

# Seizmička analiza jugoistočne kule Dioklecijanove palače u Splitu metodom konačno-diskretnih elemenata

---

**Boban, Ivana**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:*

**University of Split, Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy / Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:123:503988>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-27**



*Repository / Repozitorij:*

[FCEAG Repository - Repository of the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy, University of Split](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

# **DIPLOMSKI RAD**

**Ivana Boban**

**Split, 2024.**

**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

**Ivana Boban**

**Seizmička analiza jugoistočne kule Dioklecijanove  
palače u Splitu metodom konačno–diskretnih  
elemenata**

**Diplomski rad**

**Split, 2024.**



SVEUČILIŠTE U SPLITU  
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA,  
ARHITEKTURE I GEODEZIJE

UNIVERSITY OF SPLIT  
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING,  
ARCHITECTURE AND GEODESY

STUDIJ: SVEUČILIŠNI DIPLOMSKI STUDIJ GRAĐEVINARSTVO  
KANDIDAT: Ivana Boban  
MATIČNI BROJ: 0083225612  
KATEDRA: Katedra za teoriju konstrukcija  
KOLEGIJ: Dinamika konstrukcija i potresno inženjerstvo

## ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD

Tema: Seizmička analiza jugoistočne kule Dioklecijanove palače u Splitu metodom konačno – diskretnih elemenata

Opis zadatka: Na osnovu zadane geometrije jugoistočne kule Dioklecijanove palače u Splitu potrebno je napraviti proračunski model i izvršiti analizu seizmičke otpornosti predmetne građevine u računalnom programu "Y-2D" koristeći metodu konačno – diskretnih elemenata. Seizmičku analizu provesti koristeći zapise ubrzanja tri potresa: Petrovac, Campano Lucano i South Iceland. Dobivene rezultate je potrebno analizirati i donijeti zaključak o ponašanju i nosivosti konstrukcije izložene seizmičkom opterećenju.

U Splitu, ožujak 2024.

Mentor:  
izv. prof. dr. sc. Ivan Balić

Komentor:  
izv. prof. dr. sc. Hrvoje Smoljanović

Predsjednik Povjerenstva za završne i  
diplomske ispite studija Građevinarstvo:  
izv. prof. dr. sc. Ivan Balić



SVEUČILIŠTE U SPLITU  
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA,  
ARHITEKTURE I GEODEZIJE

UNIVERSITY OF SPLIT  
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING,  
ARCHITECTURE AND GEODESY

## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

kojom ja, Ivana Boban, JMBAG: 0083225612, studentica Fakulteta građevinarstva, arhitekture i geodezije Sveučilišta u Splitu, kao autorica ovog diplomskog rada izjavljujem da sam ga izradila samostalno pod mentorstvom izv. prof. dr. sc. Ivana Balića / komentorstvom izv. prof. dr. sc. Hrvoja Smoljanovića.

U radu sam primijenila metodologiju znanstvenoistraživačkog rada i koristila literaturu koja je navedena na kraju rada. Tuđe spoznaje, zaključke, teorije, formulacije i grafičke prikaze koje sam izravno ili parafrazirajući navela u radu citirala sam i povezala s korištenim bibliografskim jedinicama.

---

(vlastoručni potpis studentice)

## **Seizmička analiza jugoistočne kule Dioklecijanove palače u Splitu metodom konačno – diskretnih elemenata**

### ***Sažetak:***

U ovom radu provedena je analiza zidane konstrukcije jugoistočne kule Dioklecijanove palače u Splitu izložene seizmičkom djelovanju. Analiza je provedena pomoću programa "Y-2D" koji se bazira na metodi konačno–diskretnih elemenata. Korišteni su zapisi izmjerenih ubrzanja tla za tri potresa: Petrovac (Crna Gora, 1979.), Campano Lucano (Italija, 1980.) i South Iceland (Island, 2000.). Rezultati numeričkih simulacija daju uvid u ponašanje promatrane kamene zidane konstrukcije tijekom potresnog djelovanja.

### ***Ključne riječi:***

Metoda konačno – diskretnih elemenata, kamena zidana konstrukcija, seizmičko djelovanje, vršno ubrzanje, pomak, pukotina

## **Seismic analysis of the Southeast tower of Diocletian's Palace in Split by the finite-discrete element method**

### ***Abstract:***

This paper presents an analysis of the masonry structure of the southeastern tower of Diocletian's Palace in Split exposed to seismic action. The analysis was performed using the "Y-2D" program, which is based on the finite-discrete element method. Records of measured ground accelerations for three earthquakes were used: Petrovac (Montenegro, 1979.), Campano Lucano (Italy, 1980.) and South Iceland (Iceland, 2000.). The results of numerical simulations provide an insight into the behavior of the observed stone masonry structure during the seismic action.

### ***Keywords:***

Finite-discrete element method, stone masonry structures, seismic activity, peak acceleration, displacement, crack

# S a d r Ź a j

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. UVOD .....</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1 Jugoistočna kula Dioklecijanove palače.....                              | 1         |
| 1.2 Zidane konstrukcije .....  | 3         |
| 1.3 Metode seizmičkog proračuna zidanih konstrukcija .....                   | 4         |
| 1.3.1 Metoda konačnih elemenata .....  | 5         |
| 1.3.2 Metoda diskretnih elemenata .....                                      | 5         |
| <b>2. METODA KONAČNO - DISKRETNIH ELEMENATA .....</b>                        | <b>7</b>  |
| 2.1. Primjena diskretizirane kontaktne sile u 2D.....                        | 8         |
| 2.2. Deformabilnost konačnih elemenata .....                                 | 10        |
| 2.3. Prijelaz iz kontinuuma u diskontinuum.....                              | 11        |
| <b>3. PRIMJENA KOMBINIRANE METODE KONAČNO-DISKRETNIH<br/>ELEMENATA .....</b> | <b>12</b> |
| 3.1. Ulazni podaci.....  | 12        |
| 3.2. Numerički model .....   | 14        |
| 3.3. Seizmičko opterećenje .....   | 15        |
| <b>4. REZULTATI NUMERIČKIH ANALIZA.....</b>                                  | <b>16</b> |
| 4.1 Rezultati analiza za potres Petrovac .....                               | 16        |
| 4.2 Rezultati analiza za potres Campano Lucano.....                          | 19        |
| 4.3 Rezultati analiza za potres South Iceland. ....                          | 22        |
| <b>5. ANALIZA NUMERIČKIH REZULTATA .....</b>                                 | <b>25</b> |
| <b>6. ZAKLJUČAK.....</b>   | <b>28</b> |
| <b>Literatura.....</b>   | <b>29</b> |

## 1. UVOD

### 1.1 Jugoistočna kula Dioklecijanove palače

Dioklecijanova palača u Splitu u svojoj originalnoj formi imala je ukupno šesnaest kula. Četiri su bile veće ugaone kule na svakom kutu palače, a ostalih dvanaest je bilo raspoređeno unutar palače. Jugoistočna kula, koja je predmet istraživanja ovog rada, jedna je od četiri ugaone kule.

Prvotna uloga kule je bila obrana Palače, posebno prilaza s mora. U srednjem vijeku kula je bila u sklopu nadbiskupijskog kompleksa, a nakon selidbe nadbiskupije koristila se kao stambeni prostor. Nakon obnove kule u dvadesetom stoljeću prostorije su se koristile u svrhu uprave Mediteranskih igara u Splitu, te kao izložbene prostorije Arheološkog muzeja. [1]

Pretpostavka istraživača je da je kula u izvornom stanju imala prizemlje i tri kata, a dan danas je sačuvana u visini prizemlja i dva kata. [2]

Kula je izgrađena od bijelog vapnenca, koji je karakterističan za arhitekturu tog vremena u Dalmaciji. Danas je jugoistočna kula, kao dio Dioklecijanove palače, zaštićeni kulturni spomenik i dio UNESCO-ve svjetske baštine.



*Slika 1: Jugoistočna kula u Splitu*





*Slika 2: Južno pročelje kule*



*Slika 3: Kameni blokovi*

## 1.2 Zidane konstrukcije

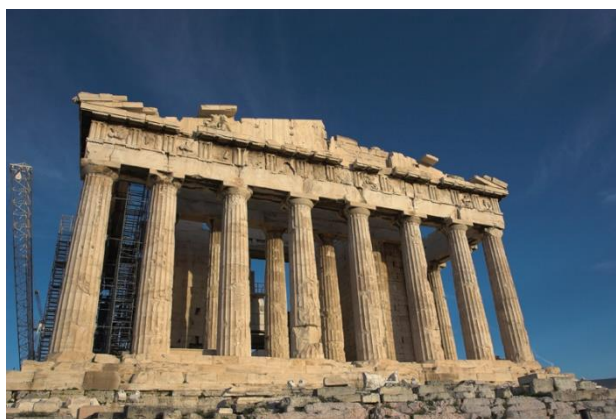
Zidanje je jedna od najstarijih i najraširenijih građevinskih tehnika, a očuvano je sve do danas. Temelji se na slaganju pojedinačnih komada, bilo od prirodnog ili umjetnog kamena (opeke, blokovi i slično), prema određenim pravilima. Ovi komadi su međusobno povezani odgovarajućim vezivnim materijalom (mortom) kako bi formirali čvrstu cjelinu. Takve konstrukcije obično su vrlo trajne. [3]

U početku se za elemente gradnje koristio prirodni kamen ili osušeni komadi gline, a razvojem graditeljstva i ljudskih vještina su se počeli koristiti sve pravilniji i čvršći elementi. Razlog široke rasprostranjenosti i dugotrajne tradicije zidarske tehnike prvenstveno je jednostavnost, ali i dugovječnosti zidanih konstrukcija. Zidanjem su se gradile povijesne građevine, kao što su Koloseum, Partenon, Kineski zid, koje su dan danas stare nekoliko stotina ili tisuća godina i imaju izrazitu važnost za povijest i kulturu.

Usprkos jednostavnosti zidanih konstrukcija, razumijevanje ponašanja tih konstrukcija u seizmički aktivnim područjima je vrlo kompleksno. To je zbog same forme zidane konstrukcije, koja zbog sljubnica između blokova prikazuje izuzetno nelinearno ponašanje. Potrebno je detaljnije razmotriti i proučiti ponašanje zidanih konstrukcija uslijed seizmičkog djelovanja kako bi se smanjila oštećenja konstrukcija i očuvala kulturna baština. [4]



a)



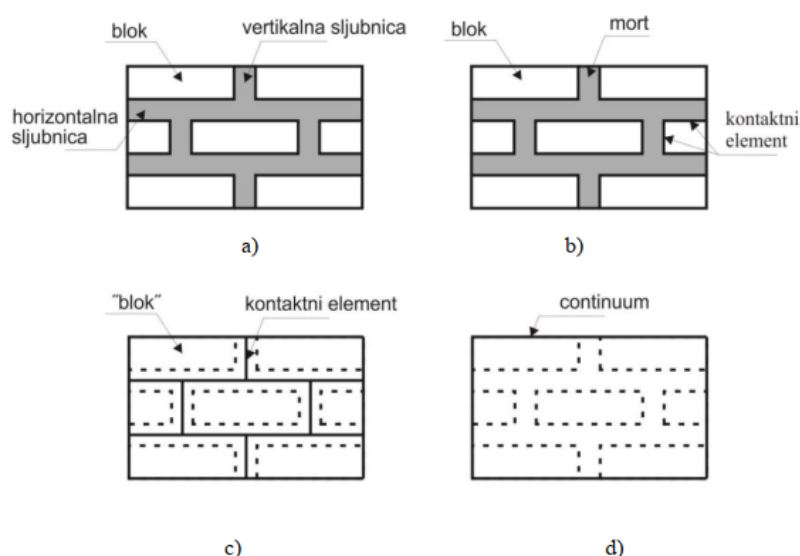
b)

Slika 4. Stare kamene konstrukcije: a) Koloseum u Rimu, b) Partenon u Ateni

### 1.3 Metode seizmičkog proračuna zidanih konstrukcija

Zidane konstrukcije su često krute i imaju specifična ponašanja pod dinamičkim opterećenjem, što ih čini izazovnim za analizu. Sljubnice između blokova predstavljaju najslabiji dio konstrukcije i znatno otežavaju numeričko modeliranje. [6] Metode za seizmičku analizu moguće je podijeliti na linearne i nelinearne. U linearne spada pojednostavljena ekvivalentna statička analiza, a u nelinearne statička metoda postupnog guranja i metoda analize odgovora u vremenu. Jedna od često korištenih numeričkih metoda je dinamička analitička metoda, koja koristi zapise potresa za simulaciju dinamičkog ponašanja konstrukcije. Cilj te metode je predvidjeti odgovor konstrukcije na dinamičku pobudu i odrediti minimalnu vrijednost horizontalne ubrzanja podloge koja dovodi do sloma konstrukcije.

