STREAM 1D: Numerički model za prognoziranje prodora slane vode u izrazito uslojenim ušćima

Krvavica, Nino; Ožanić, Nevenka

Source / Izvornik: **Common Foundations 2018 - uniSTem: 6th Congress of Young Researchers in the Field of Civil Engineering and Related Sciences, 2018, 120 - 125**

Conference paper / Rad u zborniku

Publication status / Verzija rada: **Published version / Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

https://doi.org/10.31534/CO/ZT.2018.17

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:123:118512

Rights / Prava: Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International/Imenovanje-Nekomercijalno-Bez prerada 4.0 međunarodna

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

FCEAG Repository - Repository of the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy, University of Split

UDRUGA HRVATSKIH GRAĐEVINSKIH FAKULTETA
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE
ZT 2018

DOI: https://doi.org/10.31534/CO/ZT.2018.17

STREAM 1D: Numerički model za prognoziranje prodora slane vode u izrazito uslojenim ušćima

Nino Krvavica[1], Nevenka Ožanić[1]

(1) Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Republika Hrvatska, {nino.krvavica; nozanic}@uniri.hr

Sažetak

STREAM 1D je računalni model za prognoziranje hidrodinamičkih procesa u izrazito uslojenim uvjetima. Procesne jednadžbe izvedene su iz zakona očuvanja mase i količine gibanja za jednodimenzionalno i nestacionarno tečenje dva sloja plitkih voda različitih gustoća u koritima proizvoljne geometrije. Numerički algoritam implementiran je u *Python 3.6* programskom jeziku, a temelji se na metodi konačnih volumena, odnosno dobro uravnoteženoj *Roevoj Q-shemi*. Model je detaljno validiran usporedbom s terenskim mjerenjima za slučaj dvoslojnog tečenja na ušću Rječine. U ovome su radu prikazane mogućnosti modela u prognoziranju duljine prodora slane vode uslijed konstantnog protoka rijeke. Uz kalibrirani koeficijent trenja na razdjelnicu među slojevima, poklapanja numeričkih rezultata i izmjerenih vrijednosti su zadovoljavajuća.

Ključne riječi: ušća, računalni model, jednadžba plitkih voda, uslojenost, metoda konačnih volumena, Q-shema, Rječina

STREAM 1D: Numerical model for predicting the salt-water intrusion in highly stratified estuaries

Abstract

STREAM 1D is a computational model for simulating hydrodynamic processes in highly stratified conditions. Governing equations are derived from the conservation laws for mass and linear momentum, for one-dimensional and time-dependent shallow water flow of two-layer of different densities and in channels with irregular geometry. The numerical algorithm is implemented in Python 3.6, and is based on the finite volume method, or more precisely on a well-balanced Q-scheme of Roe. This model was thoroughly validated by comparing the results with field measurements of two-layer flow in the Rječina River Estuary. In this work, we present the model's capability to predict the salt-water intrusion length under constant river flow. When the interfacial friction factor between the layers is calibrated, the agreement between the numerical results and measured values is satisfactory.

Keywords: estuaries, computational model, shallow water equation, stratification, finite volume method, Q-scheme, Rječina

1. Uvod

***Str**atified **E**stu**a**rine **M**odel* (STREAM 1D) je autorski jednodimenzionalni numerički model koji opisuje dvoslojno i nestacionarno tečenje plitkih voda u uslojenim uvjetima. Model je prije svega razvijen kako bi se mogli prognozirati kompleksni hidrodinamički procesi u izrazito stratificiranim ušćima, pri čemu se ponajprije misli na prodiranje slane vode uslijed različitih hidroloških i mareografskih utjecaja, ali i na propagaciju poplavnih valova u priobalnim zonama uslijed međudjelovanja ekstremnih oborina i olujnih uspora s mora. Naime, u uvjetima malih amplituda morskih mijena te uz dominantan utjecaj riječnog toka (što je slučaj u većini rijeka Mediteranskog sliva, uključujući i Jadranski sliv), na ušćima rijeka uspostavlja se izrazito uslojeno tečenje; gornji sloj slatke vode teče prema ušću iznad donjeg sloja slane vode koji prodire uzvodno. U ovakvim uvjetima granica između dva sloja je vrlo oštra, a donji sloj poprima oblik klina (od tuda i drugi naziv za ovaj tip ušća – „slani klin“).

