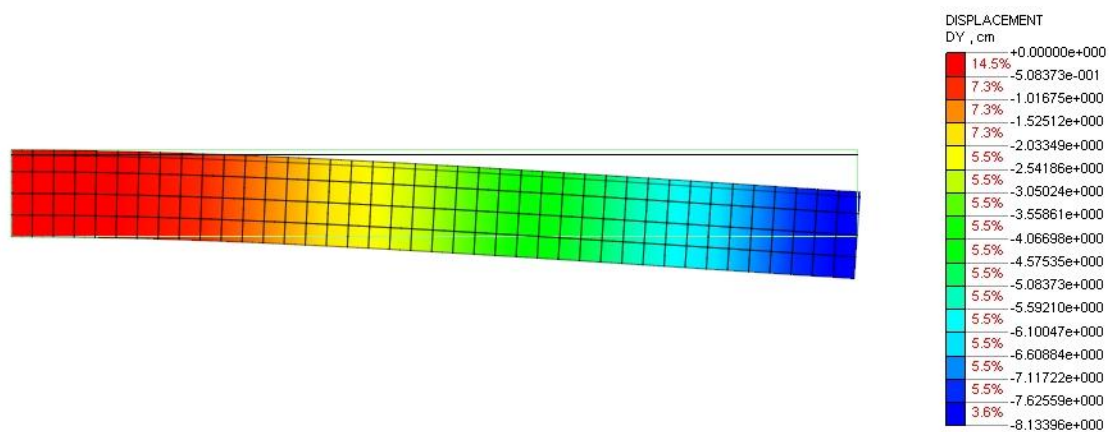
Slika 63: Dijagram odnosa inkrementa opterećenja i pomaka konstrukcije (mm)

Ono što možemo izčitati iz *Tablice 4* i *Slike 63*, je da armirani pravokutni presjek može podnijeti naprezanja koja se javljaju pri kombinaciji opterećenja od GSN, a maksimalan progib koji se pri tome javlja iznosi 6,83 cm.

Kako je programom Midas Fea definirano da automatski vrši proračun samo do punog opterećenja (GSN), na dijagramu se prati samo ovisnost opterećenja i pomaka konstrukcije do te vrijednosti.

### 7.1.3. Progib pri utjecaju puzanja

Kada uključimo utjecaj puzanja za kombinaciju opterećenja GSN  $[1,35*(GO+G1)+1,5*Q]$  dobijamo progib od 8,13 cm što je za 1,3 cm veći progib nego pri istom opterećenju u nelinearnom proračunu.



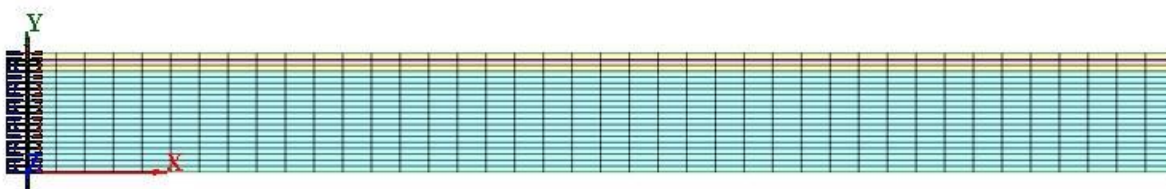
Slika 64: Progib u smjeru z pri utjecanju puzanja betona (cm)

Primijetimo također da je ovaj progib pri 2D diskretizaciji vrlo blizu vrijednosti progiba pri 1D diskretizaciji (8,31 cm).



## 7.2. T poprečni presijek

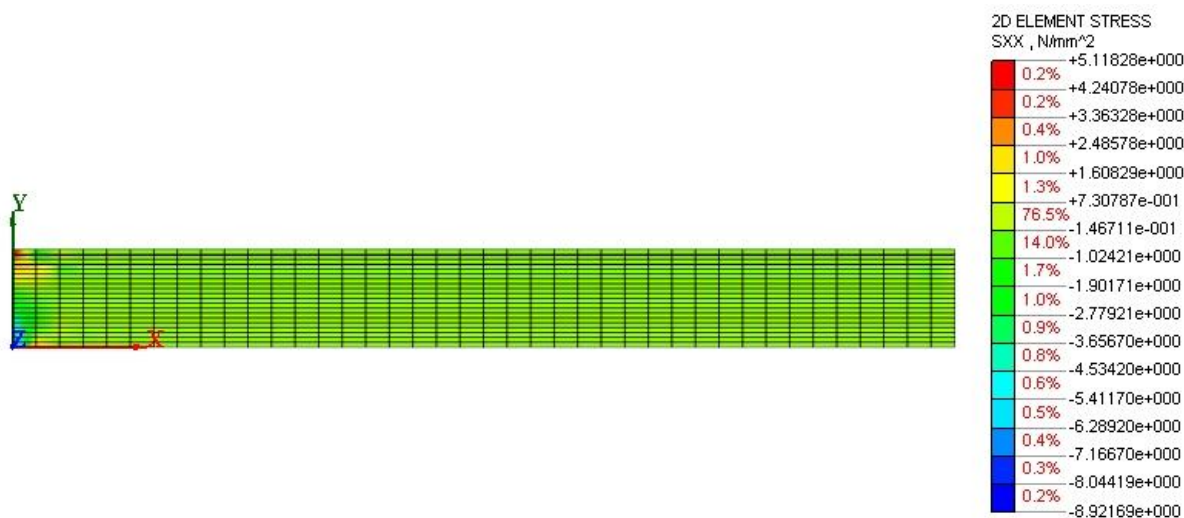
U modelu koji ćemo sada promatrati vlačna čvrstoća betona dana je 4 Mpa. Diskretizacija modela posebno je odrađena za gornji i donji pojas. Donji pojas diskretiziran je na 680 elemenata dimenzija 24,25 x 5 cm, a gornji pojas na 120 elemenata dimenzija 24,25 x 5 cm.



Slika 65: Prikaz diskretizacije numeričkog modela i rubnih uvjeta (Midas FEA)

Opterećenje za koje ćemo nadalje promatrati rezultate jest **0,5\*GSN** [ $1,35*(GO+G1)+1,5*Q$ ] jer pri razini od 50% ukupnih opterećenja dolazi do loma konstrukcije.

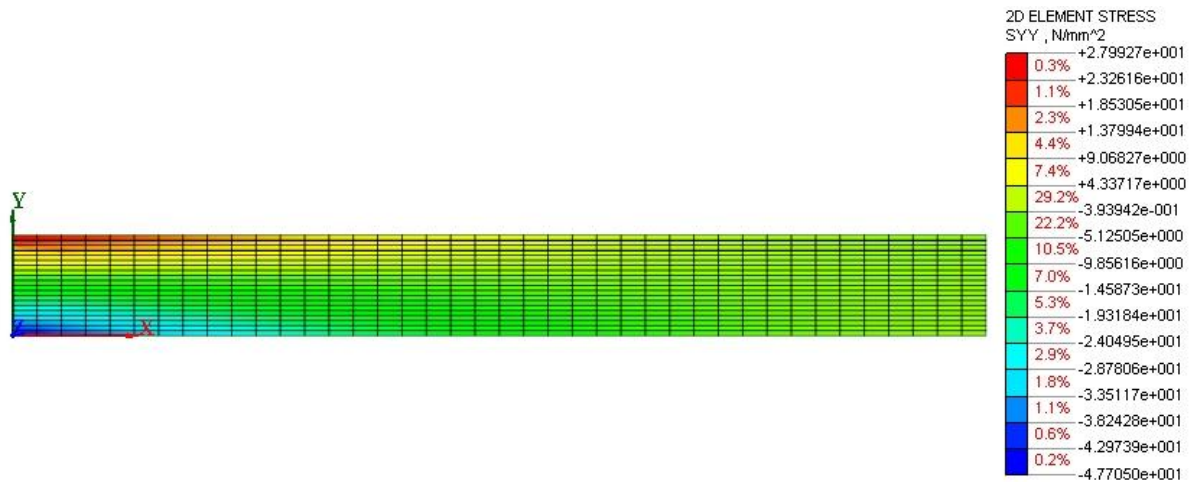
### 7.2.1. Rezultati linearnog proračuna



Slika 66: Naprezanja xx (N/mm<sup>2</sup>)

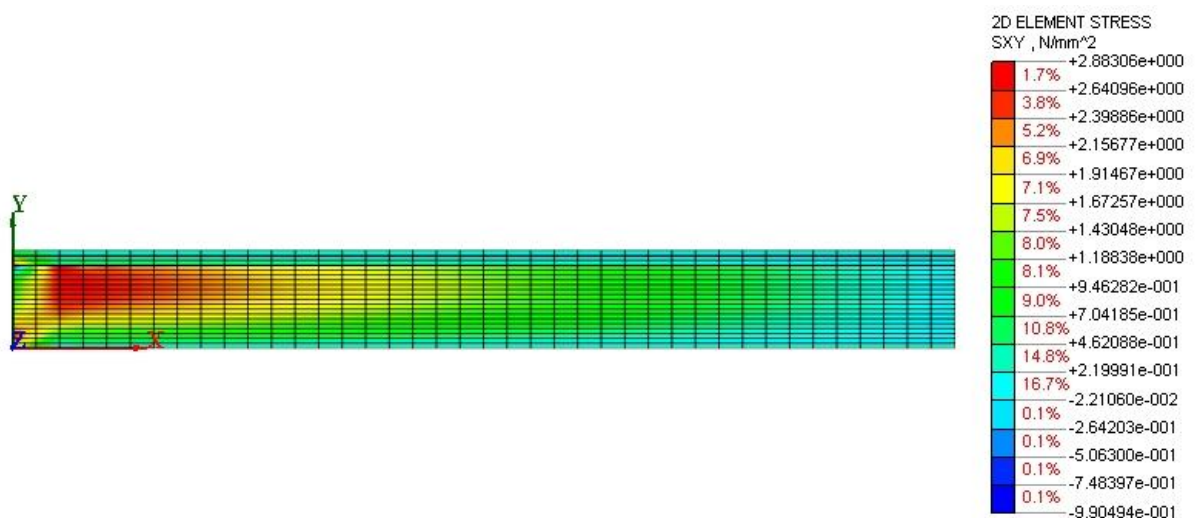
Pri ovoj linearnoj analizi u malom dijelu presjeka u vlačnoj zoni vidi se veliko vlačno naprezanje. Logično za očekivatije bilo da će se najveće naprezanja javiti neposredno uz upeti ležaj, što se i dogodilo. Maximalna vlačna naprezanja u iznosu od 5 MPa javljaju se u

gornjem dijelu presjeka, a tlačna u iznosu od 9MPa u donjem dijelu presjeka. Očit je utjecaj momenta savijanja koji vlači gornju, a tlači donju zonu promatranog presjeka.



Slika 67: Naprezanja yy (N/mm<sup>2</sup>)

Uvidom u naprezanja u y smjeru uočavamo da su ona dosta veće nego u x smjeru. Maximalno vlačno naprezanje koje se javlja u linearnom proračunu iznosi 28 MPa, a maksimalno tlačno naprezanje iznosi 47 MPa i uvelike prelaze i tlačnu i vlačnu čvrstoću betona.

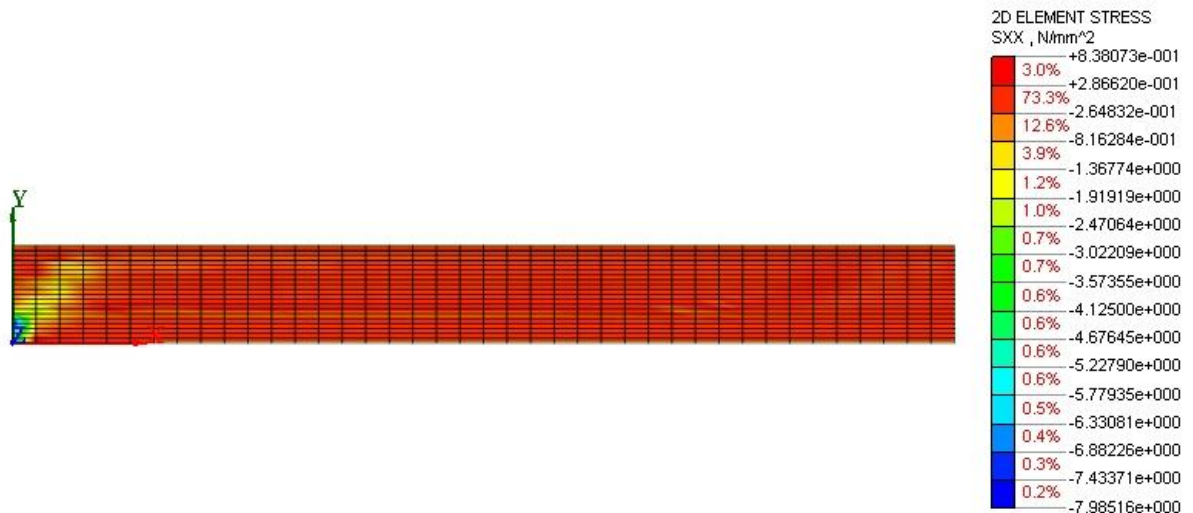


Slika 68: Naprezanja xy (N/mm<sup>2</sup>)

Važno je napomenuti da 2D diskretizacijski sustav nije povoljan za opis ponašanja T poprečnih presjeka. Iz toga razloga pri promatranju ovog presjeka preporuča se voditi rezultatima dobivenim za nosač diskretiziran 3D konačnim elementima.

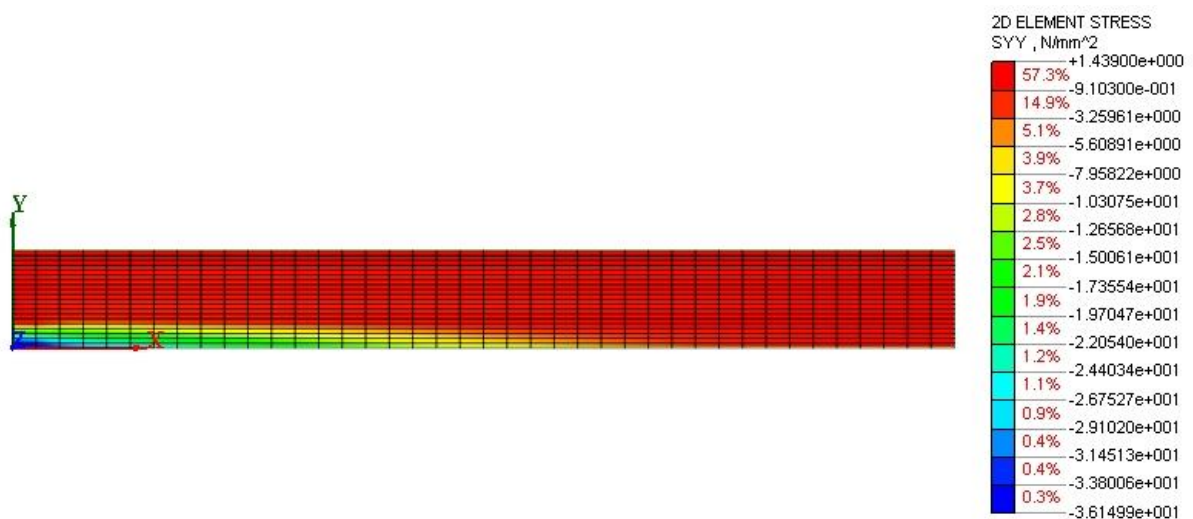
## 7.2.2. Rezultati nelinearnog proračuna

Analogno prethodno spomenutim razlozima slijedi nelinearna analiza nosača T poprečnog presjeka.



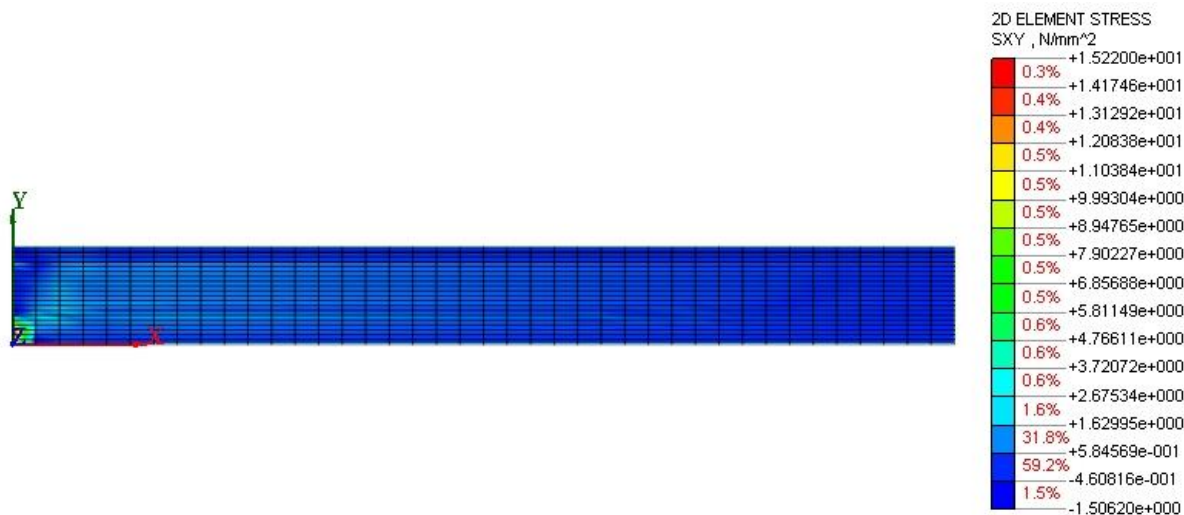
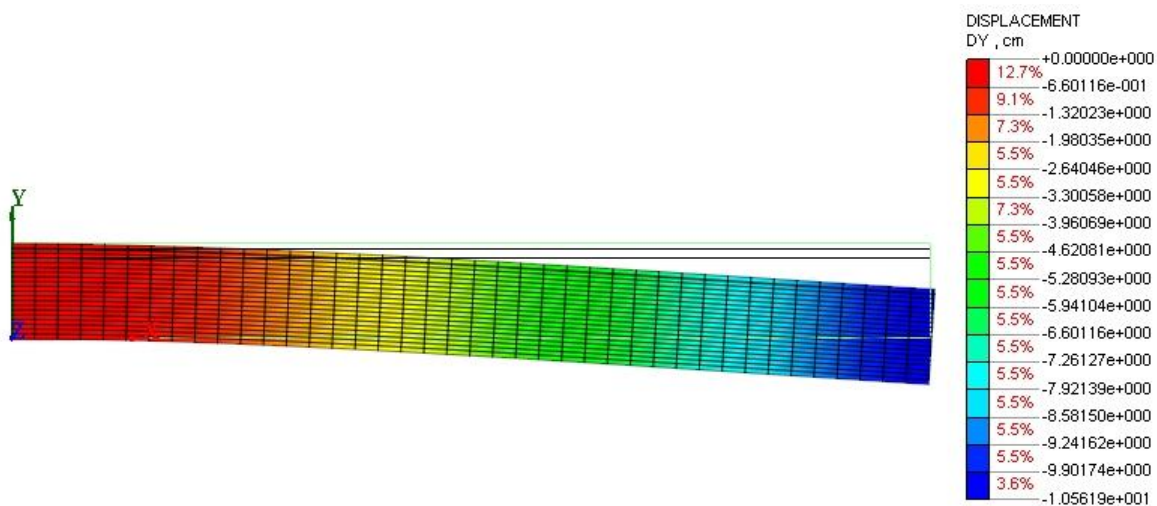
Slika 69: Naprezanja  $xx$  (N/mm<sup>2</sup>)

Veliki dio presjeka (73%) izložen malom tlačnom naprezanju od -0,2 MPa. Tlačna naprezanja koncentrirana su u donjoj zoni na kraju konzole i iznose oko 8 MPa, ponovno vidimo koncentraciju tlaka na mjestu očekivanog drobljenja ali tlačna čvrstoća betona još uvijek nije prekoračena.