Modeliranje zidanih konstrukcija se može podijeliti na mikromodeliranje pojedinačnih komponenata i na makromodeliranje zida kao cjeline. [6] Kod makromodeliranja konstrukcija se promatra kao homogena cjelina, gdje su svojstva morta i blokova jednoliko raspoređena po konstrukciji. Taj pristup je pogodan za analizu većih i složenijih konstrukcija. Kod detaljnog mikromodeliranja mort i blok se promatraju odvojeno, diskretizirani su konačnim elementima, a njihova veza pomoću kontaktnih elemenata. Taj pristup se koristi za modeliranje manjih konstrukcijskih detalja. U pojednostavljenom mikromodeliranju blok se modelira pomoću konačnih elemenata, a veza morta i bloka s kontaktnim elementima. Nedostatak ovog pristupa je gubitak točnosti zbog toga što se Poissonov koeficijent u mortu ne uzima u obzir, a utječe na čvrstoću konstrukcije. [4]



Slika 5. Razine modeliranja zidanih konstrukcija: a) predložak zidane konstrukcije, b) detaljno mikro modeliranje, c) pojednostavljeno mikro modeliranje, d) makro modeliranje [4]

### 1.3.1 Metoda konačnih elemenata

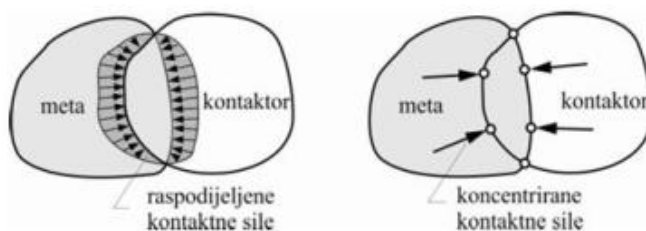
Metoda konačnih elemenata jedna je od najčešće korištenih metoda za proračun svih konstrukcija, pa tako i zidanih. Ona omogućava modeliranje složenih oblika i konstrukcija diskretizacijom na manje, jednostavnije dijelove, poznate kao konačni elementi. Kontinuum se dijeli na konačne elemente zamišljenim linijama ili ploham, a elementi su međusobno povezani točkama koji se nazivaju čvorovi. Kako bi dobili što točnije rezultate analize potrebno je koristiti precizan model konstrukcije, te koristiti finiju mrežu konačnih elemenata.

Na metodi konačnih elemenata je razvijen niz numeričkih modela, a razlikuju se prema vrsti konačnih elemenata i prema karakteristikama materijala koji može biti linearan ili nelinearan. Diskretizacija konstrukcije pomoću skeletnog sustava i uporabom linijskih konačnih elemenata je najjednostavniji način za modeliranje konstrukcija. Također su razvijeni modeli s prostornim linijskim elementima, modeli s ekvivalentnim okvirnim sustavom, dok se kod analize starih kamenih konstrukcija koriste dvodimenzionalni i trodimenzionalni konačni elementi. [4]

### 1.3.2 Metoda diskretnih elemenata

Metoda diskretnih elemenata omogućava krajnje pomake i rotacije diskretnih tijela uz njihovo odvajanje, te prepoznaje nove kontakte između tijela tijekom proračuna. [7] Konstrukcija se promatra kao skup zasebnih blokova koji su međusobno povezani kontaktnim elementima. Metoda omogućuje prikazivanje rušenja konstrukcije zbog rotacije, klizanja i udarnog opterećenja. Prikladna je kod modeliranja zidanih konstrukcija na pojednostavljenoj mikrorazini tako što se blokovi prikazuju kao diskretni elementi koji su međusobno povezani kontaktnim elementima. Kako bi se preciznije modelirala struktura, i mrti i blokovi se diskretiziraju u više manjih elemenata.

Kod proračuna kontaktnih sila, Cundall i Hart su kontakte podijelili na krute i meke. Kod krutih kontakata nema preklapanja diskretnih elemenata, dok se kod mekih dopušta preklapanje. Kod mekih kontakata kontaktna sila može biti raspodijeljena ili koncentrirana.



Slika 6. Raspodijeljena i koncentrirana kontaktna sila [5]

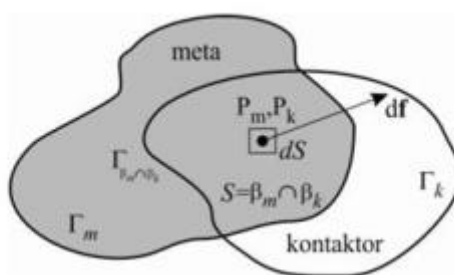
Metoda nije prikladna za tipove konstrukcija u kojima se stanje naprezanja i deformacija ne zanemaruju, jer nije u mogućnosti detaljno opisati stanje naprezanja i deformacija pojedinog diskretnog elementa, a to je presudno u analizi pojava i širenja pukotina.

Kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata omogućuje sveobuhvatnu analizu ponašanja zidanih konstrukcija u linearno-elastičnoj fazi, nastanak i razvitak pukotina, gubitak energije pri nelinearnim efektima. Metoda se temelji na diskretizaciji blokova mrežom konačnih elemenata, a između blokova su kontaktni elementi. Na taj način se opisuje materijalna nelinearnost i pojava nastanka pukotina u konstrukciji. [5]

Cilj ovog rada je analiza zidane kule izložene seizmičkoj aktivnosti koristeći računalni program Y-2D [10] koji se temelji na FEM/DEM metodi.

## 2. METODA KONAČNO - DISKRETNIH ELEMENATA

Metoda konačno–diskretnih elemenata kombinacija je metode konačnih elemenata (FEM) i metode diskretnih elemenata (DEM). Osnovna ideja metode konačno-diskretnih elemenata je prikazati odnos između diskretnih elemenata, pri čemu se svaki diskretni element dalje podijeli na konačne elemente. Mrežom konačnih elemenata unutar svakog diskretnog elementa omogućava se njegova deformabilnost. Materijalna nelinearnost, koja uključuje pojavu pukotina i podjelu diskretnih elemenata, modelira se korištenjem kontaktnih elemenata između konačnih elemenata. Za identifikaciju diskretnih elemenata koji se nalaze jedan pored drugog, i u isto vrijeme eliminaciju onih parova koji nisu dovoljno blizu, odnosno nisu u kontaktu, koristi se pojam detekcije kontakata. Nakon što se otkriju parovi koji se dodiruju u kontaktu, koristi se pojam interakcije, kojom se određuje kontaktna sila, pri čemu se jedan element označava kao kontaktor, a drugi kao meta. [5]



Slika 7. Kontaktna diferencijalna sila u okolini točaka  $P_m$  i  $P_k$  [5]

Točke  $P_m$  i  $P_k$  su točke gdje dolazi do preklapanja kontaktora i mete. Površina  $S$  je kontaktna površina na kojoj se preklapaju kontaktor i meta i omeđena je granicom. Za izračun kontaktne sile definirana su potencijalna polja  $\varphi_k$  i  $\varphi_m$  te njihova vrijednost opada udaljavanjem od središta elementa. Diferencijalna sila se može iskazati izrazom:

$$df_k = [\text{grad}\varphi_k(P_m) - \text{grad}\varphi_m(P_k)] dS \quad (1)$$

Kako bi se dobila ukupna kontaktna sila izraz 1 je potrebno integrirati preko površine  $S$ .

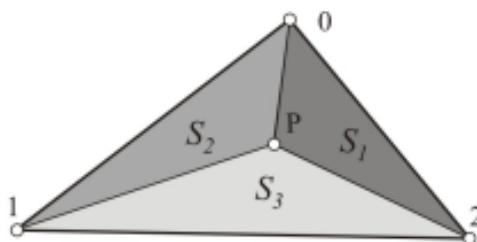
$$f_k = \int_{S=\beta_m \cap \beta_k}^0 [\text{grad}\varphi_k - \text{grad}\varphi_m] dS \quad (2)$$



## 2.1. Primjena diskretizirane kontaktne sile u 2D

S obzirom na činjenicu da problemi konačno-diskretnih elemenata obuhvaćaju značajan broj odvojenih tijela koji se modeliraju diskretnim elementom, pa zatim dijele na jedan ili više konačnih elemenata, za izračun kontaktnih sila u svakom vremenskom koraku potreban je značajan broj kontaktnih parova. Kako bi se smanjilo ukupno vrijeme analize i povećala učinkovitost, potrebno je odabrati najjednostavniji mogući konačni element koji će zadovoljiti sve potrebne zahtjeve. Iz tog razloga, gotovo za sve 2D probleme se za ulogu konačnog elementa koristi najjednostavniji tročvorni trokutni element. [5]

Polje kontaktnih sila je konzervativno polje, jer su sile dobivene kao gradijent potencijalne funkcije. Poznavajući zakon o očuvanju energije, ukupna energija u sustavu prije i poslije kontakta mora biti ista. Iz toga proizlazi činjenica da vrijednost potencijala na rubnim točkama kontaktora i mete mora biti konstantna.



Slika 8. Potencijal  $\varphi$  u točki P konačnog elementa [5]

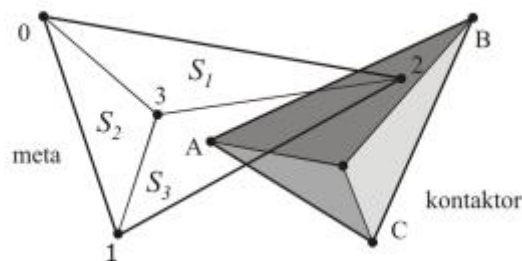
Za trokutne konačne elemente potencijal u točki P konačnog elementa se može prikazati izrazom:

$$\varphi(P) = \min\{3S_1/S, 3S_2/S, 3S_3/S\} \quad (3)$$

$S_1, S_2$  i  $S_3$  predstavljaju površine podtrokuta što se vidi iz Slike 8.

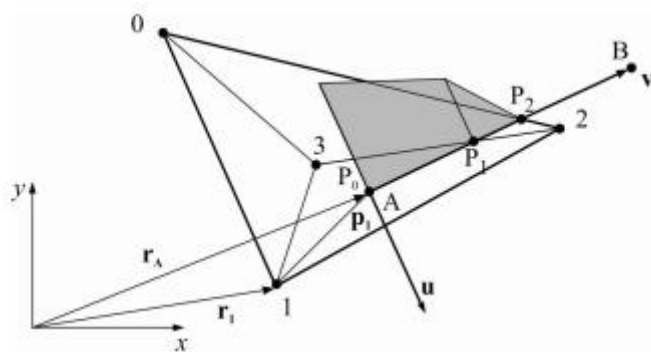
Kako je ranije spomenuto, interakcija između dva trokutna elementa se prikazuje interakcijom trokuta kontaktora s rubovima trokuta mete, i trokuta mete s rubovima trokuta kontaktora. [5]

Na slici 9 prikazan je kontakt dva konačna trokutna elementa.



Slika 9. Kontakt kontaktora i mete [5]

Na brid AB se uvodi lokalni koordinatni sustav  $uv$ .



Slika 10. Distribucija kontaktnih sila [5]

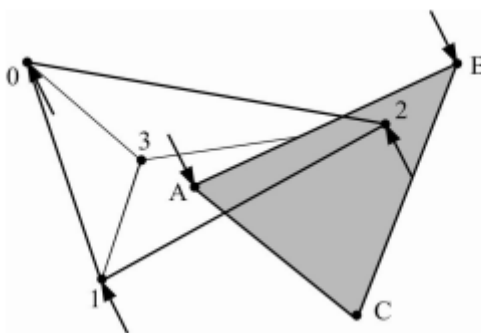
Kako bi se odredila ukupna kontaktna sile duž brida AB, prvenstveno je potrebno definirati karakteristične točke; P0, P1 i P2. Potencijal u tim točkama se izračunava primjenom interpolacije između čvorova 0, 1 i 2 u kojima je potencijal jednak 0 s čvorom 3 u kojem je vrijednost potencijala 1. Iznos ukupne kontaktne sile označava površina dijagrama potencijala  $\varphi$  na slici 10, što je navedeno u sljedećem izrazu:

$$f_{k,AB} = \frac{1}{u^2} \cdot u \int_0^L p_0 \varphi(v) dv \quad (4)$$

$p_0$  označava *penalty* koeficijent, a  $u^2$  da  $u$  i  $v$  nisu jedinični vektori [3].