Iako su danas sve dostupniji 3D numerički modeli koji rješavaju *Navier-Stokesovu* jednadžbu (primjerice OpenFOAM), za opisivanje uslojenog tečenja na ušćima rijeka potrebno je koristiti dvofazne sheme te dinamičko progušćivanje mreže u blizini razdjelnice slojeva, što zahtijeva izrazito snažne računalne resurse (super računala) ili pak rezultira vrlo dugotrajnim proračunima. S druge strane, modeli plitkih voda su puno jednostavniji za implementirati, računalno su manje zahtjevni, a mogu se proširiti na dva međusobno povezana sloja te tako dovoljno precizno opisati fizikalne procese u uslojenim uvjetima toka [1]. Dvoslojni modeli plitkih voda uspješno su primijenjeni i detaljno validirani na različitim primjerima uslojenog tečenja, kao što su izmjene dvaju mora kroz tjesnace [1,2], gravitacijske struje [3] te izrazito stratificirana ušća [4,5].

U ovome će se radu ukratko opisati procesne jednadžbe modela, glavni aspekti numeričke implementacije te prikazati mogućnosti modela u prognoziranju prodora slane vode na ušću Rječine uz validaciju s terenskim mjerenjima.

2. Matematički model i numerička shema

2.1. Matematički model

Matematički model definiran je sustavom parcijalnih diferencijalnih jednadžbi izvedenih iz zakona očuvanja mase i količine gibanja za jednodimenzionalno tečenje dva sloja plitkih voda različitih gustoća u koritima proizvoljne geometrije. Ovaj je sustav zapisan u sljedećem vektorskom obliku [4,6]:

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w})}{\partial x} = \mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w}) \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} + \mathbf{v}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w}) + \mathbf{g}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w}) + \mathbf{s}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w}), \tag{1}$$

gdje je t vrijeme, x koordinata u smjeru toka, vektor nepoznanica je $\mathbf{w} = \{A_1 \;\; Q_1 \;\; A_2 \;\; Q_2\}^T$, a vektor numeričkog fluksa $\mathbf{f}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w})$ definiran je izrazom [2]

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w}) = \left\{ Q_1 \quad \frac{Q_1^2}{A_1} + \frac{g}{2\sigma_1} A_1^2 \quad Q_2 \quad \frac{Q_2^2}{A_2} + \frac{g}{2\sigma_2} A_2^2 \right\}^T \tag{2}$$

gdje je A_{i} omočena površina poprečnog presjeka, Q_{i} protok, g ubrzanje sile teže, σ_{i} širina poprečnog presjeka, a indeks $i = 1{,}2$ označava gornji, odnosno donji sloj. Uz navedeno, matrica $\mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w})$ i vektor $\mathbf{v}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w})$ definirani su sljedećim izrazima [2]:

$$\mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -g\frac{A_1}{\sigma_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -g\frac{A_2}{\sigma_1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w}) = \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{g}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\sigma_1}\right)A_1^2 \\ 0 \\ \frac{g}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\sigma_2}\right)A_2^2 \end{Bmatrix}. \tag{3}$$

Izvorni članovi $\mathbf{g}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w})$ i $\mathbf{s}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w})$ opisuju geometrijske karakteristike korita te fizikalne procese na razdjelnici među slojevima (trenje i vertikalno miješanje) [4,6]:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w}) = \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{gA_1}{\sigma_1}\left(I_{3,1} + I_{3,2}\right) \\ 0 \\ \frac{rgA_2}{\sigma_1}I_{3,1} + \frac{gA_2}{\sigma_2}I_{3,1} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{s}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w}) = \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{\tau_w}{\rho_1}O_1 + \frac{\tau_i}{\rho_1}\sigma_3 \\ 0 \\ \frac{\tau_b}{\rho_2}O_2 - \frac{\tau_i}{\rho_2}\sigma_3 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{1}{r}\sigma_3 w_e \\ \sigma_3\frac{Q_1}{A_1}w_e \\ -\sigma_3 w_e \\ -\sigma_3\frac{Q_2}{A_2}w_e \end{Bmatrix} \tag{4}$$