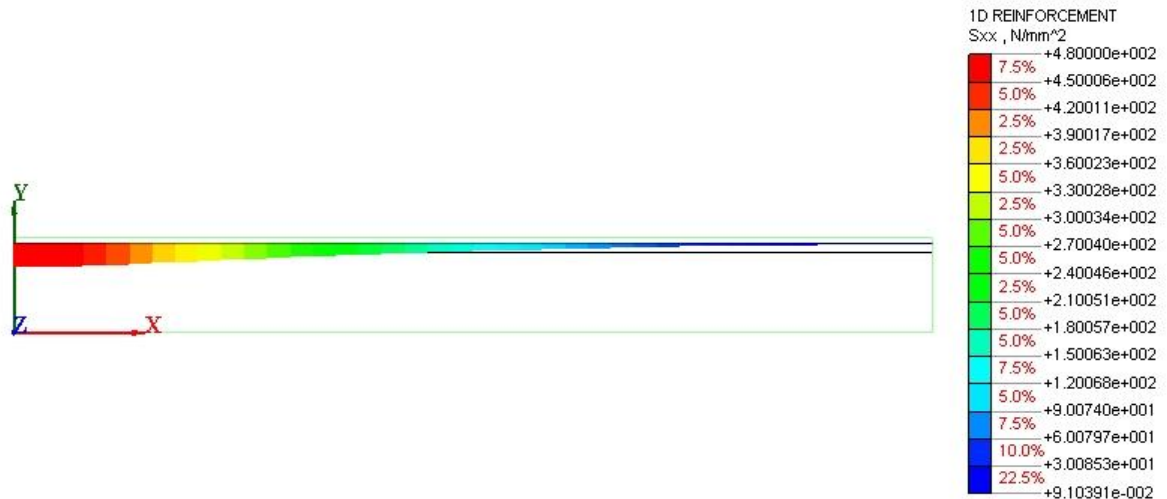
Slika 70: Naprezanja  $yy$  (N/mm<sup>2</sup>)

Na prikazu naprezanja u y smjeru uočavamo da je tlačno naprezanje znatno veće nego u x smjeru, i ponovno koncentrirano na kraju u kojem očekujemo drobljenje i iznose 36 MPa, to nije vrijednost pri kojoj će se presijek zdrobiti ali joj je jako blizu (37,5 MPa tlačna čvrstoća betona).

Slika 71: Naprezanja xy (N/mm<sup>2</sup>)

Slika 72: Progibi u y smjeru (mm)

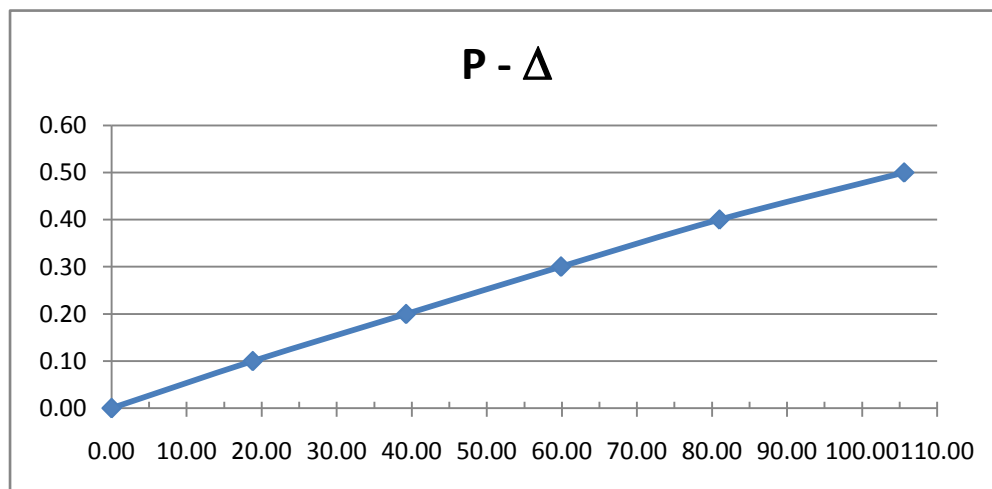
Progib sada iznosi opasnih 10, 5 cm, što je duplo veće nego pri linearnom proračunu, i 3 cm veće nego pri nelinearnom proračunu na nosaču diskretiziranom 1D elementima što ukazuje na nedovoljnu točnost pri diskretizaciji sustava 1D elementom kod T poprečnih presjeka.

Slika 73: Naprezanja u armaturi ( $N/mm^2$ )

Naprezanja u armaturi linearno su raspodijeljena jer prikazujemo konstrukciju prije sloma. Kao što vidimo ona su na granici vlačne čvrstoće čelika, tj 480 MPa

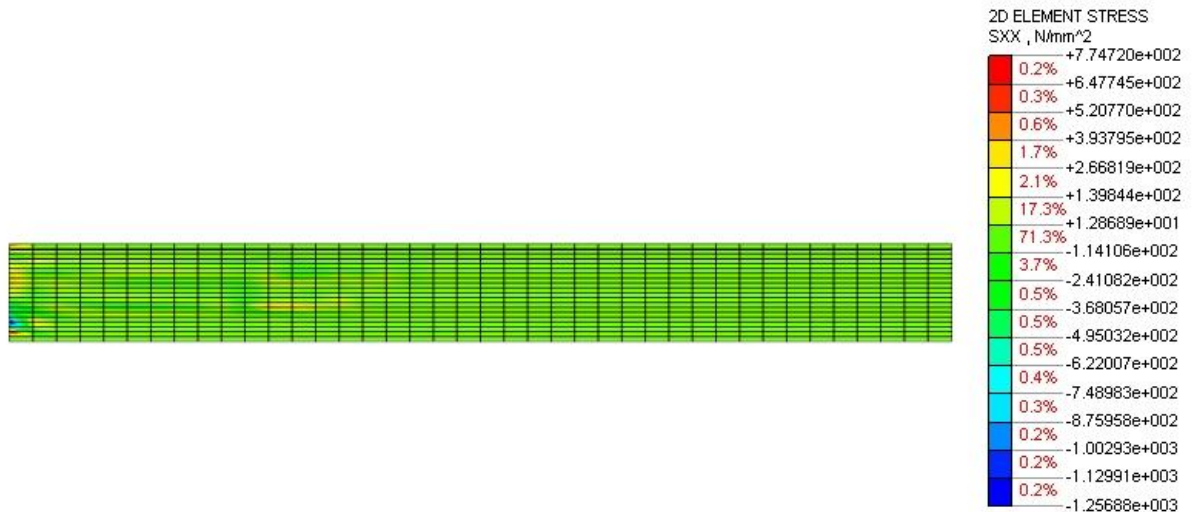
faktor uvećanja opterećenja	progib (mm)
0,10	18,82
0,20	39,23
0,30	59,90
0,40	80,99
0,50	105,62

Tablica 5: Progibi konzole za zadane inkremente opterećenja

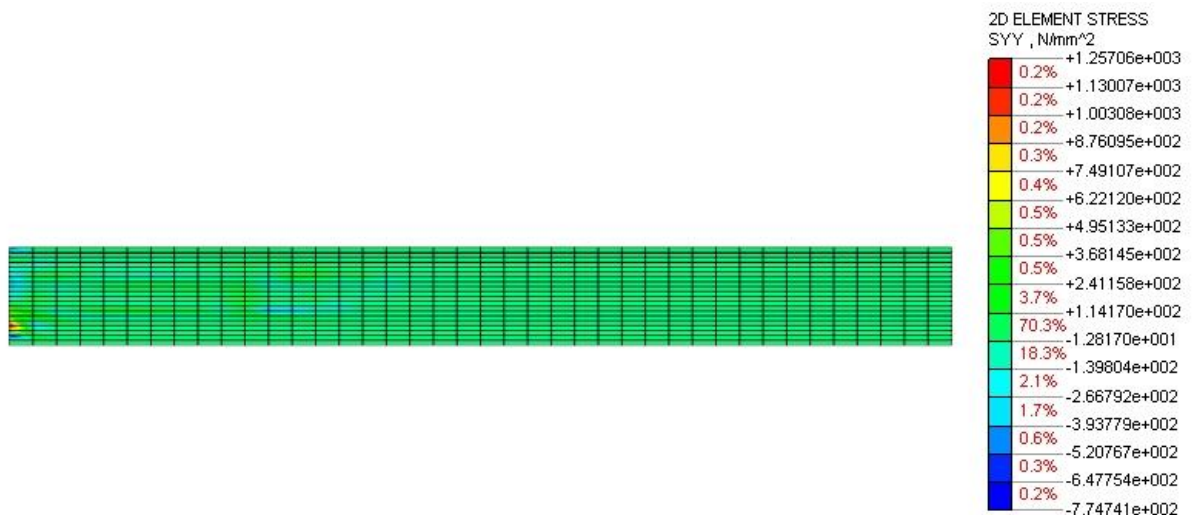


Slika 74: Dijagram odnosa inkrementa opterećenja i pomaka konstrukcije (mm)

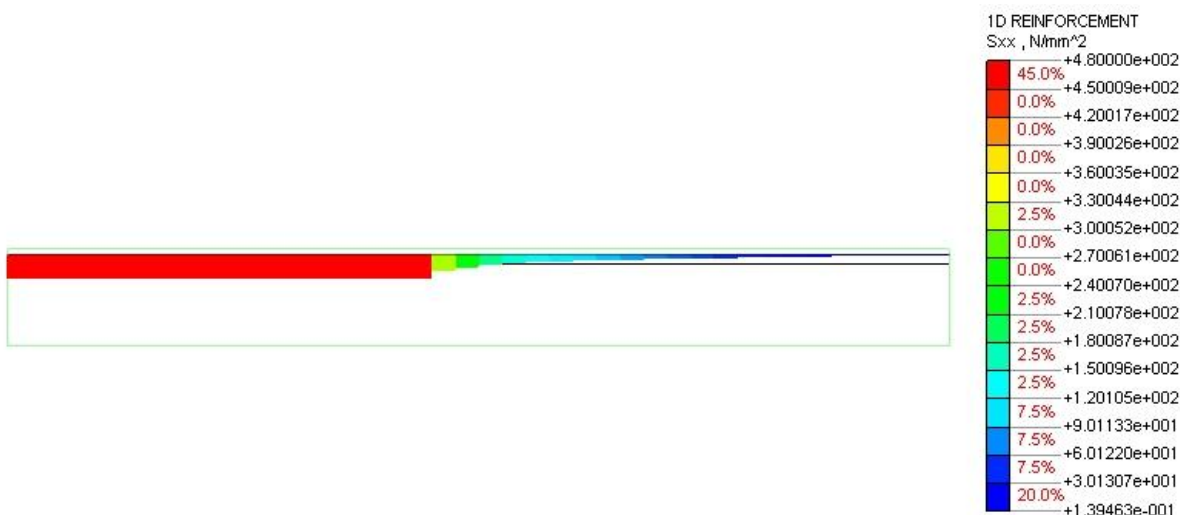
Iz Tablice 5 i Slike 74. jasno je da armirani T presjek može podnijeti samo 50% naprezanja koja se javljaju pri kombinaciji opterećenja od GSN. Maximalan progib koji se pri tome javlja je 10,56 cm. Već pri vrijednosti od 60 %GSN dolazi do pucanja konstrukcije što možemo vidjeti na donjim rezultatima.

Slika 75: Naprezanja  $xx$  ( $N/mm^2$ )

Na prikazu rezultata za normalna naprezanja u x smjeru vidimo da tlačna naprezanja u donjoj zoni na mjestu upetosti prelaze tlačnu nosivost betona što znači da dolazi do drobljenja.

Slika 76: Naprezanja  $yy$  ( $N/mm^2$ )

Na prikazu rezultata za normalna naprezanja u y smjeru vidimo da tlačna naprezanja u donjoj zoni na mjestu upetosti prelaze tlačnu nosivost betona što znači da dolazi do drobljenja.

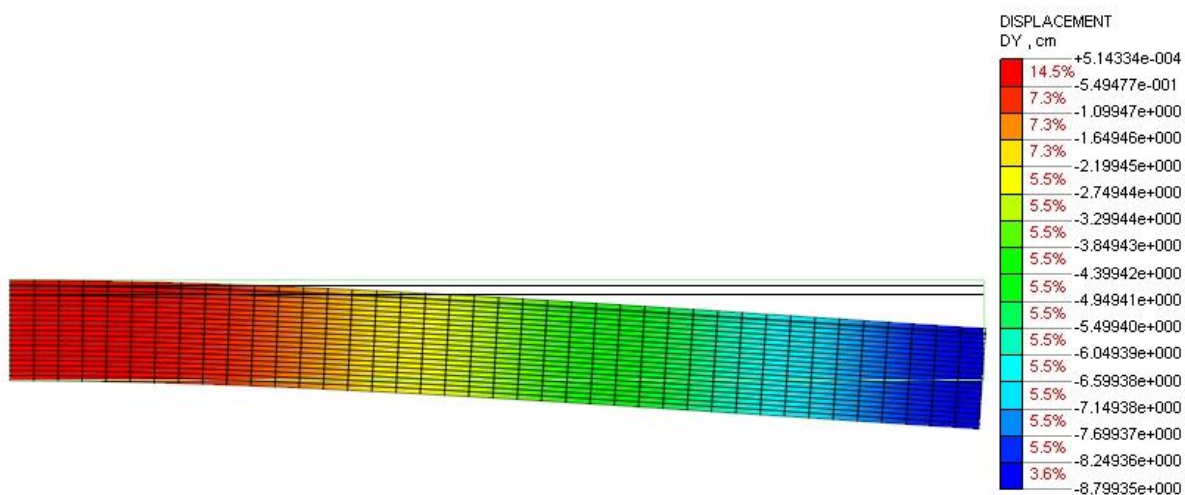


Slika 77: Naprezanja u armaturi (N/mm<sup>2</sup>)

Naprikazu armature vidimo da je došlo do plastifikacije te da je prekoračane vlačna nosivost armature.

### 7.2.3. Progib pri utjecaju puzanja

Kada uključimo utjecaj puzanja za kombinaciju opterećenja GSN [1,35\*(GO+G1)+1,5\*Q] dobijamo progib od 8,80 cm.



Slika 78: Progib u smjeru z pri utjecanju puzanja betona (cm)

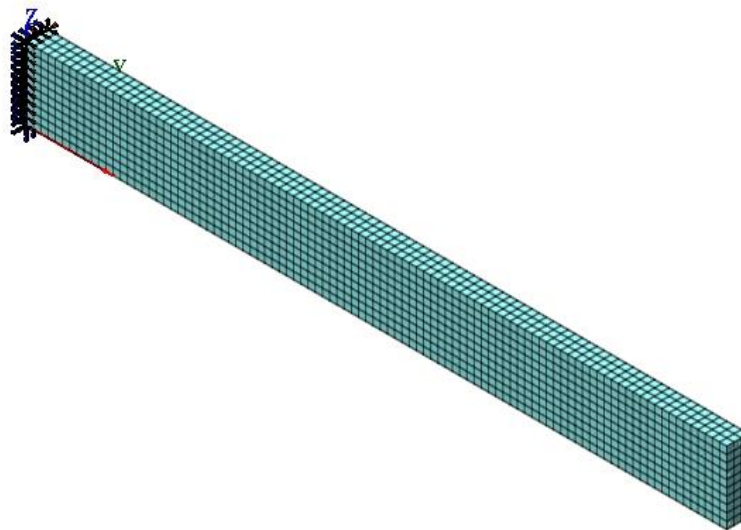
## 8. ANALIZA 3D MODELA

Sada krećemo u analizu modela diskretiziranih 3D elementim. Ovu analizu vršit ćemo softverom Midas Fea kao što je objašnjeno u poglavlju 9. Također vrijede i ostale početne postavke iz spomenutog poglavlja.

### 8.1. Pravokutni poprečni presijek

#### 8.1.1. Testni model

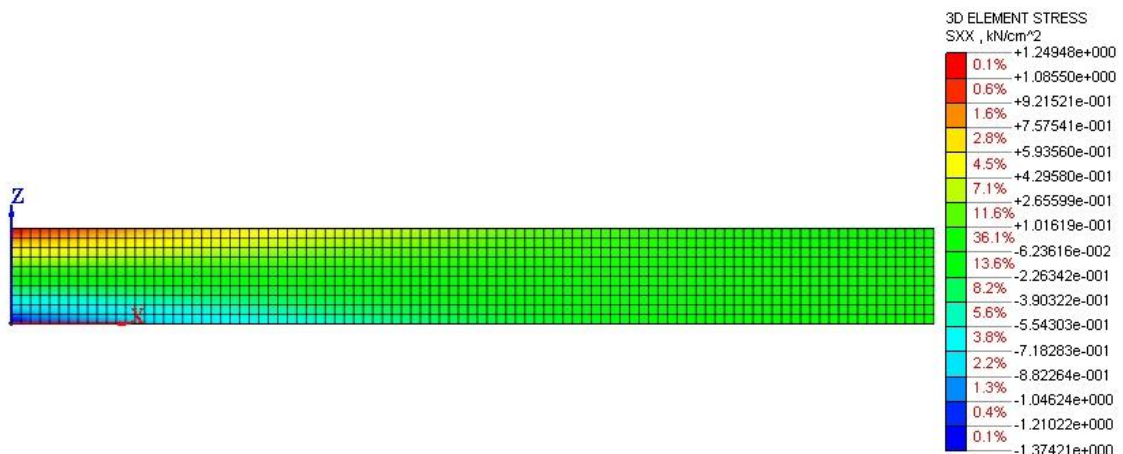
Za testni model zadano je da beton nema vlačne čvrstoće (0 Mpa), a kao opterećenje postavljeno je  $G_{SN}=1,35*(G_0+*G_1)+1,5*Q$ . Ovime smo htjeli postići da armatura preuzme sva naprezanje te vidjeti da li će naprezanja na armaturi biti linearno raspodijeljena. Testni model, kao i numerički model, diskretiziran je na 2910 elemenata dimenzija 10x10x10 cm.



Slika 79: Prikaz diskretizacije kontrolnog modela i rubnih uvjeta (Midas FEA)

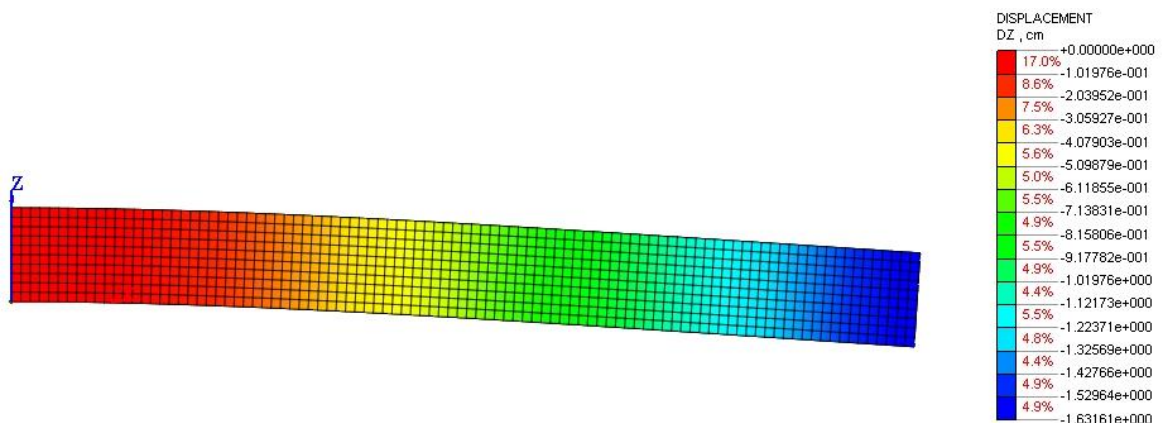


### 8.1.1.1 Rezultati linearnog proračuna



Slika 80: Naprezanja  $xx$  (kN/cm<sup>2</sup>)

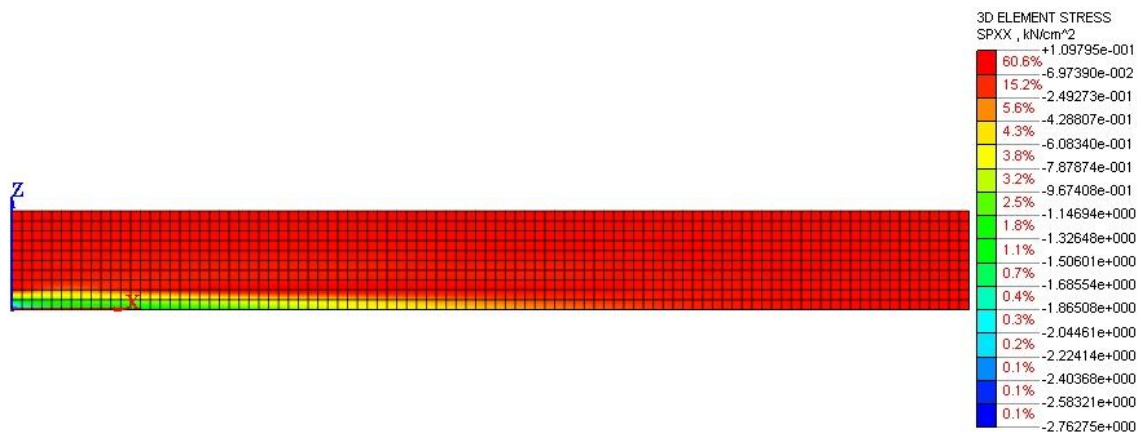
Uočavamo da je najveći dio presjeka izložen naprezanju približno jednakom 0 što je naravno zanemarivo naprezanje. Logično za očekivati je bilo da će se koncentracija naprezanja javiti na mjestu ležajeva, što se i dogodilo.