Dobivene kontaktne sile su prikazane kao čvorne sile na vrhovima A i B, zajedno sa čvornim silama u vrhovima konačnog elementa mete. (slika 11.)





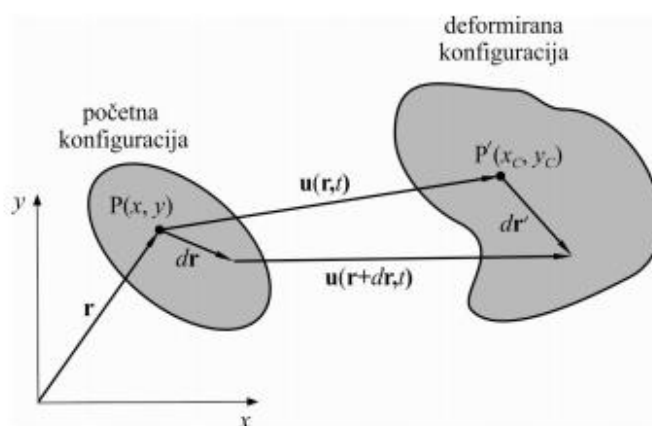
Slika 11. Ekvivalentne čvorne sile [5]

Nakon završetka postupka za bridove kontaktora, ponavlja se isti postupak za bridove mete. [5]

## 2.2. Deformabilnost konačnih elemenata

Svojstvo deformabilnih tijela je to što njihove točke mogu mijenjati položaj u prostoru, što uzrokuje pomake istih. Pomaci deformabilnih tijela se dijele na pomake krutog tijela što uključuje rotaciju i translaciju i pomaci koji uzrokuju deformaciju, tj. promjenu volumena i oblika tijela.

S obzirom da se deformabilno tijelo sastoji od skupa točaka koje su omeđene vanjskom konturom, taj skup točaka će u bilo kojem trenutku formirati istu krivulju ili plohu kao što je to bio slučaj u početnoj konfiguraciji, prije deformacije.



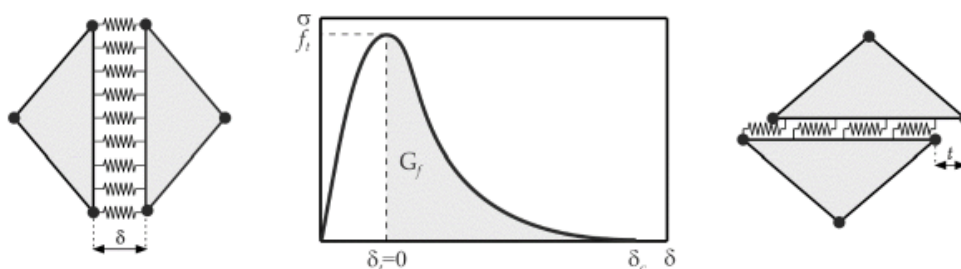
Slika 12. Deformabilno tijelo u početnoj i deformiranoj konfiguraciji [5]

### 2.3. Prijelaz iz kontinuuma u diskontinuum

Kod kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata prijelaz iz kontinuuma u diskontinuum se odvija procesima loma i fragmentacije. Metoda se temelji na simulaciji loma masivnog sustava koji počinje s malim brojem, a može završiti s velikim brojem diskretnih elemenata. Pukotine se pojavljuju kao posljedica oštećenja, popuštanja ili sloma mikrostrukturnih elemenata materijala. Kako bi se opisala pojava pukotina na konstrukciji, u obzir je bitno uzeti vrstu materijala, promjenu polja naprezanja i deformacija i nastale koncentracije opterećenja. [5]

Nastanak i razvoj pukotina u FEM/DEM metodi postiže se kroz model diskretnih pukotina, koji je ugrađen u kontaktne elemente između mreže konačnih elemenata. [3] Model se temelji na aproksimaciji krivulje naprezanje-deformacija za beton u vlaku, a također se koristi i za materijale kao što je kamen (slika 13.b). Kao što se vidi na slici, dijagram je podijeljen na dva dijela. U lijevom području naprezanje raste sve do dostizanja graničnog naprezanja, te je dijagram linearan dok se ne dosegne granica plastičnosti i deformacije rastu sve do nastanka pukotina, a zatim, u desnom području pri padu naprezanja deformacije rastu.

Kako bi se prikazao nastanak i širenje pukotina u materijalu pri vlaku i posmiku formuliran je model pukotine. Kao što je prikazano na slikama 13.a i 13.c, za prikaz se koristi model opruga na rubu konačnog elementa.



Slika 13. a) normalna opruga, b) vlačno omekšanje prikazano u relaciji naprezanje – deformacija, c) posmična opruga [8]

### 3. PRIMJENA KOMBINIRANE METODE KONAČNO-DISKRETNIH ELEMENATA

U ovom radu je izvršena seizmička analiza Jugoistočne kule, koja je sastavni dio Dioklecijanove palače u Splitu. Analiza je izvršena pomoću računalnog programa Y-2D, koji se temelji na FEM/DEM metodi. Program je razvijen u sklopu knjige „The combined finite-discrete element method“, autora dr.sc. Antonija Munjize.

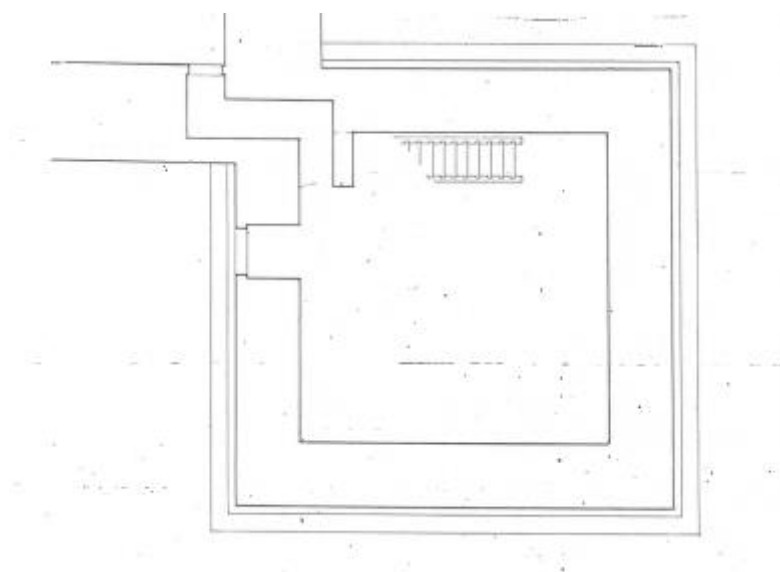
#### 3.1. Ulazni podaci

Kao osnova ovog rada za provedbu ispitivanja uzeti su nacrti pretpostavljenog izvornog stanja kule iz Neobjavljenih studija 1985. autora J. Marasovića (slika 14. i 15.).

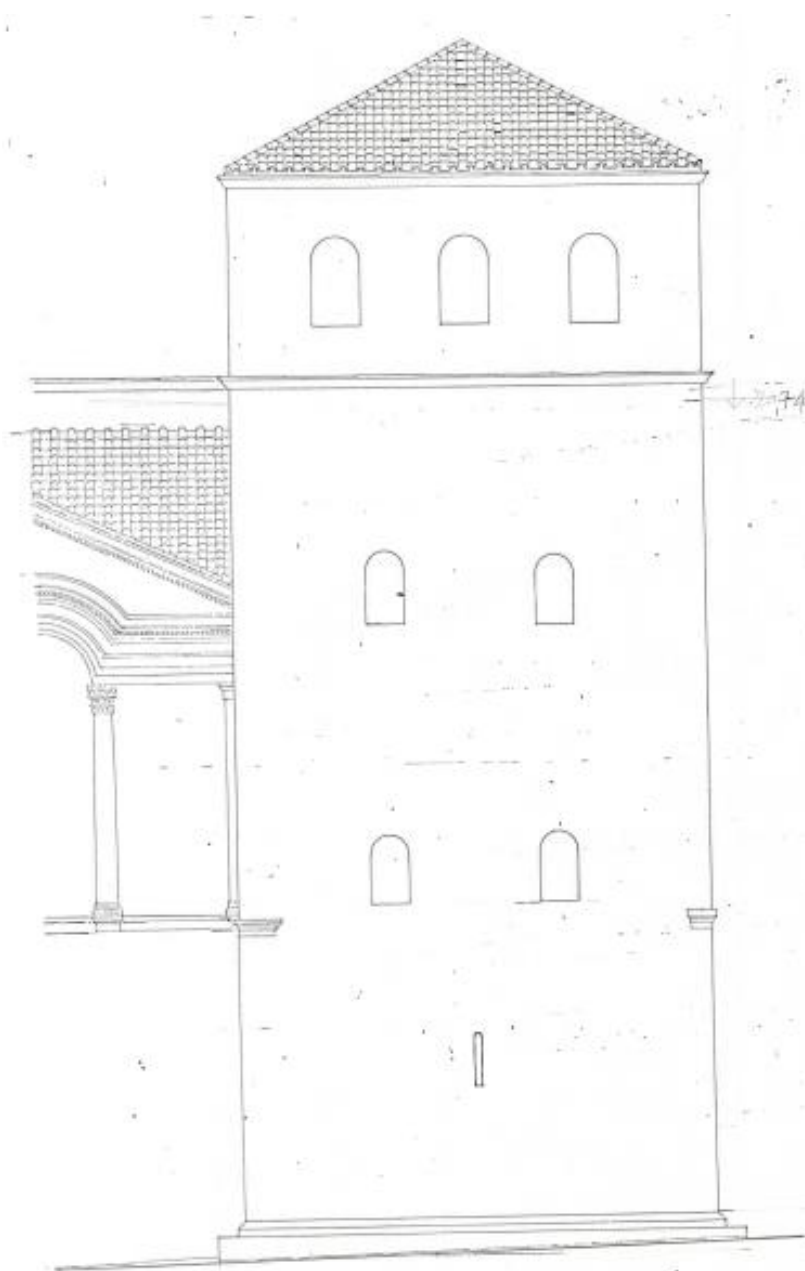
Kula je sagrađena od kamenih (vapnenačkih) blokova, čije su karakteristike prikazane u tablici 1.

| Modul elastičnosti E (MPa) | Gustoća $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) | Statički koeficijent trenja $\mu_{st}$ | Dinamički koeficijent trenja $\mu_{din}$ | Koeficijent prigušenja $\bar{\mu}$ |
|----------------------------|-------------------------------------|--|--|------------------------------------|
| 48400                      | 2700                                | 0.6                                    | 0.6                                      | $4.5 \times 10^6$                  |

Tablica 1. Mehaničke karakteristike kamena



Slika 14. Tlocrt prizemlja kule [2]