gdje su $I_{3,1}$ i $I_{3,1}$ integrali koji opisuju proizvoljnu geometriju korita, r je omjer gustoće gornjeg i donjeg sloja, τ_b, τ_w i τ_i su posmična naprezanja između, redom, fluida i dna kanala, fluida i bočnih stranica te dvaju fluida, O_{i} je omočeni obod, a w_e je vertikalna brzina transporta vode (eng. *entrainment velocity*) iz donjeg sloja u gornji. Trenje i miješanje na razdjelnici uključeni su ne samo kako bi realnije opisali fizikalne procese, već kako bi numerička shema bila stabilnija i robusnija [7]. Više detalja o procesnim jednadžbama dostupno je u literaturi [4].

2.2. Numerička implementacija modela

Sustav jednadžbi (1) rješava se pomoću metode konačnih volumena (MKV). U tu svrhu razvijen je numerički algoritam napisan u *Python 3.6* programskom jeziku u koji je implementirana dobro uravnotežena *Roeva Q-shema*. Navedena numerička shema je *up-wind* aproksimativni postupak rješavanja, koji se pokazao kao vrlo točan i robustan kada se primijeni na rješavanje problema nestacionarnog tečenja plitkih voda [1]. Ova numerička shema je eksplicitna, drugog je reda točnosti za stacionarna rješenja te dopušta prijelaze između mirnog i burnog režima tečenja [1].

Prostorna domena je podijeljena u kontrolne ćelije (volumene) definirane širinom Δx. Pritom je vremenski korak označen sa Δt. Indeks *i* označava prostorni položaj, dok eksponent *n* označava vremenski korak. Jednadžba (1) je tako aproksimirana sljedećim izrazom [2,4]:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_i^{n+1} = \mathbf{w}_i^n &+ \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(\mathbf{f}_{i-1/2} - \mathbf{f}_{i+1/2}\right) \\ &+ \frac{\Delta t}{2\Delta x}\left[\mathbf{B}_{i-1/2}(\mathbf{w}_i^n - \mathbf{w}_{i-1}^n) + \mathbf{B}_{i+1/2}(\mathbf{w}_{i+1}^n - \mathbf{w}_i^n)\right] \\ &+ \frac{\Delta t}{2\Delta x}\left(\mathbf{v}_{i-1/2} + \mathbf{v}_{i+1/2}\right) + \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(\mathbf{P}_{i-1/2}^{+}\mathbf{g}_{i-1/2} + \mathbf{P}_{i+1/2}^{-}\mathbf{g}_{i+1/2}\right) \\ &+ \Delta t\left(\mathbf{P}_{i-1/2}^{+}\mathbf{s}_{i-1/2} + \mathbf{P}_{i+1/2}^{-}\mathbf{s}_{i+1/2}\right) \end{aligned} \tag{5}$$

gdje su numerički fluksevi definirani sljedećim izrazom [2]:

$$\mathbf{f}_{i-1/2} = \frac{1}{2}[\mathbf{f}(\boldsymbol{\sigma}_{i-1}^n, \mathbf{w}_{i-1}^n) + \mathbf{f}(\boldsymbol{\sigma}_i^n, \mathbf{w}_i^n)] - \frac{1}{2}\left|\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{i-1/2}\right|(\mathbf{w}_i^n - \mathbf{w}_{i-1}^n), \quad (6)$$

$$\mathbf{f}_{i+1/2} = \frac{1}{2}[\mathbf{f}(\boldsymbol{\sigma}_i^n, \mathbf{w}_i^n) + \mathbf{f}(\boldsymbol{\sigma}_{i+1}^n, \mathbf{w}_{i+1}^n)] - \frac{1}{2}\left|\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{i+1/2}\right|(\mathbf{w}_{i+1}^n - \mathbf{w}_i^n) \quad (7)$$