Slika 81: Progibi  $u$   $z$  smjeru (cm)

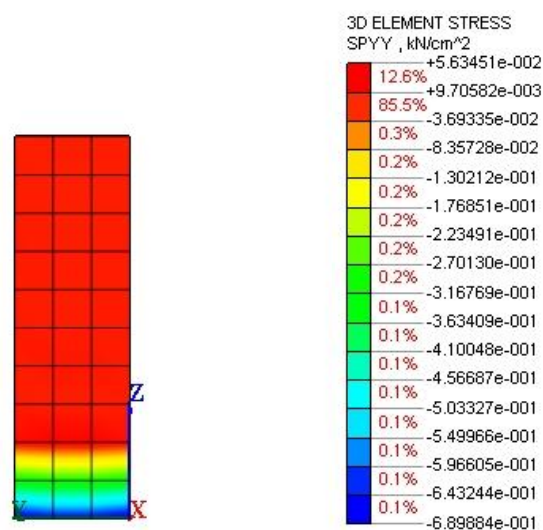
Progib koji iznosi 1,63 cm, prihvatljiv je i logičan iako vrlo malen za konstrukciju ovakve dužine. Međutim ovo je ipak samo linearni proračun. Ovaj progib sličan je onome koji smo dobili za isti slučaj diskretiziran 1D elementima (1,79 cm), s tim da ne treba zaboraviti da je presjek diskretiziran 1D elementima imao vlačnu čvrstoću betona, dok naš testni presjek nema.

### 8.1.1.2 Rezultati nelinearnog proračuna



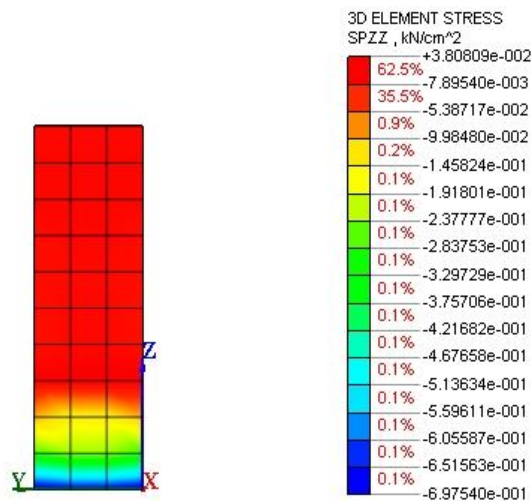
Slika 82: Naprezanja  $xy$  (kN/cm<sup>2</sup>)

Najveći dio presjeka izložen je vlačnom naprezanju od 1MPa u x smjeru. Koncentracija naprezanja u donjem dijelu presjeka upućuje nas na pretpostavku da bi beton na tome mjestu mogao puknuti, ali ne pri opterećenjima koja smo mi zadali. U našem slučaju tu se javlja tlak od 27,6 MPa.

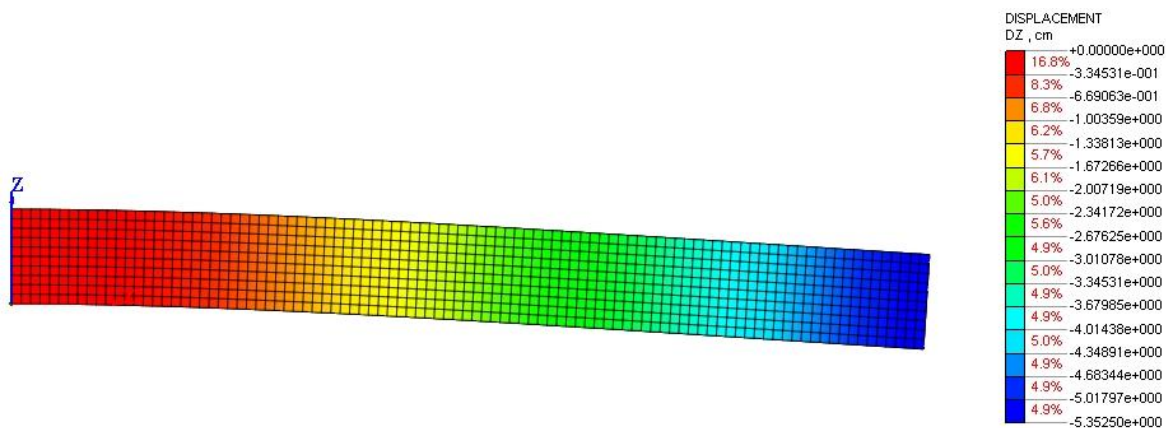


Slika 83: Naprezanja  $yy$  (kN/cm<sup>2</sup>)

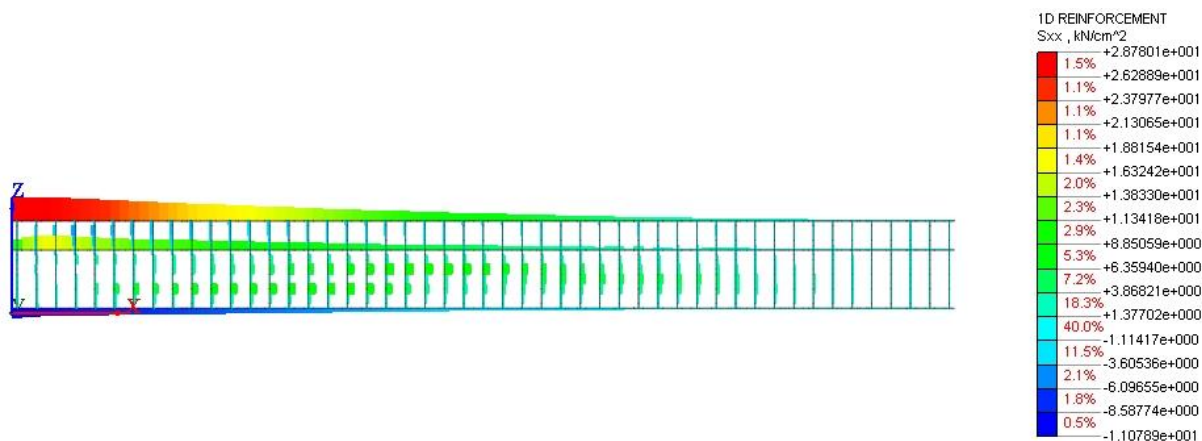
U y smjeru koncentracija naprezanja na mjestu gdje očekujemo pucanje i drobljenje konstrukcije je 6,8 MPa, dakle manja nego u x smjeru.

Slika 84: Naprezanja  $z_z$  ( $kN/cm^2$ )

Ponovno su naprezanja u promatranom kritičnom dijelu presjeka 6,9 MPa, a ostala naprezanja linearno opadaju kako idemo prema vrhu presjeka.

Slika 85: Progibi u  $z$  smjeru (cm)

Progib na testnom modelu pri ne linearnom proračunu iznosi 5,35 cm, što je u skladu sa očekivanim i otprilike 3 puta veće od progiba pri linearnom proračunu.

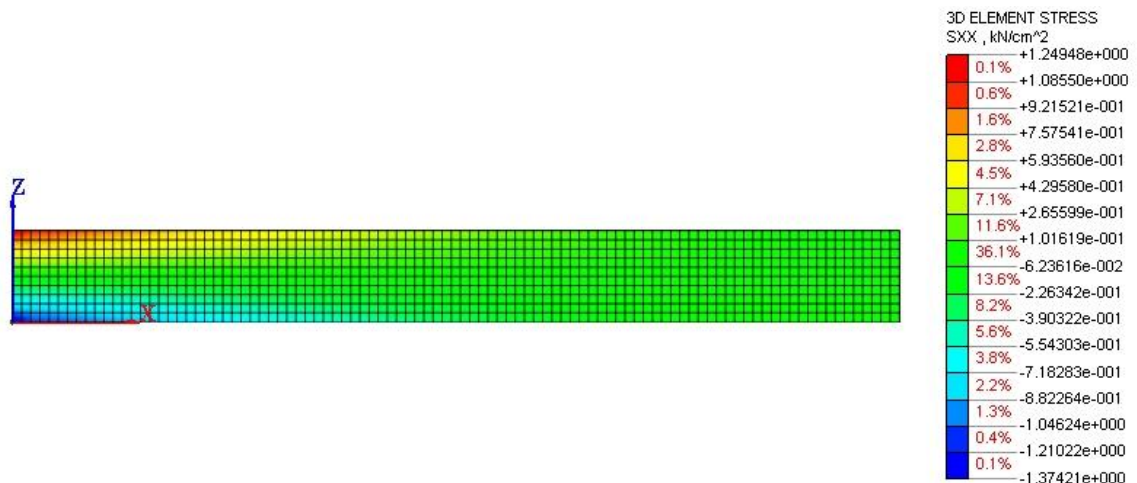
Slika 86: Naprezanja u armaturi ( $kN/cm^2$ )

Naprezanja u armature linearno rastu i dosežu svoj maximum pri  $28,7 \text{ kN/cm}^2$ , što je manje od dopuštenih naprezanja koja su zadana  $48 \text{ kN/cm}^2$ . Ovo pokazuje da naš pravokutni armirani nosač neće puknuti prilikom opterećivanja do 100% GSN te da smo dobro zadali model. Sada možemo preći na izradu numeričkog modela u kojem ćemo betonu zadati odgovarajuću vlačnu čvrstoću.

## 8.1.2. Numerički model

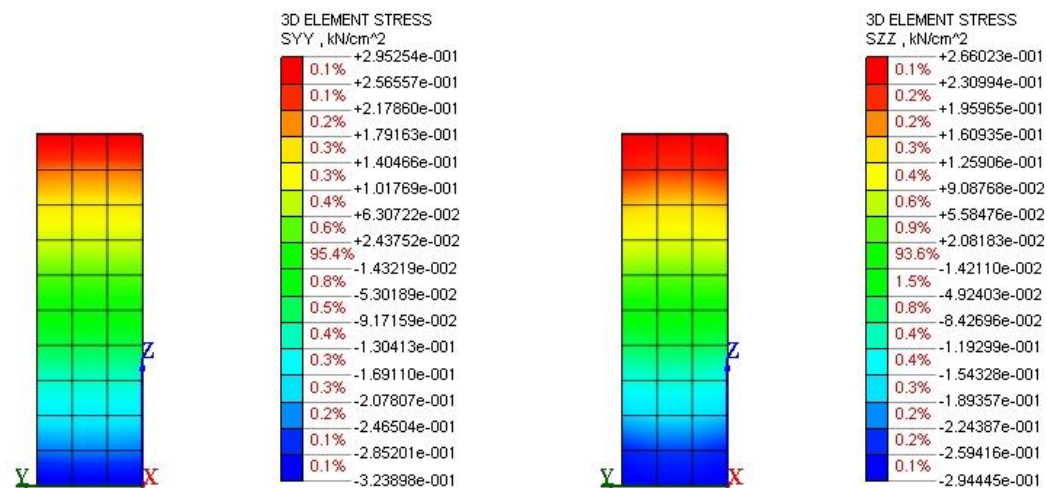
U ovome modelu uključujemo vlačnu nosivost betona koja je sada 4 MPa. Zadano opterećenje je  $G_{SN}=1,35*(G_0+*G_1)+1,5*Q$ .

### 8.1.2.1 Rezultati linearnog proračuna



Slika 87: Naprezanja xx (kN/cm<sup>2</sup>)

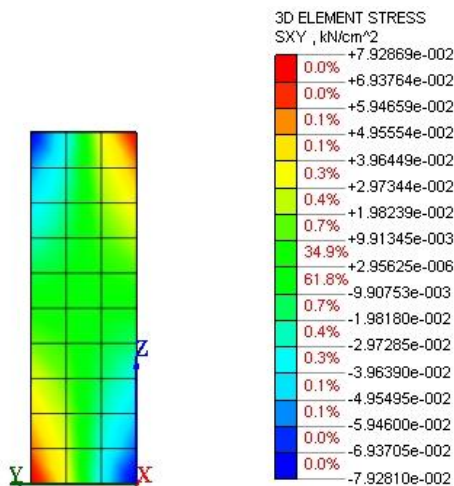
U smjeru x je vidljivo da je uz ležaj (mjesto upetosti) prekoračena vlačna čvrstoća i jasno pokazuje kao će bitan utjecaj imati uključenje materijalne nelinearnosti.



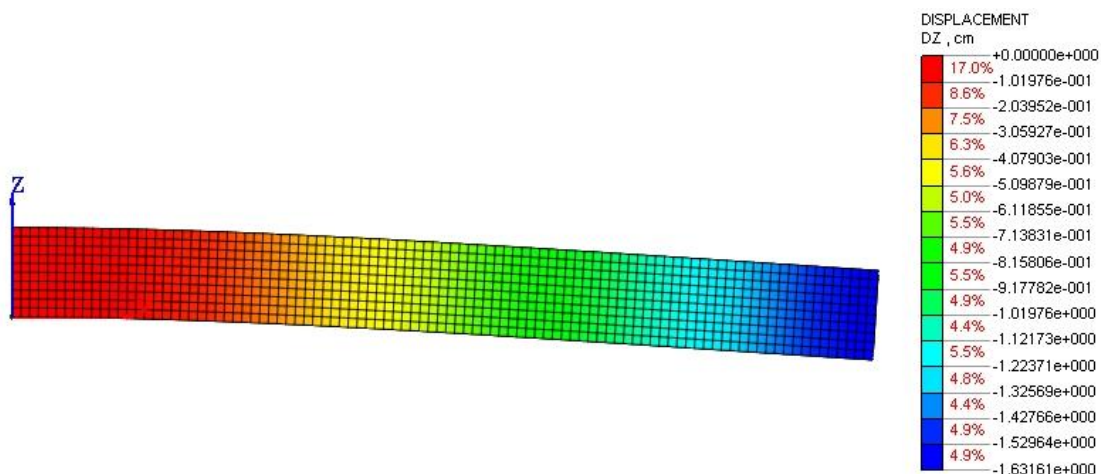
Slika 88: Naprezanja yy (kN/cm<sup>2</sup>)

Slika 89: Naprezanja zz (kN/cm<sup>2</sup>)

Vidimo da su naprezanja u y i z smjeru manja od onih u x smjeru, koncentracija je na mjestu pridržanja.

Slika 90: Posmična naprezanja xy (kN/cm<sup>2</sup>)

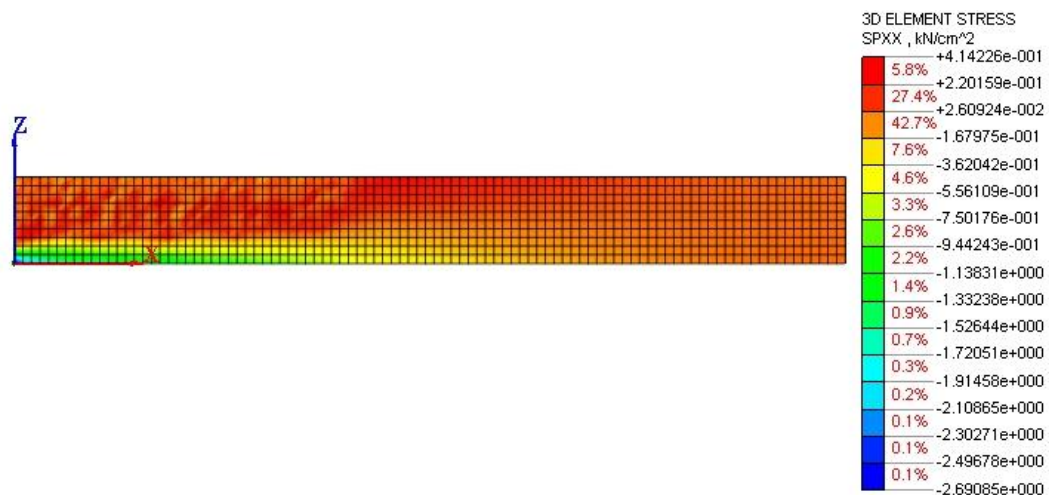
Na Slici 90. pokazana su veličine i raspodjela posmična naprezanja pri linearnoj analizi



Slika 91: Progibi u z smjeru (cm)

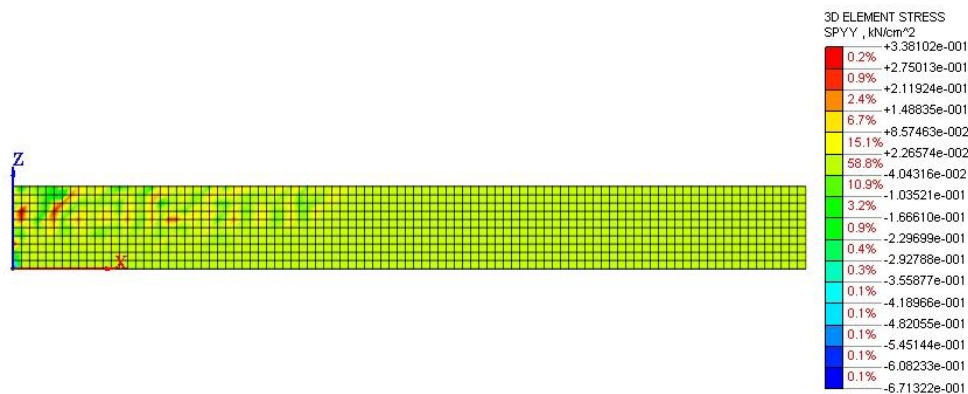
Progib koji iznosi 1,63 cm, prihvatljiv je i očekivan s obzirom da se radi o linearnoj analizi. Ovaj progib sličan je onome koji smo dobili za isti slučaj diskretiziran 1D elementima (1,79 cm).

### 8.1.2.2 Rezultati nelinearnog proračuna



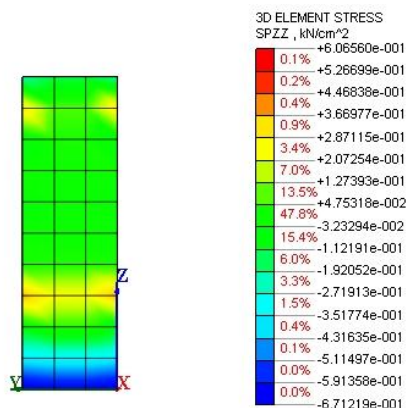
Slika 92: Naprezanja  $xx$  (kN/cm<sup>2</sup>)

Primjećujemo da je najveći dio presjeka izložen velikimvlačnim naprezanjima. Maximalna vlačna naprezanja iznose 4,14 MPa, a tlačna su 26,9 MPa. Presjek je u gornjoj zoni izložen vlaku, a u donjoj tlaku. Velika tlačna naprezanja u donjoj zoni upozoravaju nas na mogućnost drobljenja presjeka. To se još uvijek nije dogodilo pri punom opterećenju GSN.



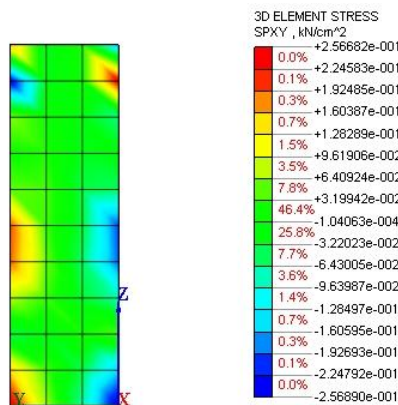
Slika 93: Naprezanja  $yy$  (kN/cm<sup>2</sup>)

Primjetimo da se preko 60% presjeka nalazi u stanju naprezanja manjem od 0,4 MPa. Najveća naprezanja javljaju se na osloncu, vlačna od 3 i tlačna od 6 MPa. Naprezanju u  $y$  smjeru dosta su manja od onih u  $x$  smjeru.

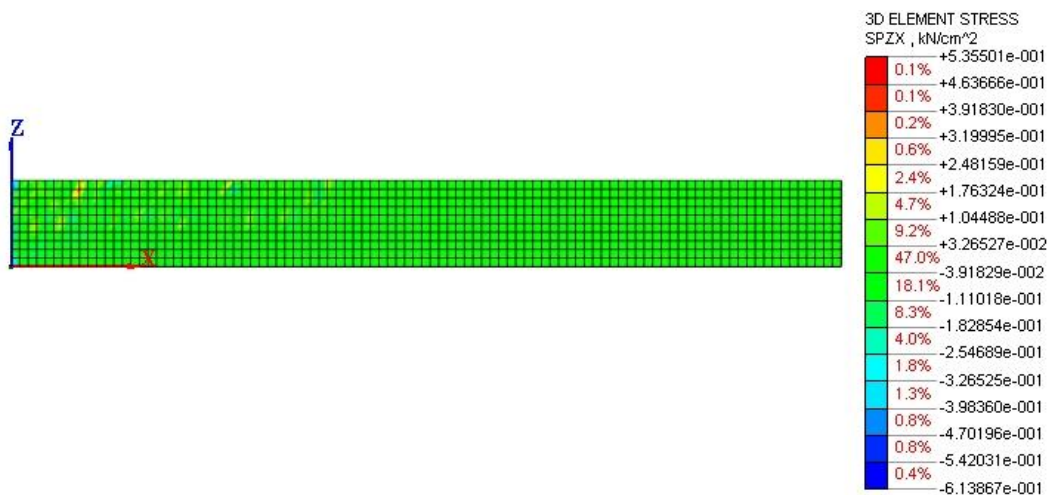


Slika 94: Naprezanja zz (kN/cm<sup>2</sup>)

Normalna naprezanja u z smjeru slična su kao u y smjeru što se tiče vrijednosti, ali ponovno je najveći do presjeka u vrlo malom vlaknu.