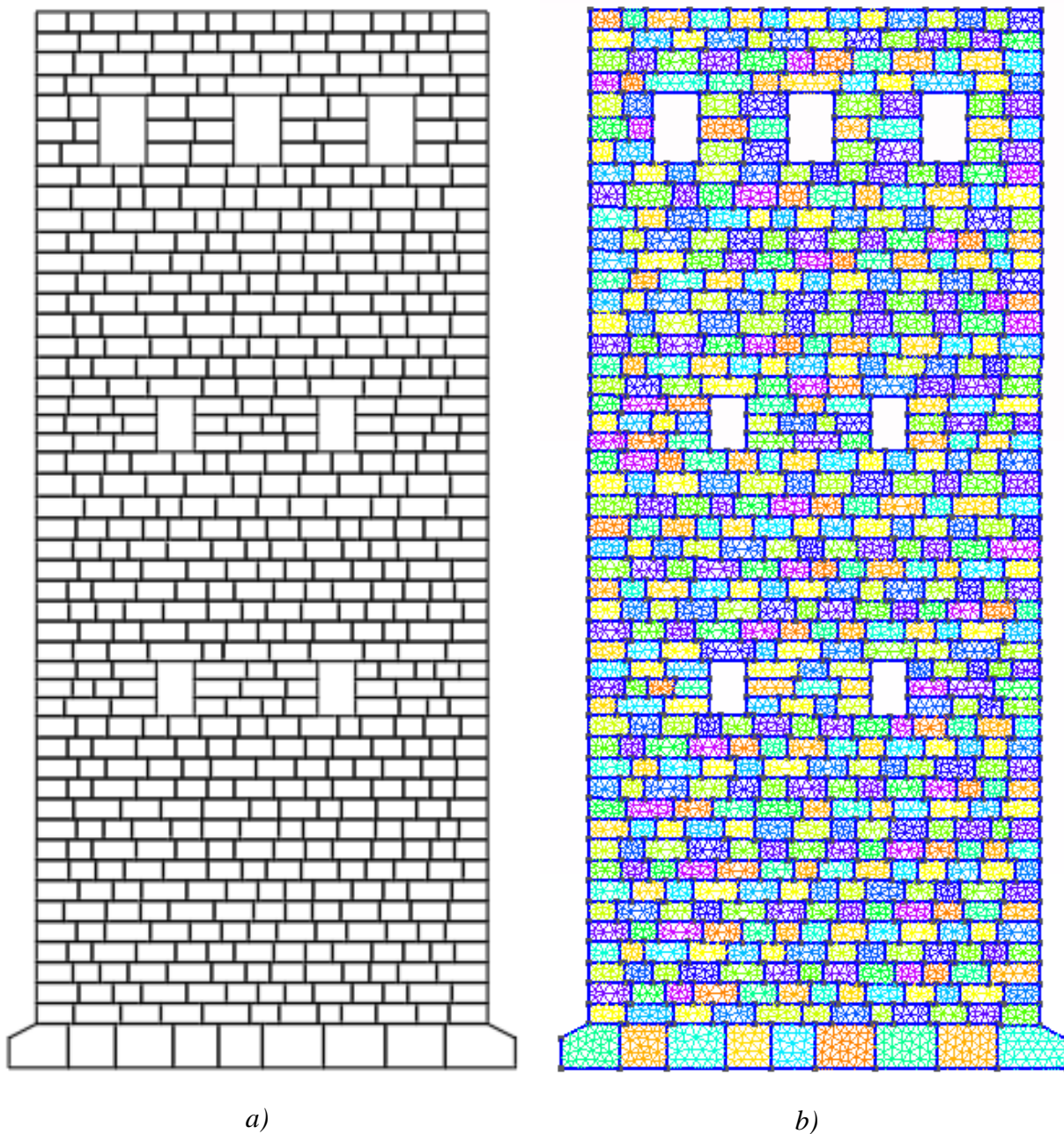


*Slika 15. Nacrt južnog pročelja kule [2]*

Kod seizmičke analize u obzir nisu uzeti istaci i ukrasi na konstrukciji, kao ni krov kule. Prema nacrtima pretpostavljenog izvornog stanja kule, visina bez krova je iznosila 26.5 metara.

### 3.2. Numerički model

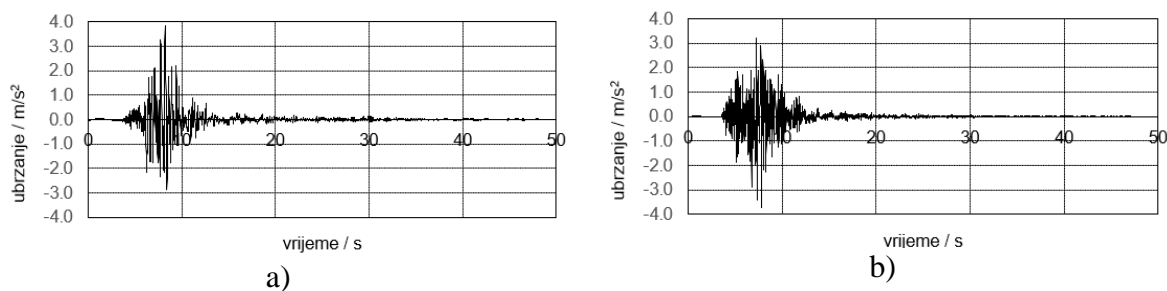
U numeričkom modelu jugoistočne kule Dioklecijanove palače, koji je prikazan na slici 16. svaki kameni blok je tretiran kao diskretni element koji je dodatno diskretiziran na trokutne konačne elemente za potrebe analiziranja naprezanja i deformacija.



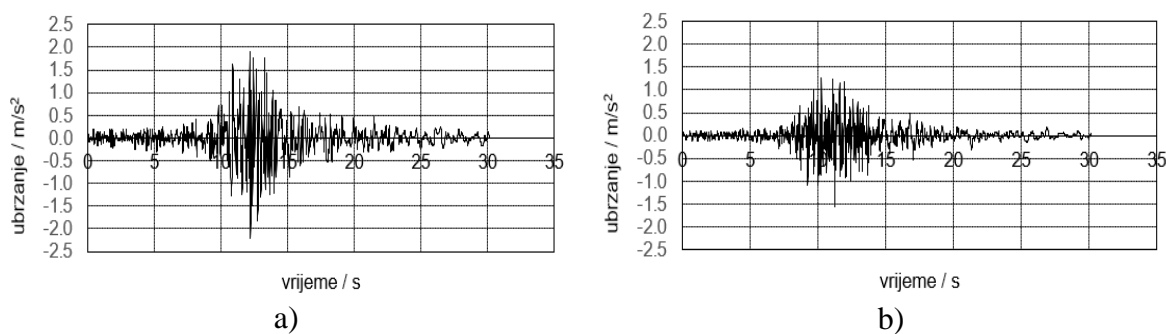
Slika 16. Numerički model; a) podjela na diskretne elemente; b) diskretizacija na konačne elemente [7]

### 3.3. Seizmičko opterećenje

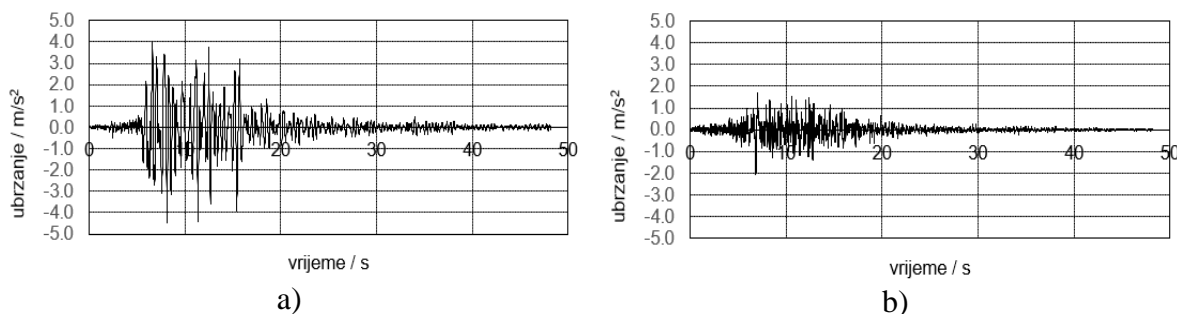
Za potrebe proračuna, konstrukcija je izložena seizmičkom opterećenju. Korišteni su zapisi ubrzanja tla tri potresa; Petrovac (1979.), Campano Lucano (1980.) i South Iceland (2000.). Na slikama u nastavku su prikazani vremenski zapisi horizontalne i vertikalne komponente ubrzanja za sva tri potresa.



Slika 17. Zapis ubrzanja tla za potres Petrovac; a) horizontalna komponenta; b) vertikalna komponenta



Slika 18. Zapis ubrzanja tla za potres Campano Lucano; a) horizontalna komponenta; b) vertikalna komponenta



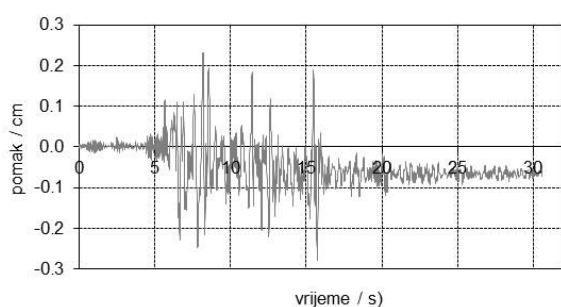
Slika 19. Zapis ubrzanja tla za potres South Iceland; a) horizontalna komponenta; b) vertikalna komponenta

## 4. REZULTATI NUMERIČKIH ANALIZA

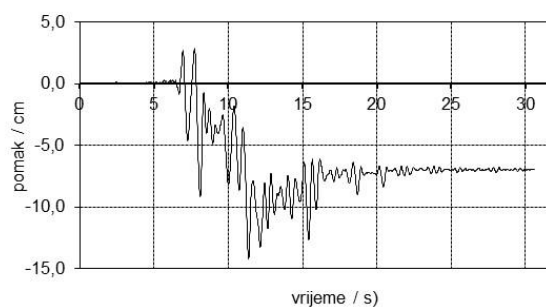
Rezultati proračuna za svaki potres te svako ubrzanje su prikazani u obliku dijagrama pomaka konstrukcije u vremenu. Također su prikazane slike konstrukcije pri nastanku i širenju pukotina i na kraju seizmičkog djelovanja.

### 4.1 Rezultati analiza za potres Petrovac

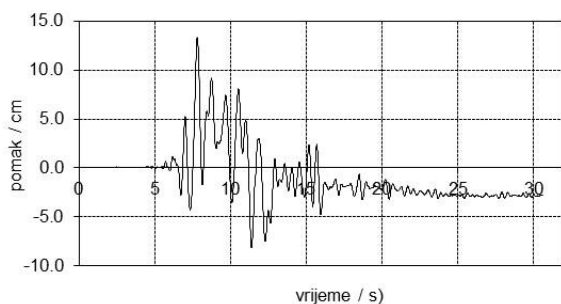
Seizmička analiza kule za zapis potresa Petrovac je izvršena za deset vršnih ubrzanja;