gdje je matrica $\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{i+1/2} = \mathbf{J}_{i+1/2} - \mathbf{B}_{i+1/2}$ razlika Jakobijane fluksa $\mathbf{J} = \partial\mathbf{f}/\partial t$ i matrice $\mathbf{B}$ definirane na granici $i + 1/2$ između ćelija, a viskozna matrica $|\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{i+1/2}|$ je definirana spektralnom dekompozicijom $\left|\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{i+1/2}\right| = \mathbf{K}_{i+1/2}\left|\boldsymbol{\Lambda}_{i+1/2}\right|\mathbf{K}_{i+1/2}^{-1}$, pri čemu je $\left|\boldsymbol{\Lambda}_{i+1/2}\right|$ dijagonalna matrica čiji su koeficijenti apsolutne vlastite vrijednosti matrice $\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{i+1/2}$, $\mathbf{K}_{i+1/2}$ je matrica pripadajućih vlastitih vektora, a $\mathbf{K}_{i+1/2}^{-1}$ je inverzna matrica matrice vlastitih vektora. Kako bi se osigurala dobra uravnoteženost sheme uslijed diskontinuiteta na dnu, izvorni su članovi aproksimirani *up-wind* postupkom pomoću projekcijskih matrica, definiranih sljedećim izrazima [2]:

$$\mathbf{P}_{i-1/2}^{\pm} = \frac{1}{2}\mathbf{K}_{i-1/2}\left(\mathbf{I} \pm sign(\boldsymbol{\Lambda}_{i-1/2})\right)\mathbf{K}_{i-1/2}^{-1}, \quad (8)$$

$$\mathbf{P}_{i+1/2}^{\pm} = \frac{1}{2}\mathbf{K}_{i+1/2}\left(\mathbf{I} \pm sign(\boldsymbol{\Lambda}_{i+1/2})\right)\mathbf{K}_{i+1/2}^{-1}{,,}. \quad (9)$$

Za preostale detalje implementacije ovog numeričkog algoritma čitatelji se upućuju na literaturu [4].

2.3. Rubni uvjeti

Nizvodni rubni uvjet zahtijeva posebnu pažnju u slučaju dvoslojnog tečenja u izrazito stratificiranim ušćima. Naime nizvodni rub domene je potrebno postaviti na mjestu utoka rijeke u more, gdje dolazi do naglog širenja korita, a tečenje tada prelazi iz mirnog u burni režim. U skladu s time dubina razdjelnice definirana je uvjetom kritičnog tečenja [2,4]:

$$F_1^2 + F_2^2 - (1 - r)\frac{\sigma_2}{\sigma_3}F_1^2F_2^2 = 1 \quad (10)$$

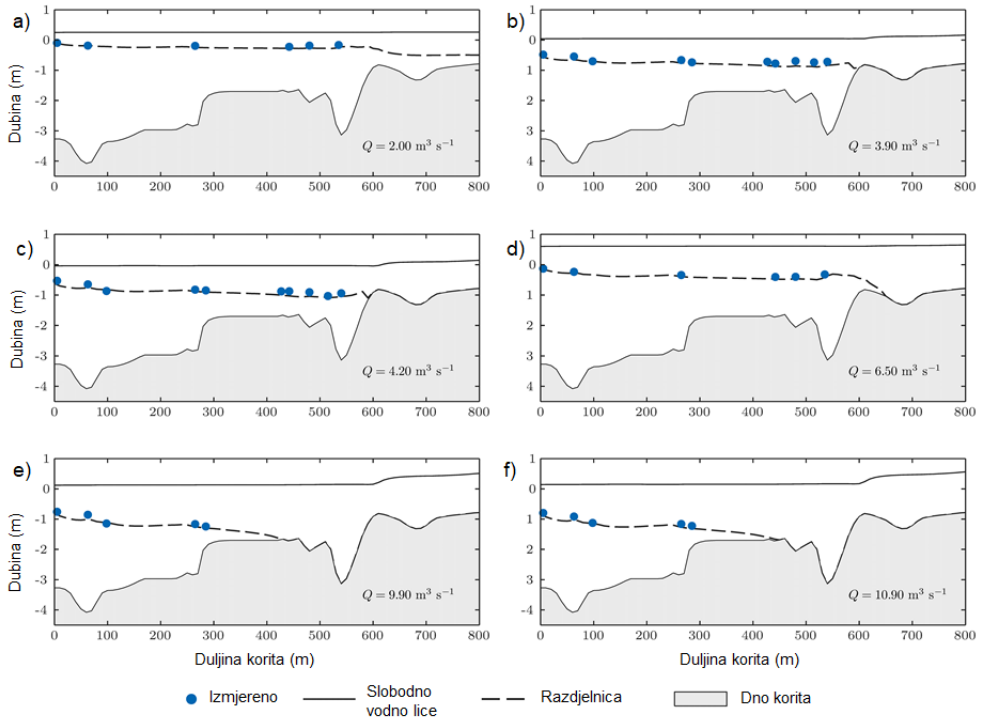
gdje su $F_1^2 = \frac{Q_1^2\sigma_1}{g(1-r)A_1^3}\frac{\sigma_3}{\sigma_2}$ i $F_2^2 = \frac{Q_2^2\sigma_3}{g(1-r)A_2^3}$ kvadrati denzimetrijskog Froudovog broja gornjeg i donjeg sloja. Rubni uvjet se u svakom vremenskom koraku rješava iterativno dok pretpostavljene vrijednosti nepoznanica A_1, A_2, Q_1 i Q_2 ne zadovolje izraz (10).

3. Rezultati

Kako bi se prikazale mogućnosti STREAM-1D modela u prognoziranju duljine prodora i oblika slanog klina uslijed konstantnog protoka rijeke, provedeno je nekoliko simulacija dvoslojnog tečenja na ušću Rječine za različite hidrološke i mareografske uvjete. Promatralo se korito Rječine u duljini od 800 m od ušća u Jadransko more. Geometrija korita Rječine definirana je poprečnim presjecima iz kojih su onda definirane funkcije dubine dna kanala te širine i površine poprečnog presjeka. Domena je ukupne duljine 800 m, a aproksimirana je sa 80 ćelija duljine Δx = 10,0 m. Vremenski korak odabran je pomoću vrijednosti Δt = 1,0 s, kako bi se osigurao uvjet CFL ≤ 0,9 gdje je CFL *Courant-Friedrichs-Lewy* broj koji mora biti manji od 1 kako bi eksplicitna shema bila stabilna. Proračun je trajao dok se nisu postigli stacionarni uvjeti. Koeficijent trenja te vertikalna brzina transporta vode odabrani su iz empirijskih izraza dobivenih prethodnom kalibracijom modela na ušću Rječine [8].

Rubni uvjeti zadani su s obzirom na izmjerene vrijednosti protoka Rječine i razine mora na ušću za svaki slučaj zasebno. Uzvodni rubni uvjet definiran je konstantnim protokom Q_1(t, 800), dok je nizvodni rubni uvjet definiran konstantnom razinom mora H(t, 0) = h_1(t,0) + h_2(t, 0) te kritičnom dubinom razdjelnice h_1(t, 0) prema izrazu (10). Početni uvjet zadan je na sljedeći način: protok u donjem sloju jednak je nuli duž cijele domene Q_2(0, x)= = 0 $m^3 s^{-1}$, protok u gornjem sloju jednak vrijednosti uzvodnog rubnog uvjeta Q_1(0, x) = Q_1(t, 800), ukupna razina vode jednaka je izmjerenoj razini mora H(0, x)= RM, a debljina gornjeg sloja jednaka je kritičnoj dubini definiranoj izrazom (10).