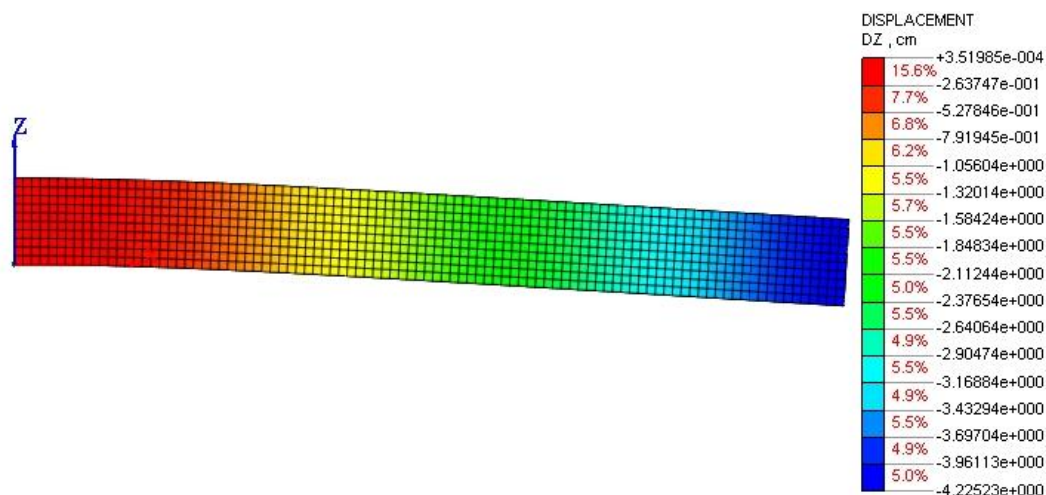
Slika 95: Naprezanja xy (kN/cm<sup>2</sup>)



Slika 96: Naprezanja zx (kN/cm<sup>2</sup>)

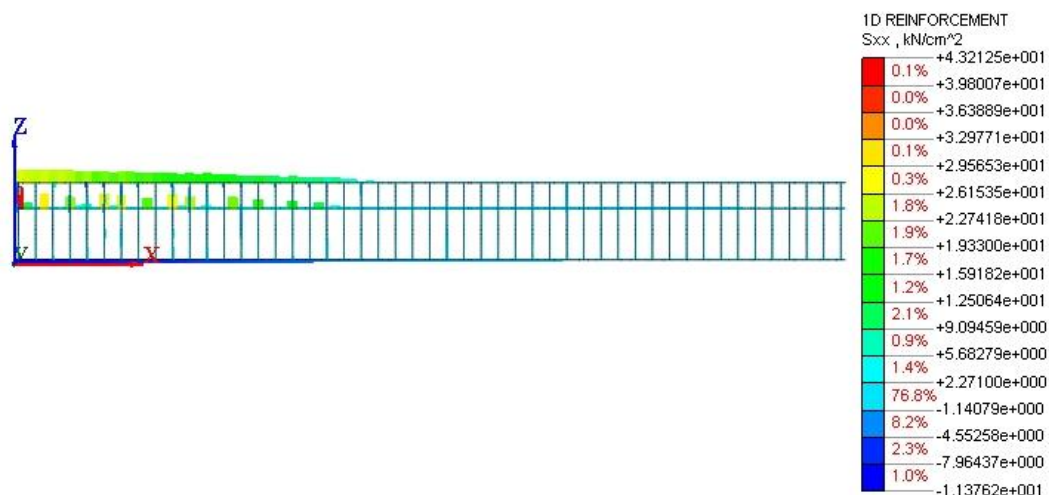
Na Slici 95.i96. možemo vidjeti da su posmična naprezanja xy i zx najveća uz rubove nosača i naravno uz mjesto upetosti.





Slika 97: Progibi u z smjeru (cm)

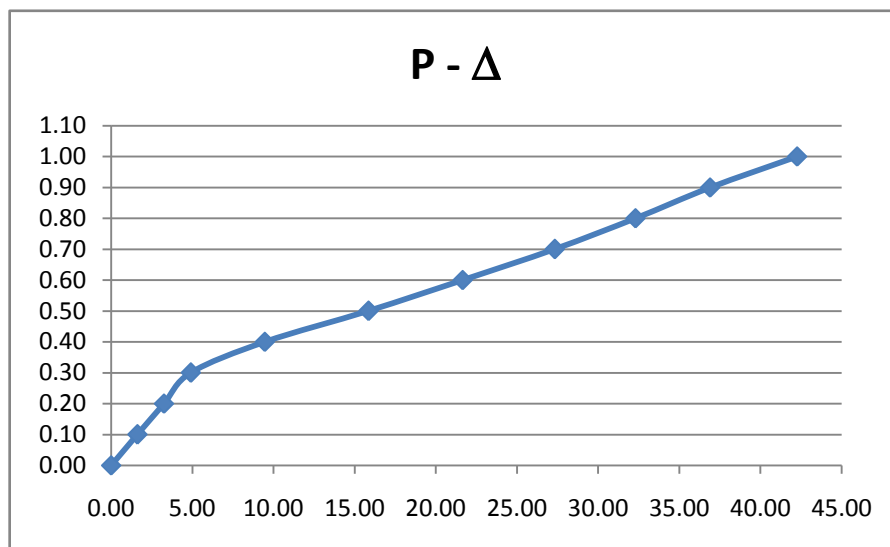
Progib sada iznosi 4,22 cm što je u skladu sa očekivanjem da bude 3 puta veći od linearnog progiba.

Slika 98: Naprezanja u armaturi (kN/cm<sup>2</sup>)

Naprezanja u armature linearno rastu i dosežu svoj maximum pri 43,21 kN/cm<sup>2</sup>, što je manje od dopuštenih naprezanja koja su zadana 48 kN/cm<sup>2</sup>.

faktor uvećanja opterećenja	progib (mm)
0,10	1,62
0,20	3,25
0,30	4,91
0,40	9,46
0,50	15,86
0,60	21,65
0,70	27,33
0,80	32,29
0,90	36,89
1,00	42,25

Tablica 6: Progibi konzole za zadane inkremente opterećenja

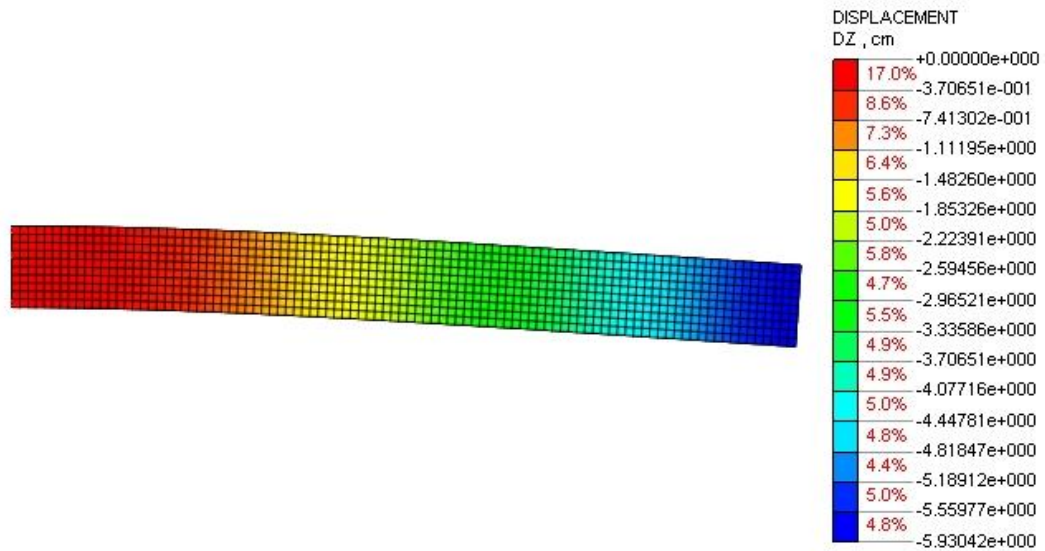


Slika 99: Dijagram odnosa inkrementa opterećenja i pomaka konstrukcije (mm)

Iz Tablice 6 i Slike 99. jasno je da armirani presjek može podnijeti ukupna opterećenja od kombinacije GSN. Maximalan progib koji se pri tome javlja je 4,22 cm.

### 8.1.2.3 Progib pri utjecaju puzanja

Kada uključimo utjecaj puzanja za kombinaciju opterećenja GSN  $[1,35*(G_0+G_1)+1,5*Q]$  dobijamo progib od 5,93 cm što je za 1,71 cm veći progib nego pri istom opterećenju u ne linearnom proračunu.



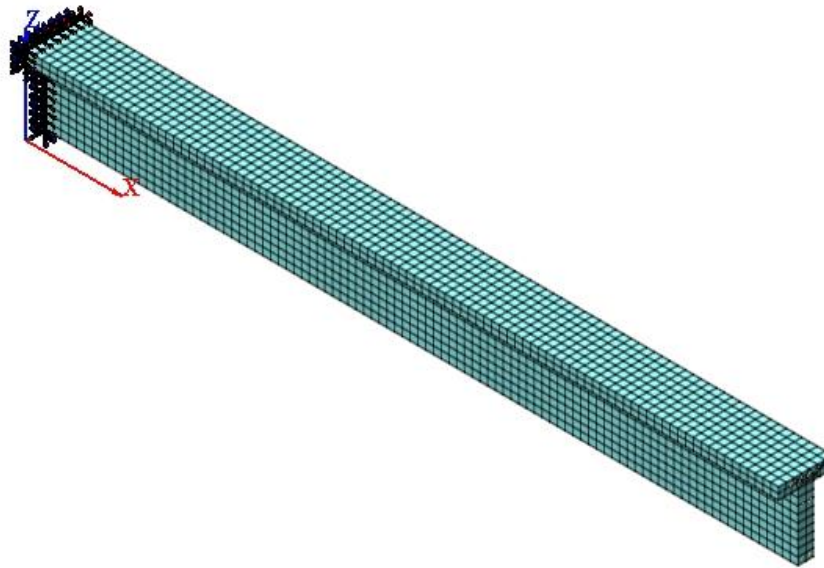
Slika 100: Progib u smjeru z pri utjecanju puzanja betona (cm)

Primjetimo također da je ovaj progib pri 3D diskretizaciji nešto manji nego pri 1D diskretizaciji (8,31 cm) i 2D diskretizaciji (8,13 cm).

## 8.2. T poprečni presijek

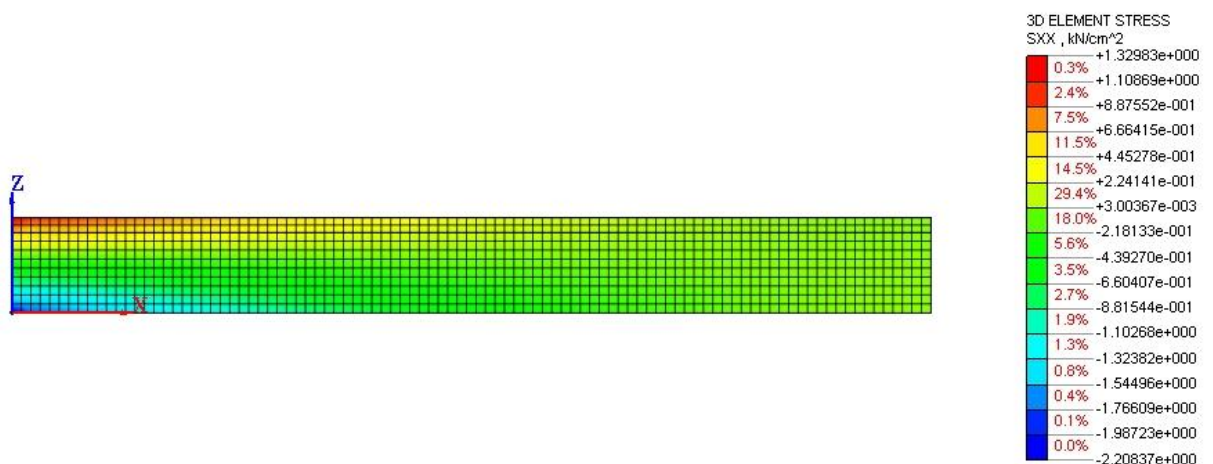
### 8.2.1. Testni model

Za testni model zadano je da beton nema vlačne čvrstoće (0 Mpa), a kao opterećenje postavljeno je  $G_{SN}=1,35*(G_0+*G_1)+1,5*Q$ . Ovime smo htjeli postići da armatura preuzme sva naprezanje te vidjeti da li će naprezanja na armaturi biti linearno raspodijeljena. Testni model, diskretiziran je na 4462 konačna elemenata dimenzija 10x10x10 cm.



Slika 101: Prikaz diskretizacije kontrolnog modela i njegovih rubnih uvjeta (Midas FEA)

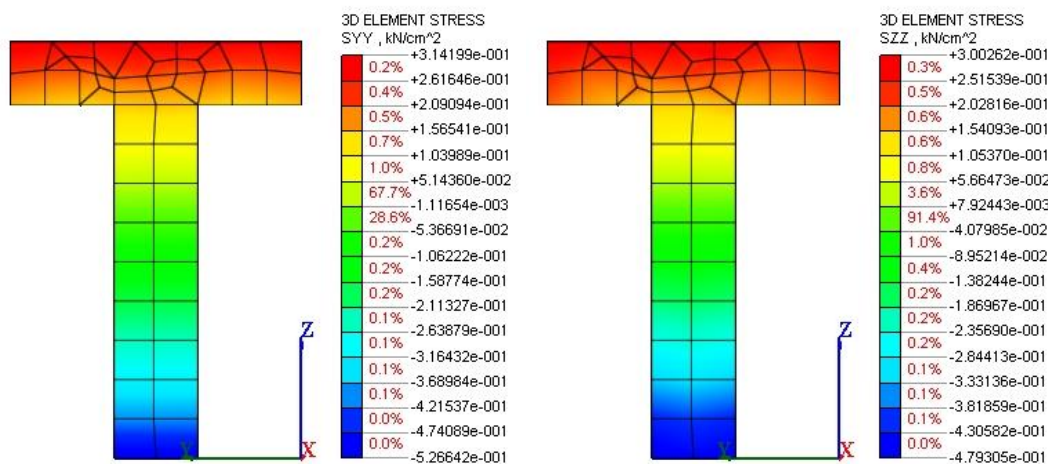
#### 8.2.1.1 Rezultati linearnog proračuna



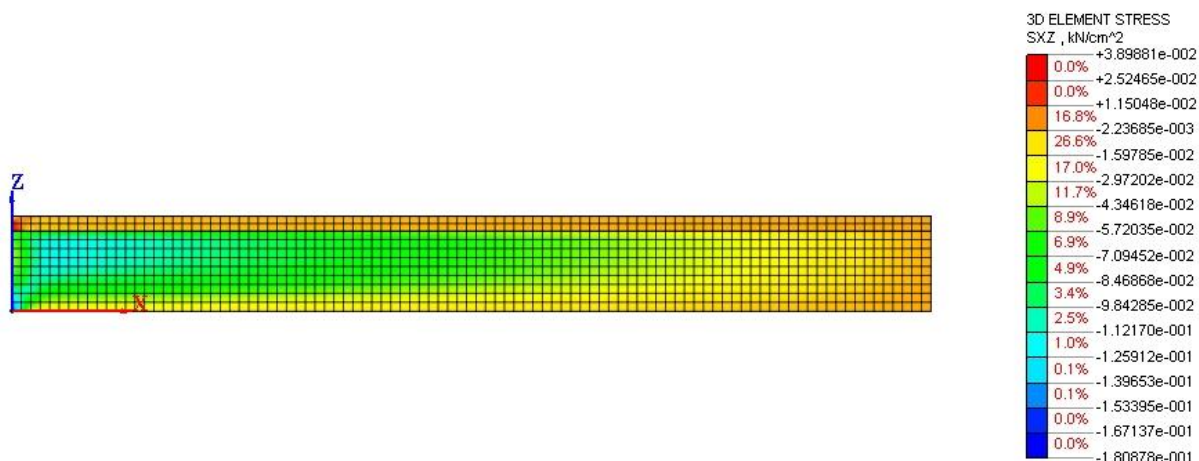
Slika 102: Naprezanja xy (kN/cm<sup>2</sup>)

Maximalna naprezanja koja se javljaju na upetom kraju vlačno iznose 13 MPa, a tlačno 22 MPa. Što su malo konkretnije vrijednosti nego u dosadašnjem proračunu. Idalje nebi

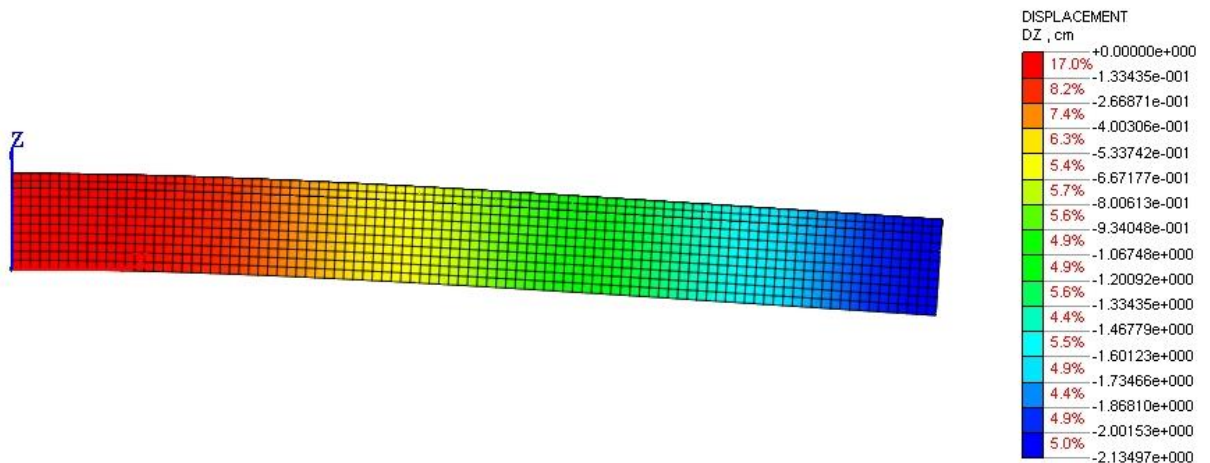
trebalo doći do drobljenje presjeka sa donje strane jer su maksimalna tlačana naprežanja u betonu dozvoljena 37,5 MPa.

Slika 103: Naprežanja yy (kN/cm<sup>2</sup>)Slika 104: Naprežanja zz (kN/cm<sup>2</sup>)

Naprežanja u y i z smjeru dosta su manja od onih u smjeru osi x. U oba ova smjera preko 90% presjeka izloženo je naprežanju od 0 MPa. Koncentracije naprežanja javljaju se na mjestu rubnih uvjeta (Slika 103. i 104. prikazuju naprežanja u poprečnom presjeku). Pri tome su naprežanja gornje zone vlačna (oko 3 MPa), a donje tlačna (oko 5 MPa). Naprežanja jasno pokazuju utjecaj momenta savijanja.

Slika 105: Naprežanja xz (kN/cm<sup>2</sup>)

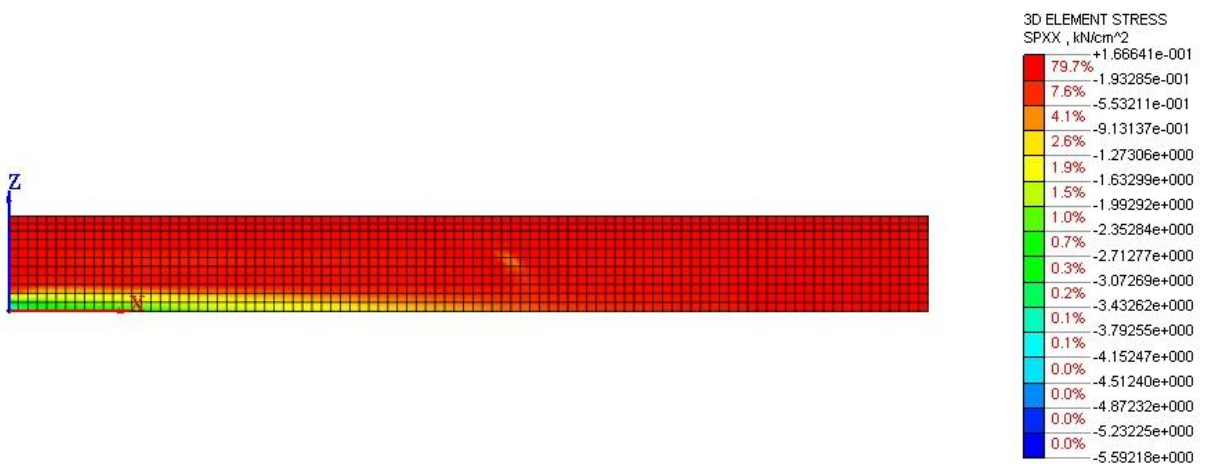
Posmična naprežanja na ovome presjeku u smjeru xz, vrlo su malena osim na mjestu rubnih uvjeta u donjoj tlačnoj zoni gdje se javlja posmik od 1,8 MPa i vrlo je koncentriran jer obuhvaća samo mali postotak poprečnog presjeka.