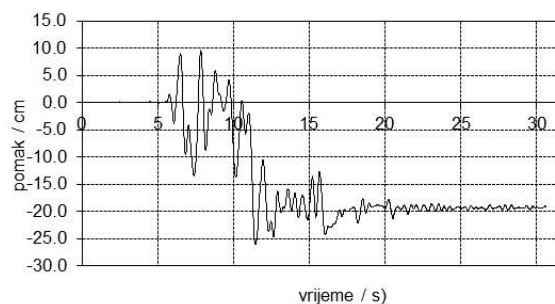
a) vršno ubrzanje 0.22 g



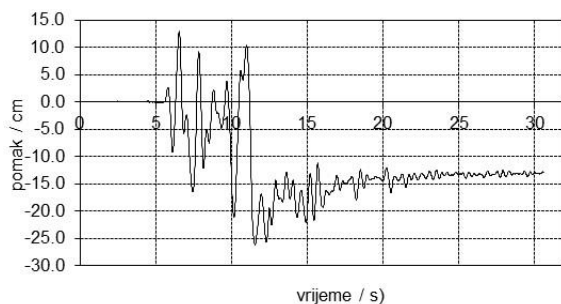
b) vršno ubrzanje 0.35 g



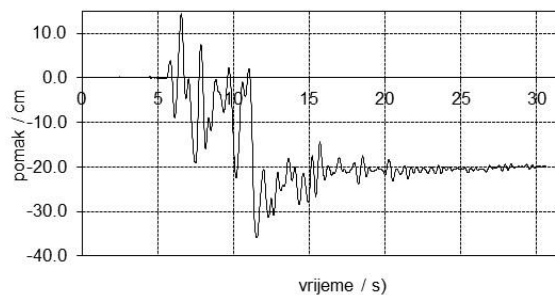
c) vršno ubrzanje 0.5 g



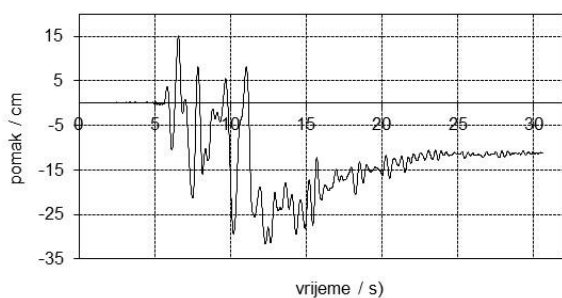
d) vršno ubrzanje 0.75 g



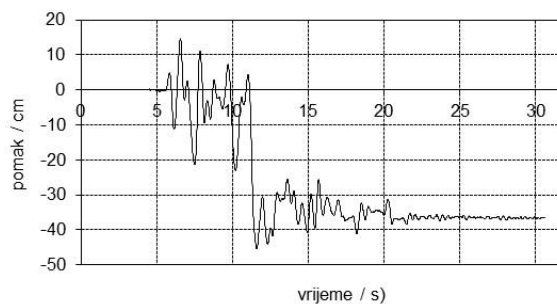
e) vršno ubrzanje 1.0 g



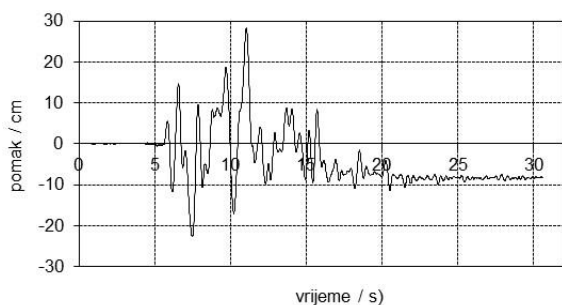
f) vršno ubrzanje 1.1 g



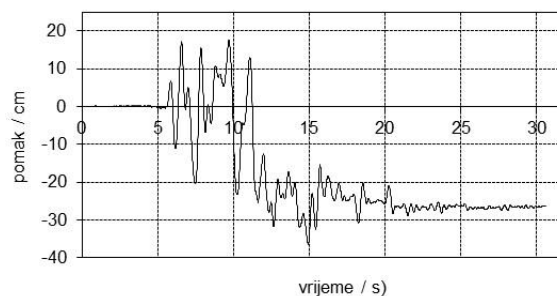
g) vršno ubrzanje 1.2 g



h) vršno ubrzanje 1.3 g



i) vršno ubrzanje 1.4 g



j) vršno ubrzanje 1.5 g

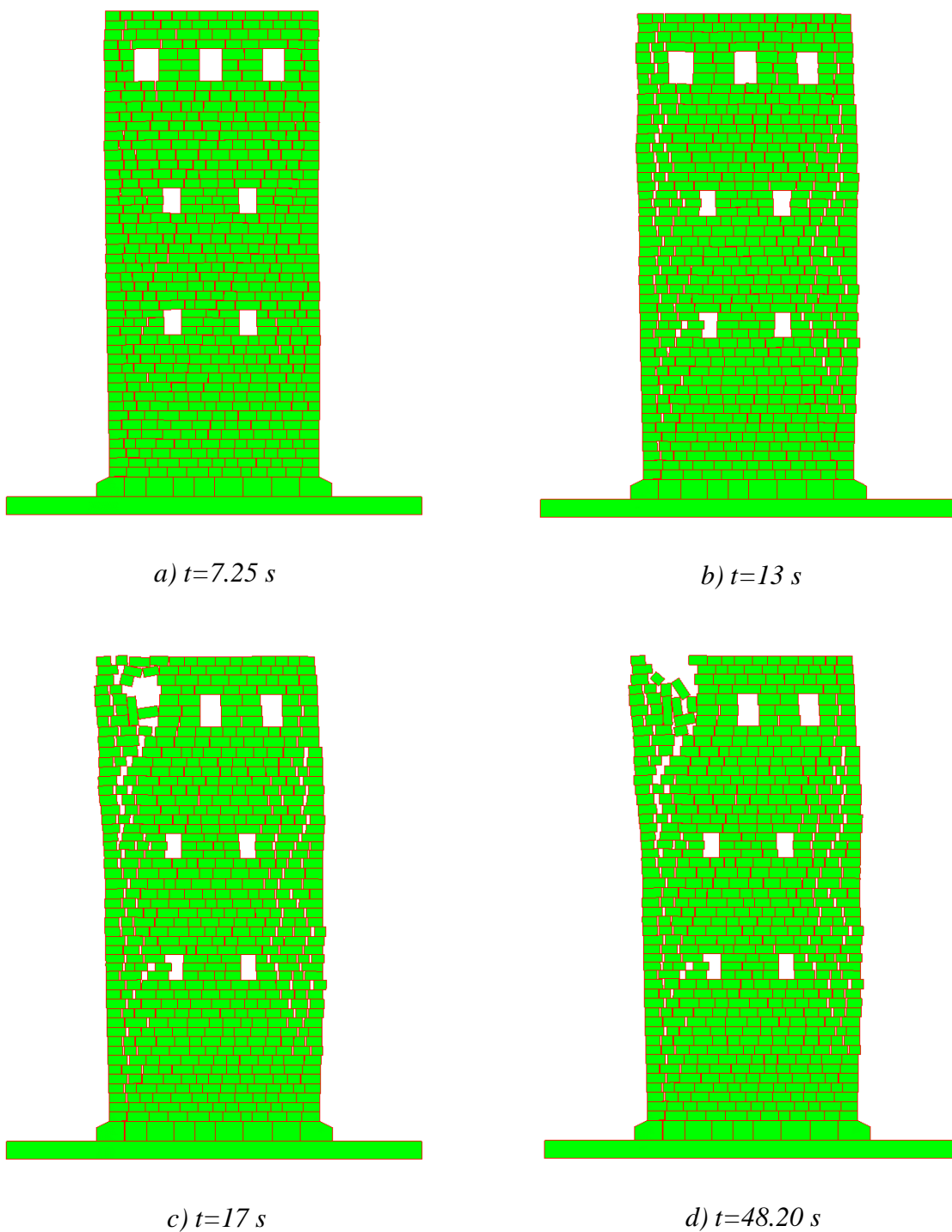
Slika 20. Zapisi pomaka vrha konstrukcije uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla

Kao što se vidi prema slici 20.a), za vršno ubrzanje od  $a_g=0.22$  g konstrukcija ima maksimalni pomak od 0.29 cm koji postiže oko  $t=16$  s, dok trajni pomak koji dobiva iznosi otprilike 0.06 cm.

Za vršna ubrzanja  $a_g=0.35$  g i  $a_g=0.5$  g dolazi do vrlo sličnih maksimalnih pomaka vrha konstrukcije od 13, odnosno 14 cm, dok vrijeme postizanja maksimalnog pomaka varira. Trajni pomak je veći kod ubrzanja  $a_g=0.35$  g nego što je kod  $a_g=0.5$  g i iznosi oko 7 cm. Za ubrzanja od  $a_g=0.75$  g i  $a_g=1.0$  g maksimalni pomak je narastao do 26 cm, dok trajni pomak kod ubrzanja  $a_g=0.75$  g iznosi 19 cm. Pri daljnjem povećanju ubrzanja tla sve više dolazi do izražaja nelinearno ponašanje konstrukcije pri potresnom djelovanju. Konstrukcija maksimalni pomak od 45 cm postiže pri ubrzanju tla  $a_g=1.3$  g, dok trajni pomak iznosi 36 cm. Također, konstrukcija ima veći maksimalni pomak pri ubrzanju  $a_g=1.4$  g nego za  $a_g=1.5$  g, dok je trajni pomak veći pri ubrzanju od  $a_g=1.5$  g i iznosi 27 cm.

Na slici 21. je prikazano ponašanje konstrukcije pri vršnom ubrzanju tla  $a_g=1.5$  g. Prikazano je postupno razdvajanje blokova i širenje pukotina, sve do konačnog sloma konstrukcije. Do razdvajanja blokova dolazi u  $t=7.25$  s, te se nastavlja u idućih par sekunda. U  $t=17$  s dolazi do gubitka stabilnosti konstrukcije, a nakon 20. sekunde konstrukcija postiže trajni pomak.

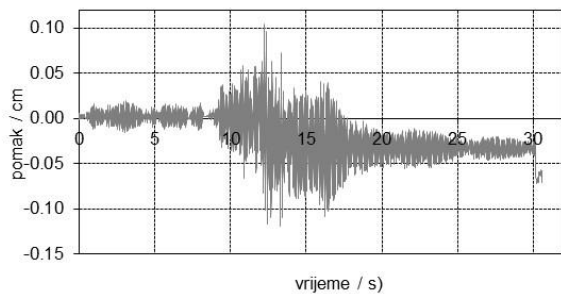




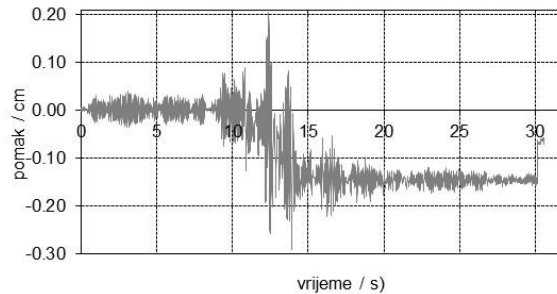
Slika 21. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju  $a_g=1.5\text{ g}$

## 4.2 Rezultati analiza za potres Campano Lucano

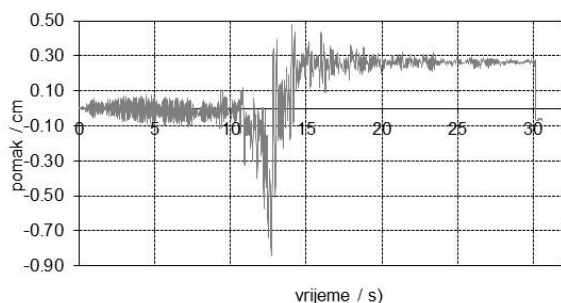
Za zapis potresa Campano Lucano provedena je seizmička analiza za jedanaest vrijednosti vršnog ubrzanja.