Na Slici 1 prikazani su rezultati proračuna za različite protoke Rječine te razine mora; uzdužni profil razdjelnice između gornjeg i donjeg sloja uspoređen je s izmjerenim dubinama razdjelnice na više lokacija duž korita. Razvidno je kako duljina slanog klina kao i debljina gornjeg sloja ponajviše ovise o protoku Rijeke. Primjerice, najdulji slani klin zabilježen je i prognoziran za najniži protok od 2,0 $m^3 s^{-1}$ (Slika 1a), dok je za 10,9 $m^3 s^{-1}$ izračunat najkraći slani klin (Slika 1f). Pritom i razina mora ima određenog utjecaja, pa je tako veća duljina slanog klina zabilježena kod protoka 6,5 $m^3 s^{-1}$ (Slika 1d) u odnosu na protok 4,2 $m^3 s^{-1}$ ponajprije zbog više razine mora. Ukupno gledajući, izmjereni se rezultati zadovoljavajuće poklapaju s izmjerenim vrijednostima za iste rubne uvjete.



Slika 1. Usporedba numeričkih rezultata i izmjerenih vrijednosti dubine razdjelnice među slojevima za različite hidrološke i mareografske uvjete [4]

4. Zaključak

U ovome je radu ukratko predstavljen matematički model, glavni aspekti implementacije numeričkog algoritma te dio mogućnosti modela STREAM 1D. Na nekoliko je primjera prikazano kako model uspješno može prognozirati duljinu i oblik slanog klina uslijed konstantnog protoka Rijeke na primjeru ušća Rječine. Međutim treba napomenuti da je za ovako dobro poklapanje potrebno kalibrirati koeficijent trenja na razdjelnici za koje, nažalost, još uvijek ne postoje dovoljno pouzdani empirijski izrazi [4,8]. U budućnosti se planira navedeni model proširiti za dvodimenzionalne probleme te uključiti treći međusloj kako bi se preciznije opisali izrazito dinamički i turbulentni procesi na razdjelnici slojeva pri različitim scenarijima tečenja u stratificiranim ušćima.

Zahvala

Zahvaljujemo Sveučilištu u Rijeci koje je financiralo ovaj rad projektom broj 17.06.2.1.02 (*Međudjelovanje mora i rijeka u kontekstu klimatskih promjena*).

Literatura

[1] Castro, M., Macías, J. and Parés, C.: A Q-scheme for a class of systems of coupled conservation laws with source term. Application to a two-layer 1-D shallow water system. ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis, 35(1), pp.107-127, 2001.

[2] Castro, M.J., Garcıa-Rodrıguez, J.A., González-Vida, J.M., Macıas, J., Parés, C. and Vázquez-Cendón, M.E.: Numerical simulation of two-layer shallow water flows through channels with irregular geometry. Journal of Computational Physics, 195(1), pp.202-235, 2004.

[3] Adduce, C., Sciortino, G. and Proietti, S.: Gravity currents produced by lock exchanges: experiments and simulations with a two-layer shallow-water model with entrainment. Journal of Hydraulic Engineering, 138(2), pp.111-121, 2011.

[4] Krvavica, N.: One-dimensional numerical model for layered shallow water flow in highly stratified estuaries, doktorski rad Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka 2016, doi: 10.13140/RG.2.2.25017.98400

[5] Krvavica, N., Kožar, I., Travaš, V., Ožanić, N.: Numerical modelling of two-layer shallow water flow in microtidal salt-wedge estuaries: Finite volume solver and field validation. Journal of Hydrology and Hydromechanics. 65(1) , pp. 49-59, 2017, doi: 10.1515/johh-2016-0039

[6] Krvavica, N., Travaš, V., Ožanić, N.: Salt-Wedge Response to Variable River Flow and Sea-Level Rise in the Microtidal Rječina River Estuary, Croatia. Journal of Coastal Research. 33(4) , pp. 802-814, 2017, doi: 10.2112/JCOASTRES-D-16-00053.1

[7] Krvavica, N., Kožar, I., Ožanić, N.: The relevance of turbulent mixing in estuarine numerical models for two-layer shallow water flow. Coupled Systems Mechanics. 7(1) , pp. 95-10, 2018, doi: 10.12989/csm.2018.7.1.095

[8] Krvavica, N., Travaš, V., Ožanić, N.: A field study of interfacial friction and entrainment in a microtidal salt-wedge estuary. Environmental Fluid Mechanics. 16(6) , pp. 1223-1246, 2016, doi: 10.1007/s10652-016-9480-1