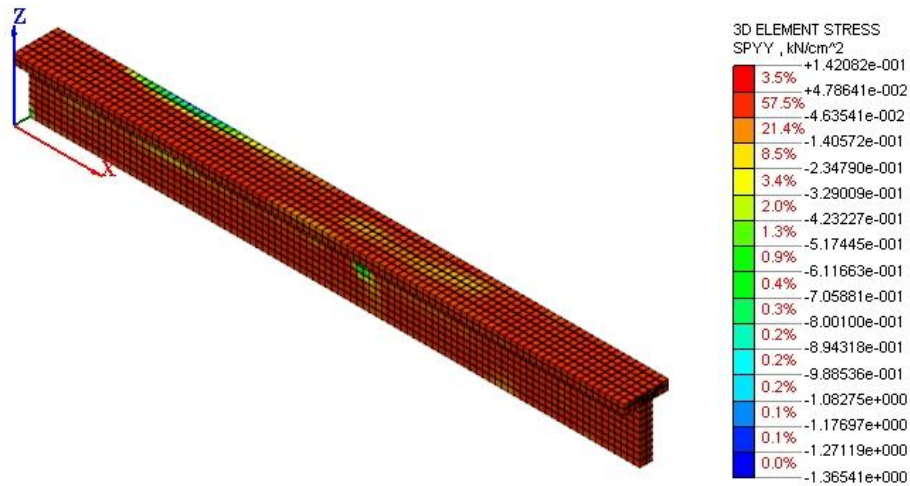
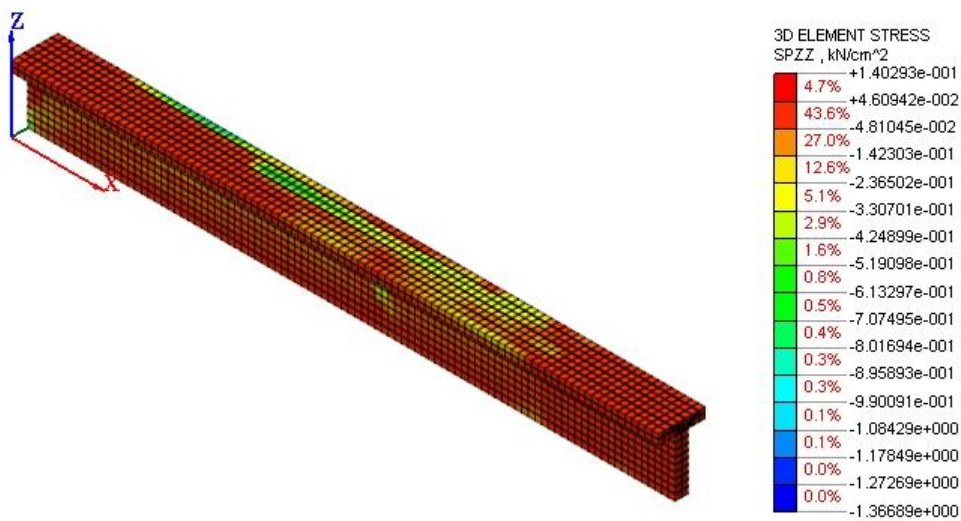
Slika 106: Progibi u z smjeru (cm)

Progib od 2,1 cm prihvatljivih je dimenzija, iako malen za ovakvu konstrukciju. Ponovno uviđamo manjkavost linearnog proračuna. Progib je malo veći od onoga kod pravokutnog poprečnog presjeka diskretiziranog 3D konačnim elementima. Ako usporedimo ovaj progib sa onim na istom tipu presjeka ali diskretiziranom 1D i 2D elementima, uviđamo da se progib na 3D diskretiziranom presjeku nalazi bliže vrijednosti kod 1D diskretizacije.

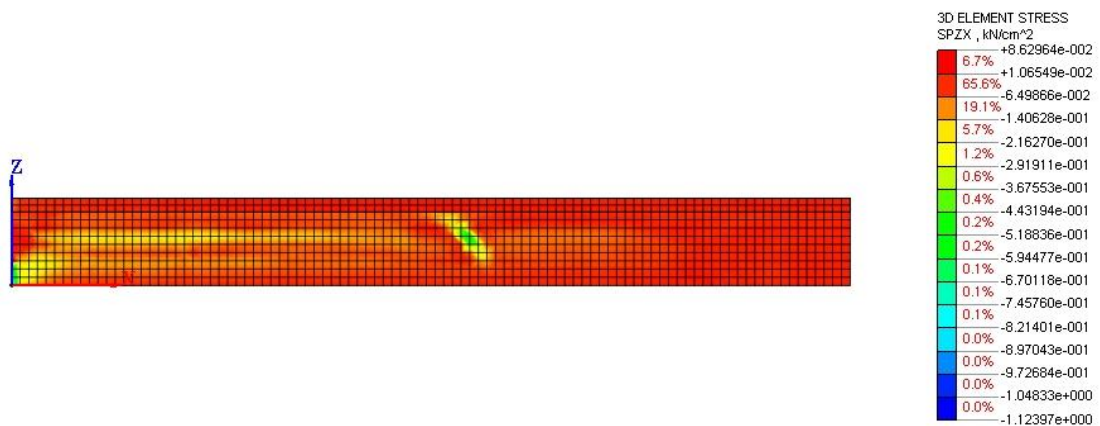
### 8.2.1.2 Rezultati nelinearnog proračuna

Slika 107: Naprezanja xx (kN/cm<sup>2</sup>)

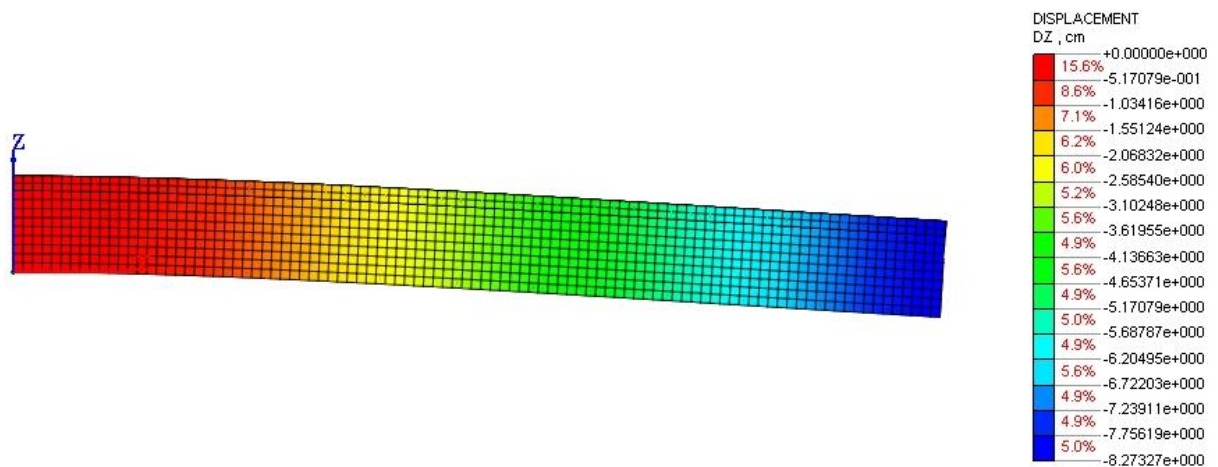
Najveći dio, oko 80 % promatranog nosača izložen je vlačnom naprezanju od 1,6 MPa. Ono što je zabrinjavajuće je da se na mjestu upetosti u donjoj zoni presjeka javlja koncentrirano naprezanje od približno 38 MPa koje prelazi tlačnu čvrstoću betona. Ovakvo naprezanje na ovoj klasi betona izazvat će drobljenje. To želimo izbjeći, što možemo postići podizanjem tlačne čvrstoće betona, dakle odabirom betona veće klase.

Slika 108: Naprezanja yy (kN/cm<sup>2</sup>)Slika 109: Naprezanja zz (kN/cm<sup>2</sup>)

Najveći dio nosača nalazi se u vlaknu i to vrlo malom, oko 0,5 MPa. Koncentrirana tlačna naprezanja javljaju se na kontaktu nosača i rubnog uvjeta, ponovno u donjoj zoni i iznose 1,3 MPa.

Slika 110: Naprezanja xz (kN/cm<sup>2</sup>)

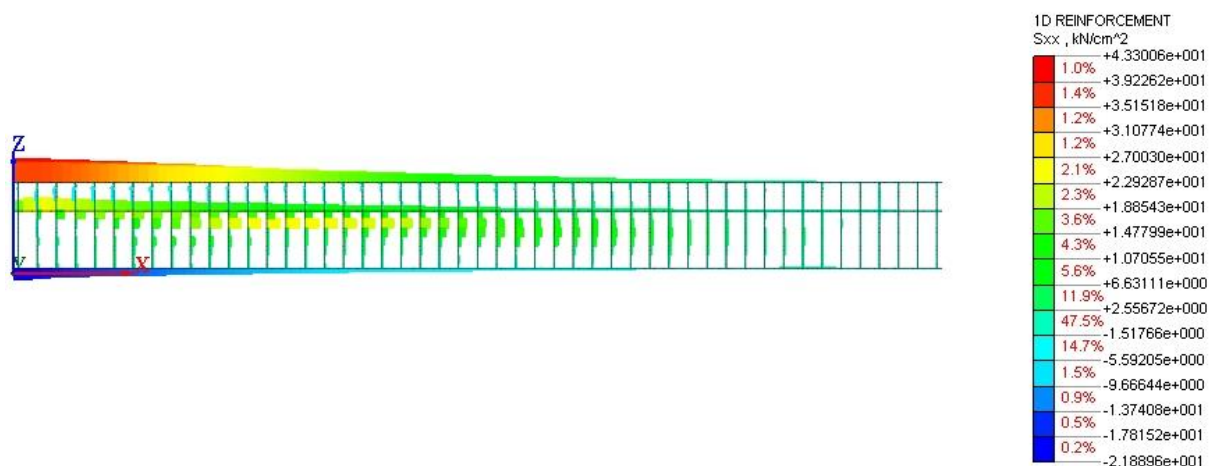
Veći dio nosača izložen je malom posmičnom naprezanju u zx smjeru uz napomenu da se koncentracija posmičnih naprezanja događa na kontaktu nosača i rubnih uvjeta i iznosi 1,12 MPa.



Slika 111: Progibi u z smjeru (cm)

Očito je povećanje progiba u odnosu na linearni proračun. Progib dobiven ne linearnim proračunom otprilike je 4 puta veći od progiba dobivenog linearnim proračunom. Očito je guranje konstrukcije do granice pucanja, ali kako se radi samo o testnom modelu nećemo prikazivati krivulju naguravanja (to ćemo učiniti za numerički model).

Ako usporedimo ovaj progib sa onim na istom tipu presjeka ali diskretiziranom 1D i 2D elementima, uviđamo da se progib na 3D diskretiziranom presjeku najveći (8,27 cm). Za 1D diskretizaciju i ne linearni proračun progib je iznosi 7,81 cm.



Slika 112: Naprezanja u armaturi ( $kN/cm^2$ )



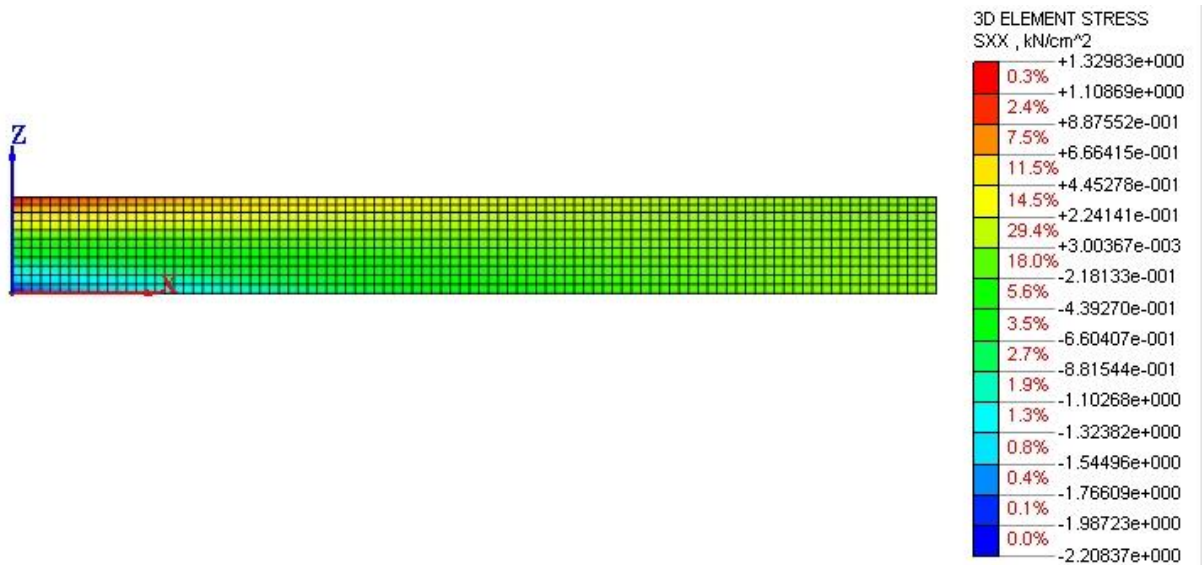
Kako se radilo o tesnom modelu, zadali smo da beton uopće nema vlačne čvrstoće te očekivali da će sva vlačna naprezanja pokupiti armature. Očekivana raspodjela vlačnih naprezanja trebala bi biti linearna, i nebi smjela prelaziti 480 MPa.

Na *Slici 112*. Vidimo da su sva navedena očekivanja ispunjena, te su maksimalna vlačna naprezanja u armature 433 MPa.

## 8.2.2. Numerički model

Razlika numeričkog i testnog modela u tome je što sada zadajemo vlačnu čvrstoću betona koja je 4 Mpa. Zadano opterećenje je  $G_{SN}=1,35*(G_0+*G_1)+1,5*Q$ .

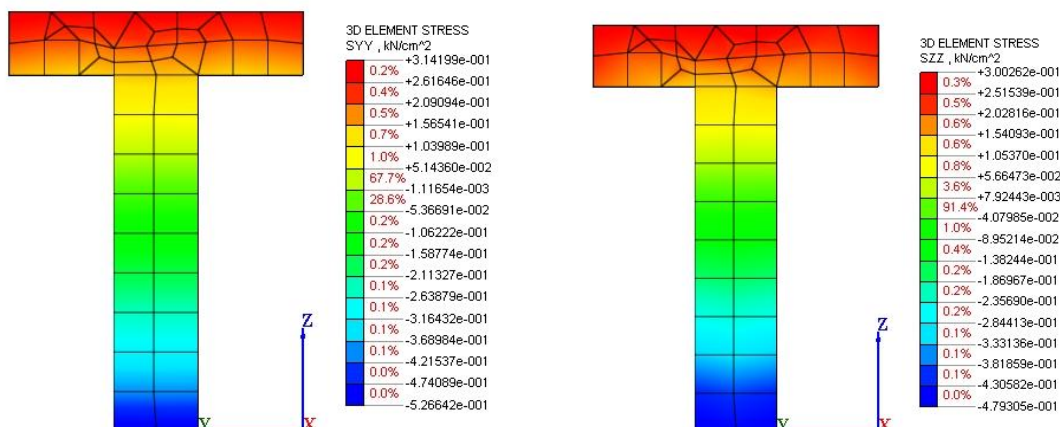
### 8.2.2.1 Rezultati linearnog proračuna



Slika 113: Naprezanja  $xx$  ( $kN/cm^2$ )

Uočavamo da je tlačno naprezanje u x smjeru nešto veće od vlačnog, ali radi se o naprezanju koje naš beton može podnijeti. Koncentracija naprezanja ponovno se događa na mjestu spoja, gdje se uočava opasna vrijednost vlačnog naprezanja od 4,45 MPa, dok je najveći dio presjeka (30%) izložen malom vlačnom naprezanju od 0,03MPa.

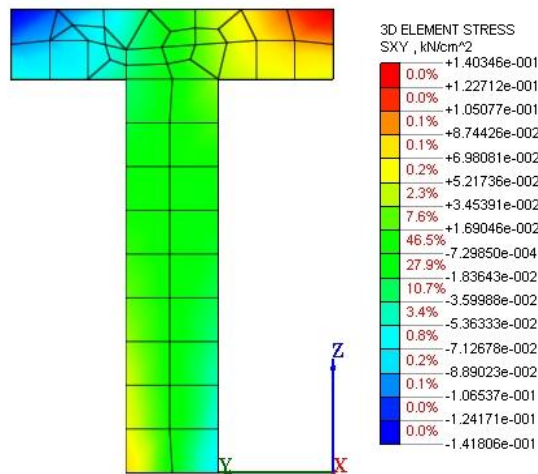
Također možemo primjetiti da su naprezanja veća nego kod pravokutnog presjeka, te da njihova raspodjela nije ujednačena (linearna).



Slika 114: Naprezanja  $yy$  ( $kN/cm^2$ )

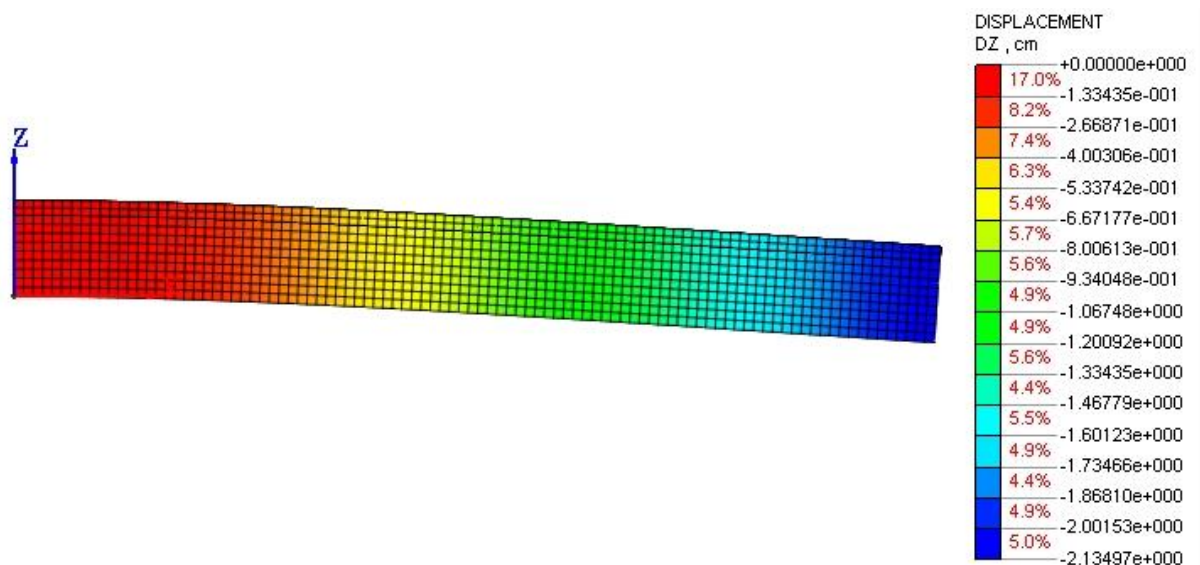
Slika 115: Naprezanja u  $zz$  ( $kN/cm^2$ )

Normalna naprezanja u smjeru y i z osi mnogo su manja od onih u smjeru x osi, vrijednosti vlačnih naprezanja su oko 3 MPa, a tlačnih oko 5 MPa. Sve su to dovoljno malene vrijednosti da ih naš nosač može podnijeti.