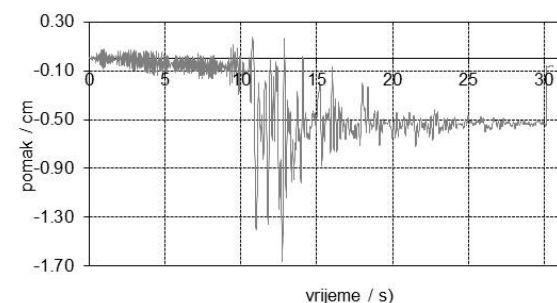
a) vršno ubrzanje 0.22 g



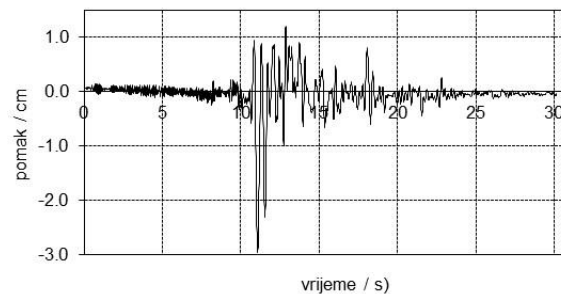
b) vršno ubrzanje 0.5 g



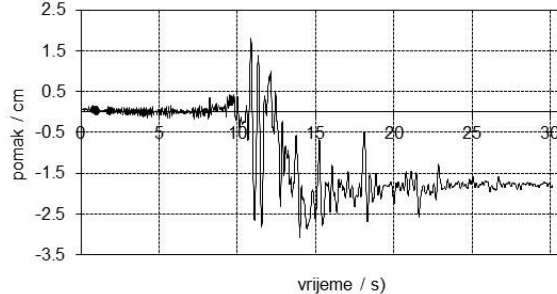
c) vršno ubrzanje 1.0 g



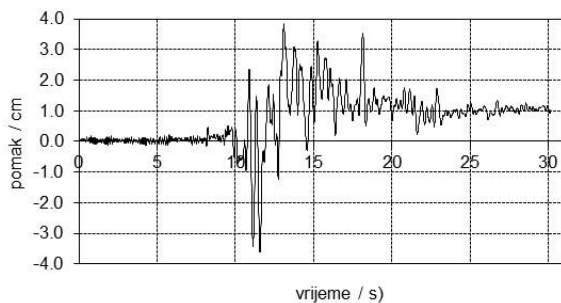
d) vršno ubrzanje 1.5 g



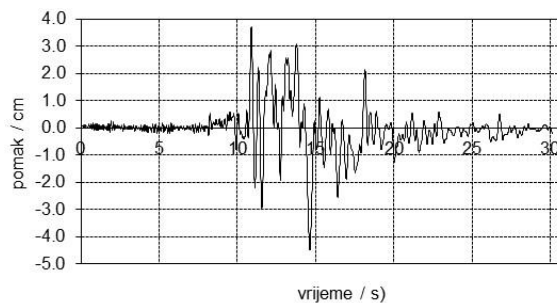
e) vršno ubrzanje 2.0 g



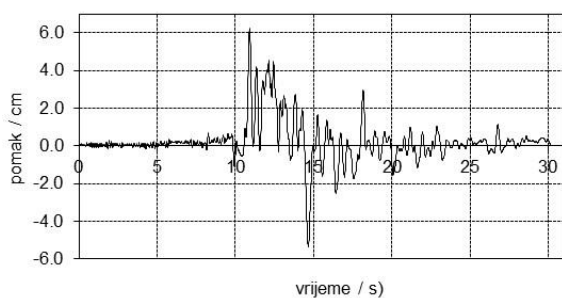
f) vršno ubrzanje 2.4 g



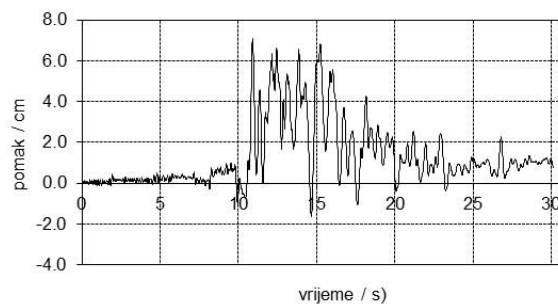
g) vršno ubrzanje 3.0 g



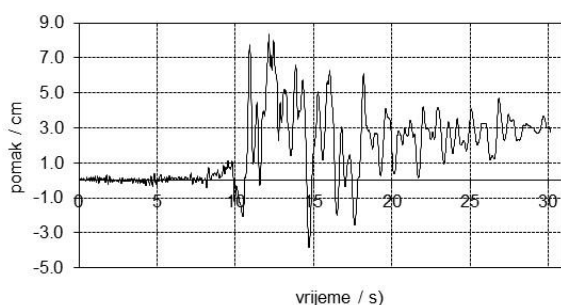
h) vršno ubrzanje 3.5 g



i) vršno ubrzanje 4.0 g



j) vršno ubrzanje 4.5 g

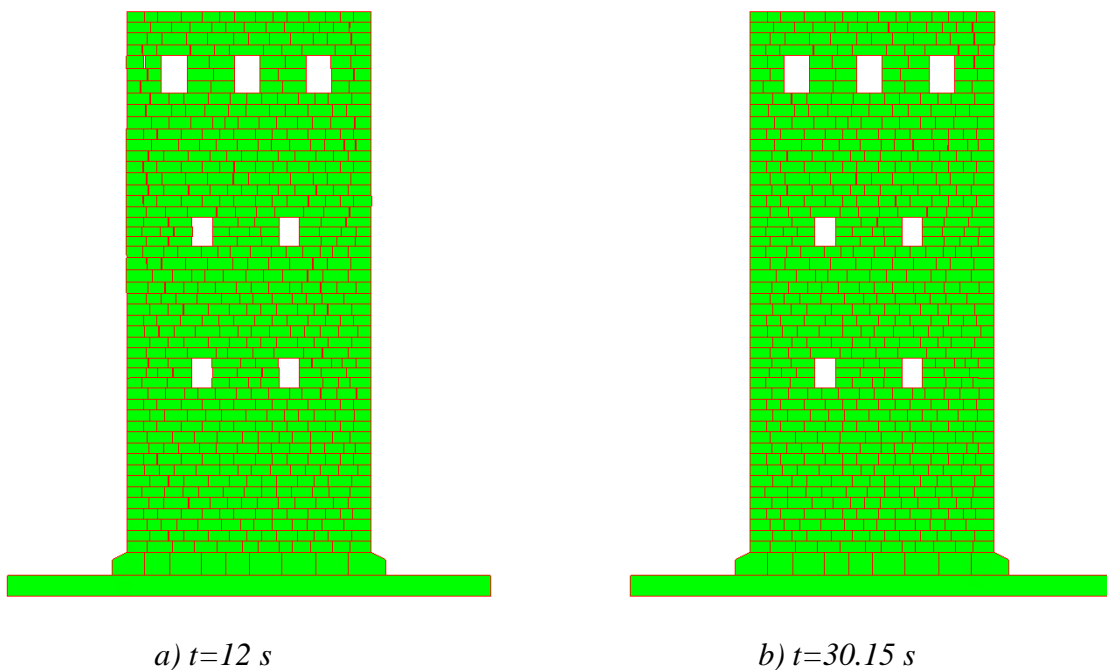


k) vršno ubrzanje 5.0 g

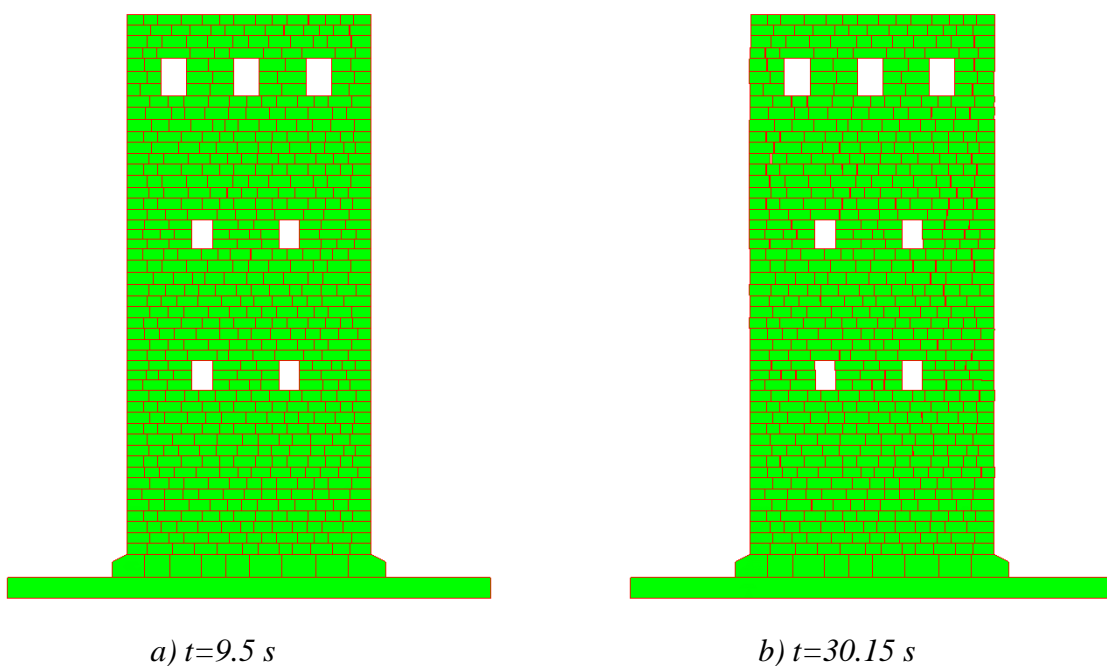
Slika 22. Zapisi pomaka vrha konstrukcije uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla

Prema slici 22. vidimo da za ubrzanje  $a_g=0.22$  g maksimalni pomak vrha konstrukcije iznosi 0.12 cm i postignut je u  $t=12$  s. Pri ubrzanju od  $a_g=0.5$  g maksimalni pomak iznosi 0.29 cm. Promatrajući sve grafove vidimo da kako se povećavala vrijednost vršnog ubrzanja tla, tako se povećavao i maksimalni pomak vrha konstrukcije. Također vidimo kako se za sva ubrzanja tla maksimalni pomak postizao u vremenskom rasponu između  $t=10$  s i  $t=15$  s. Najveći pomak konstrukcija je postigla pri ubrzanju  $a_g=5.0$  g, te on iznosi 8.5 cm.

Na slikama 23. i 24. je prikaz nastanka pukotina konstrukcije pri vršnim ubrzanjima  $a_g=1.4$  g i  $a_g=1.5$  g. Uslijed potresnog djelovanja je došlo do razdvajanja blokova konstrukcije, no konstrukcija nije izgubila stabilnost čak ni pri ubrzanju tla  $a_g=1.5$  g.



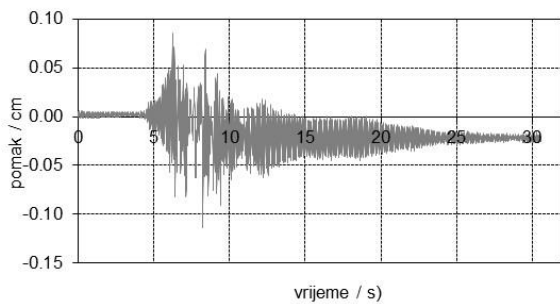
Slika 23. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju  $a_g=4.5\text{ g}$



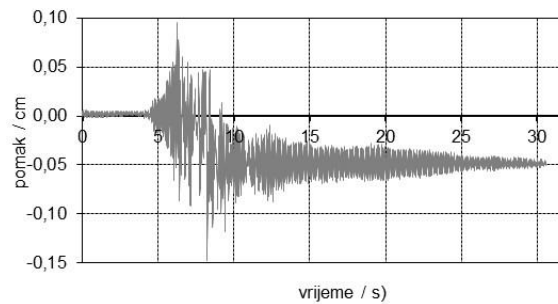
Slika 24. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju  $a_g=5.0\text{ g}$

### 4.3 Rezultati analiza za potres South Iceland.

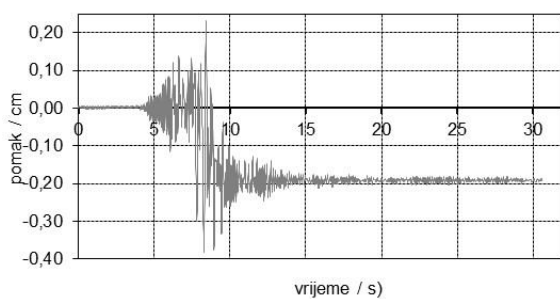
Za zapis potresa South Iceland provedena je seizmička analiza za dvanaest vrijednosti vršnog ubrzanja.



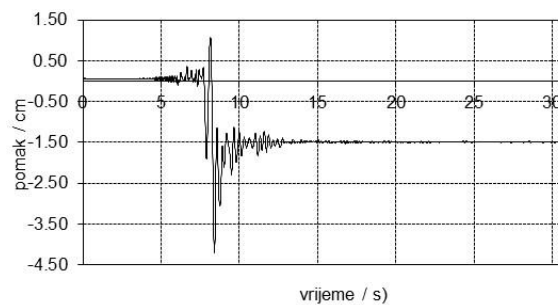
a) vršno ubrzanje 0.22 g



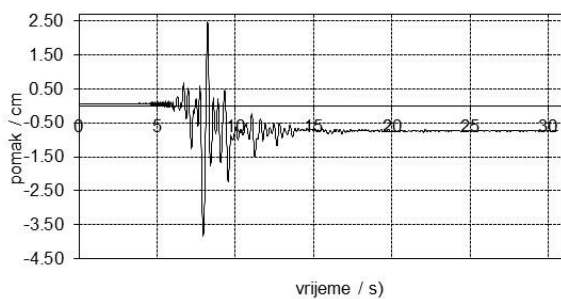
b) vršno ubrzanje 0.25 g



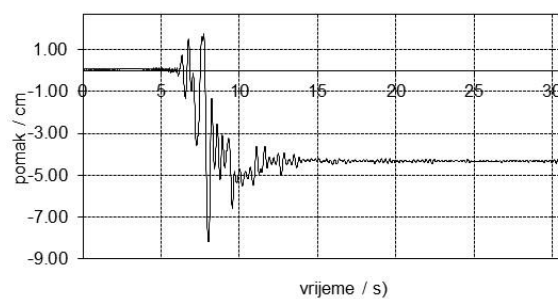
c) vršno ubrzanje 0.5 g



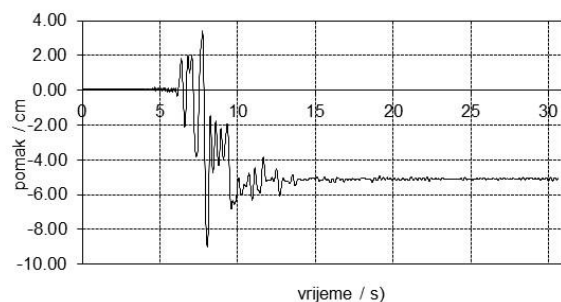
d) vršno ubrzanje 0.75 g



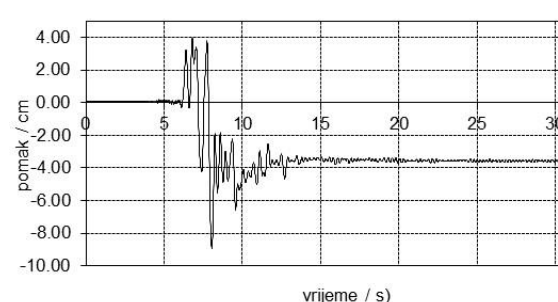
e) vršno ubrzanje 1.0 g



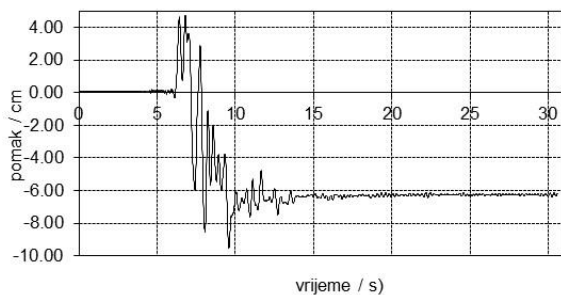
f) vršno ubrzanje 1.5 g



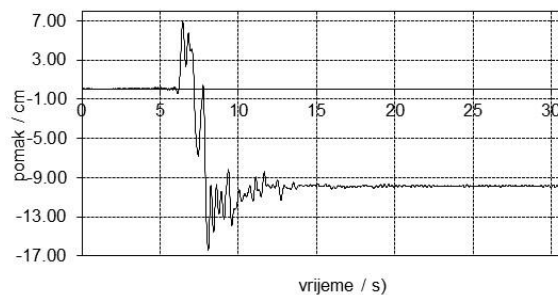
g) vršno ubrzanje 1.75 g



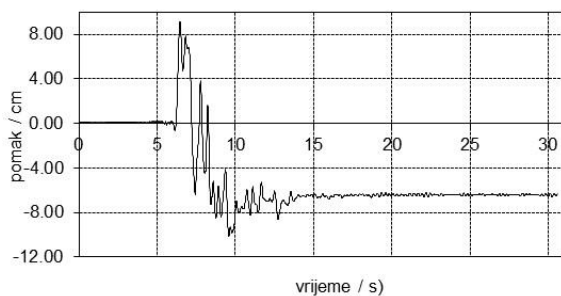
h) vršno ubrzanje 2.0 g



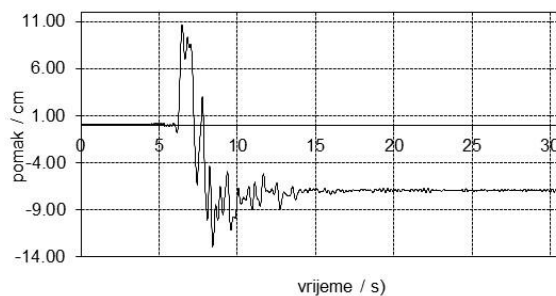
i) vršno ubrzanje 2.25 g



j) vršno ubrzanje 2.5 g



k) vršno ubrzanje 2.75 g

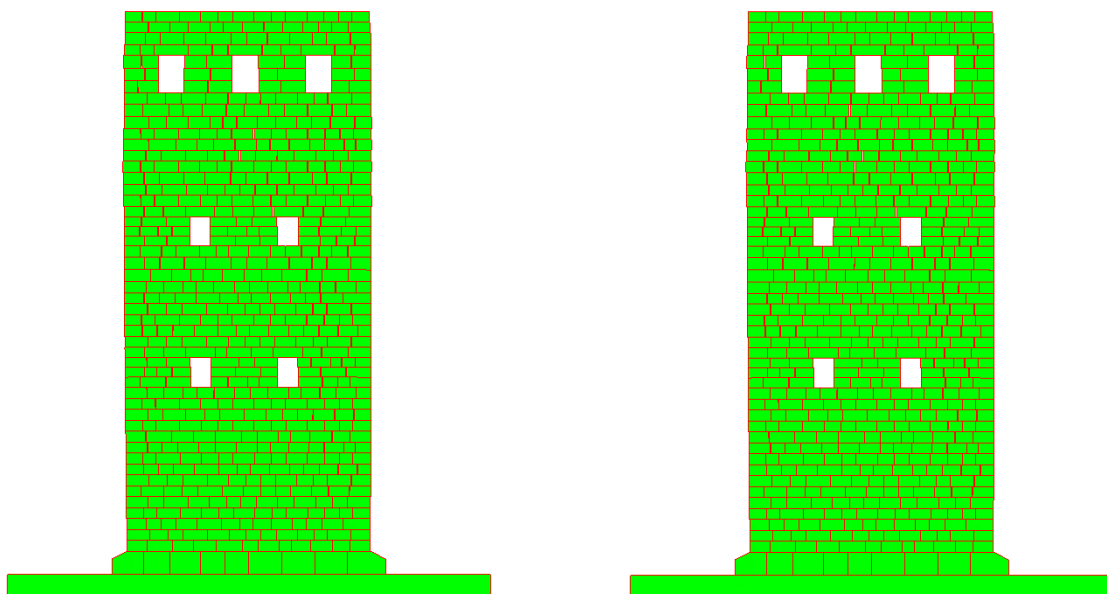


l) vršno ubrzanje 3.0 g

Slika 25. Zapisi pomaka vrha konstrukcije uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla

Prema slici 25. vidimo kako se maksimalne vrijednosti pomaka za sva vršna ubrzanja javljaju između  $t=5$  s i  $t=10$  s. Za vršno ubrzanje  $a_g=0.22$  g maksimalni pomak iznosi 0.15 cm. Daljnjim povećanjem maksimalnog ubrzanja tla rastu i maksimalni pomaci konstrukcije. Pri ubrzanjima tla od  $a_g=1.50$  g do  $a_g=2.25$  g pomaci neznatno variraju od 8.2 do 9.5 cm, dok je za ubrzanje  $a_g=2.50$  g maksimalni pomak narastao do 16 cm. Za ubrzanja tla  $a_g=2.75$  g i  $a_g=3.0$  g maksimalni pomaci su ponovo nešto manji i rastu maksimalno do 13 cm.

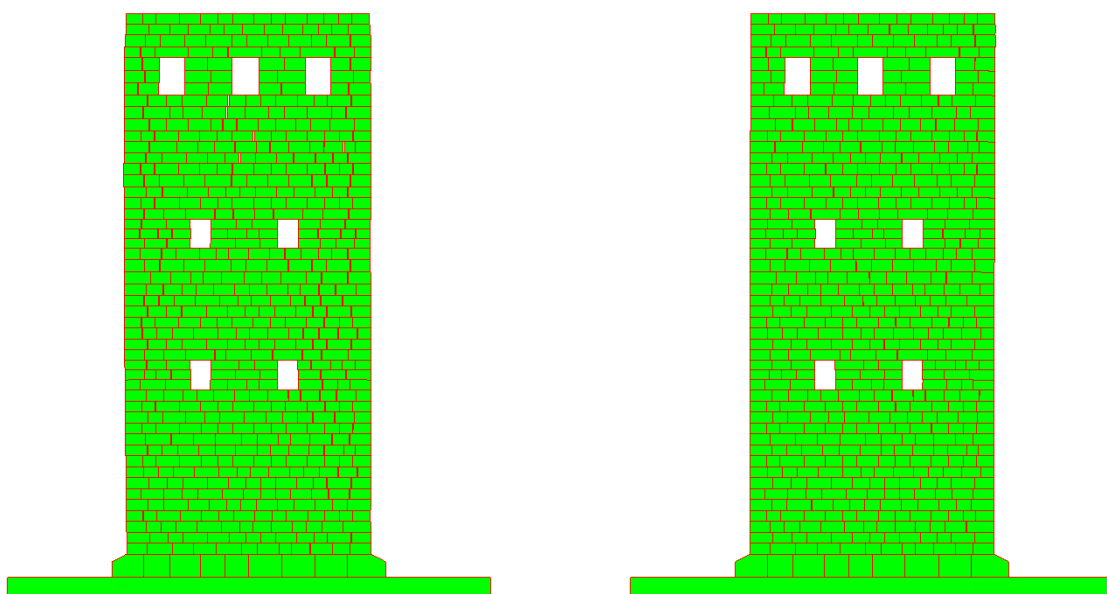
Na slikama 26. i 27. uočavamo da je na konstrukciji pri seizmičkoj aktivnosti došlo do odvajanja blokova, no ostala je stabilna sve do kraja djelovanja pobude, čak i pri maksimalnom vršnom ubrzanju  $a_g=3.0$  g.



a)  $t=8.5\text{ s}$

b)  $t=51.35\text{ s}$

Slika 26. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju  $a_g=2.75\text{ g}$

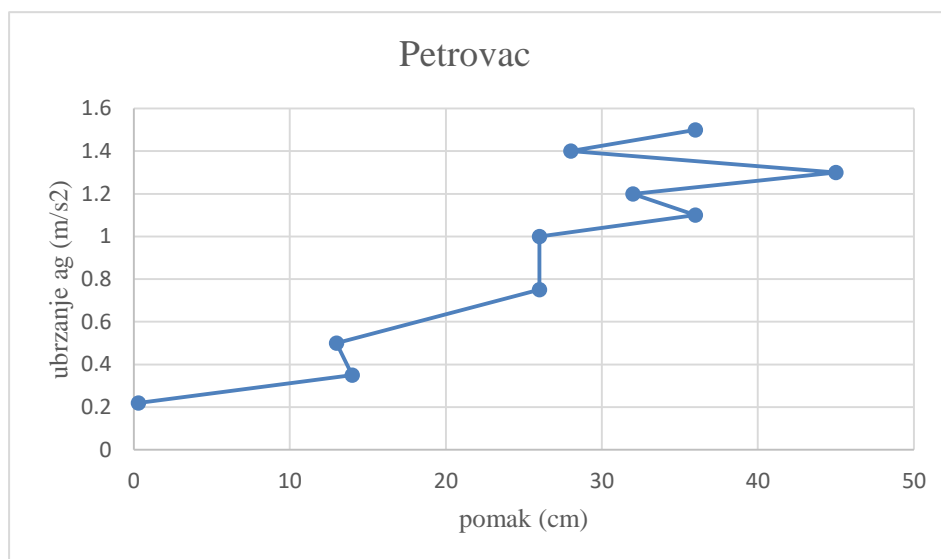


a)  $t=7\text{ s}$

b)  $t=51.35\text{ s}$

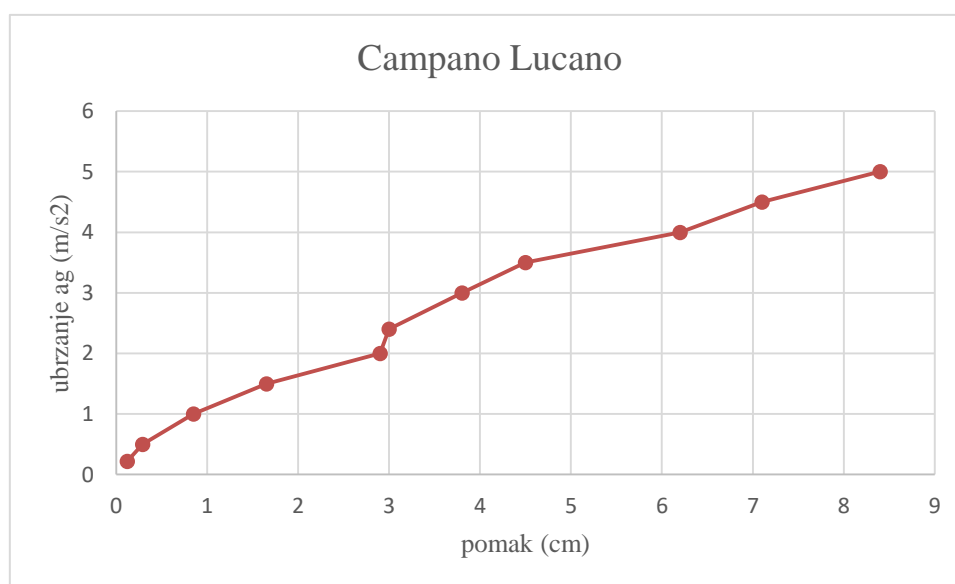
Slika 27. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju  $a_g=3\text{ g}$