Slika 116: Naprezanja xy (kN/cm<sup>2</sup>)

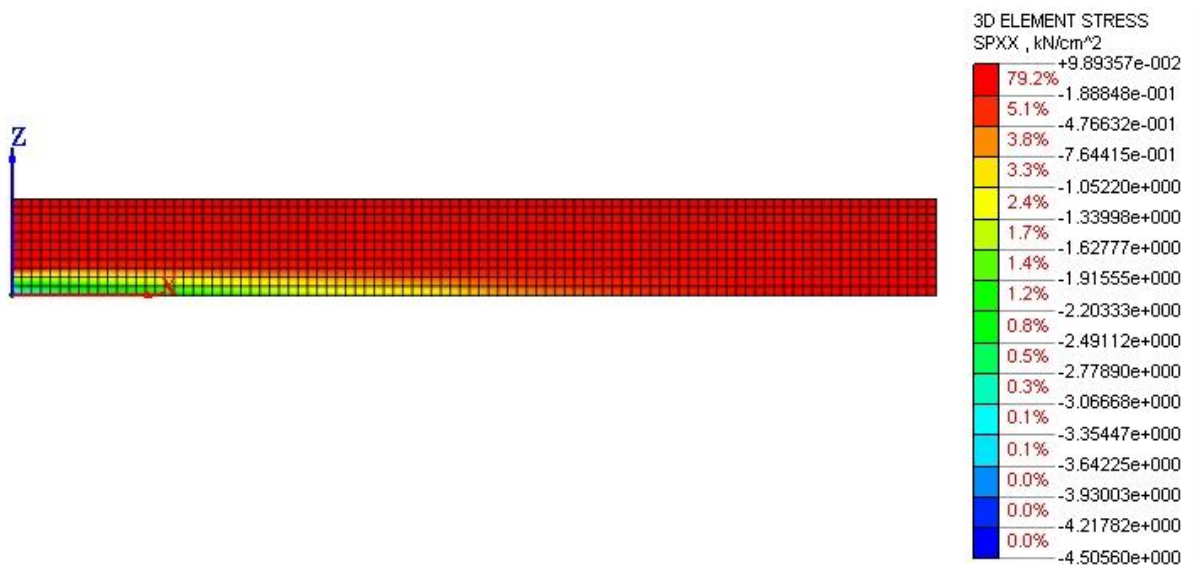
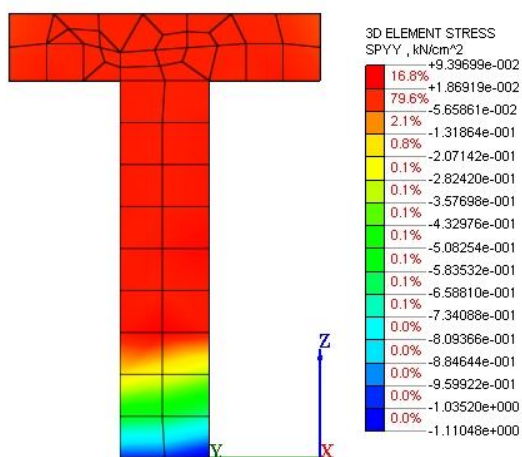
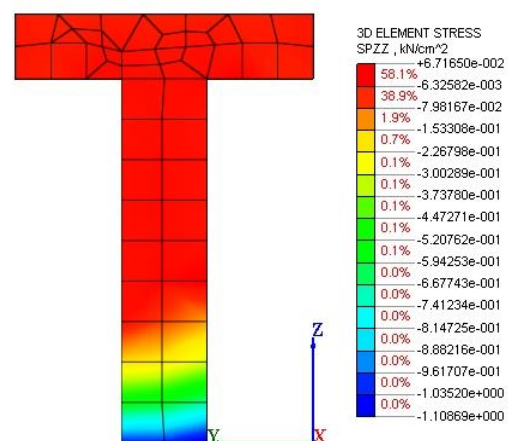
Od posmičnih naprezanja spomenut ćemo samo ona u xy smjeru jer su ostala zanemarivo malena.



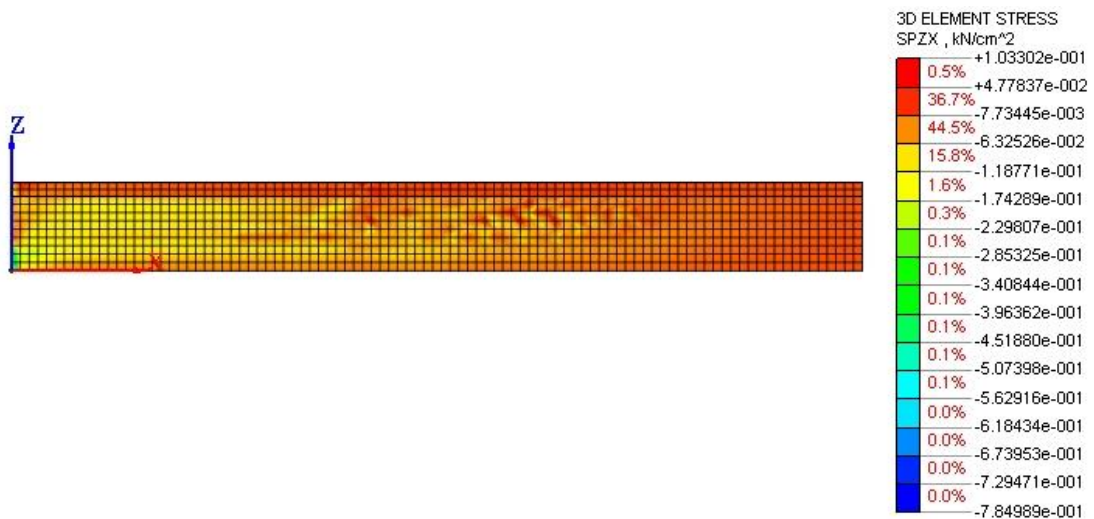
Slika 117: Progibi u z smjeru (cm)

Progib pri linearnom proračunu iznosi 2,1 cm. Vidno da se u svim modelima vrijednosti progiba u linearnom proračunu kreću oko 2 cm. Ponovno još jedan dokaz koliko linearni proračun ne ukazuje na stvarno stanje konstrukcije.

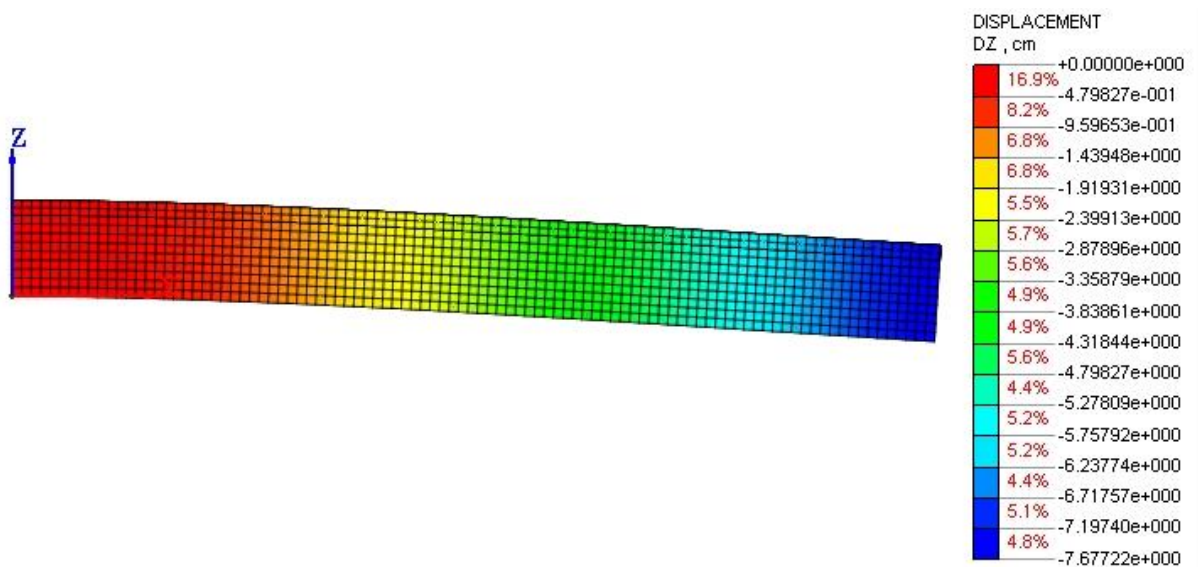
## 8.2.2.2 Rezultati nelinearnog proračuna

Slika 118: Naprezanja  $xx$  (kN/cm<sup>2</sup>)Slika 119: Naprezanja  $yy$  (kN/cm<sup>2</sup>)Slika 120: Naprezanja  $zz$  (kN/cm<sup>2</sup>)

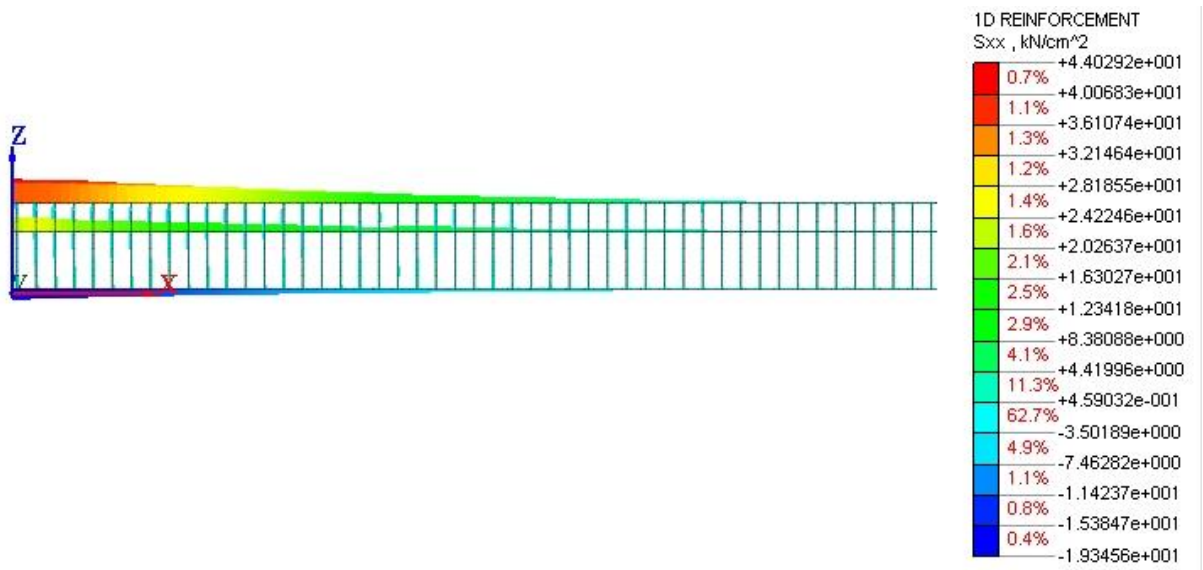
Vlačna naprezanja u y iz smjeru sličnih su vrijednosti kao i za x smjer i zauzimaju najveći dio presjeka. Koncentrirana tlačna naprezanja javljaju se u donjoj zoni presjeka, iznose oko 11 MPa i ne prelaze tlačnu nosivost betona.

Slika 121: Naprezanja  $z_x$  (kN/cm<sup>2</sup>)

I u posmičnim naprezanjima očito je najveći dio presjeka izložen malim naprezanjima od 0,6 do 0,7 MPa. Koncentracija posmika događa se na mjestu upetosti i to u gornjoj zoni 1,03 MPa i vrlo mali dio u donjoj zoni oko 4MPa.

Slika 122: Progibi u  $z$  smjeru (cm)

Pri punom opterećenju GSN-a javlja se progib u iznosu od 7,68 cm što je skoro 4 puta veći progib nego pri lineranoj analizi za iste uvjete.

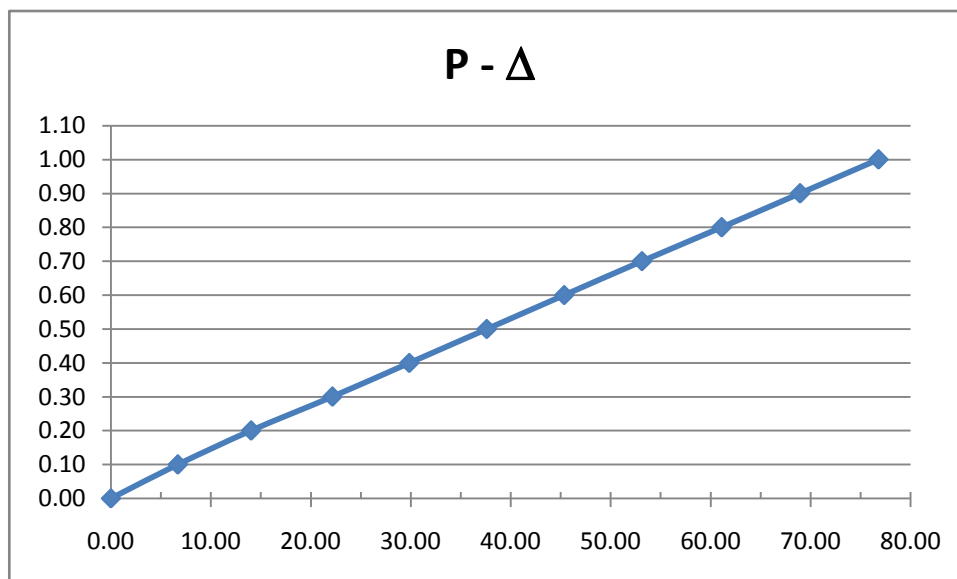
Slika 123: Naprezanja u armaturi ( $\text{kN/cm}^2$ )

Na prikazu naprezanja u armaturi vidimo da je raspodjela naprezanja linearna te da još uvijek nije dostignut maximum naprezanja koja armatura može podnijeti (480 MPa)

U *Tablici 7.* prikazani su progibi za različite razine opterećenja presjeka kombinacijom GSN.

faktor uvećanja opterećenja	progib (mm)
0,10	6,70
0,20	14,02
0,30	22,16
0,40	29,85
0,50	37,61
0,60	45,34
0,70	53,13
0,80	61,11
0,90	68,95
1,00	76,77

Tablica 7: Progibi konzole za zadane inkremente opterećenja

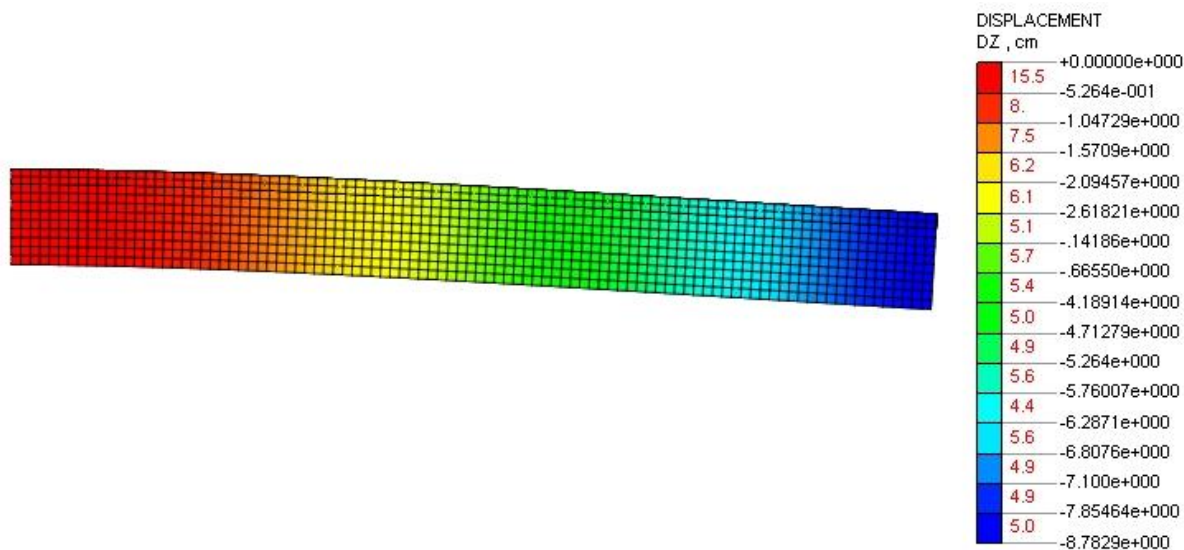


Slika 124: Dijagram odnosa inkrementa opterećenja i pomaka konstrukcije (mm)

Iz Tablice 7 i Slike 124. jasno je da armirani presjek može podnijeti ukupna opterećenja od kombinacije GSN. Maximalan progib koji se pri tome javlja je 7,67 cm.

### 8.2.2.3 Progib pri utjecaju puzanja

Kada uključimo utjecaj puzanja za kombinaciju opterećenja **GSN**  $[1,35*(GO+G1)+1,5*Q]$  dobijamo progib od 8,78 cm.



Slika 125: Progib u smjeru z pri utjecanju puzanja betona (cm)

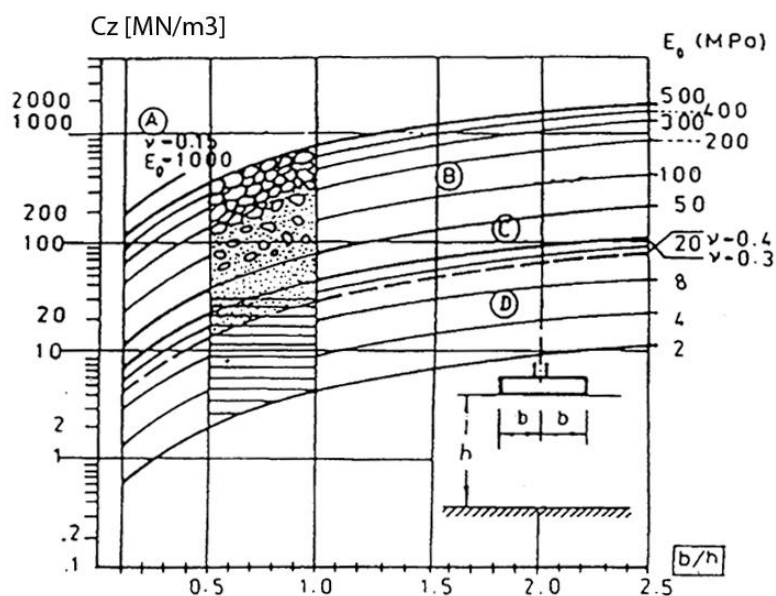
## 9. PROSTORNI MODEL

Analizu ćemo završiti promatranjem pojednostavljenog prostornog modela čija je svrha prvenstveno promatranje efekta kontratereta, te da bi promotрили naprezanja koja se javljaju na kontaktu sa tlom.

U ovom proračunskom modelu geometrija, opterećenja i sva ostala svojstva u svemu su jednaka vertikalnom modelu s tim da se umjesto ležajeva sa spriječenim pomacima zadaju ploče na elastičnoj podlozi.

### 9.1. Proračunske vrijednosti tla

Modul reakcije tla  $C_z$  [ $\text{MN}/\text{m}^3$ ] određen je prema slijedećem dijagramu:



Slika 126: Konstanta  $C_z$ : Vrste tla: A – stijena, B – šljunak, C – pijesak, D – glina (prema Šejnoha, J.- Bittmar, Z.: *Finite elements method*, CTU Prague, 1991)

Dokaz nosivosti i stabilnosti se vrši sukladno HRN EN 1997-1:2012.

Proračunske vrijednosti geotehničkih parametara ( $X_d$ ) izvodimo iz karakterističnih vrijednosti s pomoću sljedeće jednadžbe:  $X_d = X_k/\gamma_M$ .

Karakteristične vrijednosti za tlo uzete su iz geotehničkog elaborata i iznose  $\sigma_{Rd}=800$   $\text{kN}/\text{m}^2$ .

U Republici Hrvatskoj upotrebljava se proračunski pristup 3 koji kaže:



Mora se provjeriti neće li granično stanje loma ili prekomjernog deformiranja nastupiti sa sljedećom kombinacijom skupina parcijalnih koeficijenata:

Kombinacija: A2+M2+R3

Parametri tla	Simbol	Skupina	
		M1	M2
Kut unutarnjeg trenja <sup>a</sup>	$\gamma_{\phi'}$	1,0	1,25
Efektivna kohezija	$\gamma_{c'}$	1,0	1,25
Nedrenirana posmična čvrstoća	$\gamma_{cu}$	1,0	1,4
Jednoosna tlačna čvrstoća	$\gamma_{qu}$	1,0	1,4
Gustoća težine	$\gamma_{\gamma}$	1,0	1,0

<sup>a</sup> S ovim se parcijalnim koeficijentom dijeli  $\tan\phi'$ .

Tablica 8: Parcijalni koeficijenti za parametre tla za proračunski slučaj ( $\gamma_M$ )

Djelovanje		Simbol	Skupina	
			A1	A2
Stalno	nepovoljno	$\gamma_{G,sup}$	1,35	1,0
	povoljno	$\gamma_{G,inf}$	1,0	1,0
Promjenjivo	nepovoljno	$\gamma_Q$	1,5	1,3
	povoljno	$\gamma_Q$	0	0

Tablica 9: Parcijalni koeficijenti za djelovanja ( $\gamma_F$ ) ili učinke djelovanja ( $\gamma_E$ )

Prema gore navedenom korištena kombinacija je  $1,0 \cdot (G_0 + G_1) + 1,3 \cdot Q$ , a dopušteno naprežanje u tlu iznosi  $\sigma_d = 800 \text{ kN/m}^2$ . Na osnovu dopuštenog naprežanja i činjenice da se radi o tlu klase A sa *Slike 126*. očitavamo modul stišljivosti tla koji je uzet  $100 \text{ MN/m}^3$ .

## 9.2. Opis prostornog modela

Prostorni model izrađen je u programu Scia Engineer 2013.1.