## 5. ANALIZA NUMERIČKIH REZULTATA



Slika 28. Odnos ubrzanje – pomak za potres Petrovac

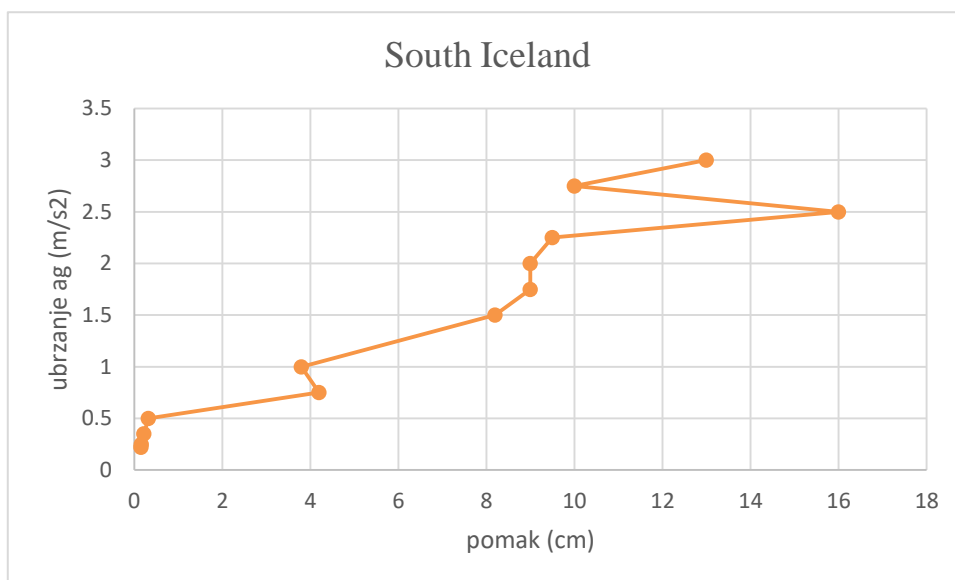
Na priloženom grafu ubrzanje-pomak za potres Petrovac uočavamo da se konstrukcija ponaša izrazito nelinearno. Za ubrzanje  $a_g=0.22$  g konstrukcija ima gotovo neznatan pomak, dok je već za ubrzanje  $a_g=0.35$  g pomak veći od 10 cm. Kako su dalje povećavana ubrzanja tla, pomaci vrha konstrukcije su dosta varirali. Možemo uočiti da veće ubrzanje tla ne mora uvjetovati i veći pomak vrha konstrukcije. Konstrukcija ima najveći pomak za ubrzanje  $a_g=1.3$  g, dok je za najveće analizirano vršno ubrzanje,  $a_g=1.5$  g, pomak znatno manji.



Slika 29. Odnos ubrzanje – pomak za potres Campano Lucano

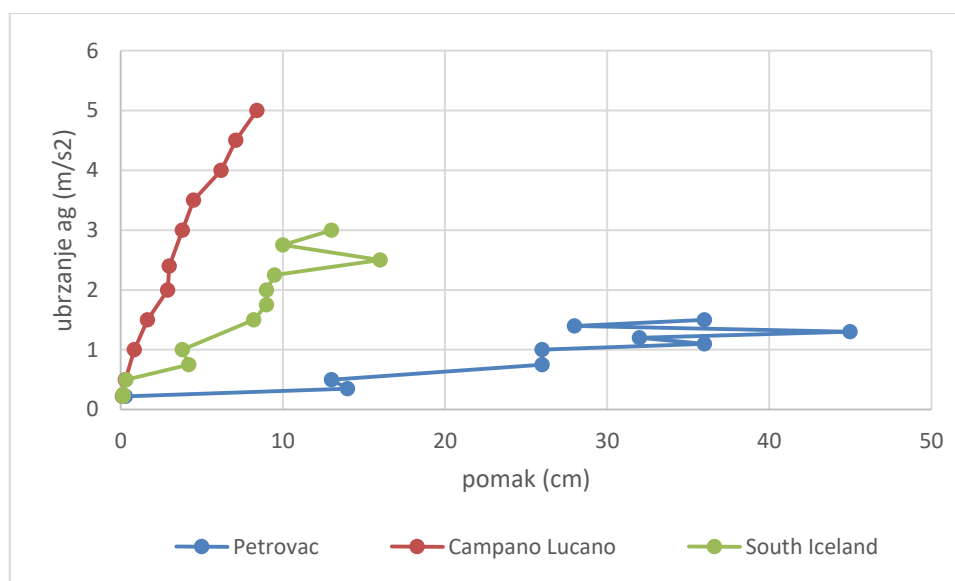


Kao što je prikazano na slici 29., za potres Campano Lucano, što je konstrukcija bila podvrgnuta većem ubrzanju tla, to su maksimalni pomaci konstrukcije veći. Pri ovom zapisu potresa konstrukcija se ponaša linearno, a do rušenja konstrukcije nije došlo ni pri ubrzanju od  $a_g=5$  g.



Slika 30. Odnos ubrzanje – pomak za potres South Iceland

Kod zapisa potresa South Iceland, također nije došlo do rušenja konstrukcije pri maksimalnom korištenom ubrzanju tla;  $a_g=3.0$  g. Za ubrzanja od  $a_g =0.22$  g do  $a_g =0.5$  g nema odstupanja pomaka, odnosno pomaci su vrlo mali. Kod ubrzanja od  $a_g =1.5$  g do  $a_g =2.25$  g pomaci se neznatno razlikuju, dok se kod pomaka pri ubrzanjima od  $a_g =2.25$  g do  $a_g =3.0$  g javlja značajna razlika. Najveći pomak konstrukcije se javlja pri ubrzanju tla od  $a_g =2.5$  g.



Slika 31. Sumarni prikaz odnosa *ubrzanje – pomak* za sva tri potresa

Iz grafa na slici 31., koji prikazuje odnos pomaka i ubrzanja za sva tri potresa uočava se bitna razlika u rezultatima u ovisnosti o vrsti potresa. Do najvećeg prirasta pomaka i maksimalnog pomaka je došlo za zapis potresa Petrovac, znatno većeg nego za ostala dva potresa. Za potres Petrovac najveći pomak konstrukcije iznosi 45 cm pri vršnom ubrzanju  $a_g = 1.3$  g. Za potres South Iceland najveći pomak iznosi 16 cm pri ubrzanju od  $a_g = 2.5$  g, dok je za potres Campano Lucano maksimalni pomak 8.5 cm pri ubrzanju od  $a_g = 5.0$  g. Također, pri djelovanju potresa Campano Lucano konstrukcija prikazuje linearno ponašanje, gdje su prirasti pomaka konstrukcije proporcionalni s prirastima vršnog ubrzanja tla.

Kod zapisa potresa Petrovac došlo je do gubitka stabilnosti konstrukcije pri ubrzanju  $a_g = 1.5$  g, dok za zapise Campano Lucano i South Iceland nije došlo do rušenja konstrukcije, unatoč ubrzanjima tla od  $a_g = 3.0$  g i  $a_g = 5.0$  g. Daljnja analiza za još veća vršna ubrzanja nije provedena jer je vjerojatnost da će se takvi potresi dogoditi vrlo mala.

Na temelju rezultata dolazimo do zaključka da konstrukcija jugoistočne kule Dioklecijanove palače pokazuje znatno bolju otpornost na potrese Campano Lucano i South Iceland u odnosu na potres Petrovac. S obzirom na navedene pokazatelje, kao mjerodavan potres za analizu ove konstrukcije se smatra potres Petrovac.

## 6. ZAKLJUČAK

U ovom radu je provedena seizmička analiza jugoistočne kule Dioklecijanove palače korištenjem metode konačno-diskretnih elemenata. Analizom se dobio uvid o ponašanju konstrukcije te njenoj seizmičkoj otpornosti. Jugoistočna kula se nalazi u Splitu, gdje vrijednost vršnog ubrzanja iznosi  $a_g = 0.22 \text{ g m/s}^2$  za povratni period od 475 godina. Provedena je detaljna seizmička analiza na temelju zapisa tri različita potresa koja su se dogodila u povijesti; Petrovac (1979.), Campano Lucano (1980.) i South Iceland (2000.).

Rezultati su pokazali da promatrana konstrukcija trpi najveća oštećenja i najprije dolazi do gubitka stabilnosti za potres Petrovac, zbog čega ga smatramo mjerodavnim za analizu promatrane konstrukcije. Kod ostala dva potresa nije došlo do rušenja konstrukcije iako su korištene znatno veće vrijednosti ubrzanja tla. Kod vrijednosti vršnog ubrzanja tla od  $a_g = 0.22 \text{ g m/s}^2$  koje je mjerodavno za grad Split, konstrukcija nije poprimila nikakva oštećenja, čime dolazimo do zaključka da predmetna građevina ima dobru seizmičku otpornost za područje u kojem se nalazi.

Kamene zidane konstrukcije, iako su često vrlo dugotrajne i otporne mogu biti vrlo osjetljive na potresno opterećenje. Gubitak energije zidanih konstrukcija se odvija kroz razne mehanizme kao što su trenje, klizanje, pukotine i prevrtanje blokova. Trenje između blokova je ključno za procjenu otpornosti zidanih konstrukcija pri seizmičkom djelovanju. Ključni faktori koji utječu na trenje su vrsta materijala, vertikalno opterećenje, hrapavost površina i kvaliteta veziva između blokova. Vapnenac ima dobar koeficijent trenja,  $\mu \approx 0.6$ , što doprinosi većoj otpornosti na klizanje. Također, što su površine blokova hrapavije stvaraju veće trenje i otpor pomicanju uslijed seizmičkih sila. Kvaliteta morta također igra važnu ulogu pri otporu blokova trenju, no česta je pojava da kod ovakvog tipa konstrukcija mort tijekom vremena gubi svoja svojstva pa ponašanje konstrukcije može biti slično ponašanju suho zidanih kamenih konstrukcija.

Provedena analiza jugoistočne kule Dioklecijanove palače je potvrdila tvrdnje o često nepredvidivom i nelinearnom ponašanju zidanih konstrukcija. Pokazano je da se korištenjem metode konačno-diskretnih elemenata može dobiti dobar uvid u ponašanje konstrukcija ovakvog tipa, no isto tako je potrebno razvijati nove metode kako bi se dobili što pouzdaniji rezultati ispitivanja u svrhu očuvanja konstrukcija, a posebno povijesnih građevina koje su kao kulturna baština bitan dio vizure grada.

## Literatura

- [1] Marasović J., Marasović T.: Istraživanje i obnova jugoistočne kule Dioklecijanove palače, 1978., <https://hrcak.srce.hr/file/240093>
- [2] Marasović J.: Jugoistočna kula Dioklecijanove palače, neobjavljena studija iz 1985.
- [3] Radić J. i suradnici: *Zidane konstrukcije 1*, Hrvatska sveučilišna naklada, Zagreb, 2007.
- [4] Smoljanović H., Živaljić N., Nikolić Ž.: Overview of the methods for the modelling of historical masonry structures, *Građevinar*, 65 (2013) 7, pp. 603-618, doi: <https://doi.org/10.14256/JCE.890.2013>
- [5] Smoljanović H.: Seizmička analiza zidanih konstrukcija metodom konačno-diskretnih elemenata, Disertacija, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Sveučilište u Splitu, 2013.
- [6] Lourenço P.B.: Computational strategies for masonry structures, Ph.D. Dissertation, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 1996.
- [7] Munjiza A.: The combined finite-discrete element method, John Wiley & Sons, 2004
- [8] Balić I., Smoljanović H., Trogrlić B., Munjiza A.: Seismic Analysis of the Bell Tower of the Church of St. Francis of Assisi on Kaptol in Zagreb by Combined Finite-Discrete Element Method // *Buildings*, 11 (2021), 8; 373, 17 doi: [10.3390/buildings11080373](https://doi.org/10.3390/buildings11080373)
- [9] Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities, (2014) Version 2.8.5
- [10] Y: FEM/DEM COMPUTER PROGRAM, Copyright (C) 2000, Dr. Antonio Munjiza