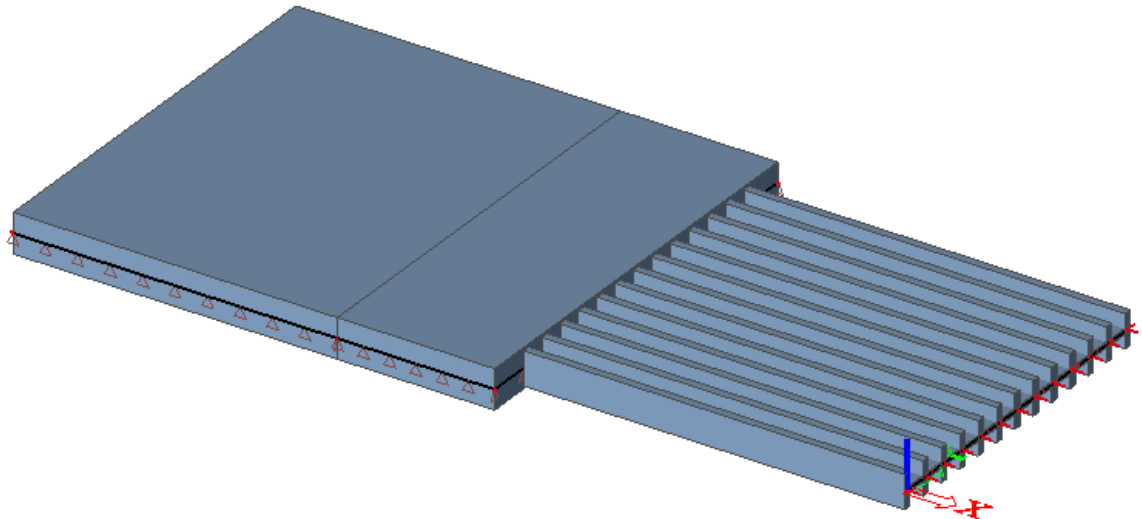
Za simulaciju kontratereta korištena je ploča visine 1m čije su materijalne karakteristike modul elastičnosti  $E = 41\,750 \text{ MPa}$ , a specifična težina  $\gamma = 2500 \text{ kg/m}^3$ . Kako su proračuni pokazali da ovaj teret nije dovoljan razmotrenje i model gdje je specifična težina povećana na  $\gamma = 3700 \text{ kg/m}^3$ .

Od opterećenja uključena je vlastita težina. Dodatno stalno opterećenje na terasi iznosi  $3,81 \text{ kN/m}^2$ , a na temelju i kontrateretu  $1,88 \text{ kN/m}^2$ . Pokretno opterećenje na terasi zadano je  $5 \text{ kN/m}^2$ , a na temelju i kontrateretu  $3 \text{ kN/m}^2$ .

Prikazani temelj zamišljen je kao trakasti temelj, ali za potrebe proračuna simuliran je pločom dimenzija  $10,8 \times 4 \times 1 \text{ m}$ .

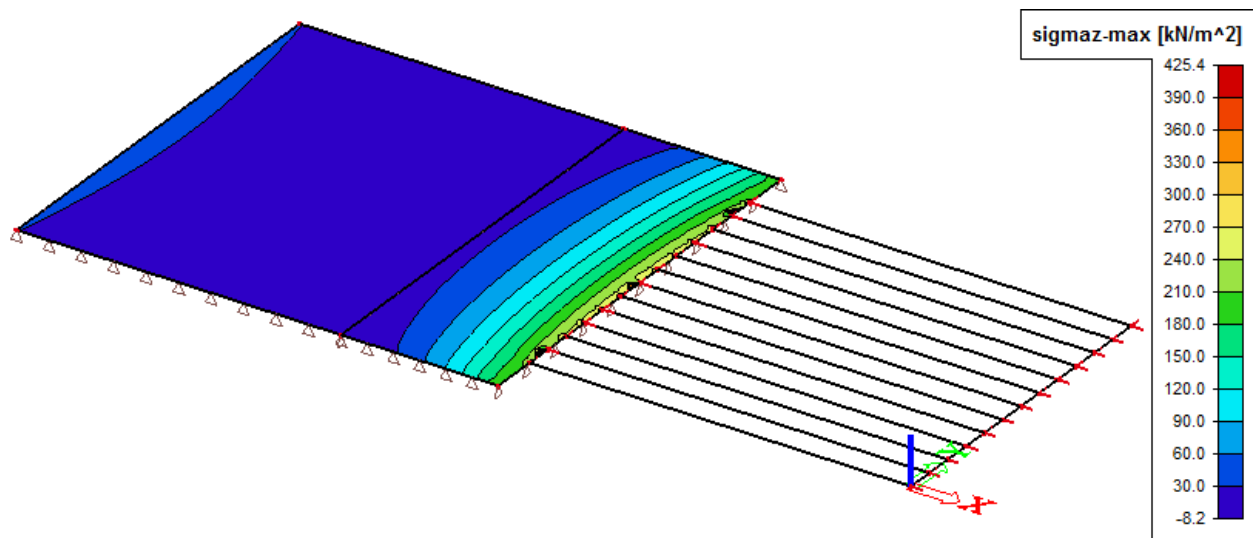
Izrađena su dva modela. Prvi u kojem se i trakasti temelj i kontrateret oslanjaju na tlo. Te drugi u kojem smo trakasti temelj oslonili na tlo, a kontrateret na linijske ležajeve koji simuliraju temeljne oslonce.

### 9.3. Model sa kontrateretom na tlu



Slika 127: Aksonometrijski prikaz modela ( Scia Engineer 2013.1)

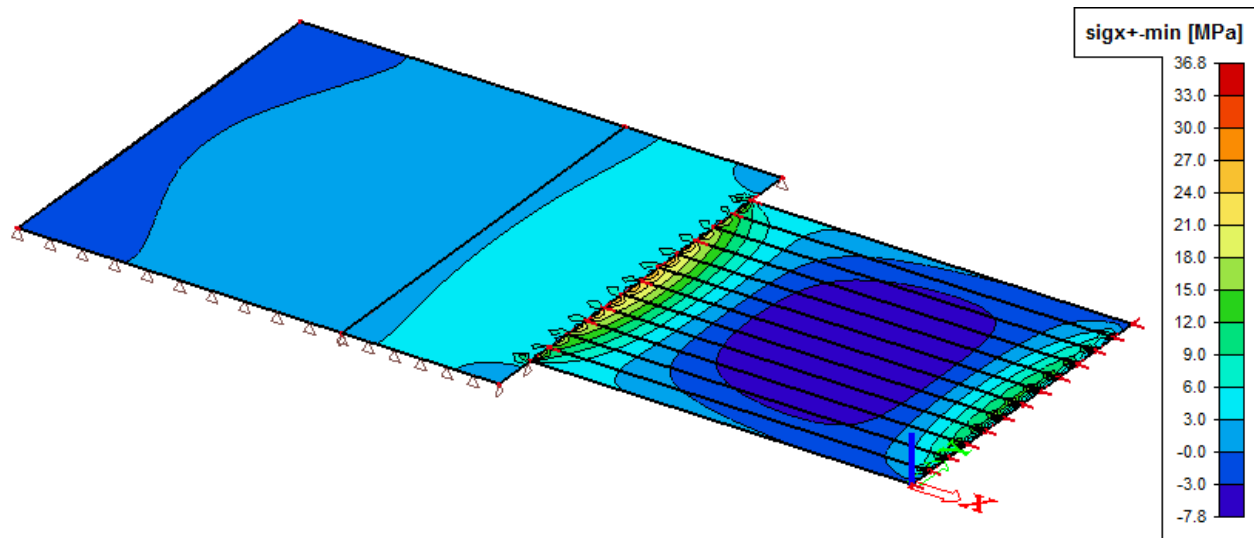
#### 9.3.1. Model sa specifičnom težinom kontratereta $\gamma=2500 \text{ kg/m}^3$



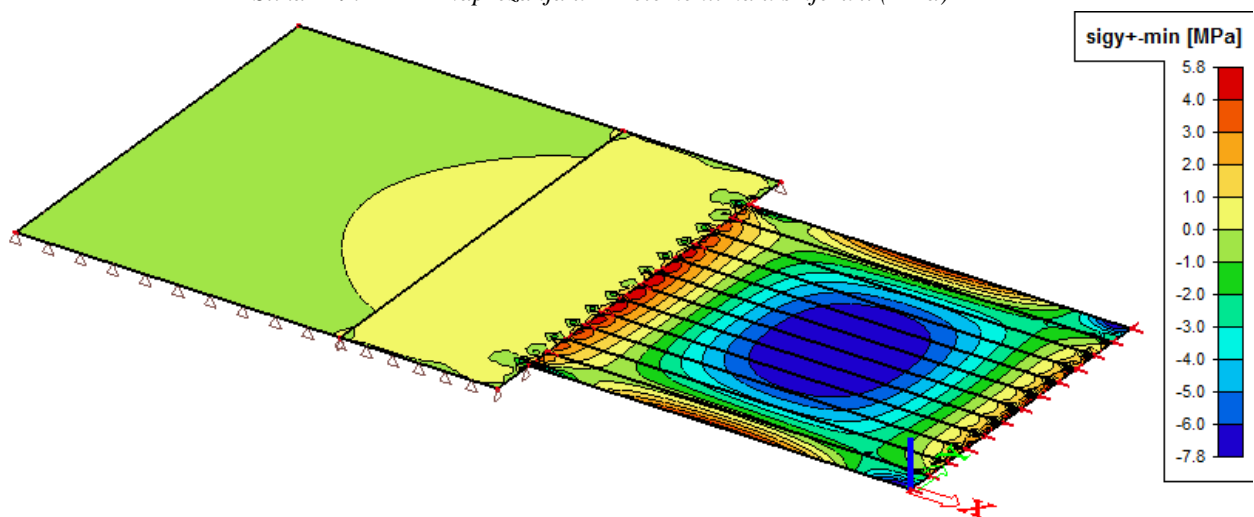
Slika 128: Naprezanja na kontaktu tlo – temelj

Očito je dapri opterećenju  $1,0*(G_0+G_1)+1,3*Q$  nije prekoračena vlačna nosivost tla od  $800 \text{ kN/m}^2$ , ali javljaju se vlačna naprezanja u temelju, i događa se veliki porast naprezanja u maloj dužini temelja od cca.3 m. Ovo nas navodi na zaključak da će doći do odizanja temelja

koje moramo izbjeći. Prijedlog rješenja je korištenje materijala veće specifične težine što će se analizirati u poglavlju 9. 3. 2.

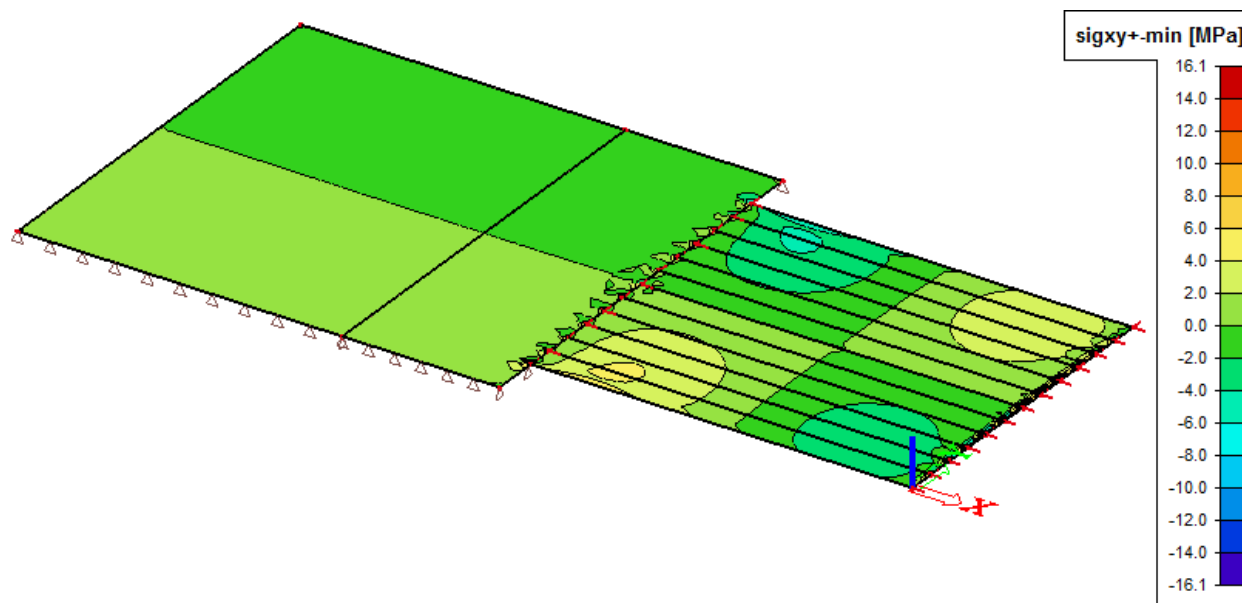


Slika 129: Naprezanja u 2D elementima u smjeru x (MPa)



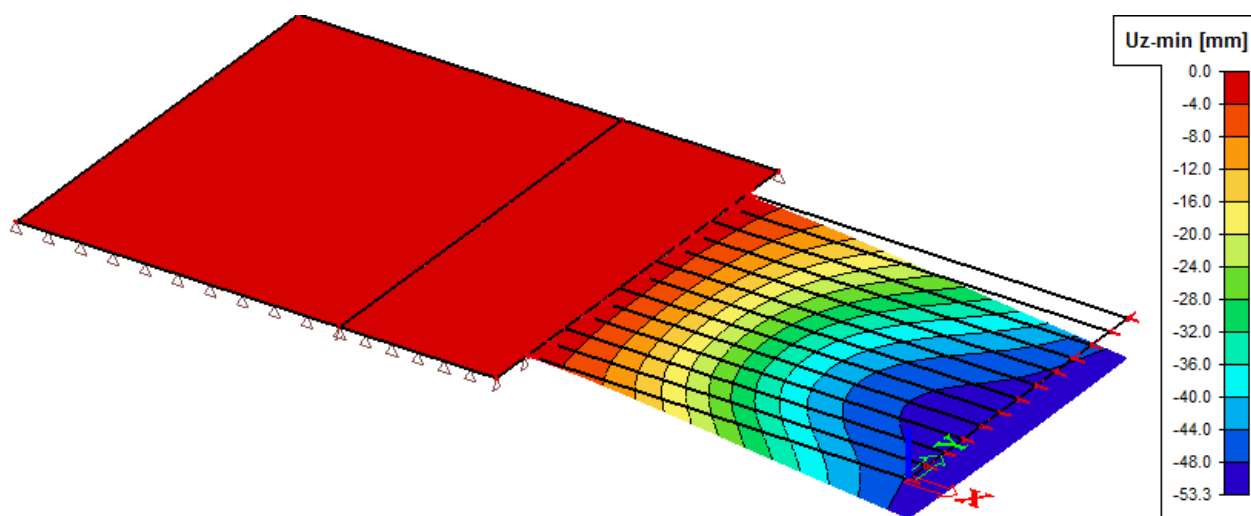
Slika 130: Naprezanja u 2D elementima u smjeru y (MPa)

Uslijed opterećenja kombinacijom  $1,0*(G_0+G_1)+1,3*Q$  u samim 2D elementima javljaju se naprezanja prikazana na Slikama 130. i 131. Očito je da se najveća tlačna naprezanja javljaju u sredini terese, dok su najveća vlačna naprezanja koncentrirana na mjesto kontakta terase i temelja



Slika 131: Posmična naprezanja u 2D elementima u smjeru xy (MPa)

Posmičnih naprezanja u temelju i na kontrateretu skoro pa i nema. Generalno posmična su naprezanja zanemarivo malena u odnosu na normalna. Najveći posmik javlja se na slobodnom kraju terase, na kontaktu konzolnog nosača i ploče.

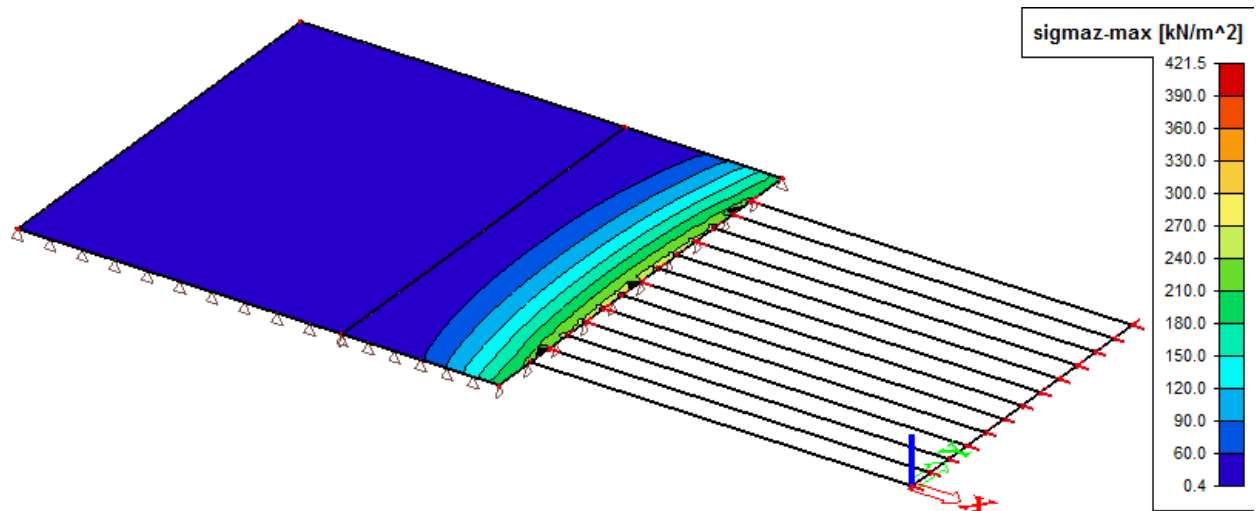


Slika 132: Progib uslijed opterećenja GSU

Za opterećenje GSU javlja se progib na kraju konzole u iznosu od 5,31 cm što je vrlo opasan i značajan progib posebno ako se ima uvid da nije uljučena materijalna nelinearnost.

### 9.3.2. Model sa specifičnom težinom kontratereta $\gamma=3700 \text{ kg/m}^3$

Kako smo prikazali u poglavlju 9.3.1, potrebno je povećanje specifične težine kontratereta. U sljedećem primjeru razmatrali smo utjecaj kontratereta veće specifične težine, točnije  $\gamma=3700 \text{ kg/m}^3$ .



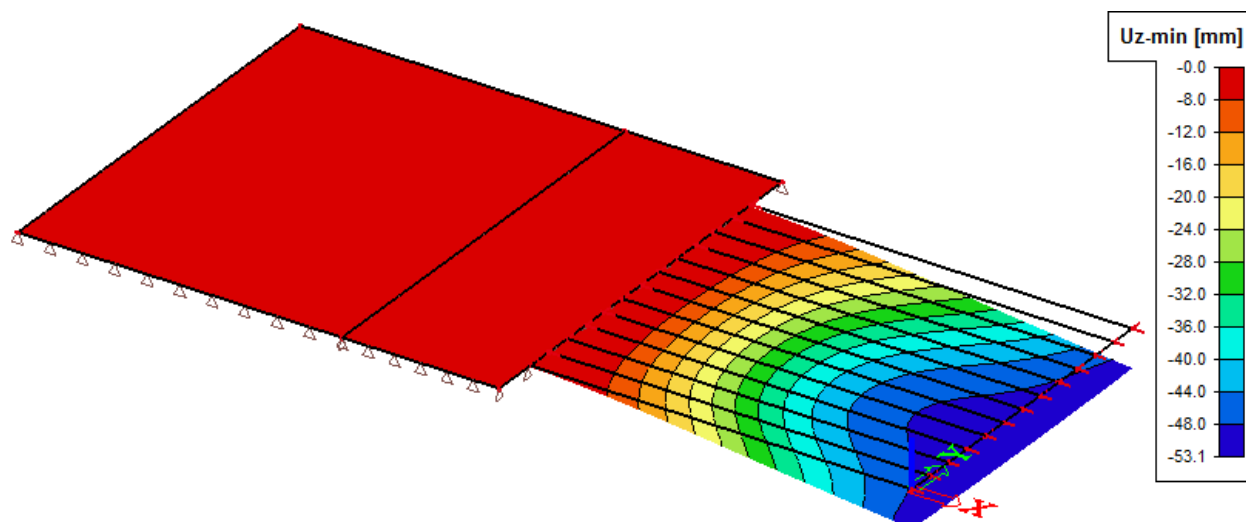
Slika 133: Naprezanja na kontaktu tlo temelj

Prikazana su naprezanja za kombinaciju  $1,0*(G_0+G_1)+1,3*Q$ .

Ono što možemo vidjeti iz kontaktnih naprežanja jest da smo povećanjem specifične uklonili pojavu vlačnih naprežanja u temeljima. Ipak zbog velikog opadanja tlačnog naprežanja u maloj dužini temelja od otprilike 2m, bilo bi poželjno dodatno opteretiti temelje i kontrateret da nebi došlo do odizanja.

Također, bitno je primjetiti da nije prekoračena vlačna nosivost tla od  $800 \text{ kN/m}^2$ .

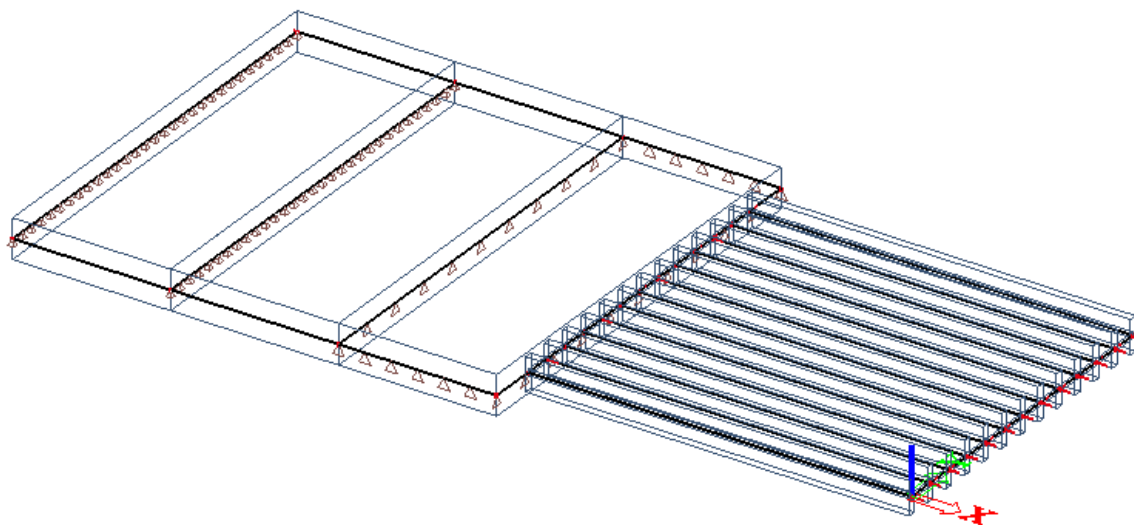
Uslijed opterećenja kombinacijom  $1,0*(G_0+G_1)+1,3*Q$  pri linearnom proračunu promjena svojstva materijala ne utječe na naprežanja u elementima, pa je za očekivati da će i progib biti jednaka kao u slučaju kontratereta specifične težine  $\gamma=2500 \text{ kg/m}^3$ .



Slika 134: Progib uslijed opterećenja GSU

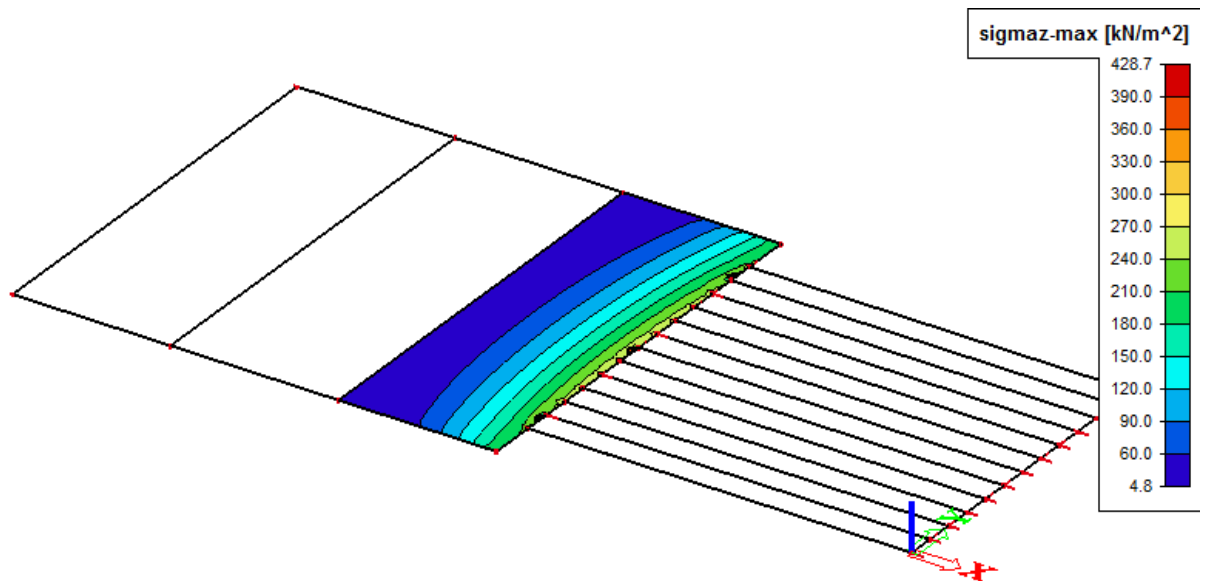
Za opterećenje GSU javlja se progib na kraju konzole u iznosu od 5,31 cm. Ovaj progib jednak je za slučaj iz poglavlja 9. 3. 1.

#### 9.4. Model sa kontrateretom na linijskim osloncima



Slika 135: Aksonometrijski prikaz modela (Scia Engineer 2013.1)

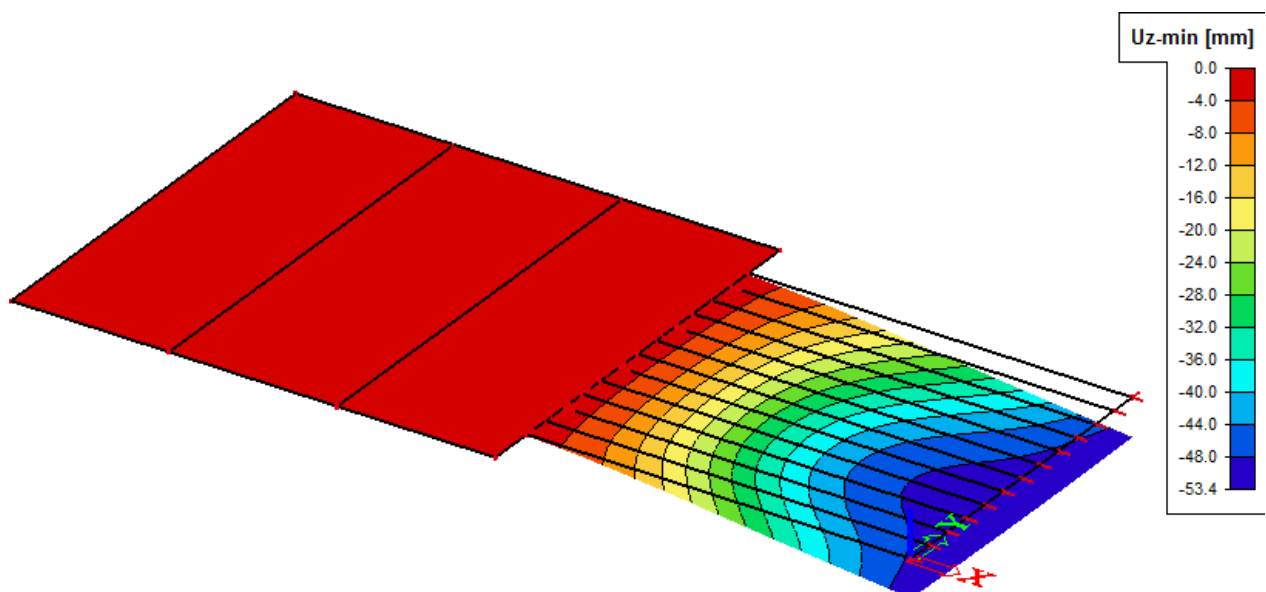
### 9.4.1. Model sa specifičnom težinom kontratereta $\gamma=2500 \text{ kg/m}^3$



Slika 136: Naprezanja na kontaktu tlo – temelj

Očito je dapri opterećenju  $1,0*(G_0+G_1)+1,3*Q$  nije prekoračena vlačna nosivost tla od  $800 \text{ kN/m}^2$ , ali događa se veliki porast naprezanja u maloj dužini temelja od cca.2 m. Ovo nas navodi na zaključak da će doći do odizanja temelja koje moramo izbjeći. Prijedlog rješenja je korištenje materijala veće specifične težine što će se analizirati u poglavlju 9. 4. 2.

Uslijed opterećenja kombinacijom  $1,0*(G_0+G_1)+1,3*Q$  u samim 2D elemntima javljaju se jednka kao i u modelu oslonjenom na tlo.

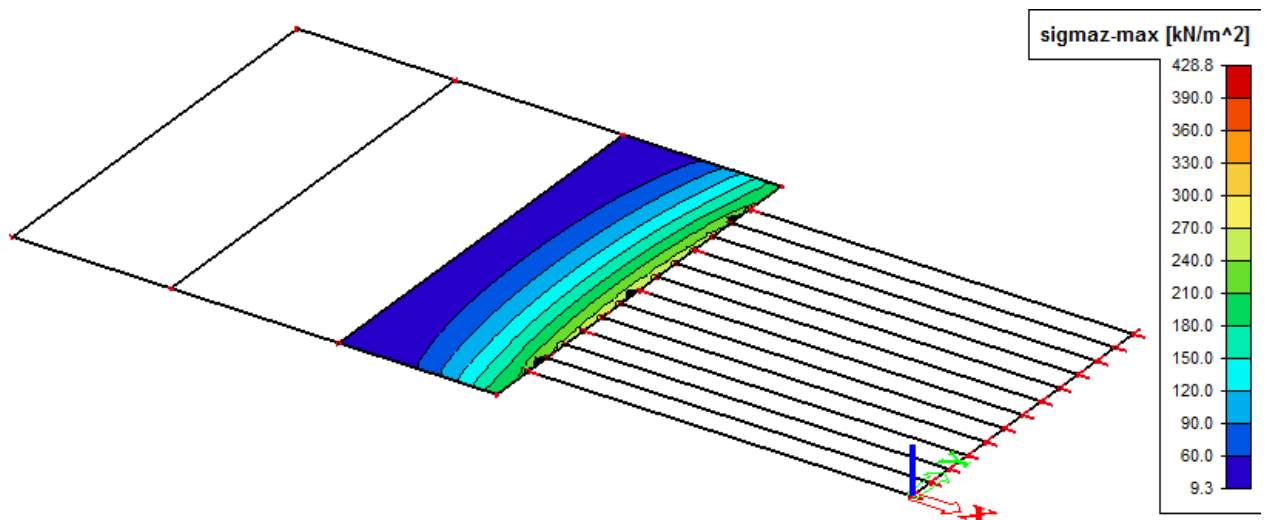


Slika 137: Progib uslijed opterećenja GSU

Za opterećenje GSU javlja se progib na kraju konzole u iznosu od 5,34 cm.

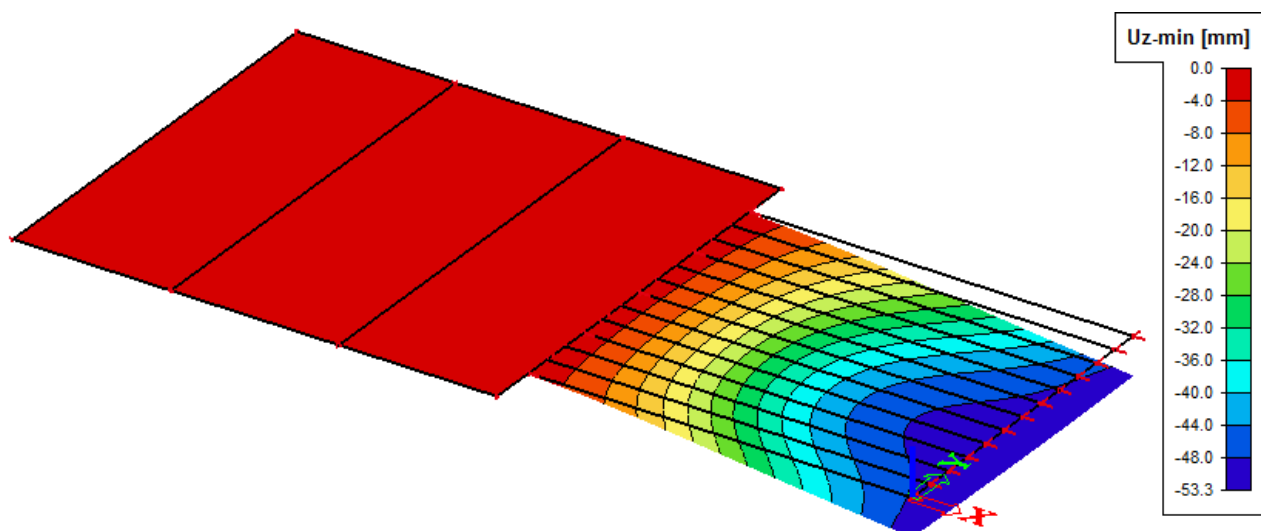
#### 9.4.2. Model sa specifičnom težinom kontratereta $\gamma=3700 \text{ kg/m}^3$

Kako smo prikazali u poglavlju 9.4.1, potrebno je povećanje specifične težine kontratereta. U sljedećem primjeru razmatrali smo utjecaj kontratereta veće specifične težine, točnije  $\gamma=3700 \text{ kg/m}^3$ .



Slika 138: Naprezanja na kontaktu tlo – temelj

Povećanjem specifične težine materijala u ovom smo slučaju imali malen utjecaj na naprezanja koja se javljaju na kontaktu sa tлом. Porast naprezanja idalje se događa u maloj dužini temelja od cca.2 m. Ali uspjeli smo povećati tlačna naprezanja sa 4,8 MPa na 9,3 MPa.



Slika 139: Progib uslijed opterećenja GSU

Iz pokazanih analiza jasno se vidi da se u ovakav model mora uključiti materijalnu nelinearnost koja će sigurno značajno utjecati na veličinu progiba. Vlačna naprezanja na



kontakta sa tlom se mogu isključiti podizanjem težine kontratereta, ali se uočavaju značajna vlačna kontaktna naprezanja između nosača i temelja. Ovdje treba napraviti detaljnu nelinearnu analizu koristeći kontaktne elemente i pažljivo razraditi detalje armiranja.

## 10. ZAKLJUČAK

U prvom dijelu prikazat će se zaključci ovoga rada te prednosti i nedostaci prikazanih proračunskih modela.

U drugom dijelu iznose se preporuke za daljnje analize.

### 10.1. Zaključci

U ovome radu analiziran je konzolni glavni nosač terase velike duljine (približno 10 m). Izvršena je detaljna nelinearna numerička analiza pri čemu smo obratili pažnju na utjecaj izbora diskretizacije, utjecaj materijalne nelinearnosti te dugotrajnih efekata u betonu. Također je izrađen jednostavni prostorni model koji je poslužio za preliminarnu analizu utjecaja kontratereta i dao smjernice za buduću analizu.

Promatrani nosač najprije je diskretiziran štapnim (1D) konačnim elementima. Ovakva analiza obično je dovoljno točna za jednostavnije nosače i inženjersku upotrebu, ali se ne može dovoljno precizno opisati geometrija nosača. Ipak ovakav model najčešće se koristi zbog svoje jednostavnosti i brzine proračuna.

Zatim je analiziran model diskretiziran kvadrilateralnim (2D) konačnim elementima. Ovaj model dao nam je nešto bolji uvid u stvarno stanje u konstrukciji kod pravokutnog poprečnog presjeka i omogućio nam promatranje naprezanja koja se javljaju unutar konzolnog nosača uz napomenu da 2D diskretizacija nije dovoljno dobra pri opisu T poprečnog presjeka. Posljednja analiza vršena je na modelu diskretiziranom kuboidnim konačnim elementima (3D). Ovakav model omogućuje precizniji opis geometrije i detaljnije sagledavanje stanja naprezanja. Promotrimo li samo progibe konstrukcija diskretiziranih različitim konačnim elementima, vidi se da izbor konačnog elementa ima utjecaj na dobiveni progib pa se tako primjećuje da pri diskretizaciji 1D elementima progib konstrukcije je veći nego pri diskretizaciji sustava 2D elementima te posebno 3D elementima. Pri diskretizaciji jednostavnijim konačnim elementima u proračunima smo na strani sigurnosti, ali istovremeno takva analiza manje precizna i lošije će opisati relno ponašanje.

Druga jako bitna analiza u ovome radu, promatranje je utjecaja materijalne nelinearnosti. Svaki nosač analiziran je linearnim i nelinearnim materijalnim modelom.

Promatranjem ovih analiza uočena je manjkavost linearnog proračuna pri analizi ovakvih nosača. Naime, ukoliko ne uključimo materijalnu nelinearnost, ne možemo dobiti realan odgovor konstrukcije posebno veličinu progiba. Također pri linernom proračunu ne vidi se utjecaj armature na nosivost elementa.

Radi bolje preglednosti rezultati nelinearnog proračuna prikazani su dijagramom  $P - \Delta$ , gdje točno možemo vidjeti pri kojem opterećenju dolazi do popuštanja u konstrukciji i kako se konstrukcija ponaša do konačnog sloma ili makar do graničnog stanja nosivosti.

Posljednji promatrani utjecaji su oni dugotrajnih efekata u betonu. Njih je iznimno teško predvidjeti jer ovise o mnogo čimbenika. Dugotrajna vremenska deformacija (viskoelastična deformacija -  $\varepsilon_v$ ) je u stvari deformacija puzanja. U ovom radu taj efekt promatran je kroz progibe koji nastaju uslijed puzanja. Takvi progibi uvijek su veći od onih pri nelinearnom proračunu zato što puzanje izaziva preraspodjelu naprezanja. Pozitivan efekat puzanja je što ono smanjuje koncentraciju naprezanja izazvanu skupljanjem i opterećivanjem. Kako beton stari, cementni kostur očvršćuje i puzanje se smanjuje.

Već u slučaju diskretizacije nosača 1D konačnim elementima pokazana je važnost armature u presjeku. U radu nije detaljno analiziran utjecaj rasporeda armature niti izrada karakterističnih detalja na što bi svakako trebalo obratiti pozornost.

Na samom kraju rada, promatran je pojednostavljeni prostorni model, čija je funkcija bila da vidimo utjecaj kontratereta. Pri toj analizi predložena je moguća izvedba kontratereta, ali s preporukom još detaljniji nelinearnih analiza s posebnim osvrtom na karakteristične detalje.

Također preporuka je da se izvede nadvišenje u oplati kako nebi došlo do sloma konstrukcije uslijed progiba. Za izvođenje ovog nadvišenja neće biti dovoljna konstruktivna armatura u donjoj zoni nosačapa ukoliko se odlučimo na T poprečni presijek bit će potrebno povećati širinu "nožice" na minimalno 30 cm, kako bi se omogućilo pravilno ojačanje armaturom.

## 10.2. Preporuke za daljnje analize

Kako smo se u ovome radu detaljno pozabavili glavnim nosačem duge armiranobetonske terase nismo se dovoljno posvetili prostornom modelu ni utjecaj kontratereta. Preporuka je da se prije izvođenja detaljno razradi prostorni model koji bi

pokazivao utjecaje kontratereta na progibe terase te na tlo, da se obvezno provede nelinearna analiza koja će uključiti materijalnu nelinearnost uz dodani utjecaj dugotrajnih efekata. Preporuča se koristiti preciznije modele za nelinearnu analizu po mogućnosti modele koji uključuju 3D materijalnu nelinearnost betona. Nakon te analize potrebno je razraditi projekt izvođenja detalja, posebno armiranja, odabira odgovarajuće geometrije konzole te plan armature za rješenje nadvišenjem u oplati za dobiveni progib pri nelinearnoj analizi

## **11. GRAFIČKI PRILOZI**

1. Tlocrt temelja ploča iznad temelja – pozicije 000
2. Tlocrt prizemlja
3. Tlocrt krova
4. Karakteristični presjek

## 12. LITERATURA

- [1] M.Galić, Numerički trodimenzionalni model prednapetih betonskih konstrukcija, Magistarski rad (2002.)
- [2] M. Galić, Razvoj nelinearnog 3D numeričkog modela armiranih i prednapetih betonskih konstrukcija, Doktorska disertacija (2006.)
- [3] V. Jović, Uvod u inženjersko numeričko modeliranje (1993.)
- [4] Alen Harapin i Jure Radnić, Osnove betonskih konstrukcija – interna skripta (2013.)
- [5] EN 1990, Osnove projektiranja konstrukcija, CEN – Belgija 2002.
- [6] EN 1991, Osnove proračuna i djelovanja na konstrukcije, CEN – Belgija 2005.
- [7] EN 1992, Projektiranje betonskih konstrukcija, CEN – Belgija 2004.
- [8] EN 1997, Geotehničko projektiranje, CEN – Belgija 2004.
- [9] Dezeen magazine, <http://www.dezeen.com>
- [10] Ivan Tomičić, Betonske konstrukcije, (1996.)
- [11] Ante Mihanović i Boris Trogrlić, Građevna statika II – interna skripta, (2008.)
- [12] <http://what-when-how.com/the-finite-element-method/fem-for-3d-solids-finite-element-method-part-3/>